HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

4930

Exchange.

June 27, 1899

4930

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO

SERIE SECONDA

TOMO XLVIII

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
MDCCCXCIX

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO

SERIE SECONDA

Tomo XLVIII

TORINO

CARLO CLAUSEN

Librajo della R. Accademia delle Scienze

MDCCCXCIX

PROPRIETÀ LETTERARIA

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi
e della Reale Accademia delle Scienze.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 15 FEBBRAIO MDCCCXCIX.

PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Senatore del Regno, Dottore aggregato, Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✻, Comm. ☞.

VICE-PRESIDENTE

COSSA (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Socio della Reale Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio onorario dell'Accademia Olimpica di Vicenza, Socio corrispondente della Società di scienze naturali di Cherbourg, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✻, ☞, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

TESORIERE

D'OVIDIO (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ✻, Comm. ☞.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum,* Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., Uffiz. ✻ e Gr. Uffiz. ⛀.

Segretario

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze. Lettere ed Arti, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Uffiz. ✻, ⛀.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union,* Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club,* Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union,* e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ⛀, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto.*

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ☞; Comm. ✻, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), *predetto.*

Naccari (Andrea), *predetto.*

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), della R. Accademia di Medicina di Torino, Uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze di Svezia, Socio corrispondente della Società Reale di Napoli, Socio corrispondente della Società di Biologia di Parigi, ecc. ecc., ✻, Comm. ☞.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ☞.

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Scientifica del Chilì e della Società Zoologica di Londra.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, ☞.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* „ del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica, Professore di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, ☞.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, ⊛.

Foà (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ⊛.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze Naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Membro della Società Chimica di Berlino, ecc., ⊛.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore di Statica grafica e scienza delle costruzioni nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, ⊛.

Fileti (Michele), Dottore in Chimica, Professore ordinario di Chimica generale nella R. Università di Torino, ⊛.

Parona (Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore del Museo di Geologia della R. Università di Torino, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti e Corrispondente dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Reale di Napoli, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera, della Società Reale di Londra, della Società Reale di Edimburgo e della Società letteraria e filosofica di Manchester, Socio onorario della Società chimica tedesca, di Londra e Americana, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ⊛, ⊛.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca, della Società Reale e della Società astronomica di Londra, Gr. Cord. ⊛, Comm. ❋; ⊛.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Uff. ✻, Comm. ☆.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Dublino, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Fisico-medica di Erlangen, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), dell'Imperiale Accademia di Vienna, delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, e dell'Accademia Pontaniana in Napoli, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ✻, Gr. Cord. ☆, Cav. e Cons. ☆.

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Roma, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo e della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio estero della R. Accademia di Gottinga, Socio Corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Meccanica), della Società Matematica di Londra, della Reale Accademia di Bruxelles, Gr. Uffiz. ☆; ✻, ☆.

Fergola (Emanuele), Professore di Astronomia nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio residente dell'Accademia Pontaniana, Socio ordinario del R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto, Comm. ✻, ☆.

Felici (Riccardo), Professore Emerito della R. Università di Pisa, Socio ordinario della Società italiana delle Scienze detta dei XL e della R. Accademia dei Lincei, Presidente onorario della Società di Fisica Italiana, Socio Corrispondente della Società Fisico-medica di Würzburg, Socio onorario della Società Fisica di Londra, del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti, della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, Gr. Uff. ☆, ☆.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, ✻, ⊛.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi Superiore nella R. Università di Pisa, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione Pubblica, Socio della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana detta dei XL. Uff. ✻, Cav. ⊛.

Golgi (Camillo), Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, uno dei XL della Società italiana delle scienze, Membro della Società per la medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietroburgo, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina,* Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-Mediche di Würzburg e di Erlangen, Membro della Società Anatomica della Germania, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-Fisica Fiorentina, della Società Medico-Chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-Chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New York, Socio onorario della *Royal microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di medicina del Belgio, Membro onorario della Società freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Cav. ✻, Comm. ⊛.

ACCADEMICI STRANIERI

Hermite (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

Kelvin (Guglielmo Thomson, Lord), Professore nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

Virchow (Rodolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Koelliker (Alberto von), Professore nell'Università di Würzburg.

Bertrand (Giuseppe Luigi), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto, Parigi.

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga.

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore nella Università di Heidelberg.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto, Parigi.

CORRISPONDENTI

SEZIONE DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova *Firenze*

CANTOR (Maurizio), Professore nell'Università di . . . . . *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di . . . *Berlino*

BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di . . . *Pisa*

DARBOUX (G. Gastone), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di . . . . *Erlangen*

LIE (Sophus), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

JORDAN (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto . . . . . *Parigi*

MITTAG-LEFFLER (Gustavo), Professore a . . . . . *Stoccolma*

PICARD (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

CESÀRO (Ernesto), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

CASTELNUOVO (Guido), Professore nella R. Università di . . . *Roma*

VERONESE (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . *Padova*

SEZIONE DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

TACCHINI (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano *Roma*

FASELLA (Felice) . . . . . *Torino*

ZEUNER (Gustavo), Professore nel Politecnico di . . . . . *Dresda*

EWING (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . *Cambridge*

LORENZONI (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . *Padova*

CELORIA (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di . . . . *Milano*

HELMERT (F. Roberto), Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia *Potsdam*

FIORINI (Matteo), Professore della R. Università di . . . . . *Bologna*

FAVERO (Giambattista), Professore nella R. Scuola di Applicazione degli Ingegneri in . . . . . *Roma*

SEZIONE DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

BLASERNA (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di. . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in *Charlottenburg*

CORNU (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

ROITI (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

WIEDEMANN (Gustavo), Professore nell'Università di. . . . . *Lipsia*

RIGHI (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di. . . . . *Bologna*

LIPPMANN (Gabriele), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

RAYLEIGH (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Institution* „ di . . . . . *Londra*

THOMSON (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di . *Cambridge*

BOLTZMANN (Luigi), Professore nell'Università di. . . . . *Vienna*

MASCART (Eleuterio), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto . . . . . *Parigi*

PACINOTTI (Antonio), Professore nella Regia Università di. . . *Pisa*

STOKES (Giorgio Gabriele), Professore nella Università di . . . *Cambridge*

SEZIONE DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica applicata nella R. Università di . . . . . *Roma*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in . . . . . *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

BAEYER (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . *Monaco* (Baviera)

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Professore nell'Università di . . . . . *Copenhagen*

LIEBEN (Adolfo), Professore nell'Università di . . . . . *Vienna*

MENDELEJEFF (Demetrio), Professore nell'Università di . . . *Pietroburgo*

HOFF (Giacomo Enrico van't), Professore nell'Università di . . . *Berlino*

FISCHER (Emilio), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

RAMSAY (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Londra*

SEZIONE DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

STRÜVER (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di *Roma*

ROSENBUSCH (Enrico), Professore nell'Università di . . . . *Heidelberg*

NORDENSKIÖLD (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di *Stoccolma*

ZIRKEL (Ferdinando), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

CAPELLINI (Giovanni), Professore nella Regia Università di . . *Bologna*

TSCHERMAK (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . . *Vienna*

KLEIN (Carlo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

GEIKIE (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica. . *Londra*

Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto . . . . . *Parigi*

Rammelsberg (Carlo Federico), Professore nell'Università di . *Berlino*

Damour (Agostino Alessio), Professore nella Scuola Nazionale Superiore delle Miniere, Membro dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di *Palermo*

Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di . . . . *Monaco*

SEZIONE DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in . . . . . *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew *Londra*

Delpino (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Pirotta (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . *Roma*

Strasburger (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . *Bonn*

Mattirolo (Oreste), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento . . . . . *Firenze*

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di . . . . . *Monaco*

Penzig (Ottone), Professore nell'Università di. . . . . *Genova*

Schwendener (Simone), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

SEZIONE DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . . . *Liegi*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . . *Ginevra*

Kovalewski (Alessandro), Professore nell'Università di . . . *Pietroburgo*

Locard (Arnould), dell'Accademia delle Scienze di . . . . . *Lione*

Chauveau (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di . . . . . *Parigi*

Foster (Michele), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

Guenther (Alberto) . . . . . *Londra*

Flower (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale *Londra*

Edwards (Alfonso Milne), Membro dell'Istituto di Francia . . *Parigi*

Roux (Guglielmo), Professore nella Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro della Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti della Provincia ecc., Comm. ✻, Gr. Uffiz. ☞.

Segretario

Nani (Cesare), Dottore aggregato, Professore ordinario di Storia del Diritto italiano e Rettore della R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Uff. ✻, Comm. ☞.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere. Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ✻, Uffiz. ☞.

Claretta (Barone Gaudenzio), *predetto.*

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della Società per gli Studi biblici in Roma, ☞.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ✻ e ☞, Cav. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta,

Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ✻, Comm. ☞.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ☞.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Consigliere della Giunta Superiore per la Storia e l'Archeologia, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico e della Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Repubblica di S. Marino, ✻, ☞.

Carle (Giuseppe), *predetto.*

Nani (Cesare), *predetto.*

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore ordinario di Economia politica nella R. Università di Torino, Incaricato per l'Economia e Legislazione industriale nel Museo Industriale Italiano, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia dei Georgofili e della Società Reale di Napoli (Accademia di Scienze morali e politiche), ✻, Comm. ☞.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ✻ e ☞.

Boselli (Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Uffiz. ✻, Gr. Cord. ☞, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ⊛.

Brusa (Emilio), Dottore in Leggi, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Consigliere superiore della Pubblica Istruzione, Membro della Commissione per la Statistica giudiziaria e della Commissione per la riforma del Codice di procedura penale, Socio Corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), ed effettivo dell'Istituto di Diritto internazionale, Socio Onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e di altre, Comm. ⊛ e dell'Ordine di San Stanislao di Russia *Officier d'Académie* della Repubblica francese, ✻.

Perrero (Domenico), Dottore in Leggi, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia.

Allievo (Giuseppe), Dottore in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio Onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, dell'Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia Dafnica di Acireale, della Regia Imperiale Accademia degli Agiati di Rovereto, dell'Arcadia, dell'Accademia degli Zelanti di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Comm. ⊛, ✻.

Renier (Rodolfo), Dottore in Lettere e Filosofia, Professore nella Storia comparata delle Letterature neo-latine nella R. Università di Torino, Socio attivo della R. Commissione dei testi di lingua, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Marche, Membro della Società storica lombarda e della Società Dantesca italiana, Socio onorario dell'Accademia Etrusca di Cortona, dell'Accademia Cosentina e dell'Accademia Dafnica di Acireale, Uffiz. ✻, ⊛.

Pizzi (Italo), Dottore in Lettere, Professore nel Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria, Dottore onorario della Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio

Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc., Gr. Uffiz. ❋ e 🇮🇹, Cav. e Cons. 🇮🇹, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ❋.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore emerito, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico, Comm. ❋, e Gr. Croce 🇮🇹, Cav. 🇮🇹, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Vice Presidente del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio residente della R. Accademia della Crusca, Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Vice-presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, Socio Straniero dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Dott. On. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. On. in Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ❋ e 🇮🇹, Cav. 🇮🇹, Cav. del Merito di Prussia, ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia della Crusca, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen, Uff. ❋, Comm. 🇮🇹, Cav. 🇮🇹.

D'Ancona (Alessandro), Professore di Letteratura italiana nella R. Università e Direttore della Scuola normale superiore in Pisa, Membro della Deputazione di Storia patria per la Toscana, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Copenhagen; Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto e della R. Accademia di Lucca. Gr. Uff. ❋, Uff. 🇮🇹.

Ascoli (Graziadio), Senatore del Regno, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della Società Reale di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio straniero dell'Istituto di Francia e della Società Reale svedese di Scienze e

Lettere in Gotemburgo, Accademico della Crusca, Membro d'onore dell'Accademia delle Scienze di Vienna, Membro corrispondente delle Accademie delle Scienze di Berlino, Budapest, Copenaga, Pietroburgo, della Società orientale americana ecc.: Socio onorario delle Accademie delle Scienze d'Irlanda e di Rumania, della Società asiatica italiana, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia di Udine, della Lega nazionale per l'unità di cultura tra i Rumeni e dell'Associazione Americana per le lingue moderne; Dottore in filosofia per diploma d'onore dell'Università di Wirzburgo, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Professore ordinario di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; Cav. dell'Ord. Civile di Savoia, Gr. Cord. ✠, Comm. della Legion d'Onore.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro), Professore nella Regia Università di Berlino.

Müller (Massimiliano), Professore nell'Università di Oxford.

Meyer (Paolo). Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell' " *École des Chartes* „, Parigi.

Paris (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Maspero (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Wallon (Enrico Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia.

CORRISPONDENTI

SEZIONE DI SCIENZE FILOSOFICHE

Rendu (Eugenio) . . . . . *Brécourt*

Bonatelli (Francesco), Professore nella Regia Università di . *Padova*

Pinloche (Augusto), Professore nel Liceo Carlomagno di . . *Parigi*

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi Superiori pratici e di perfezionamento di . . . . . *Firenze*

Cantoni (Carlo), Professore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Chiappelli (Alessandro), Professore nella R. Università di . . *Napoli*

SEZIONE DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . . . . . *Vicenza*

Serpa Pimentel (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . . *Lisbona*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . . . . . *Malaga*

Schupfer (Francesco), Professore nella Regia Università di. . *Roma*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia. . . . . *Parigi*

SEZIONE DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

Haulleville (Prospero de) . . . . . *Bruxelles*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

Capasso (Bartolomeo), Sovrintendente degli Archivi Napoletani *Napoli*

Chevalier (Canonico Ulisse) . . . . . *Romans*

Desimoni (Cornelio), Direttore del R. Archivio di Stato in . . *Genova*

Duchesne (Luigi), Direttore della Scuola Francese in . . . *Roma*

Bryce (Giacomo) . . . . . *Londra*

Patetta (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Siena*

SEZIONE DI ARCHEOLOGIA

Palma di Cesnola (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a . . . . . *New-York*

Lattes (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . *Milano*

Poggi (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . *Savona*

Pleyte (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

Palma di Cesnola (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di Londra. . . . . *Firenze*

Mowat (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia *Parigi*

Nadaillac (Marchese I. F. Alberto de) . . . . . *Parigi*

Brizio (Eduardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bologna*

Barnabei (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano . . *Roma*

Gatti (Giuseppe) . . . . . *Roma*

SEZIONE DI GEOGRAFIA ED ETNOGRAFIA

Kiepert (Enrico), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

Pigorini (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Dalla Vedova (Giuseppe), Professore nella R. Università di . *Roma*

Marinelli (Giovanni), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

SEZIONE DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

Krehl (Ludolfo), Professore nell'Università di . . . . . *Dresda*

Sourindro Mohun Tagore . . . . . *Calcutta*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

Kerbaker (Michele), Professore nella R. Università di . . . *Napoli*

Marre (Aristide) . . . . . *Vaucresson* (Francia)

Oppert (Giulio), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

Guidi (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Amelineau (Emilio), Professore nella " *École des Hautes Études* „ di *Parigi*

Foerster (Wendelin), Professore nell'Università di . . . . *Bonn*

SEZIONE DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

Bréal (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

Nigra (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . *Vienna*

Rajna (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

Del Lungo (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico dal 20 Novembre 1897 al 15 Febbraio 1899.

ELEZIONI

SOCI

Ferrero (Ermanno), nominato Delegato della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche presso il Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia nell'adunanza del 27 novembre 1897.

Carle (Giuseppe), rieletto alla carica triennale di Presidente dell'Accademia nell'adunanza delle Classi Unite del 9 gennaio 1898 ed approvato con R. Decreto 20 gennaio 1898.

Naccari (Andrea), rieletto alla carica triennale di Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 30 gennaio 1897 ed approvato con R. Decreto 6 febbraio 1898.

Berruti (Giacinto), nominato Delegato della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia nell' adunanza del 30 gennaio 1898.

Bianchi (Luigi), Professore nella Regia Università di Pisa. eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell' adunanza del 13 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 24 febbraio 1898.

Dini (Ulisse), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell' adunanza del 13 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Professore nella R. Università di Pavia, id. id.

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore nell'Università di Heidelberg, eletto Socio straniero, id. id.

Haeckel (Ernesto), Professore nell'Università di Jena, id. id.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia a Parigi, id. id.

Damour (Agostino Alessio), Membro dell'Istituto di Francia a Parigi, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia) nell'adunanza del 13 febbraio 1898.

Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di Palermo, id. id.

Groth (Paolo Enrico), Professore nella R. Università di Palermo, id. id.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco (Baviera), id. id. (Sezione di Botanica e fisiologia vegetale), id. id.

Penzig (Ottone), Professore nella R. Università di Genova, id. id.

Schwendener (Simone), Professore nell'Università di Berlino, id. id.

Arcangeli (Giovanni), Professore nella R. Università di Pisa, id. id.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle, id. id. (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata), id. id.

Arcangeli (Giovanni). Si accettano le sue dimissioni da Socio corrispondente.

D'Ancona (Alessandro), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 20 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 3 marzo 1898.

Ascoli (Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, id. id.

Claretta (Gaudenzio), rieletto alla carica triennale di Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 20 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 3 marzo 1898.

Bizzozero (Giulio), eletto alla carica triennale di Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 27 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto 20 marzo 1898.

Cesàro (Ernesto), Professore nella R. Università di Napoli, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure) nell'adunanza del 17 aprile 1898.

Castelnuovo (Guido), Professore nella R. Università di Roma, id. id.

Veronese (Giuseppe), Professore nella R. Università di Padova, id. id.

Pacinotti (Antonio), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale), id. id.

Stokes (Sir Giorgio Gabriele), Professore nella R. Università di Cambridge), id. id.

Cossa (Alfonso), rieletto alla carica triennale di Vice Presidente dell'Accademia nell'adunanza delle Classi Unite del 24 aprile 1898 ed approvato con R. Decreto del 15 maggio 1898.

D'Ovidio (Enrico), eletto alla carica triennale di Tesoriere dell'Accademia, nell'adunanza delle Classi Unite del 24 aprile 1898 ed approvato con R. Decreto del 15 maggio 1898.

Bizzozero (Giulio), rieletto a rappresentante dell'Accademia presso il Consiglio Amministrativo del Consorzio Universitario nell' adunanza delle Classi Unite del 26 giugno 1898.

Renier (Rodolfo), Professore nella R. Università di Torino, eletto Socio residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza dell'8 gennaio 1899 e approvato con R. Decreto del 22 gennaio 1899.

Pizzi (Italo), Professore nella R. Università di Torino, id. id.

Parona (Carlo Fabrizio), Professore nella R. Università di Torino, eletto Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 15 gennaio 1899 ed approvato con R. Decreto del 22 gennaio 1899.

MORTI

29 Novembre 1897.

Schrauf (Alberto), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

13 Dicembre 1897.

Brioschi (Francesco), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

20 Febbraio 1898.

Plantamour (Filippo), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale e applicata).

23 Febbraio 1898.

Willems (Pietro), Socio corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

5 Luglio 1898.

Giacomini (Carlo), Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

27 Agosto 1898.

Hopkinson (Giovanni), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di matematiche applicate, Astronomia e Scienze dell'Ingegnere civile e militare).

16 Settembre 1898.

Gibelli (Giuseppe), Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

22 Settembre 1898.

Arzruni (Andrea), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

4 Dicembre 1899.

Caruel (Teodoro), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

SCIENZE

FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

INDICE

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

I principii della Geometria di posizione composti in sistema logico deduttivo; Memoria di Mario Pieri . . . . . *Pag.* 1

Calcolo grafico delle travi elastiche sollecitate a flessione e taglio; Memoria dell'Ing. Elia Ovazza . . . . . „ 63

Sulla varietà delle corde di una curva algebrica; Memoria di Beppo Levi „ 83

I trombociti degli Ittiopsidi e dei Sauropsidi; Memoria del Dott. Ermanno Giglio-Tos . . . . . „ 143

Contribuzione all'Anatomia dell' Hypecoum procumbens; Memoria del Professor Edoardo Martel . . . . . „ 209

I gruppi di Jonquières generalizzati; Memoria di Gino Fano . . . „ 221

Sull'azione tossica e settica di alcuni microorganismi patogeni sul sistema nervoso centrale; Memoria del Dott. Antonio Cesaris-Demel . . „ 279

Sopra le recenti misure della " costante solare „; Memoria del Dott. G. B. Rizzo „ 319

I PRINCIPII

DELLA

GEOMETRIA DI POSIZIONE

COMPOSTI IN SISTEMA LOGICO DEDUTTIVO

MEMORIA

DI

MARIO PIERI

LIBERO DOCENTE NELL'UNIVERSITÀ DI TORINO

Approvata nell'adunanza del 19 Dicembre 1897.

INTRODUZIONE

> ...Von diesen ersten *Elementen* ist die Begründung eine gewiss nicht minder schwierige Aufgabe, als die weitere Entwickelung der complicirtesten Sätze. Iene strebt in die Tiefe, diese in die Höhe: und Tiefe und Höhe sind gleich unbegrenzt und dunkel...
> ...das Interesse derselben aber ist unstreitig gross genug, da die Eigenschaft, welche die Mathematik und in ihr die Geometrie sich beilegt, einer von den wenigen Theilen der menschlichen Erkenntnisse zu sein, welche vollkommene Sicherheit und Wahrheit gewähren, zweifelhaft wird, sobald die Sätze und Begriffe, auf welche sie sich stützt, wanken.
> CRELLE, *Zur Theorie der Ebene* (Journal. Bd. 45).

Si è tenuta per molto tempo la Geometria projettiva come un semplice prolungamento della Geometria elementare; e dai più si preferisce tuttora di stabilirne i principî con successive estensioni dei concetti che reggono la Geometria elementare, desunti dall'osservazione del mondo esterno e in tutto conformi alle idee, che si acquistano per induzione sperimentale da certe qualità di oggetti e fatti fisici. A questo modo la Geometria tutta quanta, serbando pure nei metodi quel carattere deduttivo che le appartiene dall'antichità più remota, si presenta come in aspetto di *Fisica dell'estensione,* anzi che prender posto accanto all'Analisi fra le discipline puramente matematiche.

Un altro e più moderno criterio — il cui sviluppo naturale in quanto concerne i principî par che tenda ad un fine ben distinto da quello — vuol che la Geometria di posizione (e con essa le geometrie metriche astratte che ne derivano) sia da considerar come scienza *puramente deduttiva* indipendente da ogni altro corpo di dottrine

matematiche o fisiche, e però anche dagli assiomi od ipotesi della Geometria elementare e da ogni sussidio di misure con unità mobili nello spazio, ecc. Quest'altra via, mostrata da G. C. von Staudt (nella *Geometrie der Lage* e ne' *Beiträge zur G. der L.*) indi proseguita, nei loro studi ulteriori, da A. Cayley, F. Klein, R. De Paolis ed altri (e in qualche modo da tutti gli scritti celebri sulla Geometria non-euclidea, e sugli spazi comunque estesi) conduce ormai pianamente ad una Geometria di posizione in tutto speculativa ed astratta, i cui soggetti sono mere creazioni del nostro spirito, e semplici atti della nostra volontà i postulati (senza escluder ch'essi abbiano spesso la lor prima radice in qualche fatto esteriore): onde arbitrari gli uni e gli altri; almeno in quanto non gli coordiniamo ad un fine prestabilito, che debba esser guida al pensiero. Così p. es. si stimerà conveniente il proposito che la Geometria di posizione riesca governata in ogni sua parte da certe leggi fondamentali — come i principi di *projezione* e di *dualità* — le quali, per così dire, la informano e le imprimono il carattere: e che per via d'interpetrazioni opportune (dico alla luce d'alcune *definizioni del nome*) si possa intraveder facilmente ne' suoi risultati il complesso dei fatti componenti l'ordinaria Geometria elementare e le geometrie metriche sorelle.

Qui non è luogo a discuter sui pregi dell'uno o dell'altro di questi processi ideali: a parer mio son tutti due conseguenti e legittimi, e per vie diverse concorrono all'opera di consolidar nuove basi all'edifizio geometrico. Nondimeno al secondo indirizzo, *speculativo* od *astratto*, è da ascrivere il presente lavoro. Il quale si proporrebbe — con analisi più del solito minuta ed intrinseca, e per via di studi conformi alle cresciute esigenze speculative circa il rigore ed ai perfezionamenti recati nel metodo deduttivo dalla *Logica algebrica* — di stabilir saldamente i cardini della Geometria projettiva (vale a dire insomma di quasi tutta la moderna geometria) considerata quale scienza *ipotetica*; e però sì nel metodo, e sì ancora nelle premesse, affatto indipendente dall'*intuizione*.

Parte del materiale, che or qui si raccoglie, fu già successivamente elaborato in più memorie comparse negli anni 1895-97 con questi titoli: *Sui principî che reggono la Geometria di posizione* (" Atti della R. Acc. d. Sc. di Torino „, vol. XXX e XXXI) — *Un sistema di postulati per la Geometria projettiva astratta degl'iperspazi* (" Rivista di Matem. „, t. VI) — *Sugli enti primitivi della Geometria projettiva astratta* (" Atti di Torino „, vol. XXXII): esse verranno citate, per brevità, coi segni m_1, m_2, m_3. Ma il contenuto di queste non ricompare solamente ordinato in un tutto più coerente ed organico: esso è piuttosto rifuso, in parecchi luoghi accresciuto, in altri mutato di sana pianta. Nuovi, o al tutto riformati, i trattatelli dei *gruppi armonici*, del *segmento projettivo*, dei *sensi* o *versi* d'una retta, dell'*iperpiano projettivo*; soppresse alcune proposizioni primitive (secondo che era stato proposto ed abbozzato in m_3) altre semplificate, o ridotte in affermazioni di minor capacità deduttiva; ecc. (*).

I concetti *primitivi* o indecomposti, intorno a cui versano tutti i postulati (e sono come la materia prima d'ogni proposizione) vengono qui ridotti a due soli: il *punto projettivo* e la *congiungente due punti projettivi*. La possibilità di scomporre

(*) Le premesse fondamentali così modificate posson leggersi a pag.ne 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16, 22, 23, 26, 27, 28, 45, 54.

ogni altro concetto, quantunque elevato e complesso, di Geometria projettiva in queste due sole nozioni elementari non è stata finora, ch' io sappia, rigorosamente provata e nemmeno chiaramente affermata. Così p. es. in v. STAUDT si trova fin dal principio adoperato in guisa d'ente primitivo l'*angoloide semplice*, porzione d'una stella di semiraggi (*); in DE PAOLIS la *distanza* di due punti (che, al pari del semiraggio, non è un concetto projettivo) (**): e negli studî più recenti dei Sig.ⁱ VERONESE (***), FANO (****) ed ENRIQUES (*****) è l'idea di *moto projettivo* che, sotto le varie modificazioni di *retta ordinata*, di *ordinamento naturale* e di *sensi* o *versi* d'una retta, ecc., fa da ente primitivo col *punto* e la *retta*, senz'esser decomposta, nè definita altrimenti che per postulati (******). — Qui al contrario si definisce il *segmento projettivo* mediante il punto e la retta; e per mezzo del segmento anche la relazione del *separarsi* fra punti, gli ordini naturali e i versi d'una retta, ecc.: onde apparisce superflua e non rispondente ad alcuna diversità reale ed intrinseca la distinzione fra proprietà *di configurazione* (o circa il mutuo appartenersi di punti, rette e piani) e proprietà *di connessione* (o circa il separarsi degli elementi fra loro); poi che le une e le altre ugualmente si riducono a predicati nelle categorie projettive anzidette.

Nella scelta dei postulati si cercò di osservare i canoni del metodo strettamente deduttivo: procurando ad es. che niuno si potesse facilmente scomporre in più affermazioni distinte e di minor peso (chè, per molte ragioni, non è da imitare l'esempio tutto moderno dei postulati *composti*) — nè avesse maggiore efficacia di quella richiesta da' suoi uffici deduttivi. Il loro numero è *diciannove* per la Geometria proj.ª ordinaria, *diciassette* per la Geom.ª proj.ª nello *spazio generale* o *ambiente proj.° assoluto* (*******).

(*) *Geometrie der Lage*, n. 10.

(**) *Sui fondamenti della Geometria projettiva.* " Memorie della R. Acc. dei Lincei „, t. IX (1881).

(***) *Fondamenti di Geometria a più dimensioni ecc.* Padova, Tipogr. del Seminario, 1891.

(****) *Sui postulati fondamentali della Geometria projettiva.* " Giorn. di Matemat.° „, vol. XXX (1891).

(*****) *Sui fondamenti della Geometria projettiva.* " Rend. del R. Istit. Lomb. „, vol. XXVII, (1894).

(******) *Definizione*, in senso alquanto più stretto dell'ordinario, vorrebbesi chiamar propriamente la definizione *del nome*, consistente in una semplice imposizione di nomi a cose già note, o che si presumono acquisite alla trattazion deduttiva — esprimibili insomma dagli enti primitivi di questa per mezzo delle categorie logiche, non esclusi i processi d'*astrazione* e d'*induzione completa* (Ved. p. es. BURALI-FORTI, *Logica matematica*, cap. IV. Milano, Hoepli, 1894). Definizione *di cosa*, o d'un ente *in sè stesso*, è invece un sistema di predicati sufficienti per qualificare un soggetto ai fini deduttivi cercati: ma qui si preferisce dire in tal caso che l'ente *non è definito*. — Per altro si studierà il discorso in maniera da cansare ogni equivoco. Tutte le definizioni di questo Saggio son puramente *nominali*.

(*******) Non dispiaccia osservare che il numero dei postul.ⁱ può crescere, ancor che resti tal quale, seppur non scema, la somma di condizioni arbitrarie che per quelli s'impone; cioè l'efficacia deduttiva, o peso, di tutto il sistema. E così una diminuzione può nascere dal sostituire a certe premesse un principio equivalente al loro prodotto logico. Ma se l'aumento è da studio di scomporre i giudizî in parti elementari e distinte non si potrà biasimare; tanto più se si pensa esser questo il mezzo più acconcio a rimuovere gradatamente le affermazioni superflue. — Nemmeno è da ritenersi impossibile una Geometria *senz'alcun postulato* apparente: e per chiarirsene basta riflettere alla possibilità d'introdurre, al posto di ciascun postul.° o gruppo di postul.ⁱ, un *nome* speciale, atto a contrassegnar tutti gli enti che soddisfano a quello; il che può farsi con sole *definizioni* formali. Nomi diversi (o differenti qualifiche) starebbero per es. a distinguere i nostri enti fondamentali " punto „ e " congiungente „, secondo che questi si volesser conformi ai postulati I°-XIX°, o soltanto ai primi diciotto, ovvero ai primi diciassette, ecc.: e però le definizioni di que' nomi verrebbero a far le veci dei postul.ⁱ, quando tutte le propos.ⁱ fossero enunciate sovr'essi, e non sugli enti generici " punto „ e " retta „.

Circa la irreducibilità ulteriore di tali premesse e l'indipendenza di ciascuna dalle altre (condizioni che toccano quasi la perfezione ideale) nulla possiamo affermare in modo assoluto; per quanto lo studio accurato e paziente che vi abbiam posto ne lasci sperare di non esser troppo lontani da quelle cime (*). Ma che tutti bastino insieme alle occorrenze della Geometria di posizione, si può risolutamente affermare: e s'inferisce da ciò, che per loro mezzo è dato pervenire senz'altri sussidî al teorema fondamentale della projettività, o teorema di Staudt (§ 10): il quale, siccome fu bastantemente provato dal medesimo Staudt e da altri (**), permette alla sua volta di rappresentare per coordinate projettive i punti e le rette d'ogni spazio o forma fondamentale di data specie o dimensione — e però di ridurre ogni quistione projettiva, che possa nascere entro una forma siffatta, ad un quesito meramente algebrico. Pertanto ogni ragione o fatto pertinente al dominio della Geom.ª di posizione non potrà essere in fondo che una *combinazione logica* delle nostre proposiz.ⁱ primitive, ed un'affermazione, più o meno complessa, circa gli enti primitivi " punto proj.° „ e " congiungente due punti proj.ⁱ „ (***).

È generalmente riconosciuta l'utilità di un buon algoritmo ideografico, come strumento atto a prevenire e disciplinare il pensiero; e ad escludere le ambiguità, i sottintesi, le restrizioni mentali, le insinuazioni ed altri difetti presso che inseparabili dal comune linguaggio sì parlato che scritto — e tanto nocivi alle indagini speculative (****). Così è da tenere in gran conto l'uso metodico delle maniere e dei segni proprî alla Logica Algebrica: tanto che il non valersene affatto e trascurarne i vantaggi (segnatamente in quest'ordine di studi) parrebbe a me quasi un disprezzar di proposito il più valido mezzo di cui si possa oggi disporre per l'analisi delle idee. Le presenti ricerche furon condotte e vagliate in ogni parte alla stregua delle notazioni

---

(*) Ved. " Appendice „ in fine.

(**) *Beiträge zur G. d. L.*, §§ 19, 20, 21, 29. — Lüroth, " Math. Ann. „, Bd. 8. — Sturm, Ibidem, Bd. 9. — Fiedler, *Darstellende Geometrie*, II^e Aufl. — De Paolis, Op. cit., ecc.

(***) Si sa che la pura Scienza del Calcolo non ha postulati del suo, se ne togli i pochi principî aritmetici sulle idee primitive di *numero* (intero positivo), di *unità* e di *successivo* ad un numero: principî che noi — seguendo il Dedekind ed altri — ascriviamo piuttosto alla Logica, poichè non sembra possibile alcuna scienza deduttiva senza il loro concorso.

(****) Non è fuor di proposito il segnalar qui alcuni passi dell'opera " *Vorlesungen über neuere Geometrie* „ di M. Pasch (Leipzig; Teubner, 1882, § 12): la quale, comecchè intenta a stabilire la Geometria su nuovi principî *intuitivi* e *sperimentali*, s'acquistò ai nostri giorni un'autorità ben meritata nella critica dei fondamenti. " Einen Theil der Ausdrücke, mit deren Handhabung im täglichen " Leben wir durch frühzeitige Gewöhnung vertraut geworden sind, treffen wir in der Wissenschaft " wieder an; und wie im täglichen Leben beim Gebrauche jener Ausdrücke zugleich allerhand " Beziehungen zwischen den entsprechenden Begriffen sich mit unseren Gedanken verflechten, ohne " dass wir uns davon besondere Rechenschaft geben, so gelingt es selbst in der strengen Wissenschaft " nicht leicht, die unbewussten Beimischungen ganz fernzuhalten... Die Wissenschaft schöpft einen " Theil ihres Stoffes unmittelbar aus der Sprache des täglichen Lebens. Aus dieser Quelle sind " Ausdrucksweisen und Anschauungen, mit denen man wissenschaftliche Sätze nicht formuliren sollte, " auch in der Mathematik hineingelangt und dort die Veranlassung geworden, dass gewisse Partieen " unklar erscheinen, und dass sich zahlreiche Discussionen, namentlich über geometrische Dinge, " erhoben haben. Welche Rolle die einzelnen Begriffe und Relationen in dem Systeme spielen, " wieweit sie für das Ganze nothwendig oder entbehrlich sind, tritt nur bei absolut strenger Dar- " stellung an der Tag. Erst wenn auf solchem Wege die wesentlichen Bestandtheile vollständig " gesammelt, die überflüssigen aber ausgeschieden sind, wird man für jene Discussionen, soweit sie " nicht dadurch gegenstandslos werden, die richtige Grundlage besitzen „.

simboliche proposte dal prof. G. Peano (*) e già discretamente conosciute e adoperate in Italia. Ma lo scrivente per riguardo al maggior numero degli studiosi, anche non matematici; ed a sfuggire sin l'apparenza d'imporre al Lettore un simbolismo nuovo e non ancora abbastanza diffuso (**); ha stimato opportuno di attenersi in questa memoria (salvo poche eccezioni) alle consuete forme del dire. In conseguenza resteranno soppressi negli enunciati e nelle dimostrazioni molti particolari non veramente superflui per sè, ma difficilmente comportabili dalle scritture ordinarie; a motivo dell'eccessiva prolissità e ruvidezza che porterebbero in queste; oppur tali che sotto le vesti comuni verrebbero a perdere, almeno in gran parte, quelle doti d'esattezza e precisione, che sono il lor massimo pregio.

Si cercherà di temperare l'aridità del dettato con riflessioni opportune e varie. Molte di queste, specialmente fra le inserite al § 1, saranno di certa utilità per la lettura di tutto il resto. — E a scemare alquanto la mole di questo Saggio si useranno poche e facili abbreviazioni, delle quali rechiamo qui appresso le principali, con qualche altra avvertenza da non trascurare.

ELENCO DELLE ABBREVIAZIONI

P (Proposizione); *Df* (Definizione); *Tr* (Teorema); *Hp* (Ipotesi); *Th* (Tesi); [0] (Punto projettivo); [1] (Retta projettiva); [2] (Piano projettivo); [*n*] (Iperpiano projettivo di n^a specie).

Il termine " projettivo-a-i „ si troncherà spesso in " prj „. — Similmente il segno:

" *Cl* „, posto dopo il nome di tre o più punti proj.^{i}, denota che questi " sono allineati „ o " collineano „;

" *Cp* „, posto dopo quattro o più punti, denota ch'essi " son complanari „;

" *Arm* (a, b, c) „, dove a, b, c siano punti allineati, denota il " coniugato armonico di c risp.° ad a e b „, vale a dire l' " Armonico dopo a, b, c „.

Con " (abc) „, dove a, b, c siano punti allineati, si rappresenta il " segmento di retta terminato in a e c e contenente b „. —

I segni [0], [1], [2], ... [*n*] son tolti da H. Schubert (Math. Ann., Bd. 26); i seguenti da G. Peano (Ibidem, Bd. 37); ma questi pure saranno adoperati soltanto a guisa di abbreviazioni, senza che faccia d'uopo al Lettore nessun'altra cognizione intorno ai medesimi.

" ι „. Segno che, posto innanzi ad un ente di data classe, denota l'insieme di tutti gl'individui che si hanno per eguali al medesimo risp.° alla classe. Può leggersi " eguale a „, ovvero " coincidente con „ (Ved. § 1).

" $\in$ „. Precede sempre un nome comune, vale a dire il segno d'una classe, e segue il nome, od i nomi, d'uno o più individui di questa. Può intendersi e leggersi come " è un ... „, " sono dei ... „, " appartiene ad ... „.

" $\cup$ „. Posto fra due nomi comuni denota la " somma logica „ delle due classi, cioè l'insieme di tutti gl'individui che appartengono indistintamente all'una od all'altra. Può leggersi " o „, " ovvero „.

" $\cap$ „. Posto fra due nomi comuni rappresenta il " prodotto logico „ delle due classi, vale a dire il complesso di tutti gl'individui comuni alle medesime. Si può leggere " e „, " insieme con „.

" $\sim$ „. Segno di nègazione, sta invece di " non „. Per es. " $\sim \in \iota$ „ esprime " non è un uguale ad... „; e se k è un nome comune, a un nome proprio, la scrittura " $k \sim \iota a$ „ denota la classe dei " k non eguali ad a „ (cioè diversi o distiuti da a).

(*) Ved. specialmente il *Formulaire de mathématique publié par la* " Rivista di matematica „. voll. I e II (Torino, Bocca, 1894-97).

(**) Fu un tempo, in cui chiedevasi venia al Lettore per ogni termine o segno inusitato, che si volesse introdurre nel discorso!

") " Posto in mezzo a due classi vuol dire che la prima (a sinistra) " è contenuta " o " giace " nell'altra: ossia che ogni individuo dell'una appartiene anche all'altra.

" = " Fra due classi denota qualmente ciascuna è contenuta nell'altra. Fra individui d'una classe sostituisce il gruppo di segni " $\epsilon\iota$ ". —

La scrittura $P1$, $P2$, ... designa, o richiama, le proposiz.^{i} 1^{a}, 2^{a}, ...; e, se non è accompagnata da nessuna citazione di §, deve riferirsi al § corrente. Il segno " $IpP5$ " val quanto " Ipotesi della $P5$ ". E il simbolo $\binom{d\,c\,a}{a\,b\,c}P7\,\S 2$ denota la $P7$ del §2, nella quale i nomi degli enti a, b, c siano rispettiv.^{e} mutati negli altri d, e, a.

Si adopera, sull'esempio di molti, anche il segno " $\equiv$ " in luogo della frase " è uguale per definizione ad ". Così $\pi \equiv abc$, dove a, b, c siano punti non complanari, significa " π è il piano abc ", oppure " chiamando π il piano abc ... ".

Le dimostrazioni saranno chiuse generalmente fra parentesi quadre " [ ] ".

§ 1°.

Gli enti primitivi (*).

Carattere principalissimo degli *enti primitivi* d'un qualsivoglia sistema ipotetico-deduttivo è l'esser questi capaci d'interpetrazioni arbitrarie, dentro certi confini assegnati dalle *proposizioni primitive* (*assiomi* o *postulati*). In altri termini il contenuto ideale delle parole o dei segni, che dinotano un qualche soggetto primitivo, è determinato soltanto dalle prop.^{i} primit.^{e} che versano intorno al medesimo: e il Lettore ha facoltà di annettere a quelle parole e a que' segni un significato *ad libitum*, purchè questo sia compatibile con gli attributi generici imposti a quell'ente dalle propos.^{i} primit.^{e} (**). Così è delle parole " punto projettivo " e del segno " [0] ", che s'introducono qui per rappresentare un medesimo ente primitivo. L'arbitrarietà che spetta al loro contenuto sarà diminuita per gradi dai postulati, che verremo assegnando man mano.

POSTULATO I°.

P1. **Il " punto projettivo ", significato anche da " [0] " è una classe.**

Al termine *classe* si annette puramente il valore di *gruppo, varietà, collezione, idea generale:* sicchè la propos.^{e} anzidetta può aversi per equivalente a quest'altra: " il segno [0] è un nome comune ". All'idea di *classe* fa riscontro quella d'*individuo,* come al nome *comune* il nome *proprio.* S'indica la relazione di appartenenza, o spettanza, che subordina l'individuo alla classe (il soggetto all'attributo d'una proposiz.^{e} semplice) mediante il segno " ϵ " (ved. l'Introduz.^{e}). Così le scritture abbreviate " $a \epsilon k$ ", " $a, b \epsilon k$ ", k essendo una classe, denotano " a è un k ", " a e b sono individui di k ". Ma certe esigenze di stile imporranno talvolta le diciture " a giace in k ", " k passa per a, b — o contiene a, b ",

(*) Cfr. m_1, §§ 2, 3, ... 6; m_2, § 2; m_3, §§ 1, 2.

(**) " Es muss in der That, wenn anders die Geometrie wirklich deductiv sein soll, der Process " des Folgerns überall unabhängig sein vom *Sinn* der geometrischen Begriffe, wie er unabhängig " sein muss von den Figuren; nur die in den benutzten Sätzen, beziehungsweise Definitionen, niedergelegten *Beziehungen* zwischen den geometrischen Begriffen dürfen in Betracht kommen ". Pasch, Op. cit., § 12. — Ved. anche la Nota in Appendice.

ed altre consimili, per cui siam soliti esprimere quella relazione in Geometria.

Grazie a P1, la propos.e condizionale " x è un punto prj. „, o " $x \in [0]$ „ ha sempre un significato: ma potrebb'essere assurda; giacchè non è detto che il " punto prj „ sia una classe " non nulla „. Si sa che i Logici dànno ragione eziandio delle classi *vuote* o *illusorie*, cui non spetta alcun individuo, e che son quasi come lo zero fra i numeri. Onde la convenienza d'accettare il seguente:

POSTULATO II°.

P2. **Esiste almeno un punto projettivo.**

Cioè " $[0]$ non è classe illusoria „.

P3-*Df.* " Si chiama *figura* o *forma* ogni classe di punti prj. — Dire che una figura φ è " *contenuta*, o *giace*, in un'altra ψ (φ, ψ) val quanto affermare che ogni punto " di φ spetta anche a ψ. Se inoltre ogni punto di ψ è anche punto di φ, le due " figure si dicono *eguali* fra loro, o *coincidenti* $(\varphi = \psi)$. „

Il " punto prj „ è pertanto una figura; anzi la " massima figura „: però che ogni altra è contenuta in questa. Insomma " $[0]$ „ è il medesimo che " classe *dei* punti prj „; come il termine " punto prj „ è anche sinonimo di *spazio* o *ambiente* projettivo.

P4-*Df.* " Se a è un punto prj, dicesi " *eguale ad* a „, o " *coincidente con* a „, o " ιa „ " ciascun punto prj il quale appartenga ad ogni figura contenente a. In altri " termini, le locuzioni " x è uguale ad a „, " x coincide con a „ ($x \in \iota a$, " come pure $x = a$) sono invece di: " x è un punto prj, e non esiste figura che " passi per a senza passare per x „ „ (*).

Cosicchè " x non coincide con a „ $(x \sim = a)$ vuol dire: " esiste una classe di punti che comprende a, ed x non è individuo di questa „ — L'*eguaglianza* così definita presenta i caratteri che si richiedon per solito nell'eguaglianza fra individui d'una classe qualsiasi (attributi dell'eguaglianza); essi sono principalmente i seguenti:

P5-*Tr.* " 1a) Se a è un punto prj, l'" eguale ad a „, o " ιa „, è una classe di " punti prj, cui appartiene anche a; vale a dire: " a coincide sempre con a „, " " $a \in \iota a$ „ (proprietà *riflessiva*) — 2a) Se inoltre $b = a$ e $c = b$, si deduce che " $c = a$ (proprietà *transitiva*) — 3a) Da $b = a$ nasce $a = b$ (proprietà *simmetrica*). „ [Invero, perchè fosse $a \sim = b$, dovrebbe esistere una figura φ contenente b fra i suoi punti, e non passante per a (P4): sicchè la figura dei punti esclusi da φ — cioè la classe $[0] \sim \varphi$, complemento di φ rispetto a $[0]$ — conterrebbe a, ma non b; contrariamente all'Hp $b = a$.] (**)

Anzi che " i punti a e b non coincidono „ si dice spesso " a e b son *distinti*, o *diversi* fra loro „ (V. l'Introd.e). E dicendosi " $a, b, c, \ldots$ sono punti distinti „ s'intende di escluder senz'altro, che due qualunque di essi coincidano. — Non

(*) Cfr. Peano, *Studi di Logica Matematica*, pag. 19 (" Atti di Torino „, vol. XXXII, 1897).
(**) Ved. *Formul. de Math.* (op. cit.), t. II, §1, P80-85.

sempre l'uso delle nozioni e dei fatti racchiusi nelle anzidette propos. 3, 4 e 5 verrà segnalato al Lettore: benchè possa dirsi, che non una delle nostre deduzioni, o pochissime, ne vadano esenti. Ma di quei principî, e di qualche altra osservazione del presente §, è da tener buon conto per la retta intelligenza di questo e dei seguenti §§.

POSTULATO III°.

P6. **Se a è un punto prj, esiste almeno un punto prj non coincidente con a.**
Si afferma cioè (sotto l'Hp " $a \in [0]$ ") che non sia illusoria la classe " $[0]\sim\iota a$ ", prodotto logico delle classi " punto prj " e " non eguale ad a "; ossia che la propos. condizionale composta " $x \in [0]$ ed $x \in \sim\iota a$ " non è assurda rispetto ad x. — Dall'insieme delle P2, P6 si deduce che non è assurda (impossibile a verificarsi) nemmeno la propos. condiz.ᵉ: " x ed y sono punti prj non coincidenti "; vale a dire:

P7-*Tr.* " Esistono almeno due punti prj distinti ".

Ora, posto che a, b siano punti prj distinti, con la frase " *congiungente* a con b ", o col simbolo " ab ", si conviene di rappresentare un nuovo ente primitivo: al quale si attribuisce intanto la qualità di classe di punti prj. o figura, mediante i due giudizî seguenti:

POSTULATI IV° E V°.

P8. **Se a, b sono punti projettivi, e b non coincide con a, la " congiungente a con b " — significata pure in " ab " — è una classe; e ciascun individuo della medesima un punto projettivo.**
È quanto ammettere in somma che, in quell'Hp, ab denoti sempre una classe contenuta in $[0]$ — Di poi si stabilisce altresì che $ab \supset ba$: vale a dire:

POSTULATO VI°.

P9. **Se a e b son punti projettivi, b essendo diverso da a, la congiungente di a con b sarà tutta contenuta nella congiungente di b con a.**
Onde il teorema:

P10-*Tr.* " Essendo a e b punti prj distinti, ciascuna delle due congiungenti ab, ba " sarà contenuta nell'altra: cioè queste figure saranno eguali fra loro, o coin- " cidenti. " [Segue da P9 e $\binom{b,a}{a,b}$P9, atteso le P8.3.]

POSTULATO VII°.

P11. **Se a, b sono punti projettivi distinti, a deve appartenere alla congiungente a con b.**
Cioè dall'Hp " $a, b \in [0], b\sim = a$ " si deduce la Th " $a \in ab$ ".

P12-*Tr.* " Essendo a, b come sopra, ciascuno di essi dovrà giacere nella congiungente a con b. „ [Dall'*Hp* e da $\binom{b}{a,\,b}\binom{a}{b}$P11 si deduce $b \in ba$: onde, per P10, 11, la *Th.*]

Così resta provato che la classe ab non è nulla, sotto la stessa HpP11: ma giova conceder di più, che questa figura contenga almeno un punto diverso da a e da b; vale a dire:

POSTULATO VIII°.

P13. Essendo a, b punti projettivi e b diverso da a, nella congiungente ab giace almeno un punto projettivo non coincidente con a nè con b.

Cioè: la classe " $ab \sim \iota a \sim \iota b$ „ non è nulla. — L'uso dei postulati *esistenziali*, come il II°, III°, VIII°, è abbastanza ristretto: non occorrendo che raramente di doverli invocare per la dimostrazione d'un teorema. Questo accade, perchè nelle ipotesi de' nostri teoremi è quasi sempre affermata l'esistenza di tutti gli elementi, che occorrono nelle dimostrazioni. — L'importanza di quelle proposizioni esistenziali è più *critica*, che *deduttiva:* in quanto servono le più volte a giustificar le ipotesi dei varî teoremi; a rimuovere il dubbio, che queste siano impossibili a verificarsi, e però le conseguenze loro di niuno interesse speculativo o pratico.

Non sarà superfluo avvertire, una volta per sempre, che il giudizio " da $P(a, b, c, \ldots)$ si deduce $Q(a, b, c, \ldots)$ „ — dove P e Q siano proposiz.i negli enti rappresentati dalle lettere $a, b, c, \ldots$ mutabili ad arbitrio, cioè non aventi significato indipendente da quello che è loro assegnato in P — è da ritenersi il medesimo che: " qualunque siano $a, b, c, \ldots$, se per essi è vera $P(a . b . c, \ldots)$ sarà altresì vera $Q(a . b . c, \ldots)$; chi di questi enti asserisce P, non può negar Q pei medesimi „. Alle volte si deduce soltanto *rispetto ad alcuni* degli enti $a, b, c, \ldots$, senza verun riguardo agli altri: ma ciò si dirà espressamente, ove non sia chiaro per sè. — È da por mente anche al retto uso dei termini " è uguale a „, " equivale ad „. ecc., interposti fra due propos.i, p. e. P e Q: per mezzo dei quali s'intende esprimere il fatto che " da P si deduce Q e da Q si deduce P „, ossia che ciascuna delle due propos.i è conseguenza dell'altra; sia che questo abbia effetto dalla sola definizione di P o di Q (eguaglianza *nominale*, " $\equiv$ „); o sia pure a motivo di principî già consentiti (eguaglianza *reale*, apodittica, " $=$ „) come le più volte accade (*).

POSTULATO IX°.

P14. Posto che a e b siano punti projettivi, b non coincidente con a; se avvien che un punto c appartenga alla congiungente a con b senza coincider con a, bisognerà che il punto b appartenga alla congiungente a con c.

(*) Sì l'eguaglianza fra proposizioni, come quella fra classi di punti o figure (P3), fruiscono delle proprietà riflessiva, transitiva e simmetrica (Cfr. P5): ond'è che all'idea di figura o di proposizione si potrebbe congiunger secondo regole note un nuovo ente astratto, il *contenuto* di una figura e la *capacità deduttiva* o *peso* d'una proposizione: riguardando ad es. l'equivalenza di due propos.i come un'eguaglianza nelle loro capacità deduttive.

P15-*Tr.* " Se a, b, c sono punti prj, b e c sendo ambedue diversi da a, ciascuna " delle due propos.^{i} " $c \epsilon ab$ „, " $b \epsilon ac$ „ sarà conseguenza dell'altra. „ [Così a motivo delle P14 e $\binom{c}{a,b}$P14.]

P16-*Tr.* " Essendo a, b, c punti prj, b diverso da a, e c diverso da b, saranno equi- " valenti fra loro le due propos.^{i} " $c \epsilon ab$ „, " $a \epsilon bc$ „ „ [Dall'*Hp* e dalla P10 si ha l'eguaglianza fra le propos.^{i} " $c \epsilon ab$ „, " $c \epsilon ba$ „: ma la seconda di queste, in virtù di $\binom{b}{a,b}$P15, equivale alla proposizione " $a \epsilon bc$ „.]

POSTULATO X°.

P17. **Sotto le ipotesi del Postulato IX°, la congiungente a con c sarà contenuta dalla congiungente a con b.**

P18-*Tr.* " Anzi le due congiungenti ab ed ac coincideranno. „ [Dall'*Hp* e dalle P14,8 consegue che $c \epsilon [0]$, e $b \epsilon ac$: onde, in virtù di $\binom{c}{b,c}$P17 e P17, ciascuna delle figure ab, ac sarà contenuta nell'altra.]

P19-*Tr.* " Dall'essere a, b punti prj non coincidenti, e c un punto di ab diverso da b, " si deduce che le congiungenti ab e bc coincidono. „ [Dall'*Hp* nasce (P9) che c appartiene a ba: perciò, invocando $\binom{b}{a,b}$P18, si deduce $ba = bc$. Ma dall'*Hp* segue altresì (P10), che $ab = ba$: quindi anche la *Th*: trattandosi di uguaglianze fra classi, per cui si verifica la proprietà transitiva.]

Nella dimostr.^{e} precedente si è omessa la citazione di P8, $\binom{b,a}{a,b}$P8, $\binom{b,c}{a,b}$P8: e non di rado anche appresso si lasceranno cader dal discorso quelle propos.^{i} ov'è detto soltanto, che certi enti onde si parla siano classi di punti, o figure.

P20-*Tr.* " Dati i punti prj a e b distinti fra loro, se un punto c appartenga ad ab " senza cadere in a nè in b, le figure ac e bc coincideranno. „ [Dall'insieme delle P18,19.]

Il Tr seguente non è da aversi come superfluo, data la nostra definizione dell'eguaglianza fra punti (P4):

P21-*Tr.* " Se a, b siano punti prj non coincidenti e c, d punti rispettiv.^{e} uguali ad " a, b, ciascuna delle due congiungenti ab, cd sarà contenuta nell'altra. „ [Dall'*Hp* in quanto concerne a, b, c, e dalle P8,4,5 si deduce che $c \epsilon ab$ e $c\sim = b$; quindi ancora, in forza di P19, $ab = bc$. Ma l'ipotesi circa i punti a, b, c non è infirmata dalla sostituzione $\binom{b,c,d}{a,b,c}$ — rientra cioè nell'*Hp* dopo un tal cangiamento, poi che b e c non coincidono. Dunque l'*Hp* involge eziandio le relazioni $d\sim = c$, $bc = cd$, e p. c. la *Th*.]

Questa P21 afferma in sostanza, che nei punti prj vale il *principio di sostituzione,* rispetto al contenuto di una congiungente arbitraria. E di qui nasce eziandio la facoltà di sostituire punti con punti eguali (nei riguardi di contenente a contenuto, e viceversa) anche in figure molto men semplici, ma definite per via di punti e congiungenti: facoltà di cui ci varremo alcuna volta, senza ulteriori ragguagli.

A motivo delle P12, 16 le P18, 19 e 20 sono parzialmente invertibili: di guisa che sussistono ancora i seguenti:

P22-*Tr.* " Posto che a, b, c siano punti prj, ed a non coincida con b o con c; delle " due affermazioni " c appartiene ad ab „ e " le figure ab ed ac coincidono „ " ciascuna sarà conseguenza dell'altra. „

P23-*Tr.* " Se a, b, c siano punti prj, b diverso da a, e c diverso da b, saranno equi- " valenti fra loro le due propos.[i] " $c \in ab$ „ e " $ab = bc$. „ „

P24-*Tr.* " Dal supporre che a, b, c siano punti prj l'un l'altro distinti, si deduce " l'equivalenza dei giudizi " $c \in ab$ „, " $ac = bc$ „. „

A chiuder questo capitolo verrà una propos.[e] fondamentale nota per solito in una delle forme seguenti: " La congiungente due punti distinti è individuata da una coppia qualunque de' suoi punti, purchè non coincidenti „ — " due congiungenti, le quali abbian due punti a comune, coincidono „ — " per due punti non passa più d'una retta „ — ecc.

P25-*Tr.* " Dato che a, b siano punti prj non coincidenti, e che c, d sian punti prj " appartenenti ad ab, ma diversi fra loro, è forza che le congiungenti ab e cd " coincidano. „ [Dall'*Hp* e dagli attributi dell'eguaglianza (P5) risulta che c non può coincider con a e con b ad un tempo: ora se c è distinto da a, ne verrà dalla P18 che $ab = ac$ e, p. e., che $d \in ac$; e di qui, conforme a $\binom{c,d}{b,c}$P19, anche $ac = cd$ e finalmente $ab = cd$. Se all'incontro c è distinto da b, la P19 fa essere $ab = bc$, $d \in bc$: d'onde la stessa P19, o piuttosto $\binom{b,c,d}{a,b,c}$P19, fa uscire $bc = cd$, e p. e. anche $ab = cd$.] — Questa proposizione — ammessa qual postulato in recenti lavori (*) — emerge da relazioni di lei alquanto più semplici: atteso che, p. es., il Postulato IX° (da cui principalmente deriva) esprime bensì un giudizio dello stesso genere di P25, ma sopra un minor numero di punti.

§ 2°.

La relazione d'allineamento e la retta projettiva.

P1-*Df.* " Essendo a, b, c punti prj, con una qualunque delle forme verbali " a, b, c " *collineano* „, o " *son collineari* „, o " *sono allineati* „ si vuol significare " il fatto, o giudizio, espresso nei termini seguenti: " esistono due punti prj x, y, " distinti fra loro e tali, che a, b, c stiano insieme nella congiungente x con y „. " Il medesimo si afferma eziandio con la scrittura " $(a, b, c)Ci$ „. „

Resta così definita una certa relazione fra tre punti prj, *simmetrica* rispetto ai medesimi, e significata per le parole " sono allineati „, o " collineano „; e quindi anche la relazione contraria, o negazione di quella: cosicchè, in somma dire che " tre punti sono, o non sono, allineati „ val quanto affermare — o rispettiv.[e] negare — l'esistenza di due punti prj distinti e tali che la lor

(*) Veronese, Op. cit., pagg. 214, 244. — F. Amodeo, *Quali possono essere i postulati* etc., § 1 (" Atti di Torino „, v. XXVI, 1891). Ved. ancora m_3, § 1 in nota; e il " Periodico di Matematica „ del Dr. G. Lazzeri, al fasc. sett.-ottobre 1897. — Fano, loc. cit., § 1.

congiungente passi per tutti e tre „. — Si tratta qui d'una convenzione formale (come son tutte le definizioni del nome), per cui si riesce ad una maggior facilità di concepire e parlare: di un'abbreviatura ne' segni, rispondente ad una condensazione d'idee.

P2-*Tr.* " Dato che a, b siano punti prj non coincidenti, e che c sia un punto di ab, " ne risulta che i punti a, b, c collineano „. [L'*Hp* concede in esplicito l'esistenza dei punti distinti a e b, pei quali — in virtù di P12 § 1 — sussiste la relazione $a, b, c \epsilon ab$: dunque essa involge la *Th*, per via di $\binom{a,b}{x,y}$P1.]

P3-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj collineari, e b non coincide con a, forza è che c " appartenga ad ab „. [Dall'ammettere (oltre l'*Hp*) che x, y sian punti prj distinti, e che $a, b, c \epsilon xy$, si deduce, allegando $\binom{x,y,a,b}{a,b,c,d}$P25 § 1, che $xy = ab$. e p. c. la *Th*. Ma l'esistenza di così fatti punti x, y viene ammessa con l'*Hp* in virtù di P1: dunque la *Th* è conseguenza dell'*Hp*.]

L'esistenza di almeno tre punti *non* allineati si potrebbe negare al presente, poichè non segue dai principî accolti fin qui. Ad essa provvede il seguente principio; il quale per altro non verrà usato a scopi deduttivi prima del § 4.

POSTULATO XI°.

P4. **Posto che a, b siano punti projettivi distinti, dovrà esistere almeno un punto projettivo non appartenente ad ab.**

P5-*Tr.* " Sotto l'ipotesi " a, b, c sono punti prj e b non coincide con a „ saranno " equivalenti fra loro le proposiz.[i] " a, b, c collineano „ e " c appartiene ad ab „ " — e però equivalenti eziandio le negazioni di queste. „ [È il prodotto logico delle P2, 3.]

P6-*Tr.* " Tre punti prj a, b, c son per certo allineati, se due di essi coincidono. „ [Poniamo, ad es., che c coincida con a. Allora, se $b \sim = a$, basta invocar la P2: dal momento che $a \epsilon ab$ e p. c. anche $c \epsilon ab$ (*Hp* e P11, 5 § 1). Se all'incontro $b = a$. esisterà nondimeno un punto x diverso da a (P6 § 1): cosicchè, potendo all'*Hp* congiunger la propos.[e] " $x \epsilon [0] \sim_1 a$ „, ne verrà similmente " $a, b, c \epsilon ax$ „. e con questo la *Th* in virtù di $\binom{a,x}{x,y}$P1. — Le altre parti del *Tr* si traggon di qui con le sostituzioni $\binom{b,a}{a,b}$, $\binom{c,b}{b,c}$; perchè la relazione d'allineamento è simmetrica (P1).]

P7-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj non collineari, non potrà darsi che due di essi coin- " cidano „. [Giudizio equivalente a P6, per un notissimo principio di Logica.]

P8-*Tr.* " Nè che uno di essi appartenga alla congiungente degli altri. „ [Questo rientra in P5, grazie alla precedente P7 ed alle P15, 16 § 1.]

P9-*Tr.* " Inoltre ogni ab sarà distinto da c, come ogni ac distinto da b, e ogni bc " distinto da a. „ [Conseguenza di P8 e di P4, 2, 8 § 1.]

P10-*Tr.* " Sotto la stessa HpP7, non esiste un punto comune alle tre congiungenti " ab, ac, bc. „ [L'assurdità della propos.[e] condizionale composta " $y = a$ ed $y \epsilon bc$ „ — e quindi, a fortiori, dell'altra " $y = a$, $y \epsilon ab \cap ac \cap bc$ „ — segue immediata-

mente dall'*Hp* e dalla P9. Ma neppur l'esistenza d'un punto y soddisfacente ad " $y \sim= a$ ed $y \in ab \cap ac \cap bc$ " sarà consentita dall'*Hp*: però che da questa, in virtù di P7, 5 e di P24 § 1, si deduce $ab \sim= ac$; dove la detta condizione imporerebbe, a tenor di $(\frac{a}{a})$-,$(\frac{a,y}{b,c})$P18 § 1. le eguaglianze $ab = ay$, $ac = ay$ e p. c. $ab = ac$. Ora la somma logica di quelle due propos.^{i} assurde rispetto ad y è la propos.^{e} (assurda) $y \in ab \cap ac \cap bc$.]

P11-*Tr.* " Tre punti prj a, b, c saranno al certo collineari, ove esista un punto prj d " allineato tanto con a e b, quanto con a e c, ma non coincidente con a. " [Dall'ammettere insieme che $a, b, c \in [0]$, che $d \in [0] \sim\iota a$, che $(a.b.d)Cl$ e similmente $(a.c.d)Cl$, si deduce qualunque sia d — per le $(\frac{d}{a})$P11 § 1 e $(\frac{d,b}{b,c})$-,$(\frac{d}{a})$P3 — che $a, b, c \in ad$, e p. c. che $(a, b, c)Cl$ in forza di $(\frac{a,d}{x,y})$P1.] — Comecchè diversa in aspetto, la proposizione che segue è deduttivamente uguale a P11.

P12-*Tr.* " Dall'essere a, b, c punti prj non allineati e d un punto prj distinto da a " si deduce o che a, b, d non collineano, o che a, c, d non collineano. "

P13-*Tr.* " Se $a.b.c.d$ son punti prj tali, che a, b, d — come pure $a.c.d$ e b, c, d — " collineano, saranno allineati anche i punti $a.b.c$. " Cioè " se in quattro punti " prj si contano tre allineamenti, ce ne dev'essere un quarto ". [Se $d = a$, l'*Hp* contiene esplicitamente la *Th* in virtù di P1 e dei soliti attributi dell'eguaglianza fra punti. Se all'incontro $d \sim= a$, si ricade in P11.]

P14-*Tr.* " Se, essendo a, b, c punti prj non collineari, d sia un punto prj arbitrario, " allora o non saranno allineati $a.b.d$ — o non saranno a, c, d — o non saranno " $b.c.d$. " [" P14 " = " P13 ".]

Dati i punti prj distinti a e b, l'ente " ab ", o " congiungente a con b ", è una figura determinata ed unica; ma, ove si astragga da que' punti speciali, si perviene alla nozione generica di " congiungente due punti distinti "; di un ente cioè, che si può concepire in senso collettivo quale insieme di tutte le congiungenti possibili. A questo si dà il nome di " retta projettiva ".

P15-*Df.* " Col nome di " *retta projettiva* " — o col segno " [1] " — si rappre- " senta la classe o varietà di tutte le figure, per ognuna delle quali si posson " trovare due punti prj distinti, dei quali essa sia la congiungente. " — In altri termini il dire che " r è una *retta projettiva* " val quanto affermare che " esistono due punti prj non coincidenti x, y; ed r è, sotto altro nome, la congiungente xy di questi ".

L'ente " [1] " così definito non è propriamente una classe di punti prj, bensì una " classe di classi di punti "; il che dona un significato preciso alla propos.^{e} composta " $r \in [1], x \in r$ ". E questa " classe di figure " non è per certo illusoria. Che esistano rette projettive si ritrae senza più da P15, presenti le P7 § 1 e P4: ma dai postulati ammessi fin qui si potrebbe inferir l'esistenza di almeno *sei* punti distinti e *sei* rette distinte. — In grazia della Df predetta si potrebbero alquanto semplificar gli enunciati di alcune fra le propos.^{i} antecedenti. Così p. e. al posto delle P1, 4 subentrano ora immediatamente quest'altre due:

P16-*Tr.* " Se a, b, c siano punti prj, il giudizio " a, b, c collineano „ sarà equivalente " all'asserire " esiste una retta prj contenente a, b e c „. „

P17-*Tr.* " Data una retta prj, esiste almeno un punto che non le appartiene. „

Ma forse non parrà disconveniente a uno studio de' principî l'aver dato un posto più segnalato al concetto di *allineamento:* che è quanto dire alla più semplice relazion *projettiva* che da *tre* punti prj sia consentita: — come la *coincidenza* (§ 1) è il più semplice, anzi l'unico vincolo projettivo che possa vedersi in *due* punti.

§ 3°.

La visuale d'una forma e il piano projettivo (*).

Ogni qualvolta sian dati una forma φ (una classe, o varietà di punti prj) ed un punto prj p, le congiungenti di p coi singoli punti di φ diversi da p occupano in fascio una nuova figura, la quale comprende ogni punto prj allineato con p e con un qualche punto di φ diverso da p. Questa figura, generata per mezzo di φ e di p, si può chiamar " visuale (*Schein*) della forma φ dal punto prj p „, e ad indicarla basterà il doppio segno " $p\varphi$ „ (**).

P1-*Df.* " Essendo p un punto prj e φ una figura, la " *visuale di* φ *da* p „, o " congiungente di p con φ „ — significata in " $p\varphi$ „ — è il luogo d'ogni punto " prj x, a cui sia possibil coordinare in φ un altro punto y diverso da p, per " modo che x appartenga ad ay. „ Cioè " la classe di tutti quegli x, per cui non è assurda rispetto ad y la proposizione (condizionale in x, y): $y \in \varphi \sim \iota p$ ed $x \in py$ „.

P2-*Tr.* " Qualunque sia la forma φ e il punto prj p, ogni punto di φ non coincidente con p dovrà appartenere alla visuale di φ da p „. Cioè sarà sempre $\varphi \sim \iota p \supset p\varphi$. [Nell'*Hp*, se x è un punto qualsivoglia di φ, purchè distinto da p, la propos.^{e} condizionale " $x \in \varphi \sim \iota p$. $x \in px$ „ sarà sempre verificata da quello, grazie ad $(\frac{p,x}{a,b})$P12 § 1: e di qui, conforme a $(\frac{x}{y})$P1, si deduce la *Th.* — Non si esclude che φ sia una classe illusoria, nè che sia tutta condensata in p.]

P3-*Tr.* " La visuale d'una figura φ da un punto prj p conterrà φ e p, se esista " almeno un punto di φ non coincidente con p. „ [In virtù di $(\frac{p}{x})$P1 l'asserto " $p \in p\varphi$ „ denota soltanto che la propos.^{e} composta " $y \in \varphi \sim \iota p$ e $p \in py$ „ non è assurda rispetto ad y: ma questo è vero in *Hp*, a tenor di $(\frac{p,y}{a,b})$P11 § 1. Il resto segue dalla P2.]

(*) V. m_1, §§ 4, 5.

(**) Il quale, più che alla figura occupata, sta bene alla classe, o fascio, di quelle congiungenti: ma qui è preso nella prima accezione, non avendo l'altra mai luogo. — Il concetto di " visuale „ è racchiuso in quello più generale di " prodotto esterno projettivo di due figure „, che nasce al congiungere in tutti i modi possibili un punto dell'una con un punto dell'altra per mezzo di rette projettive (laddove nel prodotto esterno, o progressivo, di H. Grassmann le congiungenti sono segmenti euclidei).

P4-*Tr.* " Se a, b, p sono punti prj, ed a, b distinti fra loro, le figure pab e pba " coincidono. „ [Dall'*Hp* e dalla P10 § 1 si desume l'equivalenza delle due propos.^{i} condiz.^{li} " $y \epsilon ab$ „ e " $y \epsilon ba$ „, e però anche — giusta P8 § 1 e $\binom{p,ab}{a,\varphi}$-$\binom{p,ba}{a,\varphi}$P1 — l'equivalenza delle due condizioni " $x \epsilon pab$ „ e " $x \epsilon pba$ „. — Per questo modo si prova altresì l'eguaglianza, o coincidenza, delle visuali di più forme coincidenti prese da un medesimo punto, o da punti coincidenti.]

P5-*Tr.* " Se a, b siano punti prj distinti e p un punto qualsivoglia di ab, la figura " pab coinciderà con ab. „ [Per *Hp* sarà p distinto dall'uno o dall'altro dei punti a e b (P5 § 1). Ora, se $p \sim = a$, si deduce invocando $\binom{p}{c}$P18 § 1, che $ab = ap$: sicchè la propos.^{e} condiz.^{le} " $y \epsilon ab \sim \imath p$ „ (atteso anche a P8 § 1) risulterà equivalente all'altra " $y \epsilon [0], y \epsilon ap \sim \imath p$ „; e questa, in forza di $\binom{p,y}{b,c}$P23 § 1, all'altra " $y \epsilon [0] \sim \imath p, ap = py$ „; e questa infine alla " $y \epsilon [0] \sim \imath p, ab = py$ „. Insomma la condizione (in x) " $x \epsilon pab$ „ — che secondo P1 equivale all'affermare qualmente la " $y \epsilon ab \sim \imath p, x \epsilon py$ „ non è assurda rispetto ad y — si risolve nella condizione " $x \epsilon ab$ „, e nella propos.^{e} categorica vera " esiste un punto y diverso da p e tale che $ab = py$ „ (vera dal momento che $a \sim = p$, e $ab = pa$, come vogliono $\binom{p}{c}$P18 § 1 e $\binom{p}{b}$P10 § 1): per cons.^{a} sussiste l'eguaglianza $pab = ab$. E di qui, per via della sostituzione $\binom{b,a}{a,b}$ e avuto riguardo alle P10 § 1 e P4, ne viene altresì che la *Th* è conseguenza dell'*Hp* e dell'altra supposizione " $p \sim = b$ „.]

P6-*Tr.* " Posto che a, b, c sian punti prj non collineari, la congiungente a con bc " — ovver la figura abc — sarà il luogo d'ogni punto x, per cui si verifichi nella retta bc l'esistenza d'un punto y tale, che x appartenga ad ay „. [Grazie a P7, 9 § 2 l'*Hp* implica che b e c non coincidano, e che ogni punto della retta proj.^{a} bc sia diverso dal punto a: ma con ciò si equivalgono le proposizioni " $y \epsilon bc \sim \imath a$ „ ed " $y \epsilon bc$ „, e resta sol da invocare la $\binom{a,bc}{p,\varphi}$P1.]

P7-*Tr.* " In detta HpP6, la congiungente di a con bc conterrà i punti a, b, c e le loro " congiungenti ab, ac, bc. „ [Che " $bc \supset abc$ „ consegue dall'*Hp* e dalla $\binom{a,bc}{p,\varphi}$P3: perchè — a motivo delle $\binom{b,c}{a,b}$P8, 11 § 1 e P7 § 2 — il punto b deve appartenere a bc senza coincider con a. Ora tutti i punti di ab verificano la condizione (in x) " $b \epsilon bc$ ed $x \epsilon ab$ „; dunque anch'essi appartengono alla figura abc, grazie al Tr preced. Ecc.]

P8-*Tr.* " Se, data la stessa HpP6, d sia un punto prj non coincidente con a, saranno " equivalenti fra loro le due propos.^{i} " d appartiene alla figura abc „, ed " esiste " almeno un punto comune a tutte due le congiungenti ad e bc (le rette ad e bc " *s'incontrano*) „. „ [Invero dall'*Hp* e dalle P7, 9 § 2 s'inferisce che i punti b e c non coincidono, e che ogni appartenente a bc sarà un punto prj distinto da a. Ne viene, atteso la $\binom{y,d}{b,e}$P15 § 1, che le propos.^{i} condizionali (in y) " $y \epsilon bc$, $d \epsilon ay$ „ ed " $y \epsilon bc, y \epsilon ad$ „ si equivalgono: e da ciò la *Th* a tenor di P6.]

Dalle molteplici interpetrazioni, di cui son capaci al presente i due segni [0] ed [1], non è esclusa quella di *punto Euclideo, retta Euclidea* (nè quella di *punto* e *retta Lobatschewskiani* o *Riemanniani* (*)); diguisachè tutto ciò che

(*) Riemanniani, s'intende, di 1ª specie; quali ad es., nel campo euclideo, le rette illimitate concorrenti in un punto e i loro fasci.

precede si potrebbe anche ascrivere alla *Geometria elementare*. Non così tutte le proposiz.[i] che vengono appresso: dacchè il postulato seguente attribuisce fin d'ora agli enti primitivi " punto prj „ e " congiungente due punti prj „ un carattere, che non conviene al punto e alla retta d'Euclide o di Lobatschewski.

POSTULATO XII°.

P9. **Se a, b, c son punti projettivi non allineati, ed inoltre a' è un bc diverso da b e da c, e b' un ac diverso da a e da c; allora le congiungenti a con a' e b con b' s'incontrano** (cioè la classe " $aa' \cap bb'$ „ non è illusoria). Nè cessano però d'incontrarsi le rette prj aa' e bb', se a' cada in uno dei punti b, c; o b' in uno dei punti a, c: ma quelle restrizioni imposte ad a' e b' ben si addicono ad una proposizione *primitiva*; la quale invero senz'esse affermerebbe alcun che di superfluo. Così cerchiamo di evitare al possibile che da un postulato si deducano fatti già contenuti in altre premesse.

P10-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj non collineari, e b' è un punto di ac, la retta " congiungente b con b' giacerà tutta nella figura congiungente a con bc. „ [Se. nell'*Hp*, b' coincide con a o con c, segue il *Tr* dalla P7, visto anche le P21, 10 § 1. Se all'incontro b' è distinto sì da a che da c, l'*Hp* — grazie a $\binom{b'}{b}$P15. 18 § 1 e P8 § 2 — coinvolgerà le relazioni $c \in ab' \sim 1 a \sim 1 b'$, $ab' = ac$, $b \sim \in ab'$, e p. c. anche il fatto — giusta la $\binom{b', b}{b, c}$P5 § 2 — che $(a, b, b') \sim Cl$: sicchè allora, denotando d un punto qualsiasi della bb' (per altro non coincidente con b o con b') si deduce, in virtù di $\binom{b', d, c}{c, a', b}$P9, l'esistenza d'un punto comune alle rette ad e bc; onde (P8) si viene a concludere che $d \in abc$. — Ma, quand'anche d coincidesse con b o con b', non sarebbe men vero che $d \in abc$ come vuole la *Th*: ved. P7, e P3 § 1.]

P11-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj non allineati, le figure abc e bac coincidono. „ [Dall'*Hp* e dalla propos.[e] condizionale " $y \in bc$ „ si deduce qualunque sia y — per mezzo di P9 § 2, $\binom{b, a, y}{a, b, b'}$P10 — che y è un punto prj distinto dal punto a, ed ay giace nella congiungente bac: dunque (P6) ogni punto della visuale abc — vale a dire ogni x, per cui non è assurda rispetto ad y la propos.[e] " $y \in bc$, $x \in ay$ „ — sarà un punto della figura bac. Ma, come dall'*Hp* nasce, che la visuale abc è tutta quanta nella visuale bac, nascerà similmente che questa è contenuta in quella: perchè la sostituzione $\binom{b, a}{a, b}$ non altera l'*Hp*.]

P12-*Tr.* " Se, essendo sempre a, b, c punti non allineati, d sia un punto della figura " abc diverso da b, la retta bd sarà contenuta in questa visuale. „ [Dall'*Hp* emerge anzitutto che $abc = bac$ e $d \in bac \sim 1 b$, grazie a P11: sicchè le rette ac e bd s'incontreranno a motivo della $\binom{b, a}{a', b}$P8; e però d'ogni punto x appartenente a bd ma diverso da b si potrà dire egualmente, che ac e bx s'incontrano, vale a dire che $x \in bac$ come vuole la *Th*: stante che $bd = bx$ in virtù di $\binom{b, d, x}{a, b, c}$P18 § 1, e può invocarsi del pari la $\binom{b, a, x}{a, b, d}$P8. — Che inoltre $b \in abc$ nasce subito dalla P7.]

P13-*Tr.* " Nell'HpP11 tutte le visuali $abc, acb, bac, bca, cab, cba$ coincidono in una sola " e medesima figura, detta anche " piano projettivo abc „. „ [Basta invocar tre volte P4 e due volte P11 — atteso anche a P7 § 2 — per isvolger dall'*Hp*

le seguenti eguaglianze: $abc = acb \,.\, bac = bca,\ cab = cba,\ abc = bac,\ acb = cab$; e p. c. la *Th.*]

P14-*Df.* " La locuzione " π è un *piano projettivo* „ — significata non di rado in " " $\pi \epsilon [2]$ „ — vuol dire soltanto: " esistono tre punti prj non collineari x, y, z, e " la figura xyz è per chiamarsi π „. „ Ovvero " dicesi *piano projettivo*. e si rappresenta col segno " $[2]$ „. la classe di tutte le figure, ciascuna delle quali è visuale d'una retta projettiva da un punto prj non situato in questa „.

Nel resto del corrente § si dimostrano le prime proprietà comunemente attribuite al piano in Geometria Projettiva.

P15-*Tr.* " Dal fatto che a, b, c siano punti prj non allineati e d un punto della " retta bc diverso da b, si deduce che i piani prj abc e abd coincidono. „ [Così da P1; se si pon mente alle P7 § 2. $\binom{b,c,d}{a,b,c}$P18 § 1, per cui $bc = bd$.] .

P16-*Tr.* " Semprechè a, b, c siano punti prj non allineati e d sia un punto della " retta bc. bisognerà che il piano prj abc coincida col piano abd o col piano acd. „ [Dall'*Hp.* in vista della P12 § 2, si deduce o che $(a, b, d) \sim Cl$, o che $(a, c, d) \sim Cl$: ma nell'un caso i punti b e d, nell'altro i punti c e d, son distinti (P7 § 2): per la qual cosa — potendosi far luogo a P15, o rispettiv.e a $\binom{c,b}{b,c}$P15 — ne verrà nell'un caso $abc = abd$, nell'altro $acb = acd$: che è in somma la *Th*, dal momento che (P13) le figure acb e abc si confondono.]

P17-*Tr.* " Dall'essere a, b, c punti prj non collineari e d un punto del piano abc si " conclude — purchè i punti a, b, d non collineino — che i piani abc e abd " coincideranno. „ [Subordinatam.e all'*Hp* abbiamo che 1) i punti b e c, come pure a e d, non coincidono (P7 § 2); 2) da $y \epsilon bc \sim \imath b$ si deduce $abc = aby$, giusta la $\binom{y}{a}$P15; 3) da $y \epsilon ad \sim \imath a$ si deduce $ad = ay$, e poi successivamente $b \sim \epsilon ay$, $(a, y, b) \sim Cl$, $bad = bay$, $abd = aby$ — per via delle $\binom{d,y}{b,c}$P18 § 1, $\binom{d}{c}$P8 § 2, $\binom{y,b}{b,c}$P5 § 2, $\binom{b,a,d,y}{a,b,c,d}$P15 e P13; 4) da $y \epsilon bc \cap ad$ si deduce $y \sim = a$, $y \sim = b$ (P9 § 2), e però anche $abc = aby$ e $abd = aby$, cioè si deduce la *Th*; 5) da $y \epsilon bc$ e $d \epsilon ay$ si deduce $y \epsilon bc \cap ad$ — giusta P9 § 2 e $\binom{y,a}{b,c}$P14 § 1 — e p. c. la *Th*. Ma per *Hp* esiste sempre un punto y tale che $y \epsilon bc$ e $d \epsilon ay$ (si guardi a $\binom{x}{a}$P6): dunque subordinatamente all'*Hp* è sempre vera la *Th*.]

P18-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj non collineari e d, e punti del piano abc, tali invero " che i punti a, d, e non collineano, è forza che il piano abc coincida col piano " ade. „ [Richiede l'*Hp*, in virtù di $\binom{d,e,b}{b,c,d}$P12 § 2, che non siano allineati i punti a, d, b, o che non siano i punti a, e, b. Ma nell'un caso si ottiene, da P17, $abc = abd$; quindi (P13) $abc = adb$, $e \epsilon adb$; poi, di nuovo a traverso $\binom{d,b,e}{b,c,d}$P17, $adb = ade$: dunque $abc = ade$. L'altro caso è simile al primo; anzi può ricondursi a questo mediante lo scambio dei punti d ed e, che non altera l'*Hp* e ne dà subito $abc = aed$; ecc.]

P19-*Tr.* " Di nuovo essendo a, b, c punti prj non collineari, se avvien che tre punti " d, e, f, pur essi non allineati, appartengano al piano prj abc, allora coincide- " ranno i piani prj abc, def. „ [Per mezzo di $\binom{d,e,f,a}{a,b,c,d}$P14 § 2 l'*Hp* impone il trilemma: $(d, e, a) \sim Cl$, o $(d, f, a) \sim Cl$, od $(e, f, a) \sim Cl$. Ma se, p. e., i punti d, e, a

non collineano, e forza concludere $abc = ade$ (P18), vale a dire $abc = dea$ (P13): quindi $f \epsilon dea$ e p. e. $dea = def$, in grazia a $\binom{d,e,a,f}{a,b,c,d}$P17: sicchè resta provata la eguaglianza $abc = def$. E di qui mediante le sostituzioni $\binom{f}{e}$, $\binom{f}{a}$ nasce altresì che l'*Hp*, combinata con l'una o con l'altra delle due supposizioni $(d, f, a) \sim Cl$ ed $(e, f, a) \sim Cl$, richiede $abc = dfe$, o $abc = fed$: vale a dire $abc = def$ in ogni caso.] — La P19 si enuncia per solito in questa forma non altrettanto perspicua: " un piano prj *è individuato da* tre qualunque de' suoi punti non collineari „.

P20-*Tr.* " Ammesso che a, b, c sian punti prj non collineari, e che d, e siano punti " prj distinti l'un l'altro e appartenenti al piano abc, ne viene che la congiun- " gente di questi, ossia la retta de, giacerà nel piano abc. „ [Si unisca all'*Hp* quest'altra supposizione: $(a, b, d) \sim Cl$. Ne seguirà che $abc = abd$ (P17), quindi che $e \epsilon adb$ (P13); per la qual cosa — e a motivo di $\binom{d,b,e}{b,e,a}$P12 — la retta de sarà tutta contenuta dal piano adb: che è quanto affermare la *Th*. A questo modo l'*Hp*, insieme con l'una o con l'altra delle due supposizioni $(a, e, d) \sim Cl$, $(b, e, d) \sim Cl$, porterà similmente a concludere che la retta de giace nel piano acb, oppur nel piano cba: tali essendo gli effetti delle due sostituzioni $\binom{e,b}{f,e}$, $\binom{e,a}{a,e}$ su quel risultato parziale. Dunque la *Th* è vera, subordinatamente all'*Hp*, se (a, b, d), o (a, e, d), o (b, e, d) non collineano: e però sussiste il *Tr* in virtù di P14 § 2.]

P21-*Tr.* " Se — essendo sempre a, b, c punti prj non collineari — sian dati nel piano " prj abc quattro punti d, e, f, g per modo, che nè e coincida con d, nè g con f, " dovrà esistere almeno un punto prj comune alle due congiungenti de, fg. „ [Ove si ammetta, oltre l'*Hp*, che il punto f non appartenga alla retta de, allora per mezzo delle $\binom{d,e,f}{a,b,c}$P5 § 2 e P19 si dedurrà che i punti d, e, f non collineano, e che quindi i piani abc, def coincidono. Per tanto g appartiene ad fde (P13): che è quanto affermare la *Th*, in forza di $\binom{d,e,g}{a,b,c,d}$P8. — Se al contrario $f \epsilon de$, sarà f un punto comune alle de, fg; però che $f \epsilon fg$, com'è detto in $\binom{f,g}{a,b}$P11 § 1.]

Come ognun vede, le ultime tre propos.^{i}, sulle quali è (per così dire) imperniata tanta parte di Geometria Projettiva, si posson derivare da premesse abbastanza semplici, come le nostre proposiz.^{i} primitive I-XII: delle quali soltanto le ultime due guardano oltre i confini della geometria *sulla retta*. Il postul. XII° è veramente un giudizio non molto dissimile a quello espresso dalla P21: poi che sì l'un come l'altro versano intorno all'incontrarsi di rette proj.^{e}: ma la capacità deduttiva del primo è senza paragone inferiore a quella dell'altro.

Agli scopi deduttivi, per cui fu adoperato sinora, il detto principio XII° potrebbe anch'esser sostituito da quest'altro (che lo contiene, senz'essergli però equivalente): " Dati tre punti prj non collineari a, b, c, ogni punto prj appartiene alla congiungente di a con bc „ — cioè " non esistono punti fuorchè in un certo piano prj „ — in forza del quale la classe dei punti verrebbe a coincider col piano abc ($[0] = abc$). Se non che, lungi dal restringere in sì fatto modo il campo geometrico, noi affermeremo anzi la propos.^{e} contraria mediante il postul.° XIII°, cui darem luogo più tardi; lasciando frattanto impregiudicata la quistione dell'esistenza di punti prj distinti da quelli che esistono a norma dei postul.^{i} II°, III°, VIII°, XI°.

Un principio che — data la Df di visuale d'una retta prj da un punto

(P1, 6), e concessi i postul.i I°-XI° — risulta deduttivamente eguale al postulato XII° (e atto pertanto a far le veci di questo anche di fronte ai successivi XIII°, XIV°, ...) è per es. il giudizio espresso dalla P10; dove per altro si aggiunga all'Hp la restrizione che b' sia distinto da a e da c (per non affermare un superfluo): e può dirsi che, in ragione del contenuto deduttivo, esso stia di fronte alla P20, come il postulato XII° alla P21 (*).

§ 4°.

Il quadrangolo piano e la relazione armonica (**).

P1-*Tr.* " Se a, b, c son punti prj non collineari, ed inoltre a' è un bc diverso da b " e da c, e b' è un ac diverso da a e da c, nessuna delle rette aa' e bb' potrà " coincider con una delle ab, ac, bc, nè le aa', bb' potranno coincider fra loro; " anzi queste s'incontreranno in un punto, che non giacerà sopra alcuna delle " ab, ac, bc. „ [Che $aa' \sim = bc$ e $bb' \sim = ac$ consegue dall'*Hp* e dalle P11 § 1 e P8 § 2. E dall'*Hp* e dalla P12 § 2 si deduce — attraverso le sostituzioni $\binom{b}{a}$, $\binom{b,a'}{a,b}$, $\binom{c,a,b,a'}{a,b,c,d}$, $\binom{c,a,b'}{a,c,d}$ — che non saranno allineati ne i punti a, b, b', nè i punti b, a, a', nè c, a, a', nè c, b, b'; e p. e. (P5 § 2, P10 § 1) che $bb' \sim = ab$, $aa' \sim = ab$, $aa' \sim = ac$, $bb' \sim = bc$. Ma, dal supporre $bb' = aa'$, ne verrebbe che $b \in aa'$, e quindi $aa' = ab$; viste le P11 § 1, P7 § 2, $\binom{a',b}{b,c}$P18 § 1. Ora, dal momento che $bb' \sim = aa'$, due punti comuni a queste rette e distinti fra loro non potranno mai darsi, vietandolo P25 § 1: laddove un punto comune alle medesime esiste, grazie a P9 § 3; anzi un punto diverso da b (dacchè $aa' \sim = ab$), che non può quindi cadere in ab, nè in bc (poichè $bb' \sim = ab$, e $bb' \sim = bc$) e p. e. nemmeno in ac (atteso che la sostituzione $\binom{b,a,b',a''}{a,b,a,b}$ non altera l'*Hp*).] — Ne risulta ad es. l'esistenza di almeno *sette* punti prj (l'un l'altro distinti) su ciascun piano prj. — Con argomentazioni in tutto simili a queste si prova la verità del Tr seguente.

P2-*Tr.* " Essendo a, b, c punti prj non collineari, e d un punto prj non appartenente

---

(*) In G. Fano (loc. cit., pag. 4-5) dopo alcune sommarie premesse, da cui si potrebber cavare le nostre I^a-XI^a (fatta eccezione per l'VIII^a, di cui non s'è fatto per altro alcun uso deduttivo), e a quei medesimi uffici per cui basta la XII^a, vengono assunte per postulati tutte e due le (nostre) P20 e P21: e l'esempio ivi recato a provar l'indipendenza di queste non è concludente, nè appar giustificata l'asserzione, che il giudizio contenuto in P10 non sia sufficiente a stabilire la verità di P20. — Il sig. F. Amodeo (Loc. cit.; e *Sulla introduzione alla Geom.^a proj.^a*, § 5, nel " Giornale di Matematiche „, v. 34) propone agli stessi fini la (nostra) P18, oppur l'altra. " due rette ab, ac con un (sol) punto comune a (sendo a, b, c punti non collineari) individuano un piano ed uno solo „: tutte e due proposiz.i di una portata eccedente il bisogno. — Il prof. G. Veronese (Op. cit.) non introduce propriamente alcun " postulato del piano „; nè mi è possibil notare da quali altri principî projettivi Egli riesca a dedurre, nella sua trattazione, le nostre P19, 20, 21. — Una premessa, che differisce soltanto in apparenza dal Post. XII°, è quella inserita da R. De Paolis nella definizione, onde ha principio la Memoria su *Le corrispondenze projettive nelle forme geom.^e fondam.^i di I^a specie* (" Mem. d. Accad. d. Sc. di Torino „, $XLII_2$, 1892): dove si afferma in sostanza che " ogni retta, la quale incontri le due congiungenti ab e bc senza contenere alcuno dei punti (non collineari) a, b, c, deve tagliare eziandio l'altra congiungente ca „.

(*) Cfr. m_1, §§ 11, 14.

" ad alcuna delle ab, ac, bc, non potrà darsi che due delle sei rette ab, ac, bc, " ad, bd, cd coincidano. „

P3-*Df.* " Diremo che due rette prj " *si tagliano* „, ogni qualvolta esse abbiano un " punto a comune senza coincidere. Inoltre — essendo a e b, c e d coppie di " punti prj distinti, e supposto che le ab e cd s'incontrino senza coincidere — " con la scrittura " $(ab \,.\, cd)$ „, che si può leggere " *punto d'intersezione* di ab " con cd „, si rappresenta l'individuo della classe formata dai punti comuni " alle rette ab e cd; punti che — data la P25 § 1 — son tutti eguali fra loro. „ — Insomma il prodotto logico delle due classi ab e cd si pone eguale alla classe " $\imath(ab \,.\, cd)$ „ Ved. P4, 5 § 1.

P4-*Tr.* " Siano a, b, c punti prj non allineati, e d un punto del piano abc non appar- " tenente ad alcuna delle ab, ac, bc: allora le rette ab e cd — come pure le ac " e bd, e le ad e bc — si taglieranno; ma nessuno dei punti d'intersezione " $(ab \,.\, cd), (ac \,.\, bd), (ad \,.\, bc)$ potrà coincider con uno dei punti a, b, c, d. „ [Infatti a quelle condizioni nessuno dei punti c, d giacerà nella ab (P8 § 2); sicchè $(ab \,.\, cd)$ non potrà esser coincidente con c o con d: ved. $\binom{c,d}{a,b}$P12, 8 § 1 e P3 § 1. E nemmeno può darsi (P2) che $cd = ca$ e $cd = cb$; come sarebbe richiesto dall'essere $(ab \,.\, cd)$ coincidente con a o con b (P18 § 1). Che poi le rette ab e cd si taglino, emerge dall'*Hp* e dalle P13 § 3. $\binom{c,a,b}{a,b,c}$P8 § 3, P3, 2.]

P5-*Tr.* " Nell'HpP4 — detti rispettiv.^{e} a', b', c', i punti d'intersezione $(bc \,.\, ad), (ac \,.\, bd)$, " $(ab \,.\, cd)$ — questi saranno tutti e tre distinti fra loro, e le due congiungenti " ab e $a'b'$, come pure le ac e $a'c'$, bc e $b'c'$, si taglieranno in un punto diverso " da ognuno degli a, b, c, d. „ [Dall'*Hp* nasce: 1) che $aa' \sim = ac$, $ac = ab'$(P18 § 1, P4, 1) e p. c. che $b' \sim = a'$(P21 § 1); 2) che supposto $ab = a'b'$, ne verrebbe di conseguenza $a' \in ab$ e quindi $ab = aa'$, contrariamente a P1: 3) che dunque le rette ab e $a'b'$ si tagliano (P3, P20, 21 § 3); 4) che, ove fosse $(ab \,.\, a'b')$ coincidente con a, bisognerebbe concedere $a \in a'b'$, quindi anche $aa' = ab'$(P4, P24, 12 § 1) ed $aa' = ac$, cioè negar la P1: 5) che $c, d \sim \in ab$, sicchè non può darsi nemmeno che $(ab \,.\, a'b')$ coincida con c o con d. — E da tutto ciò anche il resto, mediante sostituzioni di lettere.]

Dette propos.^{i} 1-5 saranno da preporre a uno studio del *quadrangolo piano completo* (o *rete del* Möbius) e delle *forme armoniche*. La nozione di " Armonico „ si può introdurre con la Df seguente — che è l'ordinaria, spogliata di qualche superfluo.

P6-*Df.* " Se a, b siano punti prj distinti, e c un punto prj diverso da entrambi, ma " appartenente ad ab, chiameremo " *Armonico di c rispetto ad a e b* „ — " oppure " $Arm_{a,b}c$ „ — ogni punto di ab, che sia radice della seguente con- " dizione in x: " Esistono due punti prj distinti u e v non appartenenti ad ab, ma " allineati con c, e i punti d'intersezione $(au \,.\, bv), (ax \,.\, bu)$ sono allineati con x „. „ — Qui l'ente $Arm_{a,b}c$ si presenta come una classe o figura di ab; nè può ritrarsi dai soli postul.^{i} I°-XII° che tutti i punti di questa classe coincidano.

P7-*Tr.* " Sotto la stessa HpP6, ciascuno degli $Arm_{a,b}c$ sarà un punto di ab distinto

" da a e da b. „ [Suppongasi, oltre l'*Hp*, che " $u, v \in [0]\sim ab$, $v \sim = u$, $(c, u, v)Cl$ „: se ne deduce (rispetto ad u, v) che $v \in uc$, $(a, b, u) \sim Cl$, $v \in uab$ (P5 § 2, P6 § 3); che $(a, c, u) \sim Cl$ e $(b, c, u) \sim Cl$ (P18, 19 § 1, P5 § 2) e p. c. che $(a, u, v) \sim Cl$, $(b, u, v) \sim Cl$, $v \sim \in au$, $v \sim \in bu$ (P12, 8 § 2): dunque — in virtù di $\binom{b,a,u,v}{a,b,c,d}$P4, 5, P10 § 1 e P13 § 3, e posto a' e b' a significare i punti $(au \,.\, bv)$, $(av \,.\, bu)$ — se ne trae che le rette ab e $a'b'$ si tagliano in un punto diverso da a e da b; e che quindi ogni punto x della ab, per cui $(a', b', x)Cl$ (punto che — date le P3, $\binom{b,a,u,v}{a,b,c,d}$P4, 5, P5 § 2 — non potrà esser diverso dal punto $(ab \,.\, a'b')$) sarà distinto da a e da b. Pertanto dall'*Hp* e dalla propos.^{e} condizionale in x " Esiston due punti prj u, v l'un l'altro distinti e non appartenenti ad ab, ma allineati con c; ed x è un ab tale che x, $(au \,.\, bv)$, $(av \,.\, bu)$ collineano „ si deduce (qualunque sia x) che $x \in ab \sim \imath a \sim \imath b$: onde il *Tr* seguirà da P6 — viste le P4 § 2, $\binom{c,u}{a,b}$P13 § 1, ecc., comprovanti che la propos. anzidetta non è, per *Hp*, assurda rispetto ad u, v.] (*).

P8-*Tr.* " Nella stessa HpP6, la classe $Arm_{a,b}c$ non è nulla. „ [Si proceda come dianzi fino a concludere — in forza del richiamo ad $\binom{b,a,u,v}{a,b,c,d}$P4, 5 — che le rette au e bv, come pure le av e bu, si tagliano in punti a' e b' distinti fra loro e tali, che anche le rette ab e $a'b'$ s'incontrano. Ora la propos. condiz.^{e} in u, v, che regge (in parte) siffatta conclusione, è conseguenza dell'*Hp* e della propos.^{e} condiz.^{e} " $u \in [0] \sim ab$, $v \in cu \sim \imath c \sim \imath u$ „ (si guardi alle P12, 18, 25 § 1 e P5 § 2) non assurda rispetto ad u, v, grazie ai postul.^{i} XI° e VIII°. Sarà dunque affermata con l'*Hp* anche la propos. categorica " esistono punti prj u, v, x tali, che $u, v \in [0] \sim ab$, $v \sim = u$, $(c, u, v)Cl$, $x \in ab$ „: e questa è appunto la *Th*, in virtù di P6.]

P9-*Tr.* " Dall'HpP6 si deduce altresì che le figure $Arm_{a,b}c$ e $Arm_{b,a}c$ coincidono. „ [Si confronti P6 con $\binom{b,a}{a,b}$P6, presente P10 § 1.]

P10-*Tr.* " Ferma stante l'HpP6, se x è armonico di c rispetto ad a e b, viceversa c " sarà un armonico d'x rispetto ad a e b. „ [Se accanto all'*Hp* pongasi l'altra propos.^{e} " $u, v \in [0] \sim ab$, $v \sim = u$, $(c, u, v)Cl$, $x \in ab$, $((au \,.\, bv), (av \,.\, bu), x)Cl$ „ se ne dedurrà facilmente (per considerazioni simili a quelle svolte in P7, 8) la propos.^{e} " $c \in ab$, $a', b' \in [0] \sim ab$, $b' \sim = a'$, $(x, a', b')Cl$, $((aa' \,.\, bb'), (ab' \,.\, a'b), c)Cl$ „ — dove a', b' denotano ancora i punti $(au \,.\, bv)$, $(av \,.\, bu)$. Ora, se $x \in Arm_{a,b}c$, non sarà assurda risp.^{o} ad u, v la prima di dette propos.^{i} condizion.^{li} in u, v, x (P6) e però neanche la seconda: ma questo — attenzion fatta a P7 e a $\binom{x,a',b'}{c,u,v}$P6 — val quanto dire che $c \in Arm_{a,b}x$.]

Qui, per procedere nel miglior modo ad altre e più notevoli propos.^{i} sui gruppi armonici, par conveniente accettare una nuova propos.^{e} primitiva: che, di fronte al nostro sistema deduttivo, sembra avere un'importanza maggiore di quella inerente agli altri postulati esistenziali.

(*) Qui è da segnalar l'intervento d'ambedue i postulati esistenziali VIII° e XI°.

POSTULATO XIII°.

P11. **Essendo a, b, c punti projettivi non allineati, esiste almeno un punto proj.° che non appartiene ad abc.**

Cioè la figura " $[0] \sim abc$ „ non è vuota di punti. — Tra i fatti più notevoli che si possono svolgere dai soli principî fondamentali I°-XIII° va segnalato il " teorema dei *triangoli omologici* „ — detto anche teorema di DESARGUES „ — il quale risulta principalmente dagli ultimi fatti mostrati al § precedente e dagli assiomi XIII° e VIII°. Ma sì per l'enunciato che per la dimostraz.ᵉ di questo Tr si rimanda il Lettore alla classica opera di G. C. v. STAUDT (*): come altresì per la dimostrazione del Tr seguente, la quale appunto è riposta in triangoli omologici (**).

P12-*Tr.* " Siano di nuovo a, b, c come nell'HpP6: allora tutti i punti prj della figura " $Arm_{a,b}c$ necessariamente coincidono. „

E dopo ciò s'impone l'uso di un nuovo termine, o segno, per denotar l'individuo della classe unitaria $Arm_{a,b}c$ (Cfr. P3).

P13-*Df.* " Posto che a, b siano punti prj non coincidenti, c un punto di ab diverso da a " e da b, si rappresenta con " *Armonico ad* a, b, c (o - *dopo* a, b, c) „ — scri- " vendo " $Arm(a, b, c)$ „ — l'individuo della classe $Arm_{a,b}c$, costituita in più " punti coincidenti fra loro (P12). „ — Si pone insomma $Arm(a, b, c) \equiv \iota\, Arm_{a,b}c$; vale a dire $Arm_{a,b}c \equiv \iota\, Arm(a, b, c)$.

P14-*Tr.* " Dati ancora i punti a, b, c come in HpP6, e supposto che a', c' sian punti " prj distinti e non appartenenti ad ab, ma allineati con c, saranno sempre " collineari anche i punti $(au' \,.\, bv')$, $(av' \,.\, bu')$, $Arm(a, b, c)$. „ [Dalle P6, 8, 12, 13.]

P15-*Tr.* " Siano r, r' due rette prj non coincidenti, e l'una sopporti i punti distinti " a, b, c e inoltre un punto d; l'altra i punti a', b', c', due a due parimente " distinti, e un quarto punto d': allora — ove esista un punto p allineato ad " un tempo coi punti a e a', b e b', c e c', d e d' — le proposiz.ⁱ " d è l'armo- " nico dopo a, b, c „ e " d' è l'armonico dopo a', b', c' „ saranno ambedue insus- " sistenti o ambedue vere. „ [Si dimostra in fatti che p non può giacere in r o in r', e che la retta r' è tutta nel piano pr. Di poi, preso un punto u fuor del piano pr (P11), e sulla retta pc un punto v diverso da p e da c (P13 § 1); indi trovati i punti $(au \,.\, bv)$, $(av \,.\, bu)$; questi verranno allineati su d, se $d = Arm(a, b, c)$ (P14). Ma allora — detto v' il punto comune alle rette cu e pv giacenti nel piano cpu — si riscontra che i punti $(a'u \,.\, b'v')$, $(au \,.\, bv)$ e p collineano, e così i punti $(a'v' \,.\, b'u)$, $(av \,.\, bu)$, p: sicchè riusciranno collineari anche i punti $(a'u \,.\, b'v')$, $(a'r' \,.\, b'u)$ e d'; cioè sarà $d' = Arm(a', b', c')$. — Ved. STAUDT, *op.*

(*) *G. d. L.*, nn. 87 e 90. — Cfr. PEANO, *Calcolo geometrico* etc. (Torino. Bocca ed., 1888) pag. 92.
(**) *G. d. L.*, n. 93.

cit., n. 94.] — Così rimane assodato un carattere notevolissimo dell'ente " *Arm* „, che è la facoltà di non alterarsi per *projezioni*.

In ordine al caso, che il punto c coincida con a o con b, giova introdurre la seguente:

P16-*Df.* " Se a, b sono punti prj e b non coincide con a, l' " armonico dopo a, b, a „ " è il punto a, e l' " armonico dopo a, b, b „ è il punto b. „

E per molti rispetti sembra opportuno stabilire fin d'ora che sia questo il solo caso, in cui l'armonico d'un punto e il punto stesso coincidono. Però si accetterà senz'altro il seguente:

POSTULATO XIV°.

P17. **Essendo a, b punti projettivi distinti, e c un punto di ab diverso da a e da b, l'armonico ad a, b, c non coincide con c** (" $Arm\,(a, b, c) \sim = c$ „) (*).

Il Postul.° XIV° potrebbe voltarsi in quest'altra propos.°, ad esso equivalente in virtù delle P6, 12, 13:

P18-*Tr.* " Nella HpP4, i punti $(ab\,.\,cd)$, $(ac\,.\,bd)$, $(ad\,.\,bc)$ non saranno allineati. „

Anzi, dato il carattere projettivo del *gruppo armonico* (P15) non sarebbe difficile assunto il provare che, " se esiston tre punti collineari e distinti a', b', c' tali che l'$Arm\,(a', b', c')$ sia diverso da c' — o quattro punti a', b', c', d' come in HpP4, tali che i punti d'incontro $(a'b'\,.\,c'd')$, $(a'c'\,.\,b'd')$, $(a'd'\,.\,b'c')$ non siano allineati — allora dev'esser vera universalmente la P17 (e così la P18) „: per la qual cosa, in luogo del XIV° principio e a far le veci di questo, potrebbe esser tolta la propos.ᵉ particolare che nasce, quando alla stessa P17 si sovrapponga il predicato " Esistono tre punti a, b, c tali che ... „ — o alla P18 il predicato " Non è assurdo rispetto ad a, b, c, d che ... „ (**) — Nè sarà fuor di proposito l'intrattenere su questa osservazione il Lettore, perocchè dessa conviene perfettamente anche ai quattro postulati XV°-XVIII°: ognun dei quali si aggira intorno al *segmento* projettivo individuato per mezzo di *tre* punti collineari a, b, c; ma null'altro esprime, in fondo, che una proprietà *armonica* di certe configurazioni speciali di punti e congiungenti (gravando insomma, come ogni altro Postul.°, sovra questi enti primitivi, a cui viene imposta per esso una nuova restrizione). Avremmo dunque potuto sostituire a ciascuno di essi un postul.° esistenziale — affermante cioè l'esistenza di almeno tre punti prj collegati da certa relazione armonica. Ma — oltrechè si può dubitare, se questo faccia una vera semplificazione nei riguardi deduttivi — si è preferito lasciare in facoltà del Lettore la scelta di quest'altra forma di giudizî, che richiede soltanto l'apposizione della clausola " Esistono r, a, b, c tali che ... „ dinanzi a ciascuna delle prop.ⁱ primitive XIV-XVIII, e un più frequente richiamarsi P15. —

(*) Che questa propos.ᵉ non segua dalle ordinarie premesse circa le categorie proj.ᵉ [0] ed [1] — (e però nemmeno dai postul.ⁱ I°-XIII°) — fu rilevato opportunam.ᵉ dal sig. Fano al loc. cit., pag. 9.

(**) Ved. Fano, Loc. cit., pag.ᵉ 9-10.

P19-*Tr.* " Sotto la HpP17, chiamando d l'armonico dopo a, b, c, è forza che l'armo-
" nico dopo c, d, a coincida con b. „ [Per la dimostrazione veggasi STAUDT, *G. d. L.*, n. 96.] — In ciò consiste la permutabilità di due coppie armoniche (a, b) e (c, d), pur che a sia diverso da b, e c da d.

§ 5°.

Il segmento projettivo (*).

P1-*Df.* " Premesso che a, b, c son punti d'una retta prj r l'un l'altro distinti, il
" " *segmento projettivo abc* „ — rappresentato dal segno " (abc) „ — non è altro
" che il luogo d'un punto prj x, a cui si può coordinar sulla r un qualche punto y
" diverso da a e da c, per modo che x sia l'armonico dopo y, $Arm(a, c, y)$
" e b. „ — Sotto altra veste (P6, 10, 13, 17 § 4): " (abc) sarà il complesso di tutti que' punti, ognun dei quali è armonico di b rispetto a due punti armonici l'un l'altro rispetto ad a e c, ma non coincidenti fra loro „.

P2-*Tr.* " Essendo (come sopra) r una retta prj, ed a, b, c tre punti di questa l'un
" l'altro distinti, le figure (abc), (cba) necessariam.te coincidono. „ [Da P1 ed $(^{a,c}_{c,a})$P1, in virtù di P9, 13 § 4, ecc.]

P3-*Tr.* " Sotto la stessa HpP2, b sta sempre nel segmento (abc). „ [Si può inferir dall'*Hp* e dalla P16 § 4 l'esistenza d'un punto y di r, non coincidente con a o con c ma tale, che b sia l'armonico dopo y, $Arm(a, c, y)$ e b: basta invero toglier b per y.]

P4-*Tr.* " Ma de' punti a e c, per contrario, nessuno appartiene al segmento prj (abc). „ [Perchè a fosse un punto della figura (abc), bisognerebbe poter soddisfare la condizione " $y \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $y' \equiv Arm(a, c, y)$, $a = Arm(y, y', b)$ „. Ma questa propos.e è assurda rispetto ad y: perciocchè, se fosse congiunta all'*Hp*, ne darebbe qualunque sia y (P17, 19, 10, 13, 16 § 4) $y' \sim = y$, $c = Arm(y, y', a)$ e $b = Arm(y, y', a)$, e p. c. $b = c$ (P12 § 4): che è contro l'*Hp*. — Appresso ne viene che $c \sim \in (cba)$ (poi che lo scambio di a con c non altera l'*Hp*) ovvero (P2) che $c \sim \in (abc)$.] — I punti a e c si posson chiamare opportunamente " gli *estremi* „ del segmento prj (abc).

P5-*Tr.* " Nelle stesse Hp circa r, a, b, c, e ogni qualvolta d sia un punto del seg-
" mento prj (abc), b dovrà appartenere al segmento prj (adc). „ [L'HpP2, accre-
" sciuta di $y \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $y' \equiv Arm(a, c, y)$, $d = Arm(y, y', b)$ „ fa sì che b sia l'armonico dopo y, y' e d (P17, 10, 12, 13, 16 § 4). Ora il supporre $d \in (abc)$ val quanto affermare che la propos.e virgolata sia rispetto ad y assurda (P1), e che inoltre d sia un punto di r non coincidente con a o con b (P4): onde il *Tr* ricade in $(^{a,b}_{b,d})$P1.]

(*) Cfr. m_1, §§ 8-9 ed m_3, §§ 4-6.

P6-*Tr.* " Siano r, a, b, c come sopra, e d rappresenti un punto di r non coincidente " con a o con c: allora saranno equivalenti le due propos.^{i} " d appartiene ad " (abc) „ e " b appartiene ad (adc) „. „ [Quest'è la P5 con la reciproca $(^{d,b}_{b,d})$P5.]

P7-*Tr.* " Premessa ancora l'HpP2, se avvien che un punto d appartenga al segm.^{to} " (abc) senza cadere in b, bisognerà che il punto c appartenga al segm.^{to} (bad). „ [Dall'HpP2, rinforzata con " $y \in r \sim \iota a \sim \iota c$, $y' \equiv Arm\,(a, c, y)$, $d = Arm\,(y, y', b)$, $d \sim = b$ „ si trae, per mezzo delle P17, 16 § 4, che $y \sim = y'$, $y \sim = b$, $y' \sim = b$; indi, per mezzo delle P19, 16 § 4: $y' = Arm\,(b, d, y)$, $c = Arm\,(y, y', a)$, $y \sim = d$. Dunque l'ammettere, unitamente all'HpP2, che $d \in (abc) \sim \iota b$, equivale ad escludere — giusta P4 e P1 — che d coincida con b o con a, e che la proposizione " $y \in r \sim \iota b \sim \iota d$, $c = Arm\,(y, Arm\,(b, d, y), a)$ „ possa riescire assurda in y: ma quest'è appunto la *Th*, in virtù di $(^{b,a,d,c}_{a,b,c,d})$P1.]

P8-*Tr.* " Se all' incontro d sia un punto di r non posto nel segmento (abc), nè " coincidente con a, il punto c non potrà stare nel segmento (bad). „ [Per *Hp* $d \sim = b$ (P3): onde l'ammettere $c \in (bad)$ porterebbe a concludere — vista la $(^{b,a,d,c}_{a,b,c,d})$P7 — che $d \in (abc)$, contro l'*Hp*.]

P9-*Tr.* " Se, ferma stante l'HpP2, abbiasi in r un punto qualunque d, purchè diverso " da a e da b, ciascuna delle due propos.^{i} " d appartiene ad (abc) „, " c appar- " tiene a (bad) „ sarà conseguenza dell'altra. „ [È la P7, in uno con la reciproca $(^{b,a,d,c}_{a,b,c,d})$P7.]

P10-*Tr.* " Premessa l'HpP2, se un punto d giacerà nel segmento (abc) senza cadere " in b, per conseguenza il punto a giacerà nel segmento (bcd). „ [L'*Hp* involge la relazione $d \in (cba) \sim \iota b$ (P2), da cui nasce senz'altro la *Th* mediante $(^{c,a}_{a,c})$P7.]

P11-*Tr.* " Se appresso l'HpP2 si suppone, che d sia un punto di r non coincidente " con b o con c, le asserzioni " d giace in (abc) „, " a giace in (bcd) „ si " equivalgono. „ [Così da $(^{c,a}_{a,c})$P9 e P2.]

Della proprietà *projettiva*, significata in P15 § 4, partecipa ipso facto il segmento projettivo, grazie alla nostra P1. Dunque:

P12-*Tr.* " Abbiansi due rette prj distinte r, r', cui rispettiv.^{e} appartengono i punti " a, b, c, d e a', b', c', d' per modo, che tanto a, b, c quanto a', b', c' siano distinti " fra loro; ed esista un punto prj p allineato con a e a', b e b', c e c', d e d': " allora delle due propos.^{i} " d appartiene al segm.^{o} (abc) „ e " d' appartiene al " segm.^{o} $(a'b'c')$ „ ciascuna sarà conseguenza dell'altra. „

Per significare qualmente " un punto d, pur giacendo nella retta prj r, non appartenga al segm.^{o} (abc), nè coincida con a o con c „ si può — conforme l'uso di molti — adottar l'espressione: " i punti b e d *sono separati* dai punti (o - per mezzo dei punti) a e c „. Onde la locuzione " i punti b e d *non sono separati* dai punti a e c „ starà in vece dell'altra: " il punto d appartiene al segmento (abc), seppur non cade in uno degli estremi a e c di questo „. — Le propos.^{i} 2, 6, 9, 11 mostrano che la relazione del separarsi fra i punti a e c da una parte e i punti b e d dall'altra, non è turbata dallo scambiar fra loro i punti a e c, o i punti b e d, o le coppie (a, c) e (b, d). E la P12 fa fede altresì della projettività di questa

relazione. — Quanto alla proposiz.ᵉ notissima che " due coppie di punti tutti e quattro distinti sopra una retta prj comportano, o no, l'esistenza d'una terza coppia armonica ad entrambe, secondo che non si separano, o si separan, fra loro „ essa non è più che una pura modificazione della nostra Df del segmento (P1). La quale apparisce informata dallo stesso criterio, a cui s'ispira la celebre definizione Staudtiana della " corrispondenza projettiva tra forme semplici „ — definizione, come ognun sa, fondata sulla nozione di gruppo armonico (*).

POSTULATO XV°.

P13. **Essendo a, b, c punti projettivi distinti d'una retta r, e ammesso che d sia un punto di r non appartenente al segmento (abc), nè coincidente con a o con c, forz'è che questo punto d appartenga al segmento (bca).** — La restrizione, che d sia diverso da c, vien fatta qui al solo scopo di non affermare alcun che di superfluo in una propos.ᵉ primitiva (Cfr. P9 § 3). Del resto essa può immediatamente rimuoversi guardando ad $\binom{b,c,a}{a,b,c}$P3: onde la P13 si potrà riprodurre in questa forma:

P14-*Tr.* " Data l'HpP8, il punto d dovrà per forza giacere in (bca). „

P15-*Tr.* " Nella stessa HpP8, il punto d giacerà nel segmento (acb). „ [Siccome attestano le $\binom{b,c,a}{a,b,c}$P2 e P14.]

P16-*Tr.* " Supposti r, a, b, c come in HpP2, qualunque punto giaccia in r senza appar- " tenere al segmento (abc), purchè diverso da c, dovrà appartenere al segmento " (bac). „ [Così da $\binom{c,a}{a,c}$P14, e P2.]

P17-*Tr.* " Nell'HpP13 il punto c starà nel segmento (abd). „ [Dall'*Hp* nasce, in virtù di P16, che $d \in (bac)$: quindi la *Th* in virtù di $\binom{b,a}{a,b}$P7.]

P18-*Tr.* " E il punto a nel segmento (cbd). „ [Perchè (P2) la sostituzione $\binom{c,a}{a,c}$ non altera l'HpP17.]

P19-*Tr.* " E il punto b nel segmento (acd). „ [Dall'*Hp*, per essere (P17) $c \in (abd)$, si deduce la *Th* allegando $\binom{d,c}{c,d}$P5.]

P20-*Tr.* " Premessa ancora l'HpP13, il punto d sarà comune ai segmenti (bca) e (cab). „

(*) Op. cit., n. 103. — Il " segmento prj „ non è da confonder col " segmento individuato dalle sue estremità „ che si offre ad es. nella Geometria metrica di Euclide e di Lobatschewski, e che — principalmente a motivo della grande intuitività che gli viene dal comun significato fisico del termine " punto „ — fu scelto all'ufficio di ente primitivo dai sigg. Pasch (Op. cit.) e Peano (*Principî di Geometria logicamente esposti:* Torino, Fr. Bocca, 1889 — *Sui fondamenti della Geometria:* " Rivista di Matematica „, v. IV°, 1894). Ai quali vo debitore di molti ammaestramenti; quantunque non entri affatto nei Loro disegni il proposito, che gli enti primitivi e gli assiomi abbiano qualità invariantive per projezione e per dualità. — La prevalenza qui conceduta al " segmento prj „ sulla nozione del " separarsi „ fra punti ebbe argomento dal desiderio di ridurre al possibile ogni concetto geometrico a quello di " classe di punti prj „, stimato più semplice e più maneggevole d'ogni altro.

[È questa il prodotto logico di P13 e P16 — dal momento che $(bac) = (cab)$ per fatto della $\binom{b\ a}{a\ b}$P2.] — Col principio seguente ammettiamo per vera la reciproca di questa P20, e cioè:

POSTULATO XVI°.

P21. **Essendo a, b, c punti projettivi distinti d'una retta r, se un punto d appartenga ad entrambi i segmenti (bca) e (cab), non potrà appartenere al segmento (abc).**

Queste ultime propos.i 20 e 21 dicono in somma: " se avvien che le coppie a, c e b, d si separino a vicenda, non potranno separarsi le coppie a, b e c, d, nè le a, d e b, c; e reciprocamente „: sicchè " quattro punti distinti sopra una retta si posson sempre distribuire, benchè ad un sol modo, in due coppie che si separino „. La P21 si può anche foggiare simmetricamente così:

P22. *Tr.* " Non può esistere un punto comune a tutti e tre i segmenti (abc), (bca) e " (cab), determinati dai punti prj a, b, c collineari e distinti. „

Si può adesso provare in modo al tutto rigoroso — appoggiandosi alla projettività del segmento e senza scostarsi dai più comuni trattati — che " l'armonico dopo a, b, c è separato da c per mezzo di a e b „ (*); vale a dire:

P23. *Tr.* " L'armonico dopo tre punti prj a, b, c collineari e distinti non appartiene " al segm.° (acb), nè coincide con a o con b. „ [Pongasi $d \equiv Arm\,(a, b, c)$; e sia, come al § prec. passim, $uva'b'$ un quadrangolo costruttore del gruppo a, b, c, d: pertanto $u, v \in [0] \sim ab$, $u \sim = v$, $a' \equiv (au\,.\,bu)$, $b' \equiv (av\,.\,bu)$, $c' \equiv (uv\,.\,a'b')$ (P3, 1, 2, 5, 6, 13, 14 § 4). Il punto d sarà distinto da a e da b (P7, 13 § 4) non solo, ma ben anche da c (P17 § 4); e inoltre c' distinto da a' e b', e questi fra loro. Ora dal supporre " $d \sim \in (cba)$ „ si dedurrebbe, per projezione da u (P12), " $d \sim \in (c'b'a')$ „, e di qui, per projezione da v, " $d \sim \in (cab)$ „; che non può stare, vietandolo $\binom{c\ a}{a\ c}$P15: dunque bisogna conceder che $d \in (cba)$. Ma per egual modo si conclude che $d \in (bac)$. Onde (P21) la relazione $d \sim \in (acb)$.]

P24. *Tr.* " Dati sopra una retta prj r i punti a, b, c distinti fra loro, esisterà sempre " in r un qualche punto prj non appartenente al segmento (abc), nè coincidente " con a o con c. „ [Tale di fatti è il quarto armonico dopo a, c, b. Ved. P7, 8, 13 § 4 e $\binom{c\ b}{b\ c}$P23.] — Resta così certificata l'esistenza di due coppie di punti (tutti e quattro allineati e distinti) le quali non soffrono una terza coppia armonica ad entrambe (P1); perciò l'Hp delle P13, 17-20 non si potrà impugnare. È anzi certa l'esistenza di almeno *tre* punti prj in ogni segmento, cioè:

P25. *Tr.* " Essendo a, b, c punti tuttavia collineari e differenti fra loro, tanto " l'$Arm(a,b,c)$ quanto l'$Arm(b,c,a)$ giaceranno sul segmento (abc), distinti l'un l'altro " e da b. „ [Perocchè dall'*Hp* abbiamo (P23), che " $Arm\,(a, b, c) \in r \sim (acb) \sim \imath a \sim \imath b$, $Arm\,(b, c, a) \in r \sim (bac) \sim \imath b \sim \imath c$ „; e p. c. — attraverso $\binom{c\ b}{b\ c}$P2, 15 ed $\binom{b\ a}{a\ b}$P16, 15 — anche: $Arm\,(a, b, c) \in (abc) \sim (bca)$, ed $Arm\,(b, c, a) \in (abc) \frown (bca)$.]

(*) Ved. p. e. Reye, *Die Geom. der Lage*, 1te Abth., s. 32 (2.e Aufl.e).

Per altro, sul fondamento dei postul.[i] ammessi fin qui, non par che si possa affermare l'esistenza di infiniti punti sopra una retta prj. nè il fatto che questa sia forma *chiusa*, o rientrante in sè stessa. A ciò sopperisce il seguente:

POSTULATO XVII°.

P26. Dato che a, b, c siano punti proj.[i] collineari e distinti, e che d sia un punto, diverso da b, nel segmento (abc): poscia e sia un punto del segmento (adc): si conclude che il punto e sta nel segmento (abc).

È questa una relazione fra *cinque* punti a, b, c, d, e: da ciò la sua maggiore efficacia in paragone delle premesse XIV[a], XV[a] e XVI[a], che son relazioni fra *quattro*. Essa può trasformarsi in più modi; ad es. così: " Se i punti a e c (sopra una retta prj) non siano separati dai punti b e d, nè dai punti d ed e, neppur saranno separati dai punti b ed e „. Ancora — tenuto conto delle P21, 22 — la P26 si converte in:

P27-*Tr.* " Non esiste alcun punto comune a tutti e tre i segmenti (adc), (bca), (cab) " — dove a, b, c sian punti collineari e distinti, e d un punto del segmento (abc). „

P28-*Tr.* " Dati i punti prj a, b, c collineari e distinti, e preso a piacere un punto d " nel segmento (abc), sempre accadrà che i segmenti (abc) e (adc) coincidono. „ [Invero, qualunque punto e del segm.° (adc) giacerà in (abc) (sia pur $d = b$) — siccome attestano la P26 con P1 (questa, ove fosse $d = b$, ne darebbe $(adc) = (abc)$, visto anche le P13 § 4 e P21 § 1). Viceversa ogni punto f del segmento (abc) giacerà in (adc); dal momento che (P6) " $d \in (abc)$ „ = " $b \in (adc)$ „, per cui si ritorna a $\binom{d,b,f}{b,d,e}$P26, ecc.]

P29-*Tr.* " Se, premessa l'HpP2, si considera in r un punto d non appartenente al " segmento (abc), ma diverso da a, sempre il segmento (abc) sarà contenuto dal " segmento (abd). „ [De' due casi $d = c, d \sim = c$ basta esaminare il secondo. Ora, se accanto all'*Hp* pongasi la propos.° condiz.le " $x \in (abc)$ „, per la quale risulta $(abc) = (axc)$ e $d \sim \in (axc)$ (P28), ne verrà — date le P4 e $\binom{x}{b}$P19 — che " $x \in (acd)$ „. Ma per essere $c \in (abd)$ (P17), e però anche — grazie a $\binom{d,c}{c,d}$P28 e P3 — (abd) ed (acd) coincidenti, ne viene ancora che " $x \in (abd)$ „: c. v. d.]

P30-*Tr.* " Se oltre l'HpP2 si suppone che d ed e siano punti del segm.° (abc), biso- " gnerà che i segmenti (adc), (aec) coincidano. „ [Perchè uguali entrambi al segmento (abc) (P28).]

P31-*Tr.* " E se i punti d ed e sian distinti, c starà nel segm.° (dae). „ [Dal momento che $e \in (adc)$ P28), d non coincidente con a o con c (P4): sicchè può allegarsi $\binom{d}{b}$P7.]

P32-*Tr.* " Data l'HpP13, non potrà esistere un punto comune ai segmenti (abc) e (adc). „ [Da " $x \in (abc) \cap (adc)$ „ nascerebbe (P28) $(abc) = (axc)$, $(adc) = (axc)$, quindi anche $(abc) = (adc)$; che è contro l'*Hp*, perchè $d \in (adc) \sim (abc)$ (P3): dunque la propos.° virgolata è assurda rispetto ad x.]

§ 6°.

Altre proprietà segmentarie.

Nel presente § e nel successivo si svolgono diverse altre conseguenze importanti dai postul.[i] preced.[i] (segnatamente dagli ultimi): come la maggior parte di quelle proprietà, che per lo più compariscon ravvolte nella indistinta nozione di *linea chiusa*, o *rientrante in sè stessa*. — Il materiale dei §§ 1-6, col postul.° XVIII° sulla *continuità* del segmento (§ 9°), è preparazione sufficiente allo studio delle *trasformazioni omografiche*, e permette, come vedremo (§ 10), di stabilire il teorema fondamentale di STAUDT senz'alcun riguardo ai *sensi* o *versi* della retta (cui per altro è dedicato il § 7).

P1-*Tr.* " Premesso che a, b, c sian punti d'una retta prj r, se un punto d giace nel " segm.[to] (abc) senza cadere in b, la figura $(abc) \sim \imath b \sim \imath d$ non è nulla. E, se sia " dato un punto e della classe $(abc) \sim \imath b \sim \imath d$, la figura $(abc) \sim \imath b \sim \imath d \sim \imath e$ non " è nulla. Ecc. „ [Uno dei segm.[i] (bca), (cab) deve escludere il punto d (P21 § 5): poniamo ad es. che $d \sim \epsilon(bca)$, vale a dire (P20 § 5) che $d \in (cab) \cap (abc)$. Ora, per mezzo di $\binom{c,d}{b,e}$P24 § 5, sappiamo che la figura $r \sim (acd) \sim \imath a \sim \imath d$ contiene dei punti, necessariamente diversi da b (poi che $b \in (acd)$ secondo la $\binom{b,c,a}{a,b,e}$P18 § 5): onde si può dire altrettanto della figura $(adc) \sim \imath d$ (giusta $\binom{c,d}{b,e}$P15 § 5), e della figura $(abc) \sim \imath d$ (P28 § 5). Sia dunque e un punto della classe non illusoria $(abc) \sim (acd) \sim \imath b \sim \imath d$. L'*Arm* (a, e, c) sarà (P24 § 5) un punto f della figura $r \sim (ace) \sim \imath a \sim \imath e$; quindi giacerà nel segmento (aec) (P4, 15 § 5), vale a dire (abc) (P28 § 5): nè potrà cadere in d, perchè $d \in (ace)$ (P4, 17 § 5); nè in b, perchè $b \in (acd)$, mentre il segmento (acd) è contenuto nel segm. (ace) (P29 § 5). — Lo stesso vale per l'altro caso, in cui $d \sim \epsilon(cab)$, sol che si scambino le lettere a e c fra loro.]

Il processo della dimostrazione anzidetta si può prolungare ad libitum, considerando l'armonico g dopo a, c, f, poi l'armonico h dopo a, c, g, e così via: chè tutti si proveranno distinti fra loro e dai precedenti. Così può constatarsi entro un dato segmento la presenza di punti in numero grande quanto si vuole. E in modo simile a questo si prova eziandio l'infinità della serie armonica

$$a_0, a_1, a_2, \ldots a_{k-1}, a_k, a_{k+1}, \ldots;$$

costruita a partire da tre punti a_0, a_1, a_2 collineari e distinti, per modo che $a_3 \equiv Arm(a_0, a_2, a_1), \ldots, a_{k+1} \equiv Arm(a_0, a_k, a_{k-1})$.

P2-*Tr.* " Premesso che a, b, c sono punti d'una retta prj r l'un l'altro distinti, e presi " a piacere i punti d, e nel segmento (abc), se avvien che d appartenga al seg- " mento (ace), non potrà darsi che e appartenga al segmento (acd): cioè sarà " impossibil supporre ad un tempo $d \in (ace)$, $e \in (acd)$. „ [Dall'*Hp* emerge (P4 § 5) che $d, e \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $e \sim = d$; p. c. — fatto luogo a $\binom{c,c}{b,e}$P6 § 5 e P31 § 5 — che $c \in (ade) \cap (dae)$; e infine che $e \in (dac) \cap (adc)$, conforme a $\binom{d,c,c}{b,c,d}$-, $\binom{d,a,e,c}{a,b,e,d}$P9 § 5. Ma quest'ultima relazione — in virtù delle $\binom{d}{b}$P2 § 5 e $\binom{c,d,c}{b,c,d}$P21 § 5 — equivale ad $e \sim \epsilon(acd)$, che è la *Th.*]

P3-*Tr.* " Siano a, b, c, d, e punti (a, b, c distinti fra loro) d'una retta prj r. ma i punti " d ed e (non coincidenti in a) siano esclusi dal segmento (abc): allora non potrà " darsi ad un tempo che e stia nel segmento (abd). e d nel segmento (abe). „ [L'*Hp* adduce $d, e \in (acb)$, presupposto che d ed e siano ambedue diversi da a (P15 § 5): sicchè allora basterà riferirsi a $\binom{c,b}{b,c}$P2. Ma il *Tr* è vero (P4 § 5) quantunque uno solo dei punti d, e sia distinto da a.]

P4-*Tr.* " Essendo r, a, b, c come sopra, e posto che d, e siano punti del segmento " (abc), e che di più e stia nel segmento (acd), bisognerà che il segmento (ace) " sia contenuto nel segmento (acd). „ [Si deduce infatti — richiamando P4 § 5 e P2 — che $d, e \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $d \sim \in (ace)$: quindi anche la *Th*, in virtù di $\binom{c,c}{b,c}$P29 § 5.]

P5-*Tr.* " Se, dati sempre r, a, b, c come sopra, d, e siano punti del segmento (abc) " l'un l'altro distinti; allora, o il punto d giacerà nel segmento (ace), o il punto e " nel segmento (acd). „ [Dall'*Hp* e dalle P4, 28 § 5 risulta che $d, e \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $e \in (adc)$; e p. c. — avuto riguardo a $\binom{d}{b}$P21 § 5 — delle due cose l'una: o $e \sim \in (dca)$, o $e \sim \in (cad)$. Ma nel primo caso sussiste la relazione $d \in (ace)$, nel secondo la relazione $e \in (acd)$: come prescrivono le $\binom{d,c,a}{a,b,c,d}$P18 § 5, $\binom{c,a,d}{a,b,c}$P16 § 5.]

P6-*Tr.* " Nel supposto che a, b, c sian punti prj distinti sopra una retta r, e che d " sia un (abc) diverso da b, si conclude che i punti di r non giacenti nel seg- " mento (bad) stanno tutti nel segmento (abc). „ [Ammessa l'*Hp*, per certo d cade in r senza coincider con a o con c: di più concorre la relazione $d \in (acb)$, oppur l'altra $b \in (acd)$ — grazie ad $\binom{b}{e}$P5, e P4, 3 § 5. Ma nell'un caso avendosi $c, d \in (adb)$ — per $\binom{c,b}{b,c}$P6 § 5 — si può dar luogo a $\binom{d,b,c,d}{b,c,d,e}$P4 e concluder con essa che $(abd) \supset (abc)$; per la qual cosa ogni punto della figura " $r \sim (bad) \sim \imath d$ „ giacerà in (abc), come spettante alla figura (abd): ved. $\binom{b\ a,d}{a,b,c}$P16 § 5. L'altro caso nasce dal primo attraverso la sostituzione $\binom{d,b}{b,d}$, fatta avvertenza a P6 § 5: e propriamente a questo modo si trova che la figura " $r \sim (dab) \sim \imath b$ „ sta nel segmento (adc); ma ciò basta al *Tr*, date le P2, 28, 3 § 5.]

P7-*Tr.* " Dati r, a, b, c come sopra, e presi nel segmento (abc) due punti a piacere " d ed e purchè non coincidenti, tutti i punti di r che sono esclusi dal segmento " (dae) giaceranno nel segmento (abc). „ [È questa un'estensione della prec.ª P6, nella quale ritorna mediante lo scambio $\binom{b,d}{d,e}$: fatta ragione di $(abc) = (adc)$, $e \in (adc)$, ecc.]

P8-*Tr.* " Siano r, a, b, c come sopra: inoltre d, f sian punti nel segmento (abc) tali " che f appartenga ad (acd); poscia c denoti un punto di r non coincidente con " d o con f, ma tale che il segmento (def) risulti contenuto in (abc): allora il " punto e giacerà nel segmento (acd). „ [Da una parte l'*Hp* implica $d, f \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $f \sim = d$, $(acd) = (dfa)$; per fatto delle P4, 2 § 5, $\binom{c,d,f}{f,c,d}$P28 § 5. Dall'altra $a \sim \in (def)$, e quindi $e \in (dfa)$, se si guardi a P4 § 5, $\binom{d,e,f,a}{a,b,c,d}$P19 § 5.]

P9-*Tr.* " Supposti r, a, b, c come sopra, siano d, e, f punti del segmento (abc) tali che " e stia nel segmento (acd), f nel segmento (ace): si conclude che il segmento " (def) sarà interno al segmento (abc). „ [In primo luogo si ha che d, e, $f \in r \sim \imath a \sim \imath c$, $f \in (acd)$ (P4 § 5 e P4): e pertanto che $e \sim = d, f \sim = d, f \sim = e$,

$(afe) = (ace)$ (P4, 28 § 5). Ora $d \sim \epsilon (ace)$ (P2); dunque $d \sim \epsilon (afe)$, per cons.a $d \epsilon (fea)$, $a \sim \epsilon (fed)$ — così a motivo delle $\binom{f,e}{b,c}$P13, 11 § 5: onde risulta $(fea) = (fda)$, $(fed) \supset (fea)$ — come prescrivono le $\binom{f,e,a}{a,b,c}$P28 § 5, $\binom{f,e,d}{a,b,c,d}$P29 § 5 — e però $(def) \supset \supset (adf)$ (P2 § 5). Ma per fatto di $f \epsilon (acd)$ si avrà pure che $d \sim \epsilon (acf)$ (P2) ossia che $c \sim \epsilon (adf)$ (P6 § 5); sicchè, giusta P29 § 5, (adf) sarà contenuto alla sua volta in (adc), che è quanto dire in (abc) (P28 § 5): c. v. d.]

P10-*Tr.* " Sotto la stessa HpP9 il punto e non può appartenere al segmento (daf), " nè coincider con d o con f. „ [Perchè quì, come dianzi, sussistono le relazioni $d, e, f \epsilon r \sim \imath a, d \sim = e, e \sim = f, d \sim \epsilon (afe)$: con esse (P8 § 5) anche l'altra $e \sim \epsilon (fad)$; ecc.]

P11-*Tr.* " Siano tuttora a, b, c punti distinti d'una retta prj r, e poniamo che d, f " siano punti del segmento (abc) tali che f appartenga al segmento (acd): " poscia e sia un punto di r esterno al segmento (daf), ma diverso da d e da f: " dico che i punti e, f giacciono il primo nel segmento (acd), l'altro nel seg- " mento (ace). „ [Fra i punti a, c, d, f intercedono le relazioni $d, f \epsilon r \sim \imath a \sim \imath c$, $f \sim = d$, $(afd) = (acd)$, $d \epsilon (caf)$, $c \epsilon (daf)$ (P4, 28, 6, 31 § 5); e p. c. $(caf) = (cdf)$, $(daf) = (dcf)$. Circa il punto e si deduce — guardando la $\binom{d,a,f,e}{c,b,c,d}$P13 § 5 — che $e \epsilon (afd)$: e pertanto che $e \epsilon (acd)$. Ma, per ciò che si è detto, abbiamo altresì che $e \sim = a$ (P4 § 5), $e \sim \epsilon (dcf)$; quindi che $e \epsilon (cdf) \sim \imath a$ (P16 § 5), e p. c. che $e \epsilon (caf) \sim \imath a$: dunque sussiste ancora la relazione $f \epsilon (ace)$.]

P12-*Tr.* " Dati r, a, b, c come sopra, se d, e sian punti esterni al segmento (abc), oltre " che l'uno e l'altro diversi da ciascuno dei punti a e c; bisognerà che il punto e " stia nel segmento (adc): per la qual cosa i segmenti (adc), (aec) coincideranno. „ [Dall'*Hp* abbiamo — per via di P3, 15, 17 § 5 — che $d \sim = b$, $e \sim = b$, $c, d, e \epsilon (acb)$, $c \epsilon (abd)$, $c \epsilon (abe)$; quindi che $(acd) = (abd)$, conforme $\binom{d,c}{c,d}$P28 § 5. Dunque, poniamo che sia $e \epsilon (acd)$, ne verrà che $e \epsilon (abd)$, poscia — a motivo di $\binom{e,b,c}{b,c,f}$P10 — che $e \sim \epsilon (duc)$, e infine che $e \epsilon (adc)$, giusta P16 § 5. Se poi $e \sim \epsilon (acd)$, sarà vero ugualmente che $e \epsilon (adc)$ (P15 § 5). Il resto è detto in $\binom{d,c}{b,d}$P28 § 5.]

P13-*Tr.* " Se in una retta prj r son dati tre punti distinti a, b, c, poscia un quarto " punto d non interno al segmento (abc), nè coincidente con a o con c, è forza " che ogni altro punto e della retta r appartenga ad uno dei segmenti (abc), " (adc), se non coincide con a o con c: sicchè $r = (abc) \cup (adc) \cup \imath a \cup \imath c$. „ [Si consideri che il supporre (accanto all'*Hp*) " $e \epsilon r \sim (abc) \sim \imath a \sim \imath c$ „ trae seco, in virtù di P12, la condizione $e \epsilon (adc)$. Dunque la propos.e condiz.e " $e \epsilon r$ „ implicherà senza più che " $e \epsilon (abe) \cup (adc) \cup \imath a \cup \imath c$ „. Che poi quella sia conseguenza di questa, è già detto in P1 § 5.] — Questa propos.e e l'ultima del preced.e § dicono in somma che " Due punti prj distinti a e c spezzan la retta prj in due parti (abc) e (adc), le quali non hanno alcun punto in comune, ma prese insieme coi termini comuni a e c riproducon la retta „.

P14-*Tr.* " Siano r, a, b, c come sopra, ed abbiansi in r anche i punti a', b', c' distinti " fra loro e tali, che il segmento $(a'b'c')$ sia contenuto nel segmento (abc), senza che " alcuno dei punti a' e c' cada in a o in c; di più c' appartenga al segmento (aca'): " allora, presi a piacere i punti d, e nel segmento $(a'b'c')$, ciascuna delle due

" proposizioni " e giace in (acd) „, " e giace in $(a'c'd)$ „ sarà conseguenza del- " l'altra. „ [Ricorrendo a P4 § 5, P12 e P7. 21. 29 § 5 si ottiene successivamente: $a, c \sim \epsilon (a'b'c')$, $a \epsilon (a'cc')$, $c' \epsilon (ca'a)$, $c' \sim \epsilon (a'ac)$, $(a'ac) \supset (a'ac')$. Di poi circa i punti d, e si deduce (P4, 28, 6, 11, 9, 29 § 5): $d, e \epsilon (abc) \sim \iota a' \sim \iota c' \sim \iota a \sim \iota c$, $(a'dc') = (a'b'c')$, $a \sim \epsilon (a'dc')$, $d \sim \epsilon (a'ac')$, $a' \sim \epsilon (dc'a)$, $c' \sim \epsilon (da'a)$, $(dc'a) \supset (dc'a')$. Ma da questo e da quello si ritrae, con l'aiuto delle P2. 6 § 5 e P12: $d \sim \epsilon (a'ac)$, $c, c' \sim \epsilon (aa'd)$, $(acd) = (ac'd)$, $(acd) \supset (a'c'd)$: sicchè la propos.^{e} " $e \epsilon (acd)$ „ non può star senza l'altra " $e \epsilon (a'c'd)$ „. Infine dalla propos. " $e \epsilon (a'c'd)$ „ si deduce che $d \sim \epsilon (a'c'e)$, grazie a P2: poi, dal momento che è lecito lo scambio de' punti d, e nel risultato anzidetto — grazie alla simmetria dell'*Hp* rispetto ai medesimi, di guisachè non può stare $d \epsilon (ace)$ senza $d \epsilon (a'c'e)$ — si deduce altresì che $d \sim (ace)$, e p. c. (P2) che " $e \epsilon (acd)$ „.]

§ 7°.

Ordinamenti naturali e sensi d'una retta projettiva.

P1-*Df.* " Premesso che a, b, c sono punti distinti d'una retta proj.^{a} r, con la frase " *seguente* x *nell'ordine naturale* a, b, c „ — condensata nel simbolo " $\sigma_{a,b,c}x$ „ — si vuol denotare:

" ***a***) il segmento " (acx) „, se x è un (abc);

" ***b***) la figura " $r \sim (acx) \sim \iota a \sim \iota x$ „, se x è un punto di r esterno al segmento " (abc) ma diverso da a e da c;

" ***c***) la figura " $r \sim \iota a$ „, se x è un punto non diverso da a;

" ***d***) la figura " $r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$ „, se x è un punto non diverso da c. „

Per mezzo di questa propos.^{e} è pienamente definito — nell'Hp fatta circa r, a, b, c — un certo segno di *funzione* o di *trasformazione* " $\sigma_{a,b,c}$ „ che, posto innanzi ad un punto della retta prj r, produce un'intera classe di punti sulla medesima. Anzi ne contrae valore preciso anche il gruppo di segni " $\sigma_{a,b,c}r$ „ (P13§6).

P2-*Df.* " Sotto la stessa HpP1, si chiama " *ordinamento naturale di* r *secondo* a, b, c „ — o, più brevemente, " *ordine naturale* a, b, c „, o " $\sigma_{a,b,c}r$ „ — quella trasformazione (di r in classi di r) che a ciascun punto x della retta coordina i punti rappresentati da $\sigma_{a,b,c}x$. „

Tutte le proprietà segmentarie de' due preced.^{i} §§ si potrebber facilmente enunciare come fatti inerenti all' " ordine naturale a, b, c „: anzi è questa la via che si tiene per solito: domandandosi alcune proprietà dell' " ordine naturale (o *moto projettivo*) secondo a, b, c „ per dedurne le cose più importanti circa il separarsi fra punti, il segmento, ecc. (*) — Così le propos.^{i} 2, 4, 5

(*) Cfr., oltre gli Aut.^{i} citati, anche G. Vailati, *Sui principî fondamentali della Geometria d'una retta* (" Rivista di Matem.^{a} „, v. 2°. 1892). — Altri due articoli *Sulle relaz.^{i} di posizione fra punti d'una linea chiusa*, e *Sulle proprietà fondam.^{i} delle varietà da una dimensione* del medesimo A. studiano invece i postul.^{i} da concedere, quando sia data per primitiva la nozione del " separarsi „ (Ibid., v. 5°, 1895). — Ma forse non trova riscontro in alcun luogo la nostra definizione di questi concetti, desunta dalle più semplici nozioni geometrico-projettive: il punto e la retta.

del § 6, dopo la P1^a null' altro dicono in somma che questo: " Essendo a, b, c tre punti distinti sulla retta prj r, e d, e punti a piacere nel segmento (abc): 1°) non potrà darsi ad un medesimo tempo che d segua e ed e segua d nell' ordine naturale a, b, c; 2°) se il punto e sia un seguente d nell' ordine natur.^{e} a, b, c, ogni punto di r, il quale segua e nel detto ordine, seguirà del pari anche d; 3°) se d, e son distinti l'un l'altro, avverrà delle due cose l'una, cioè sarà e seguente d, o d seguente e, nell'ordine natur.^{e} a, b, c „. — Son questi appunto i caratteri che si ricercan per solito in un *criterio ordinativo*, atto cioè ad ordinare gli elementi d'una classe: e si può tosto vedere (P3-6) che tutti e tre concorrono infatti nell'idea significata dai termini " seguente x nell'ord.^{e} nat.^{e} a, b, c „ qualunque sia il punto x della retta.

P3-*Tr.* " Posto che siano a, b, c tre punti distinti d'una retta prj r, ed anche x, y " punti di r, è assurdo il supporre ad un tempo che y sia seguente di x, " ed x seguente di y, nell'ordine naturale a, b, c. „

[Prendasi un punto d nella figura $r \sim (abc) \sim \imath a \sim \imath c$, come è sempre fattibile (P24 §5). L'Hp " $x, y \epsilon r$ „, conforme a P13 §6, sarà equivalente al prodotto delle due propos.^{i} simultanee } " $x \epsilon (abc)$ „ o " $x \epsilon (adc)$ „ o " $x \epsilon \imath a$ „ o " $x \epsilon \imath c$ „ { ed } " $y \epsilon (abc)$ „ o " $y \epsilon (adc)$ „ o " $y \epsilon \imath a$ o " $y \epsilon \imath c$ „ {; il quale si scinde ipso facto nella somma (o *polilemma*): " $x, y \epsilon (abc)$ „, o " $x \epsilon (abc)$ con $y \epsilon (adc)$ „, o " $x \epsilon (adc)$ con $y \epsilon (abc)$ „, o " $x, y \epsilon (adc)$ „, o " $x \epsilon (abc)$ con $y \epsilon \imath a \cup \imath c$ „, o " $x \epsilon \imath a \cup \imath c$ con $y \epsilon (abc)$ „ o " $x \epsilon (adc)$ con $y \epsilon \imath a \cup \imath c$ „, o " $x \epsilon \imath a \cup \imath c$ con $y \epsilon (adc)$ „, o " $x, y \epsilon \imath a$ „, o " $x \epsilon \imath a$ con $y \epsilon \imath c$ „, o " $x \epsilon \imath c$ con $y \epsilon \imath a$ „, o " $x, y \epsilon \imath c$ „. Ora, quando abbia luogo " $x, y \epsilon (abc)$ „ si ricade nella $\binom{x,y}{a,c}$P2 §6. Supposto invece " $x \epsilon (abc)$ con $y \epsilon (adc)$ „, e p. c. (P28, 32, 4 §5) $y \epsilon r \sim (axc) \sim \imath a \sim \imath c$, ne viene che $x \epsilon (acy)$ (P19 §5): la qual cosa basta ad escluder che x sia un $\sigma_{a,b,c}y$: ved. $\binom{y,x}{x,y}$P1^b. Il caso di " $x \epsilon (adc)$ con $y \epsilon (abc)$ „ non si distingue dal preced.^{e} fuorchè per lo scambio delle lettere x, y. Nè l'Hp particolare " $x, y \epsilon (adc)$ „ consente la coesistenza dei fatti $y \epsilon \sigma_{a,b,c}x$ e $x \epsilon \sigma_{a,b,c}y$; però che dall' ammettere insieme (P1^b) $y \epsilon r \sim (acx) \sim \imath a \sim \imath x$ ed $x \epsilon r \sim \sim (acy) \sim \imath a \sim \imath y$ si verrebbe tosto a concludere (P4, 17 §5) che $x \epsilon (acy)$ ed $y \epsilon (acx)$, contrariamente al dettato di $\binom{d,x,y}{b,d,e}$P2 §6. In ciascuno degli altri otto casi, basta un'occhiata nelle Df P1^{a,b,c,d} per farsi certi della verità presunta.]

P4-*Tr.* " Siano r, a, b, c come sopra ed x, y punti di r, per altro non coincidenti; " allora delle due cose l'una: o y sarà un seguente x, o x sarà un seguente y, " nell' ordine naturale a, b, c. „ [Sono anche qui da considerare gli stessi casi del Tr preced.^{e}, tranne due soli, cioè " $x, y \epsilon \imath a$ „ e " $x, y \epsilon \imath c$ „, che rimangono esclusi senz' altro dalla condizione $y \sim = x$. Ora l'Hp " $x, y \epsilon (abc)$ „ fu già contemplata in $\binom{x,y}{d,e}$P5 §6. Se invece " $x \epsilon (abc)$, ma $y \epsilon (adc)$ „ si dedurrà, come nella Dm prec.^{e}, $y \epsilon r \sim (axc) \sim \imath a$; e dopo questo anche $y \epsilon (acx)$ (P15 §5), vale a dire $y \epsilon \sigma_{a,b,c}x$ (P1^a): dunque è vera la *Th* per questo caso, come altresì per quello in cui si suppone " $x \epsilon (adc)$ con $y \epsilon (abc)$ „. Nell'Hp quarta, vale a dire " $x, y \epsilon (adc)$ „ non potranno valere ad un tempo le propos.^{i} $y \epsilon (acx)$ e $x \epsilon (acy)$, vietandolo $\binom{d,x,y}{b,d,e}$P2 §6; per la qual cosa (visto che $x, y \sim \epsilon \imath a$) dovrà risultare $y \epsilon r \sim (acx) \sim \imath a \sim \imath x$, oppure $x \epsilon r \sim (acy) \sim \imath a \sim \imath y$: che è quanto si desidera (P1^b). Allorquando " $x \epsilon (abc)$ con $y \epsilon \imath a \cup \imath c$ „ si deduce (P3, 4 §5) che $x \epsilon r \sim \imath a$, mentre $y \epsilon \imath a$, oppure $y \epsilon (acx)$;

cioè nell'un caso $x \in \sigma_{a,b,c} y$ e nell'altro $y \in \sigma_{a,b,c} x$, giusta $\binom{y}{x}$P1^c e P1^a. Per " $x \in \iota a \cup \iota c$ con $y \in (abc)$ " si ritorna al caso preced.te scambiando x con y. E se " $x \in (adc)$ mentre $y \in \iota a \cup \iota c$ " sarà nell'un caso $x \in \sigma_{a,b,c} y$, conforme ad $\binom{y}{x}$P1^c; nell'altro (P13§6) $x \in r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$, e qui pure $x \in \sigma_{a,b,c} y$ conforme ad $\binom{y}{x}$P1^d: nè diversamente accade, salvo lo scambio $\binom{yx}{xy}$, allorchè si suppone " $x \in \iota a \cup \iota c$ con $y \in (adc)$ ". Infine, ancor che fosse " $x \in \iota a$ con $y \in \iota c$ ", oppure " $x \in \iota c$ con $y \in \iota a$ ", sarebbe non di meno (P1^c) $y \in \sigma_{a,b,c} x$, oppure $x \in \sigma_{a,b,c} y$.]

P5-*Tr.* " Dati r, a, b, c come sopra, se x, y sono punti di r, ed y è seguente x " nell'ordine naturale a, b, c, tutti i punti che in quest'ordine seguono ad y se- " guiranno anche ad x: cioè la figura $\sigma_{a,b,c} y$ sarà contenuta nella figura $\sigma_{a,b,c} x$. "

[Posto che d sia, come sopra, un punto del segmento $r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$, si potranno avere in ordine ad x quattro casi: " $x \in (abc)$ ", " $x \in (adc)$ ", " $x = a$ ", " $x = c$ " (P13§6). All'Hp particolare " $x \in (abc)$ " corrisponde (P1^a) $\sigma_{a,b,c} x = (acx)$ quindi anche $y \in (acx)$, per *Hp*: e qui potremo distinguer secondo che $y \in (abc)$, o $y \in (adc)$, o $y = c$. Se $y \in (abc)$ (onde x ed y distinti sì da a che da c) sarà $\sigma_{a,b,c} y = (acy)$: e, poi che allora $x \sim \in (acy)$(P2§6), si deduce tosto — richiamandosi a P29§5 — che $(acy) \cap (acx)$ conforme alla *Th.* — Se $y \in (adc)$ — e p. c. $y \in r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$, $\sigma_{a,b,c} y = r \sim (acy) \sim \iota a \sim \iota y$ (P13§6, P1^b) — si deduce in primo luogo che $(abc) \cap (aby)$, $b \in (acy)$ (P29, 19§5), onde $(aby) = (acy)$(P28§5); per la qual cosa $(abc) \cap (acy)$, e nello stesso modo $(adc) \cap (acx)$: dunque $r \sim (acy) \cap r \sim (abc)$, vale a dire (P13§6, P3§5) $r \sim (acy) \sim \iota a \sim \iota y \cap (acx)$, c. v. d. — Infine se (ferma stante l'Hp $x \in (abc)$) si suppone $y = c$, ne seguirà come dianzi $(adc) \cap (acx)$: e questo appunto si cerca, però che adesso (P1^d, P13§6) $\sigma_{a,b,c} y = (adc)$.

Seguitando, facciamo " $x \in (adc)$ ": e però anche (P1^b) $\sigma_{a,b,c} x = r \sim (acx) \sim \iota a \sim \iota x$, $y \in r \sim (acx) \sim \iota a \sim \iota x$. Ora da $x \in r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$ si deduce (come dianzi fu fatto per y) che $(abc) \cap (acx)$: ond'è forza che sia $y \in r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$ e p. c. $\sigma_{a,b,c} y = r \sim (acy) \sim \iota a \sim \iota y$ (P1^b). Ma da $y \in r \sim (acx) \sim \iota a$ si cava inoltre (P29§5) che $(acx) \cap (acy)$, e quindi che $r \sim (acy) \sim \iota a \sim \iota y \cap r \sim (acx) \sim \iota a \sim \iota x$: risultato che, per quanto s'è detto, esprime appunto la *Th.*

Sotto la terza Hp particolare " $x = a$ ", la *Th* emerge subitamente dalla P1^c. — Per ultimo, quando cioè si premetta " $x = c$ ", dovremo tenerci a $\sigma_{a,b,c} x = r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$ (P1^d): ma da $y \in r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$ si deduce al solito modo che $(abc) \cap (acy)$, e p. c. che $r \sim (acy) \sim \iota a \sim \iota y \cap r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c$: onde ancor qui si verifica la relazione $\sigma_{a,b,c} y \cap \sigma_{a,b,c} r$.]

P6-*Df.* " Ferma stante l'HpP1 circa r, a, b, c, ed essendo x un punto qualunque di r, " con la scrittura " $\sigma_{a,b,c} x$ " — che può voltarsi in " *precedente* x *nell'ordine* " *naturale* a, b, c " — significhiamo il complesso di tutti que' punti y di r per cui " sussiste la relazione " x è un seguente y secondo a, b, c ". — In altri termini: " $\bar{\sigma}_{a,b,c} r$ è la trasformazione *inversa* di $\sigma_{a,b,c} r$. "

Si riscontra facilmente che

P7-*Tr.* " Essendo r, a, b, c come sopra, il punto a non ha precedenti nell'ordine " naturale a, b, c — ma precede ogni altro punto di r. "

P8-*Tr.* " E per qualsivoglia punto x della r, purchè diverso da a, le figure " $\sigma_{a,b,c} x$ "

" e " $1a \cup \sigma_{a,c,b}r$ " coincidono. " Che è quanto dire: " I precedenti x secondo l'ordine nat.^{e} a, b, c, trattone il solo punto a, sono i seguenti x nell'ordine nat.^{e} a, c, b: semprechè x non coincida con a ". — Perciò la funzione inversa di $\sigma_{a,b,c}r$ non ha propriamente la stessa natura di questa (come parrebbe dall'uso comune dei termini " precedente " e " seguente "): quantunque si distingua a mala pena dall'ordine secondo a, c, b. — Nè sarà forse superfluo avvertire, che due punti, un de' quali segua o preceda l'altro, sono per forza distinti (P1, 6).

P9-*Df.* " Data una retta prj r, il nome collettivo di " *ordinamento naturale* " *su* r " — o " σr " — spetta alla classe di tutti gli ordinamenti naturali " possibili in conformità della Df P2, ciascuno individuato da tre punti distinti " a, b, c presi ad arbitrio su r. "

Vengono appresso le Df di ordini naturali *concordi*, o *discordi*, e dei *sensi* o *versi* d'una retta prj, con molte relazioni che ne derivano: la cui deduzione (brevitatis causa) è rimessa in buona parte al Lettore (*). — Non si posson disconoscere i pregi, che tali nozioni ripeton dal concetto di *moto*: p. e. una grande intuitività nella forma che le riveste; e insieme un contenuto ideale ragguardevole per i moltissimi fatti, che in loro son compendiati e (quasi direi) condensati. Ma queste doti, eminentemente sintetiche, per ciò appunto che hanno di prezioso da un lato, men facilmente si piegan dall'altro a favorir quegli scopi che si prefigge l'analisi.

P10-*Tr.* " Se tanto a, b, c, quanto a', b', c', son punti prj distinti d'una medesima " retta r. per essi diverrà soddisfatta una almeno delle sei condizioni seguenti, " due delle quali non potranno verificarsi ad un tempo:

" 1) $a' \in \sigma_{a,b,c}b'$, nel mentre che $b' \in \sigma_{a,b,c}c'$ e $a' \in \sigma_{a,b,c}c'$;
" 2) $b' \in \sigma_{a,b,c}a'$, " " " $b' \in \sigma_{a,b,c}c'$ " $a' \in \sigma_{a,b,c}c'$;
" 3) $b' \in \sigma_{a,b,c}a'$, " " " $b' \in \sigma_{a,b,c}c'$ " $c' \in \sigma_{a,b,c}a'$;
" 4) $b' \in \sigma_{a,b,c}a'$, " " " $c' \in \sigma_{a,b,c}b'$ " $c' \in \sigma_{a,b,c}a'$;
" 5) $a' \in \sigma_{a,b,c}b'$, " " " $c' \in \sigma_{a,b,c}b'$ " $c' \in \sigma_{a,b,c}a'$;
" 6) $a' \in \sigma_{a,b,c}b'$, " " " $c' \in \sigma_{a,b,c}b'$ " $a' \in \sigma_{a,b,c}c'$. "

[Poi che ciascuna delle coppie (a', b'), (b', c'), (c', a') è soggetta a P4, saranno vere ad un tempo le tre propos.^{i}: " $a' \in \sigma_{a,b,c}b'$ o $b' \in \sigma_{a,b,c}a'$ ", " $b' \in \sigma_{a,b,c}c'$ o $c' \in \sigma_{a,b,c}b'$ ", " $c' \in \sigma_{a,b,c}a'$ o $a' \in \sigma_{a,b,c}c'$ ": di più le corna di ciascun dilemma si escluderanno a vicenda, in virtù di P3. Ora il prodotto dei tre binomî dà luogo a otto termini; due de' quali:

" $a' \in \sigma_{a,b,c}b'$ nel mentre che $b' \in \sigma_{a,b,c}c'$ e $c' \in \sigma_{a,b,c}a'$ ",
" $b' \in \sigma_{a,b,c}a'$ " " " $c' \in \sigma_{a,b,c}b'$ " $a' \in \sigma_{a,b,c}c'$ "

svaniscono grazie a P3 e P5: i sei rimanenti son quelli che stanno alla *Th.*]

Questi sei casi — del modo in cui si succedono i punti a', b', c' rispetto all'ordine natur.^{e} a, b, c — si posson distribuire in due gruppi naturali molto notevoli: perchè (come si chiarirà nel progresso di questo §) il 2°, 4° e 6° caso vanno

(*) Queste per altro (come accadde già di notare al § 6) non ricorrono affatto nel seguito.

d'accordo in molte proprietà, manifestandosi affini tra loro; e il simile accade al 1°, 3° e 5°; e gli uni si distinguon dagli altri per molti caratteri: sicchè giova introdurre fin d'ora la seguente:

P11-*Df.* " Sotto l'HpP10, diremo che l'ordine secondo a', b', c' *è concorde con* l'ordine secondo a, b, c — od anche " $\sigma_{a',b',c'}r \in Ccrd\,\sigma_{a,b,c}r$ " — quando si verifica una qualunque delle tre condizioni 2), 4), 6). Se invece i punti a', b', c' soddisfano la 1) o la 3) o la 5), l'ordinamento secondo a', b', c' si dirà *non concorde*, o *discorde*, *con* l'ordine secondo a, b, c — scrivendosi allora " $\sigma_{a',b',c'}r \sim \in Ccrd\,\sigma_{a,b,c}r$ ". "

La relazione qui definita è riflessiva, transitiva e simmetrica; cioè:

P12-*Tr.* " Ogni " ordinamento naturale su r " (P9) è concorde con sè medesimo. "

P13-*Tr.* " Sotto l'HpP10 si equivalgono le due affermazioni: " $\sigma_{a',b',c'}r \in Ccrd\,\sigma_{a,b,c}r$ " e " $\sigma_{a,b,c}r \in Ccrd\,\sigma_{a',b',c'}r$ ". "

P14-*Tr.* " Di più, se si abbiano in r anche i punti distinti a'', b'', c'', dal verificarsi ad un tempo che " $\sigma_{a',b',c'}r \in Ccrd\,\sigma_{a,b,c}r$ " e che " $\sigma_{a'',b'',c''}r \in Ccrd\,\sigma_{a',b',c'}r$ ", se ne inferisce che " $\sigma_{a'',b'',c''}r \in Ccrd\,\sigma_{a,b,c}r$ ". "

Più facilmente si proveranno i quattro Tr seguenti:

P15-*Tr.* " Se nell'HpP10 gli ordini $\sigma_{a',b',c'}r$ e $\sigma_{a,b,c}r$ son discordi, per contrario gli ordini $\sigma_{a',b',c'}r$ e $\sigma_{a,c,b}r$ concorderanno: e viceversa. "

P16-*Tr.* " Sempre che a, b, c siano punti prj distinti d'una retta r, gli ordini $\sigma_{a,b,c}r$, $\sigma_{b,c,a}r$, $\sigma_{c,a,b}r$ saranno tutti e tre concordi fra loro, e così pure gli ordini $\sigma_{a,c,b}r$, $\sigma_{c,b,a}r$, $\sigma_{b,a,c}r$; ma questi discordi da quelli. "

P17-*Tr.* " Essendo r, a, b, c come sopra, e dato in r un punto c' diverso da a e da b, gli ordinamenti $\sigma_{a,b,c}r$ e $\sigma_{a,b,c'}r$ saranno concordi o discordi, secondo che il punto c' giace o non giace nel segmento (acb). "

P18-*Tr.* " Premessa l'HpP10, se gli ordini $\sigma_{a,b,c}r$ e $\sigma_{a',b',c'}r$ concordano, mentre i punti a ed a' coincidono, sarà $\sigma_{a,b,c}r = \sigma_{a',b',c'}r$. Ved. P1, 2. "

I tre seguenti Tr, e il preced.e con essi, dànno singolare evidenza all'affinità che intercede fra più ordini naturali concordi, e maggiore importanza ai ravvicinamenti stabiliti con la Df P11.

P19-*Tr.* " Se, nella stessa HpP10, gli ordini $\sigma_{a,b,c}r$ e $\sigma_{a',b',c'}r$ son concordi fra loro, e se un punto x coincida con a', oppur sia seguente a' nell'ordine $\sigma_{a,b,c}r$, la figura $\sigma_{a,b,c}x$ sarà tutta contenuta nell'altra $\sigma_{a',b',c'}x$. "

P20-*Tr.* " E se all'incontro x è un precedente a' nell'ordine naturale a, b, c, sarà la figura $\sigma_{a,b,c}x$ contenuta nella figura $\bar{\sigma}_{a',b',c'}x$.

P21-*Tr.* " Data ancora l'HpP10, ma supposto che gli ordini $\sigma_{a,b,c}r$ e $\sigma_{a',b',c'}r$ sian discordi fra loro: se il punto x è un $\sigma_{a,b,c}a'$, la figura $\sigma_{a,b,c}x$ giacerà tutta nella $\bar{\sigma}_{a',b',c'}x$; se invece x è un $\bar{\sigma}_{a,b,c}a'$ o un $1a'$, la figura $\sigma_{a,b,c}x$ nella $\sigma_{a',b',c'}x$. " [Così dalle P20, 19, se in queste si permutano i punti b e c, con avvertenza a P8, 15.]

Una maniera per introdurre il *verso* di un ordine dato $\sigma_{a,b,c}r$ (e poscia i *sensi* della retta r) è suggerita dalle P12-14; e consiste nel sostituire dovunque la locuzione " ordini di egual *verso* „ a quella di " ordini concordi „: di guisa che il discorso venga portato obliquamente sopra un nuovo ente astratto, il *verso,* substratum di più ordini naturali concordi (che si concepisce pensando a tutti gli ordini concordi, p. e., con $\sigma_{a,b,c}r$; ma facendo astrazione dagli attributi speciali ad ognuno, e da tutto che possa individualmente distinguerli). Pur questa sorta di definizione indiretta (definiz.e *per astrazione*), comecchè rigorosa, non è preferibile ad una vera e propria " definiz.e del nome „, quale ad es. l'altra:

P22-*Df.* " Dati sulla retta prj r i punti distinti a, b, c, si chiama " *senso* (o *verso*) " a, b, c „ — designandolo con " $S(a, b, c)$ „ — la " classe di tutti gli ordina- " menti naturali di r concordi con $\sigma_{a,b,c}r$. „ — Dunque: " $S(a, b, c)$ „ $\equiv$ " $\sigma r \cap$ $\cap\, Ccrd\, \sigma_{a,b,c}r$ „. Ved. P9, 11.

P23-*Tr.* " Quindi (P15) il " verso a, c, b „ è la " classe di tutti gli ordinamenti na- " turali non concordi (cioè discordi) con $\sigma_{a,b,c}r$ „: " $S(a, c, b) = \sigma r \sim Ccrd\, \sigma_{a,b,c}r$. „

P24-*Tr.* " E per conseguenza $\sigma r = S(a, b, c) \cup S(a, c, b)$: sicchè ogni ordinamento " naturale su r appartiene al " senso a, b, c „ o al " senso a, c, b „. „

P25-*Tr.* " Di più, nell'HpP10, l'asserzione " $\sigma_{a',b',c'}r$ è concorde con $\sigma_{a,b,c}r$ „ si risolve " nell'eguaglianza " $S(a', b', c') = S(a, b, c)$; e viceversa: onde nasce che " $S(a', b', c')$ „ " eguaglia l'uno o l'altro dei sensi " $S(a, b, c)$ „, " $S(a, c, b)$ „. „.

Pertanto ogni retta prj consente *due* versi distinti e non più: sensi, a cui ben s'addice, giusta P8, l'epiteto di contrarî ed opposti.

§ 8°.

Il triangolo projettivo (*).

Tra i vantaggi che il segmento prj palesa come idea geometrica fondamentale va segnalato anche questo: che, nel passaggio a forme di maggior dimensione, il segm.° prj° — individuato con gli estremi ed un punto — conduce spontaneamente al *triangolo projettivo* e al *tetraedro proj.°* individuati mediante i vertici e un punto; e ciò per via non dissimile a quella onde si sale dalla retta al piano e agli spazî superiori. — La considerazione di queste figure " triangolo prj „ e " tetraedro prj „ riesce utilissima in molte questioni, eziandio elementari, di Geom.ª proj.ª; però che in esse s'imperniano i più semplici fatti inerenti alla *connessione* del piano e della visuale d'un piano. G. C. von Staudt le introdusse e ne usò (ved. p. e. i nn. 172-75 e 188-91 della *G. d. L.*) mettendone in vista alcune proprietà (desunte da certi principî sulle superficie coniche d'*ordine pari* e d'*ordine dispari*): ma non so ch'altri abbia trattato quest'argomento con più diffusione e maggior semplicità di premesse. — In

(*) Ved. m_4, §§ 11, 12.

questo § si studia appunto il *triangolo,* come porzione di piano atta a projettarsi in un'altra della stessa natura: mostrandosi come le sue proprietà maggiormente intuitive e più spesso invocate discendano senz'altro dai postul.[i] I°-XVII°.

P1-*Df.* " Siano a, b, c tre punti prj non allineati, d un quarto punto a piacere del " piano prj abc, purchè non giacente in alcuna delle rette bc, ca, ab; e pongasi " $a' \equiv (bc \,.\, ad)$, $b' \equiv (ca \,.\, bd)$: allora, per " *triangolo projettivo abcd* " — significato dalla scrittura " $(abcd)$ " — s'intende il complesso di tutti i punti comuni " alle visuali dei due segmenti prj $(ba'c)$, $(cb'a)$ prese rispettivamente dai " punti a e b; ossia la figura " $a\,(ba'c) \cap b\,(cb'a)$ ". " — Ved. le Df P3 § 4, P1 § 3, P1 § 5 (*).

P2-*Tr.* " E pertanto questa figura $(abcd)$ non è altro che il luogo d'un punto prj x, non " coincidente con a o con b, per cui le rette ax, bx incontrino rispett.e le rette bc, ca " dentro i segmenti prj $(ba'c)$ e $(cb'a)$; tale in somma che le rette bc ed ax " abbiano un punto d'intersezione $(bc \,.\, ax)$ appartenente al segmento $(ba'c)$, e le " ca, bx un punto d'intersezione $(ca \,.\, bx)$ appartenente al segmento $(cb'a)$. " [Si equivalgono P1 e P2, principalmente a motivo di P1 § 3 e P14 § 1.]

Per la chiara intelligenza di questo § si badi massimamente alle prime cinque proposizioni del § 4.

P3-*Tr.* " Sotto la stessa HpP1, ciascun punto del triangolo prj $abcd$ starà nel piano " prj abc, non però sopra alcuna delle rette bc, ca, ab. " Dunque $(abcd) \supset abc \sim \sim bc \sim ca \sim ab$. [Da " $x \in (abcd)$ " si deduce l'esistenza di y_1 e y_2 tali che $y_1 \in bc \sim \sim \imath b \sim \imath c$, $y_2 \in ca \sim \imath c \sim \imath a$, $x = (ay_1 \,.\, by_2)$: ved. P1, P7, 8 § 2, P2-4 § 4, P1, 4 § 5. Quindi anche " $x \in abc \sim bc \sim ca \sim ab$ " — giusta P6 § 3 e P1 § 4.]

P4-*Tr.* " E il punto d starà sempre nel triangolo prj $abcd$. " [Come da P2, P12 § 1, P2, 4 § 4, P3 § 5.]

P5-*Tr.* " Anzi l'intero segmento (ada') sarà contenuto in $(abcd)$, come pure il segmento (bdb'). " [Se $x \in (ada')$, sarà prima di tutto $x \in abc \sim \imath a \sim \imath b$; quindi (grazie a P12 § 5 e omessa ogni altra citazione) le rette ca e bx si taglieranno in un punto del segmento $(ab'c)$, e le bc, ax in un punto del segmento $(ba'c)$.]

P6-*Tr.* " Premessa ancora l'HpP1 e detto inoltre c' il punto d'intersezione $(ab \,.\, cd)$; " se poi e sia un punto diverso da a e da b, per cui le rette ae e be incontrino " l'una il segmento $(ba'c)$, l'altra il segm.° $(cb'a)$, sarà per forza e diverso da c, " e la retta ce dovrà tagliare il segmento $(ac'b)$. " [Anzi tutto le bc, ae come le ca, be si taglieranno in un punto diverso da ciascuno degli a, b, c (P12 § 1, P7, 8 § 2, P2-4 § 4, P1, 4 § 5), di modo che $a\,(bc \,.\, ae) = ae$, $b\,(ca \,.\, be) = be$, $b\,(ca \,.\, bd) = bd$ (P22 § 1): quindi a motivo di $\binom{(bc\,;\,ae)}{a'}, \binom{(ca\,;\,bd)}{b'}$P1 § 4 si taglieranno anche le ae, bd per modo che $(ae \,.\, bd) \in abc \sim bc \sim ca \sim ab$. Pongasi $f \equiv (ae \,.\, bd)$; sicchè: $f \sim \in \imath a \cup \imath c$, $af = ae$, $(bc \,.\, ae) \sim = f$, $(ab \,.\, cf) \in [0] \sim \imath a \sim \imath b$, giusta $\binom{f}{a}$P4 § 4. Ora per projezione dal punto a (P12 § 5) — visto che $(bc \,.\, ae) \in (ba'c)$ e avuto riguardo a P12 § 1,

(*) Cfr. Staudt, Op. cit., n. 175.

P2, 6 § 2 — si deduce che $f \in (bdb')$; e di qui, nello stesso modo (ossia per projezione da c), che $(ab \,.\, cf) \in (bc'a)$: onde l'eguaglianza $(b(ab \,.\, cf)a) = (ac'b)$ (P28, 2 § 5). D'altra parte — allegando prima $(^{(bc\,.\,ae)}_{a'}, ^{(ca\,.\,be)}_{b'})$P1 § 4, poi $(^{c}_{3})$P2-4 § 4 — si deduce che ae va distinta dalle ca, ab; che le ae, be si tagliano in un punto del piano abc, non però sopra alcuna delle bc, ca, ab: che questo punto coincide con e, ma è diverso da c; e che infine le ab, ce si tagliano: sicchè, projettando ac sopra ae da b, poscia ae sopra ab da c, si viene a concludere che $e \in ((bc \,.\, ae) f a)$, $(ab \,.\, ce) \in (b(ab \,.\, cf)\, a)$, $(ab \,.\, ce) \in (ac'b)$: c. v. d.]

Per la proprietà ora dimostrata, che è fra le principali intorno al triangolo, le prop.^{i} 1 e 2 prendono forma più regolare e simmetrica nelle seguenti P7, 9.

P7-*Tr.* " Essendo a, b, c, d come sopra (HpP1) e chiamando a', b', c' le projezioni del " punto d sulle bc, ca, ab dai punti a, b, c, allora il triangolo $(abcd)$ sarà la classe " dei punti (diversi da ciascun vertice) che projettati ordinatamente dai punti " a, b, c (vertici) mandano le loro imagini dentro i segmenti $(ba'c), (cb'a), (ab'c)$ " (lati). „ [P6 conclude che, se due fra le immagini d'un punto e (distinto da ognuno degli a, b, c) cadono negli anzidetti segmenti, anche la terza immagine vi cade: sicchè " P7 „ = " P2 „.]

P8-*Tr.* " Sotto la stessa HpP7 i triangoli $(abcd)$, $(bcad)$, $(cabd)$, $(cbad)$, $(bacd)$, $(acbd)$ " coincideranno tutti in un solo. „ [Così dalla P7, con avvertenze a P2, 4 § 4, P10, 12, 25 § 1, P2 § 5.]

P9-*Tr.* " Di più saranno verificate le eguaglianze: $(abcd) = b(cb'a) \cap c(ac'b) = c(ac'b) \cap$ " $\cap\, a(ba'c) = a(ba'c) \cap b(cb'a) = a(ba'c) \cap b(cb'a) \cap c(ac'b)$. „ [Provengono dalla P1, spostando in giro le lettere a, b, c, con avviso a P8.]

P10-*Df.* " Ferma stante l'HpP7 circa i punti prj a, b, c, d, a', b', c': del triangolo $(abcd)$ " sono *lati* i segmenti prj $(ba'c), (cb'a), (ac'b)$ e *vertici* i punti a, b, c. *Contorno* " del triangolo è la figura " $(ba'c) \cup (cb'a) \cup (ac'b) \cup 1a \cup 1b \cup 1c$ „ somma logica " dei lati e dei vertici. Il segmento prj " $ab \sim (ac'b) \sim 1a \sim 1b$ „ (P13 § 6) sarà " il *complemento* del lato $(ac'b)$. „

Le P6, 7, 9 dicono in somma che " ciascun punto nel quale s'incontrino i raggi che projettan due punti, presi a piacere in due lati, dai vertici *opposti* ai medesimi, sta sempre in un raggio projettante dal terzo vertice un punto del terzo lato e appartiene al triangolo „. — I punti del contorno rimangono esclusi dal triangolo, a norma della P3; vale a dire:

P11-*Tr.* " Nessun punto del contorno d'un triangolo prj appartiene al triangolo. „

P12-*Tr.* " Nell'HpP7, se un punto e giace nel triangolo prj $abcd$, le figure $(abcd)$ e " $(abce)$ coincideranno. „ [Dal fatto che (P3, 2) $e \in abc \sim bc \sim ca \sim ab$, $(bc \,.\, ae) \in (ba'c)$, $(ca \,.\, be) \in (cb'a)$, nascono — giusta P28 § 5 e atteso anche le P3, 4 § 4, P12 § 1, P7 § 2 — le uguaglianze $(ba'c) = (b(bc \,.\, ae)\, c)$, $(cb'a) = (c(ca \,.\, be)\, a)$, che valgono appunto la *Th*, grazie a $(^{c}_{3})$P2.] — In altri termini: " Due triangoli prj coincidono, se hanno di comune i vertici e un punto. „

P13-*Tr.* " Se appresso l'HpP7 poniamo che c'' sia un punto della retta bd, la pro-

" posizione " c'' è fuori del segmento prj $(ac'b)$, nè coincide con a o con b „ sarà " equivalente a quest'altra: " le rette bc e ca son tagliate dalla dc'' in punti, " che giacciono dentro i segmenti $(ba'c)$, $(cb'a)$ „. „ [Premesso che c'' è necessariamente diverso da d, e che la dc'' taglia ciascuna delle bc, ca (P7 § 2, P7, 21 § 3), la proposiz.e " $c'' \sim \epsilon\,(ac'b) \cup 1a \cup 1b$ „ sarà equivalente alla " $c'' \epsilon\,(c'ba) \cap (bac')$ „ (P13, 20 § 5, P4 § 4), e questa alla " $(ca \,.\, dc'') \epsilon\,(cb'a), (bc \,.\, dc'') \epsilon\,(ba'c)$ „ — perchè i punti $(ca \,.\, dc''), c, b', a$ sono immagini dei punti c'', c', b, a dall'occhio d, e il simile accade per $(bc \,.\, dc''), b, a', c$ rispetto a c'', b, a, c': ved. P12 § 5, P12 § 1, P2, 6 § 2.]

Atteso che il triangolo $(abcd)$ non muta per lo scambio dei vertici (P8), nè se al posto del punto d si metta un altro punto qualsivoglia del triangolo stesso (P12), la P13 si potrà enunciare in quest'altra forma:

P14-*Tr.* " Se una retta contenente un punto interno al triangolo incontra il comple- " mento d'un lato, dovrà tagliare ciascuno degli altri due lati, e viceversa. „ Ved. P10.

P15-*Tr.* " Sotto l'HpP7 ogni retta giacente nel piano abc. pur che passi per un punto " interno al triangolo $(abcd)$ senza contenere alcun vertice di questo, taglierà " due lati del triangolo stesso e il complemento del terzo. „ [Siano a'', b'', c'' le traccie di quella retta sulle bc, ca, ab (P21 § 3, ecc.). Se $c'' \epsilon\,(ac'b)$, si cade nel dilemma " $a'' \sim \epsilon\,(ba'c)$ o $b'' \sim \epsilon\,(cb'a)$ „, non potendo avvenire che tutti e tre i punti a', b', c' stiano sopra il contorno (P14). Dunque l'uno o l'altro dei punti c'', a'', b'' giacerà sul complemento d'un lato: e però si ritorna a P14.]

P16-*Tr.* " Presente l'HpP7, tolgasi nella retta ab un punto c'' esterno al segm.o $(ac'b)$ " ma diverso da a e da b: e siano a'', b'' i punti, dove le bc, ca son tagliate " dalla dc'': allora il segmento $(a''d\,b'')$ sarà tutto interno al triangolo $(abcd)$. e " il segmento $(a''c''b'')$ tutto esterno. „ [Si riscontra facilmente che c'' è un abc diverso da d: che dc'' è una retta nel piano abc, la quale non può coincider con ab, nè con ca; che a'' è diverso da b, c, d, c''; e b'' diverso da a, c, d, c'', a'': ved. P13, P12, 25 § 1, P7, 8 § 2, P20, 21 § 3, P4 § 4, P4 § 5. Inoltre, con una proiezione da c, si verifica che $c' \sim \epsilon\,(b''da'')$ (P2, 6 §2, P12 §5); e p. c. che $(b''da'') \supset (b''dc'')$ (P29 § 5). Ora sia x un punto del segm.o $(a''d\,b'')$, diverso dunque da a e da c: le rette bc ed ax si taglieranno in un punto di $(ba'c)$ e le ab, cx in un punto di $(ac'b)$ (P12 §5): sicchè, giusta P2, 8, bisogna che x appartenga alla figura $(abcd)$. Supponga si invece $y \epsilon\,(a''c''b'')$: le ab e cy si taglieranno in un punto di $(bc''a)$, vale a dire (P2, 32 § 5) in un punto esterno ad $(ac'b)$; cosicchè (P7) y sarà esterno ad $(abcd)$.]

La P16 — in presenza della P15, e poscia che un $(abcd)$ qualsiasi può tener luogo del punto d (P12) — ne dice, in sostanza, che: " Ogni retta del piano, la quale contenga un punto interno al triangolo senza passar per un vertice, resta divisa dai punti ov'essa taglia il contorno in due parti, l'una interna e l'altra esterna al triangolo „. Che lo stesso fatto abbia luogo se quella retta appartiene ad un vertice, è già parzialmente affermato in P5: il resto al Lettore.

P17-*Tr.* " Premesso che a, b, c son punti non collineari, d un punto del piano abc ma

" non d'alcuna delle bc, ca, ab: e detti a', b', c' i punti d'intersezione $(bc\,.\,ad)$,
" $(ca\,.\,bd)$, $(ab\,.\,cd)$: la retta che unisce due punti a'' e b'' presi a piacere nei segm.ti
" $(ba'c)$ e $(cb'a)$ dovrà tagliare la congiungente ab per un punto esterno al seg-
" mento $(ac'b)$ e diverso dagli estremi a e b di questo. „ [Omesse le consuete citazioni ecc., le rette aa'' e bb'' si taglieranno in un punto e diverso da c e non appartenente ad ab (P1 § 4): e le ab, cc in un punto c'' di $(ac'b)$ (P6): sicchè $(ac'b) = (ac''b)$. Ma il punto $(ab\,.\,a''b'')$ coincide con l'$Arm(a, b, c'')$ — giusta le P5, 12, 14 § 4. Ved. P23 § 5.]

La P17 esprime che " Una retta, la quale unisca due punti presi a piacere sovra due lati del triangolo, non incontrerà il terzo lato „: ed è questo il teorema che regge, nell'opera di Staudt, il separarsi delle coppie armoniche (*). La stessa proprietà si può a questo modo invertire: " Se una retta incontra il complemento d'un lato e uno qualunque degli altri due lati, dovrà tagliare eziandio il rimanente „. Cioè:

P18-*Tr.* " Dati nuovamente a, b, c, d, a', b', c' come sopra; se γ è un punto del seg-
" mento prj $ab \sim (ac'b) \sim \imath a \sim \imath b$ ed a'' un punto del segm.to $(ba'c)$, le rette ca e
" $\gamma a''$ si taglieranno in un punto di $(cb'a)$. „ [Posto $b'' \equiv (ca\,.\,\gamma a'')$ (P5 § 4 ecc.); indi $e \equiv (aa''\,.\,bb'')$, $c'' \equiv (ab\,.\,ce)$ come sopra; ne risulta $(bc\,.\,ae) = a''$, $(ca\,.\,be) = b''$), $(ab\,.\,a''b'') = \gamma$: sicchè — giusta $\binom{c, a'', b'', c'''}{a, a', b', c'}$P17 e P3, 6 § 5 — $\gamma \in ab \sim (ac''b) \sim \imath a \sim \imath b$, $c', c'' \in ab \sim (a\gamma b) \sim \imath a \sim \imath b$; e p.c. $c'' \in (ac'b)$, $b'' \in (cb'a)$ (P13 § 6, P6).] Dalla P18 deriva subito quest'altra: " Ogni retta, la quale unisca due punti presi nei complementi di due de' tre lati, taglia pure il complemento del terzo „; cioè:

P19-*Tr.* " Ferma stante l'HpP17 e presi ad arbitrio i punti γ, α nei segmenti $ab \sim$
$\sim (ac'b) \sim \imath a \sim \imath b$, $bc \sim (ba'c) \sim \imath b \sim \imath c$, le rette ca e $\gamma\alpha$ si taglieranno sul segmento
" $ca \sim (cb'a) \sim \imath c \sim \imath a$. „ — E dall' insieme delle P17-19 si raccoglie che " Una retta giacente nel piano del triangolo, ma non contenente alcun vertice, o non incontra il contorno, o lo taglia in due punti „; vale a dire:

P20-*Tr.* « Nell'HpP17, se α, β e γ siano tracce d'una retta arbitraria — giacente
" sul piano abc ma non passante per niuno de' punti a, b, c — sulle bc, ca, ab:
" dovrà esser vera la propos.e " $\alpha \sim \in (ba'c)$, $\beta \sim \in (cb'a)$, $\gamma \sim \in (ac'b)$ „; oppur l'altra
" " $\alpha \in (ba'c)$, $\beta \in (cb'a)$, $\gamma \sim \in (ac'b)$ „; o l'altra " $\alpha \in (ba'c)$, $\beta \sim \in (cb'a)$, $\gamma \in (ac'b)$ „;
" o l'altra " $\alpha \sim \in (ba'c)$, $\beta \in (cb'a)$, $\gamma \in (ac'b)$ „. „

Notevole è altresì la seguente:

P21-*Tr.* " Restando ancora nell'HpP17, la retta congiungente due punti a'' e b'' posti
" dentro i segmenti $(ba'c)$ e $(cb'a)$ taglia sempre la retta cd nell'interno del trian-
" golo $(abcd)$. Ved. P5 „ [Si osservi dapprima — omesse le consuete citazioni — che $a''b''$ è una retta distinta da ciascuna delle bc, ca, ab e che $(ca''b) = (ca'b)$. Le rette $cd, a''b''$ si taglieranno fuori di a e le $ab, a''b''$ (P17) fuori di $(ac'b)$, ecc.:

(*) Op. cit., n. 93: risultando quivi da certi principî che ben si possono attribuire all'*Analysis situs* (nn. 15-18 e 20).

sicchè, posto $\gamma \equiv (ab \,.\, a''b'')$, $\delta \equiv (cd \,.\, a''b'')$ — e ricordando P19, 12 § 5 ecc. — si deduce che $c' \in (ab\gamma)$, $\delta \in (b''a''\gamma)$; indi, per projezione da a, che $(bc \,.\, ad) \in (ca'b)$. Per la qual cosa (P9) il punto δ appartiene al triangolo.]

Così resta provato che " La retta congiungente due punti presi a piacere sopra due lati penetra dentro il triangolo „: e di qui tosto risulta — grazie alle P16, 12 — che " i segmenti in cui la retta è divisa da que' due punti son l'uno esterno e l'altro interno al triangolo „. E più generalmente si può anche concluder che " Penetra nel triangolo $(abcd)$ qual si voglia retta del piano abc, che tagli uno dei lati „: perciò che questa, in virtù di P20, dovrà tagliare eziandio un altro lato, o passar per un vertice: onde si ritorna a P21, o a P5.

P22-*Tr.* " Assunta ancora l'HpP17, e posto che siano e un punto di abc non posto " in alcuna delle bc, ca, ab, ed a'', b'', c'' le sue projezioni $(bc \,.\, ae)$, $(ca \,.\, be)$, $(ab \,.\, ce)$ " su queste rette; allora, se a'' e b'' saranno punti esterni ai segmenti $(ba'c)$ e " $(cb'a)$, per forza il punto c'' giacerà nel segmento $(ac'b)$. „ [In presenza delle $\binom{e}{d}$P2, 4 § 4, $\binom{e,a'',b'',c''}{d,a',b',c'}$P17, ecc., e posto $\gamma \equiv (ab \,.\, a''b'')$, si avranno le relazioni: $a'' \sim \epsilon\imath b \cup \imath c$, $b'' \sim \epsilon\imath c \cup \imath a$, $c'' \sim \epsilon\imath a \cup \imath b$, $\gamma \sim \epsilon\,(ac''b) \cup \imath a \cup \imath b$. Ma $\gamma \sim \epsilon\,(ac'b)$ — grazie ad $\binom{b,c,a,a'',b''}{a,b,c,\gamma,a}$P19; quindi $c', c'' \sim \epsilon(a\,\gamma\,b)$ e $c'' \in (ac'b)$ — come da P6 § 5 e $\binom{\gamma,b,c',c''}{b,c,d,e}$P13 § 6.]

Dalla Df di triangolo prj (P1) e dalle P6, 8, 22 si raccoglie altresì che " Se un punto del piano abc non giacente in alcuna delle bc, ca, ab, sia projettato dai punti a, b, c su queste rette, le immagini cadranno tutte tre sul contorno del triangolo $(abcd)$, oppure una sola di esse cadrà sul contorno: e ciò secondo che quel punto è interno, o esterno, al triangolo „ — qualmente verrà significato dalla seguente:

P23-*Tr.* " Data la stessa HpP22; non vi sono altri casi possibili fuor dei seguenti: " 1) $a'' \in (b\,a'c)$, $b'' \in (c\,b'a)$, $c'' \in (a\,c'b)$; 2) $a'' \in (b\,a'c)$, $b'' \sim \epsilon(c\,b'a)$, $c'' \sim \epsilon(a\,c'b)$; " 3) $a'' \sim \epsilon(b\,a'c)$, $b'' \in (c\,b'a)$, $c'' \sim \epsilon(a\,c'b)$; 4) $a'' \sim \epsilon\,(b\,a'c)$, $b'' \sim \epsilon\,(c\,b'a)$, $c'' \in (a\,c'b)$. „

P24-*Tr.* " Dati ancora tre punti non collineari a, b, c; se d, e, f, g siano punti del " piano abc, nessuno giacente in una delle bc, ca, ab; inoltre e, f, g non appar- " tengano al triangolo prj $(abcd)$, ma i punti $(bc \,.\, ae)$, $(ca \,.\, bf)$, $(ab \,.\, cg)$ cadano " sopra i segmenti $(ba'c)$, $(cb'a)$, $(ac'b)$ — tenuto fermo il significato precedente di " a', b', c' —: allora un punto qualsivoglia del piano abc, che non stia sopra alcuna " delle bc, ca, ab, giacerà sempre in uno dei quattro triangoli $(abcd)$, $(abce)$, $(abcf)$, " $(abcg)$, nè potrà stare in più d'uno. „ [Oltre le notazioni già usate (P22) pongasi $a''' \equiv (bc \,.\, af)$, $b''' \equiv (ca \,.\, bf)$, $c''' \equiv (ab \,.\, cf)$, $a^{\text{IV}} \equiv (bc \,.\, ag)$, $b^{\text{IV}} \equiv (ca \,.\, bg)$, $c^{\text{IV}} \equiv (ab \,.\, cg)$: intanto abbiamo (P28 § 5) che $(ba'c) = (ba''c)$, $(cb'a) = (cb'''a)$, $(ac'b) = (ac^{\text{IV}}b)$; e inoltre che $b''', b^{\text{IV}} \sim \epsilon\,(cb'a)$, $c''', c''' \sim \epsilon\,(ac'b)$, $a''', a^{\text{IV}} \sim \epsilon\,(ba'c)$ (P6-8). Ora, se p è un punto qualunque della figura $abc \sim bc \sim ca \sim ab$, dovrà verificarsi per esso il quadrilemma contemplato in P23, leggendovi p, $(bc \,.\, ap)$, $(ca \,.\, bp)$, $(ab \,.\, cp)$ al posto di e, a'', b'', c''. Ma, per quanto si è detto — avuto anche riguardo a P13 § 6 — quei casi possibili saranno equivalenti a questi altri: 1) $(bc \,.\, ap) \in (ba'c)$, $(ca \,.\, bp) \in (cb'a)$, $(ab \,.\, cp) \in (ac'b)$; 2) $(bc \,.\, ap) \in (ba''c)$, $(ca \,.\, bp) \in (cb''a)$, $(ab \,.\, cp) \in (ac''b)$; 3) $(bc \,.\, ap) \in (ba'''c)$, $(ca \,.\, bp) \in (cb'''a)$, $(ab \,.\, cp) \in (ac'''b)$; 4) $(bc \,.\, ap) \in (ba^{\text{IV}}c)$, $(ca \,.\, bp) \in (cb^{\text{IV}}a)$.

$(ab\,.\,cp) \in (ac^{IV}b)$. I quali, in virtù di P7, si risolvono appunto in 1) $p \in (abcd)$, 2) $p \in (abce)$, 3) $p \in (abcf)$, 4) $p \in (abcg)$. Nè può darsi che due di questi triangoli abbiano un punto comune: perchè, se così fosse ad es. di $(abcd)$ e $(abce)$, o di $(abce)$ ed $(abcf)$, ne verrebbe $(abcd) = (abce)$, quindi $e \in (abcd)$ nell'un caso (P12,4); ed $c \in (abcf)$, quindi $b'' \in (cb'''a)$, vale a dire $b'' \in (cb'a)$ nell'altro.]

Pertanto: " Le rette ab. bc, ca spezzano il piano abc nei triangoli $(abcd)$, $(abce)$, $(abcf)$, $(abcg)$; per modo che, tolte esse rette, il piano è la somma logica dei quattro triangoli: due qualunque de' quali non hanno punti comuni „. Nè sarà superfluo il mostrare che:

P25-*Tr.* " Sotto le stesse HpP24, una retta arbitraria r del piano abc, semprechè " non passi per alcuno dei punti a, b, c, penetra sempre in tre dei quattro " triangoli $(abcd)$, $(abce)$, $(abcf)$, $(abcg)$; anzi in tre solamente. „ [Invero, preso un punto p sulla r, il quale non spetti a nessuna delle bc, ca, ab (come sarà lecito sempre, visto ad es. P23 § 5 ecc.) questo giacerà in un solo de' quattro triangoli (P24), p. e. in $(abcd)$. Allora (P15) la r dovrà tagliar due volte il contorno di $(abcd)$: p. e. nei punti u e v situati rispettiv.^{e} nei lati $(ba'c)$ e $(cb'a)$. Quindi (P17) il punto w, intersezione di r con ab, giacerà fuori del segmento $ac'b$), non meno che i punti c'' e c''' (ved. la Dm prec.^{e}): vale a dire starà nei segm.^{ti} $(ac''b)$ o $(ac'''b)$ (P13 § 6) che non differiscon tra loro. Ma neanche differiscon tra loro (come dianzi s'è visto) i segm.^{i} $(ba'c)$ e $(ba''c)$, o i segm.^{i} $(cb'a)$ e $(cb'''a)$: cosicchè la r taglia eziandio doppiamente il contorno di ciascuno dei triangoli $(abce)$, $(abcf)$; ossia (P21) penetra in essi. Infine, poi che nessuno dei punti u, v, w appartiene al contorno $(ba^{IV}c) \cup (cb^{IV}a) \cup (ac^{IV}b) \cup 1a \cup 1b \cup 1c$ del rimanente triangolo (dal momento che $(ac'b) = (ac^{IV}b)$; laddove (P32 §5) i segm.^{i} $(ba'c)$ e $(ba^{IV}c)$, come pure $(cb'a)$ e $(cb^{IV}a)$, non hanno punti comuni) ne consegue che la retta r sia tutta esterna al triangolo $(abcg)$ (P15).]

§ 9°.

Trasformazioni segmentarie (*).

Come all'Algebra, che insiste per tutto sulle idee di *numero* e *funzione*, non altrimenti sono alla Geometria fondamentali i concetti di *figura* e di *trasformazione:* però che questi al pari di quelle non facciano che riprodurre aspetti o modificazioni speciali di due categorie logiche fondamentali: la *classe* e la *rappresentazione.* — Una rappresentazione τ presuppone sempre due classi r, r', di cui l'una, r' ad es., rispecchi l'altra per mezzo di τ; così che ciascun individuo di r abbia un'immagine in qualche individuo d'r': onde τ sarà una trasformazione di r in r' „, o una " rappresentazione di r su r' „. Una rappresentazione di r sovra r' è da chiamarsi *univoca*, se ad individui eguali fra loro in r coordina sempre individui tutti eguali fra loro in r'; *isomorfa* (o *Simile*) se, oltre ad esser univoca, non può subor-

(*) Ved. m_1, § 13

dinare individui fra loro eguali in r' ad individui non eguali fra loro in r (cioè se individui diseguali in r abbiano sempre immagini diseguali in r'). *Reciproca* è detta una trasformazione univoca di r in r', se la sua *inversa* è similmente una rappresentazione univoca di r' su r: una sì fatta corrispondenza fra le classi r ed r' sarà sempre isomorfa in ambi i sensi; ma una trasformazione isomorfa potrà non esser reciproca. — Se τ è una trasformazione univoca di r in r', il segno " τa „, dove a sia un individuo qualsivoglia di r, denota il " trasformato di a „, cioè quell'individuo di r' che è l'" immagine di a per mezzo di τ „ Ecc. (*).

In questo § si notano alcune proprietà di certe trasformazioni isomorfe d'una retta prj in un'altra, le quali mutano i segmenti in segmenti a norma della seguente:

P1-*Df.* " Essendo r, r' due rette prj, il nome di " *trasformazione segmentaria* " *d' r in r'* „ — che sarà talvolta abbreviato nel segno " $T_{r,r'}$ „ — rappresenta " collettivamente l'assieme di tutte le trasformazioni d' r in r', per cui si verificano le condizioni seguenti: 1) τ sia una trasformazione isomorfa di r in r'; " 2) se a, b, c sono punti prj distinti su r, ma del resto arbitrarî, e d un punto " qualunque del segmento (abc), il punto τd giaccia sempre nel segmento prj " $(\tau a\ \tau b\ \tau c)$. „

P2-*Tr.* " Se τ è una trasformaz.^{e} segmentaria d' r in r' (r, r' essendo rette prj) " ed a, b, c son punti di r l'un l'altro distinti, ogni punto d che, pur giacendo " in r, non appartenga al segm.^{o} (abc), nè coincida con a o con c, si trasforma " in un punto τd non appartenente al segm.^{o} $(\tau a\ \tau b\ \tau c)$, nè coincidente con uno " dei punti $\tau a, \tau c$. „ [Dall'*Hp* emerge (P20 § 5) che $d \in (bca) \cap (cab)$: onde (P1) $\tau d \in (\tau b\ \tau c\ \tau a) \cap (\tau c\ \tau a\ \tau b)$, e p. c. la *Th* (P21 § 5).]

P3-*Tr.* " Se r, r', r'' sono rette prj. τ è una $T_{r,r'}$, σ è una $T_{r',r''}$, sarà $\tau\sigma$ una $T_{r,r''}$. „ Ossia " il *prodotto* di due trasform.^{i} segment.^{e} è una trasform.^{e} segmentaria „.

Questo § è una preparazione al teorema di Staudt (§ 10) sulle corrispondenze *armoniche:* quantunque il soggetto non sia per sè medesimo senza interesse. Occorre anzi tutto premettere che:

P4-*Df.* " Essendo r una retta prj; τ una trasform.^{e} segment.^{a} d' r in sè stessa; " a, b, c tre punti distinti su r e a', b', c' i loro trasformati per τ; e supposto " inoltre che il segm.^{o} $(a'b'c')$ stia con ambo gli estremi nel segm.^{o} (abc), e il " punto c' nel segm.^{o} (aca'): allora con **h** indicheremo il complesso di tutti i " punti x di (abc) soddisfacenti a queste condizioni: 1°) che l'omologo x' di x " giaccia sempre in (acx); 2°) che se x_1 è un punto di (abc) tale che x giaccia " in (acx_1). sempre il suo trasformato x'_1 appartenga ad (acx_1): di poi rappre- " senteremo con **k** l'insieme di tutti quegli (abc) che non sono **h**. „

Dopo ciò si dimostra che:

P5-*Tr.* " Nell'anzidetta HpP4, nessuna delle figure **h**. **k** è illusoria. „ (**).

(*) Per maggiori e più precise notizie ved. ad es. Peano, *Notations de Logique mathématique*, §§ 19-27 (Torino, Bocca, 1894); *Formul. de Math.*, t. II°, § 1 (Op. cit.).

(**) In argomento, dov'è sì facile errare per trascuranza di particolari anche minimi, non dispiaccia

[(α) Hp . P1 . P1,4 § 5 : $\mathfrak{O}$: $a', b', c' \in r . b' \sim = a' . c' \sim = b' . c' \sim = a' . a', c' \in (abc) \sim \imath a \sim \imath c$

(β) Hp . $x \in r \sim (aca') \sim \imath a$. $x' \equiv \tau x$. (α) . P14 § 5 : $\mathfrak{O}_x$: $x \in (ca'a)$. P2, 28 § 5 : $\mathfrak{O}_x$: $x \in (abc)$ . . P1 : $\mathfrak{O}_x$: $x' \in (a'b'c')$. P28 § 5 : $\mathfrak{O}_x$: $(a'x'c') \mathfrak{O} (abc)$. $\binom{a', x, c'}{d, e, f}$P8 § 6 : $\mathfrak{O}_x$: $x' \in (aca')$. $x, x' \in (abc)$

(γ) Hp . $x \in r \sim (aca') \sim \imath a'$. (α) . P16 § 5 : $\mathfrak{O}_x$: $x \in (caa')$. P9 § 5 : $\mathfrak{O}_x$. $a' \in (acx)$

(δ) Hp . $x \in r \sim (aca') \sim \imath a \sim \imath a'$. (α) . (β) . (γ) . $\binom{x, a'}{d, e}$P4 § 6 : $\mathfrak{O}_x$. $x' \in (acx)$

(ξ) Hp(δ) . $x_1 \in (abc)$. $x \in (acx_1)$. $x'_1 \equiv \tau x_1$. (β) . (γ) . P1, 4 § 5 . $\binom{x_1, x}{d, e}$P4 § 6 : $\mathfrak{O}_{x, x_1}$: $x_1 \in r \sim$ $\sim \imath a \sim \imath c$. $a' \in (acx_1)$. (α) . $\binom{a', x_1}{d, e}$P2 § 6 : $\mathfrak{O}_{x, x_1}$: $x_1 \in r \sim (aca') \sim \imath a \sim \imath a'$. $\binom{x_1}{x}$(δ) : $\mathfrak{O}_{x, x_1}$. $x'_1 \in (acx_1)$

Ora dall'*Hp* e da (β), (γ), (δ) segue, in virtù di P4, che $r \sim (aca') \sim \imath a \sim \imath a' \mathfrak{O} \mathbf{h}$: onde esiston per certo dei punti che giacciono in **h**.

(η) Hp . $y \in r \sim (cac') \sim \imath c \sim \imath c'$. $y' \equiv \tau y$. $\binom{c, a, c', a', y}{a, c, a', c', x}$(β)(δ) . (α) . P2, 9 § 5 : $\mathfrak{O}_y$: $y, y' \in (cba)$ . . $y' \in (cay)$. $\binom{c, a, y', y}{a, c, d, e}$P2 § 6 . P1, 4 § 5 : $\mathfrak{O}_y$: $y \sim \in (cay')$. $y' \in r \sim \imath c \sim \imath a$. $\binom{c, a, y', y}{a, b, c, d}$P9 § 5 : $\mathfrak{O}_y$: : $y' \sim \in (acy)$. P4 : $\mathfrak{O}_y$. $y \in (abc) \sim \mathbf{h}$.

Di qui e dall'*Hp*, a traverso P4, si deduce che $r \sim (cac') \sim \imath c \sim \imath c' \mathfrak{O} \mathbf{k}$: dunque (P24 § 5) è altresì fuor di dubbio l'esistenza di punti che appartengono a **k**. C. v. d.]

In secondo luogo si proverà che:

P6-*Tr.* " Sotto la HpP4, un punto x di **h** e un punto y di **k**, comecchè presi ad " arbitrio, soddisfano la relazione: $y \in (acx)$. „

[(α) Hp . $x_1, x_2 \in (abc)$. $x_1 \in (acx_2)$. $x \in (acx_1)$. P4 § 6 : $\mathfrak{O}_{x_1, x_2, x}$. $x \in (acx_2)$

(β) Hp . $x \in \mathbf{h}$: : C_x : : $x_1 \in (abc)$. $x \in (acx_1)$. $x'_1 \equiv \tau x_1$. P4 : : $\mathfrak{O}_{x_1}$: : $x'_1 \in (acx_1)$. : . $x_2 \in (abc)$ . . $x_1 \in (acx_2)$. $x'_2 \equiv \tau x_2$. (α) . $\binom{x_2}{x_1}$P4 : $\mathfrak{O}_{x_2}$: $x'_2 \in (acx_2)$. $\binom{x_1, x_2}{x, x_1}$P4 : : $\mathfrak{O}_{x_1}$. $x_1 \in \mathbf{h}$

(γ) Hp . $x \in \mathbf{h}$. : . $\mathfrak{O}_x$. : . $y \in (abc)$. $x \in (acy)$. $\binom{y}{x_1}$(β) : $\mathfrak{O}_y$. $y \in \mathbf{h}$. : . $\mathfrak{O}_x$. : . $y \in \mathbf{k}$. P4 : $\mathfrak{O}_y$. $x \sim \in (acy)$
Hp . : . $\mathfrak{O}$. : . $x \in \mathbf{h}$. $y \in \mathbf{k}$. (γ) . P4 : $\mathfrak{O}_{x, y}$: $x, y \in (abc)$. $x \sim = y$. $x \sim \in (acy)$: P5 § 6 . : . $\mathfrak{O}$. *Th*]

A questo punto si fa innanzi il bisogno d'invocare un nuovo principio, che non deriva dai preced.ⁱ: quest'è la legge di *continuità* nel segmento; che qui si propone, a somiglianza d'un noto principio o postulato del Dedekind, nella seguente forma:

POSTULATO XVIII°.

P7. **Essendo a, b, c tre punti d'una retta projettiva r l'un l'altro distinti; se il segmento projettivo (abc) sarà diviso in parti h e k tali che ciascuna abbia in sè almeno un punto e che, designando per x un punto qualunque di h e per y un punto qualunque di k, y stia sempre nel segmento (acx):**

---

al Lettore uno sviluppo alquanto più minuzioso, e una forma più rigida e più osservante del solito. — Se $\mathrm{P}(x, y, z, \ldots)$, $\mathrm{Q}(x, y, z, \ldots)$ sono proposizioni negli enti variabili $x, y, z, \ldots$ (ved. § 1), la scrittura " $\mathrm{P}(x, y, z, \ldots) \mathfrak{O}_{x, y} \mathrm{Q}(x, y, z, \ldots)$ „ significa: " qualunque siano x, y, purchè soddisfacenti a $\mathrm{P}(x, y, z, \ldots)$, dovranno altresì verificare la $\mathrm{Q}(x, y, z, \ldots)$ „; e può leggersi: da P si deduce, rispetto ad x, y, Q „. Mancando ogn'indice al segno $\mathfrak{O}$, la deduzione s'intende estesa a tutte quante le lettere $x, y, z, \ldots$ — I segni d'interpunzione ., :, .·., ::, ecc. servono, in vece di parentesi, per collegare e distinguere i varî membri del discorso secondo la loro importanza. Il *punto* " . „ congiunge due propos.ⁱ I *due punti* " : „ legano un gruppo di propos.ⁱ, già separate da punti, ad un altro; e così via: sicchè lo spezzamento principale è quello contrassegnato da un maggior numero di punti. Ved. Peano, *Not. de Log. Math.*, § 10.

allora nel segmento (abc) dovrà esistere almeno un punto z sì fatto che 1°) ogni punto u di (abc), purchè z appartenga al segmento (acu), sia sempre un punto di h; e 2°) ogni punto v di (abc), purchè appartenente al segmento (acz), sia sempre un punto di k.

Due punti z di quella sorta non potranno esser distinti; e cioè:

P8-*Tr.* " Sotto la stessa HpP7 circa $a, b, c, r, \mathbf{h}, \mathbf{k}$, non potranno coesistere nel seg-
" mento (abc) due punti z, z' fra loro distinti e tali. che sian soddisfatte per essi
" le due condizioni seguenti: 1ª) dalla propos.e $u \in (abc)$, con l'una o l'altra delle
" due propos.i $z \in (acu), z' \in (acu)$, si deduca (in ambi i casi e qualunque sia u)
" che $u \in \mathbf{h}$; 2ª) dalla $v \in (abc)$, con l'una o l'altra delle due $v \in (acz), v \in (acz')$, si
" deduca (in ambi i casi e qualunque sia v) che $v \in \mathbf{k}$. „ [Pongasi:

α) $E(z,z') \equiv \{ z, z' \in (abc) \,.\, z' \sim = z \,\}$; e β) $F(z,z') \equiv \{ u \in (abc) : z \in (acu) \,.\, \cup \,.\, z' \in (acu) \,\}$ $\therefore$ $\therefore \supset_u \,.\, u \in \mathbf{h} :: v \in (abc) : r \in (acz) \,.\, \cup \,.\, r \in (acz') \,\}$ $\therefore \supset_v \,.\, v \in \mathbf{k}$. Allora:

γ) $Hp \,.\, E(z,z') \,.\, \alpha) \,.$ P1, 4 § 5 $.\, (^{z}_{a,c}{}^{z'})$P7, 5 § 6 $\therefore \supset_{z,z'} \therefore z, z' \in r \sim \iota a \,.\, r \sim (zaz') \cup (abc) :$ $: z' \in (acz) \,.\, \cup \,.\, z \in (acz')$;

δ) $Hp \,.\, E(z,z') \,.\, \alpha) \,.\, \gamma) \,.\, (^{z,z'}_{a,b,c})$P24 § 5 $: \supset_{z,z'}$. la propos.e " $x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z'$ „ non è assurda in x;

ξ) $Hp \,.\, E(z,z') \,.\, F(z,z') \,.\, z' \in (acz) \therefore \supset_{z,z} \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' \,.\, \alpha) \,.\, \gamma) \,.\, (^{z,z'}_{a,r,f})$P11 § 6: $: \supset_x : x \in (abc) \,.\, x \in (acz) \,.\, z' \in (acx)$. P4 § 5 $.\, (^{x}_{\gamma})(^{x}_{u})\beta) : \supset_x : x \sim \in \iota a \cup \iota c \,.\, x \in \mathbf{k} \cap \mathbf{h} : \supset_x : x \in r \sim$ $\sim \iota a \sim \iota c \,.\, x \in (acx) : \delta) \therefore \supset_{z,z'}$. esiste un x tale, che " $x \in r \sim \iota a \sim \iota c$ „ e " $x \in (acx)$ „;

η) $Hp \,.\, \xi) \,.$ P4 § 5 $: \supset$. la propos.e " $E(z,z') \,.\, F(z,z') \,.\, z' \in (acz)$ „ è assurda rispetto a z e z';

ζ) $Hp \,.\, (^{z',z}_{z,z'})\eta) : \supset$. la propos.e " $E(z',z) \,.\, F(z',z) \,.\, z \in (acz')$ „ è assurda rispetto a z' e z;

λ) $Hp \,.\, \gamma) \,.\, \eta) \,.\, \zeta) \,.\, \alpha) \,.\, \beta) : \supset$. la propos.e " $E(z,z') \,.\, F(z,z')$ „ è assurda rispetto a z e z':
$Hp \,.\, \lambda) \,.\, \alpha) \,.\, \beta) : \supset \,.\, Th$]

Fatta questa digressione si osservi, tornando alle P4-6, che le figure $\mathbf{h}$ e $\mathbf{k}$ definite in P4 verificano appunto le condizioni domandate dall'Hp del Postulato XVIII°. Quindi è che (P4-7):

P9-*Tr.* " Data l'HpP4, esisterà per certo nel segmento (abc) un punto z soddisfacente
" alle condizioni seguenti: 1ª) qualunque sia u, purchè $u \in (abc)$ e $z \in (acu)$, ne
" risulta che $u \in \mathbf{h}$; 2ª) qualunque sia v, purchè $v \in (abc)$ e $v \in (acz)$, ne risulta che $v \in \mathbf{k}$. „

Infine si proverà che un punto z, qual'è quello di cui s'afferma l'esistenza in P9, è necessariamente *unito* (tautologo) per la trasformazione τ data (P4); laddove ogni altro punto u di (abc), tale che z appartenga al segmento (acu), non può essere unito. Con ciò verremo in somma alla conseguenza che più c'interessa; per altro giova spezzare il lavoro in più proposizioni.

P10-*Tr.* " Assunta l'HpP4 e preso nel segmento (abc) un punto z non coincidente
" col suo trasformato $\tau z \equiv z'$; se il supporre " u è un punto di (abc) e z un punto
" di (acu) „ involga sempre " $u \in \mathbf{h}$ „, si potrà senz'altro concluder che z non
" appartiene al segm.° (acz'). „

[(α) $Hp \,.\, z \in (abc) \,.\, z' \equiv \tau z \,.\, z \in (acz') \,.$ P1 . P1, 4 § 5 $: \supset_x \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' \,.\, (^{z,z'}_{a,c})$P7 § 6 . $.\, (^{z',z}_{a,e,f})$P11 § 6 $: \supset_x : x \in (abc) \,.\, x \in (acz') \,.\, z \in (acx)$

(β) $Hp(\alpha)$. (α) . P1 . P1, 4 § 5 : $\Im_x$. $\therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z'$. $x' = \tau x$. $(^{x,x}_{d,e})$P2 § 6 : $\Im_x$: : $x \in r \sim (acz) \sim \iota a \sim \iota z$. P2 : $\Im_x$: $x' \in r \sim (a'c'z') \sim \iota z'$. (α)P5 . $(^{z',x'}_{d,e})$P14 § 6 : $\Im_x$: $x' \in r \sim \sim (acz') \sim \iota z'$. $(^{z',x'}_{d,e})$P5 § 6 : $\Im_x$: $z' \in (acx')$. $(^{x',x'}_{d,e})$P4 § 6 : $\Im_x$: $x \in (acx')$. $(^{x,x'}_{d,e})$P2 § 6 : $\Im_x$: $x' \sim \sim \in (acx)$. P4 : $\Im_x$. $x \sim \in \mathbf{h}$

(γ) $Hp(\alpha) . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} : : \Im_z . \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . (\alpha) : \Im_x . x \in \mathbf{h}$

(δ) $Hp . z \in (abc) . z' \equiv \tau z : \Im_z . \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . x \in \mathbf{h} . (\beta) : \Im_x . z \sim \in (acz')$

(ξ) $Hp(\delta) . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} : : \Im_z . \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . x \sim \in \mathbf{h} . (\gamma) : \Im_x . z \sim \in (acz')$

Sommando membro a membro le deduzioni (δ) e (ξ) dopo aver moltiplicato a sinistra l'una per la proposiz.^{e} (condizionale in z) " $z \sim = z' \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : : \Im_u . u \in \mathbf{h}$ „, e l'altra per " $z \sim = z'$; si ottiene:

(η) $Hp(\delta) . z \sim = z' . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} : : \Im_z . \therefore x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . (\delta) . (\xi) : \Im_x . . z \sim \in (acz')$

D'altra parte:

(ζ) $Hp(\delta) . z \sim = z' .$ P1 . P1, 4, 24 § 5 : $\Im_z$. la proposizione " $x \in r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z'$ „ non è assurda in x

Onde si può eliminare x dalla (η):

(λ) $Hp(\delta) . z \sim = z' . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} . \therefore (\eta) . (\zeta) : : \Im_z . z \sim \in (acz')$

$Hp . (\lambda) . (\delta) : \Im . Th$]

P11-*Tr.* " Assunta l'HpP4 e preso nel segmento (abc) un punto z non coincidente " col suo trasformato $\tau z \equiv z'$: se, come dianzi, la propos.^{e} condizion.^{e} " $u \in (abc)$ " e $z \in (acu)$ „ importi sempre " $u \in \mathbf{h}$ „; e similmente la condizione " $v \in (abc)$ e " $v \in (acz)$ „ tragga seco " $v \in \mathbf{k}$ „; si potrà concluder senz'altro che z' non appar- " tiene al segm.^{o} (acz). „

[(α) $Hp . z \in (abc) . z' \equiv \tau z . z' \in (acz) .$ P1 : $\Im_z . \therefore y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \iota z . (^{y,z',z}_{x,z,z'})(\alpha)$P10 . $\Im_y$: : $y \in (abc) . y \in (acz) . z' \in (acy)$

(β) $Hp(\alpha) . (\alpha) .$ P1 . P1, 4 § 5 : $\Im_z . \therefore y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \iota z . y' \equiv \tau y : \Im_y : y' \in (a'c'z') .$. (α)P5 . $(^{z',y}_{d,e})$P14 § 6 : $\Im_y$: $y' \in (acz') . (^{y,z}_{d,e})$P4 § 6 : $\Im_y . y' \in (acy)$

(γ) $Hp . z \in (abc) : \Im_z . \therefore y_1 \in (abc) . (^{x,y_1}_{d,e})$P5 § 6 : $\Im_{y_1}$: $y_1 = z . \cup . y_1 \in (acz) . \cup . z \in (acy_1)$

(δ) $Hp . z' \equiv \tau z . z' \in (acz) : \Im_z . \therefore y_1 = z . y'_1 \equiv \tau y_1 .$ P1 : $\Im_{y_1} . y'_1 \in (acy_1)$

(ξ) $Hp(\alpha) .$ P1 . P1, 4 § 5 : $\Im_z : : y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \iota z . \Im_y . \therefore y_1 \in (abc) . y \in (acy_1) . y_1 \in (acz) .$. $y'_1 \equiv \tau y_1 : \Im_{y_1} : y'_1 \in (a'c'z') .$ (α)P5 . $(^{z',y'_1}_{d,e})$P14 § 6 : $\Im_{y_1}$: $y'_1 \in (acz') . (\alpha) . (^{y,z'}_{d,e})$P4 § 6 : $\Im_{y_1}$: : $y'_1 \in (acy) . (^{y_1}_{d})$P4 § 6 : $\Im_{y_1} . y_1' \in (acy_1)$

(η) $Hp . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} : : \Im_z . \therefore y_1 \in (abc) . z \in (acy_1) : \Im_{y_1} : y_1 \in \mathbf{h} . y'_1 \equiv \tau y_1 .$. P4 : $\Im_{y_1} . y'_1 \in (acy_1)$

Dall'insieme delle proposizioni (γ), (δ), (ξ), (η) si raccoglie:

(ζ) $Hp(\alpha) . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} . \therefore (\gamma) . (\delta) . (\xi) . (\eta) : : \Im_z : : y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \sim \iota z . \Im_y . \therefore y_1 \in (abc) . y \in (acy_1) . y'_1 \equiv \tau y_1 : \Im_{y_1} . y_1' \in (acy_1)$

Pertanto

(λ) $Hp(\alpha) . \therefore u \in (abc) . z \in (acu) : \Im_u . u \in \mathbf{h} . \therefore (\alpha) . (\beta) . (\zeta) .$ P4 : : $\Im_z : y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \sim \iota z . \Im_y . y \in \mathbf{h}$

(μ) $Hp(\alpha) . \therefore v \in (abc) . v \in (acz) : \Im_v . v \in \mathbf{k} : : \Im_z . \therefore y \in r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \iota z . (\alpha) : \Im_y : y \in \mathbf{k} .$. P4 : $\Im_y . y \sim \in \mathbf{h}$

(ν) $Hp\,.\,z\,\epsilon\,(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}::\supset_z.\,\therefore\,y\,\epsilon\,r\sim(z'a z)\sim\imath z'\sim\imath z\,.$
$.\,y\sim\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,(\lambda):\supset_y.\,z'\sim\epsilon\,(acz)$

(ρ) $Hp\,.\,z\,\epsilon\,(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,\therefore\,v\,\epsilon\,(abc)\,.\,v\,\epsilon\,(acz):\supset_v.\,v\,\epsilon\,\mathbf{k}::\supset_z.\,\therefore\,y\,\epsilon\,r\sim(z'a z)\sim\imath z'\sim\imath z\,.$
$.\,y\,\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,(\mu):\supset_y.\,z'\sim\epsilon\,(acz)$

Infine, moltiplicando rispettiv.e le Hp di (ν), (ρ) per le propos.i (condizionali in z) " $z\sim=z'\,.\,\therefore\,v\,\epsilon\,(abc)\,.\,v\,\epsilon\,(acz):\supset_v.\,v\,\epsilon\,\mathbf{k}$ „ e " $z\sim=z'\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}$ „; indi sommando membro a membro:

(σ) $Hp\,.\,z\,\epsilon\,(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,z\sim=z'\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,\therefore\,v\,\epsilon\,(abc)\,.\,v\,\epsilon\,(acz):$
$:\supset_v.\,v\,\epsilon\,\mathbf{k}::\supset_z.\,\therefore\,y\,\epsilon\,r\sim(z'a z)\sim\imath z'\sim\imath z\,.\,(\nu)\,.\,(\rho):\supset_y.\,z'\sim\epsilon\,(acz)$

Il *Tr* risulta di qui per eliminazione di y:

$Hp\,.\,(\sigma)\,.$ P1 . P1, 4, 24 § 5 $:\supset.\,Th$]

P12-*Tr.* " Premessa ancora l'HpP4, è forza ch'esista entro il segmento prj $(a'b'c')$ un " punto z coincidente col suo trasformato τz. e di più tale che ogni punto u di " (abc), per cui z appartenga al segmento (acu), sia sempre distinto dal suo " trasformato τu. „

[(α) $Hp\,.\,z\,\epsilon\,(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,\therefore\,v\,\epsilon\,(abc)\,.\,v\,\epsilon\,(acz):\supset_v.\,v\,\epsilon\,\mathbf{k}.\,\therefore$
$\therefore$ P10, 11 $::\supset_z.\,\therefore\,z\sim\epsilon\,(acz')\,.\,z'\sim\epsilon\,(acz):\cup:z\sim\epsilon\,(acz')\,.\,z=z':\cup:z'\sim\epsilon\,(acz)\,.\,z=$
$=z':\cup:z=z'\,.\,\therefore$ P1 . $(\frac{z\,z'}{d_2\,e})$P5 § 6 $::\supset_z:z=z'\,.$ P1 $::\supset_z:z\,\epsilon\,(a'b'c')\,.\,z=z'$

La prima delle tre deduzioni successive rispetto a z proviene dal moltiplicare insieme le due P10 e P11, dopo avere in ciascuna di esse trasferito il fattore " $z\sim=z'$ „ dall'Hp nella Th, conforme alla regola: $P\,.\,Q:\supset.\,R\,.\,\therefore\,\supset.\,\therefore\,P\,.\,\supset:R\,.$
$.\cup.\sim Q$. D'altra parte si ha:

(β) $Hp\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,\therefore$ P4 $::\supset_z.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu)\,.\,u'\equiv\tau u:\supset_u:u'\,\epsilon$
$\epsilon\,(acu)$. P1, 4 § 5 $:\supset_u.\,u'\sim=u$

Ora, moltiplicando fra loro (α) e (β):

(γ) $Hp\,.\,z\,\epsilon\,(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,(\alpha)\,.\,(\beta)\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu):\supset_u.\,u\,\epsilon\,\mathbf{h}\,.\,\therefore\,v\,\epsilon\,(abc)\,.\,v\,\epsilon\,(acz):\supset_v.$
$.\,v\,\epsilon\,\mathbf{k}::\supset_z::z\,\epsilon\,(a'b'c')\,.\,z=z'\,.\,\therefore\,u\,\epsilon\,(abc)\,.\,z\,\epsilon\,(acu)\,.\,u'\equiv\tau u:\supset_u.\,u\sim=u'$

$Hp\,.\,(\gamma)\,.$ P9 $:\supset.\,Th$]

Accanto è da mettersi l'altra:

P13-*Tr.* " Siano r una retta prj, τ una trasformaz.e segmentaria di r in sè stessa, " a, b, c tre punti distinti su r e $a', b'. c'$ e i loro trasformati per τ; di più il " segmento $(a'b'c')$ giaccia con ambo gli estremi nel segm.o (abc), per modo che " a' cada in (acc'): allora è forza ch'esista nel segmento $(a'b'c')$ un punto z " coincidente col suo trasformato τz. e tale inoltre che ogni punto u di (abc), " per cui z appartenga al segmento (acu), sia sempre distinto dal suo trasfor- " mato τu. „ [Si potrebbe dimostrar similmente a P12; ma in ciò che segue non ci bisogna adoperarla.] (*).

(*) Cfr. Enriques, loc. cit., § 10. Le trasformaz.i reciproche ivi studiate sotto nome di " corrispondenze *ordinate* „ si posson ridurre a trasformazioni segmentarie, ma non alle più generali fra queste.

§ 10°.

Corrispondenze armoniche e teorema di Staudt (*).

La nozione di " Armonico dopo tre punti dati „ (§ 4) fornisce tosto una classe notevole di trasform.i segmentarie d'una retta prj in sè stessa. Invero il simbolo " $Arm(a, b, x)$ „ — dove a e b siano punti prj dati a piacere, purchè distinti fra loro — è definito per qual si voglia punto x della retta $r \equiv ab$ (P13, 16 § 4), e rappresenta un punto variabile con x su questa retta: quel segno ha dunque il valore di " trasformazione d' r in r „, se x denoti un punto corrente di ab (§ 9).

P1-*Tr.* " Essendo a e b punti distinti d'una retta prj r, l'" $Arm\,(a, b, r)$ „ sarà una " trasformazione segmentaria e reciproca della retta r in sè stessa. „ [Reciproca in forza delle P13, 12, 10, 16 § 4; segmentaria in virtù di P13, 6 § 4, P12 § 5, P1, 3 § 9, ecc.]

P2-*Tr.* " E se x è un punto qualsivoglia di r, l' " $Arm\,(a, b, Arm\,(a, b, x))$ „ coincide " sempre con x. „ — Cioè: " La trasformazione $Arm(a, b, r)$ non si distingue dalla sua inversa $\overline{Arm}\,(a, b, r)$ „. [Così da P12, 10 § 4, ecc. — Due trasformazioni univoche τ, σ della medesima classe r in r' diconsi eguali fra loro, se le immagini τx, σx d'un medesimo individuo x della r sian sempre eguali fra loro in r'.]

La corrispondenza $Arm\,(a, b, r)$ onde si parla può costruirsi notoriamente così. Preso un punto u fuor della r e un punto a' sulla retta bu, diverso da b e da u, si projetti un punto variabile x della r sopra la retta aa' dal centro u, e dicasi v l'immagine; poscia il punto v si projetti da b in b' sopra la retta au, e il punto b' da a' sopra la r in x': sarà x' il trasformato di x (e viceversa). — Una proprietà notevole si è che " due punti corrispondenti non possono mai separarne altri due „; vale a dire:

P3-*Tr.* " Se, nell'HpP1, x e y siano punti distinti fra loro e da ciascuno dei punti " a e b: e si ponga $x' \equiv Arm\,(a, b, x)$, $y' \equiv Arm\,(a, b, y)$; allora il punto y' giacerà " nel segmento (xyx'). „ [Invero dall'essere i punti a, b, x, y, x', y' tutti distinti (P10, 13 § 4) e $x' \sim \epsilon\,(axb)$ (P23 § 5) si deduce $b \sim \epsilon\,(xax')$ (P9 § 5); onde (P13 § 6) il dilemma: $y \epsilon (xax')$ o $y \epsilon (xbx')$. Ora la trasform.e segment.a $Arm\,(a, b, r)$ cangia ordinatamente i punti a, b, x, x', y nei punti a, b, x', x, y' (P16 § 4, P1); dunque da $y \epsilon (xax')$ si deduce $y' \epsilon (x'ax)$ (P1 § 9), e p. c. $y' \epsilon (xyx')$ (P2. 28 § 5): e il medesimo si trae dalla supposizione $y \epsilon (xbx')$.]

P4-*Tr.* " Dati sopra una retta prj r i punti distinti a, b, c e un quarto punto d, " che stia nel segmento (acb) senza cadere in c, si può accertar l' esistenza " d' un punto x, per cui si avvera la propos.e: " x è un punto di r e l' " $Arm\,(c, d, Arm\,(a, b, x))$ coincide con x „. „ O, in termini comuni: " Se due coppie di punti distinti (a, b) e (c, d) non si separano, esiste almeno una coppia di punti

(*) Cfr. m_1, § 14.

che le separa entrambe armonicamente „ [Quest'è già detto in P1 § 5, come fu rilevato altrove.]

P5-*Df.* " Essendo r, r' due rette prj, una trasformazione univoca τ di r in r' allora " dicesi *armonica*, quando 1°) τ è una trasformaz.^{e} reciproca di r in r'. e " 2°) comunque sian presi i punti a, b, c sulla r, purchè a e b non coincidano, " all'armonico dopo a, b, c corrisponde sempre in r' l'armonico dopo τa, " τb, τc: cosicchè si confondono i punti " $\tau\, Arm\,(a, b, c)$ „ e " $Arm\,(\tau a, \tau b, \tau c)$ „. „ Insomma: " Trasform.^{e} armonica di r in r' „ è sinonimo di trasform.^{e} reciproca d'r in r', che a quattro punti armonici coordina sempre quattro punti armonici „ (*).

P6-*Tr.* " L'inversa d'ogni trasformazione armonica è una trasform.^{e} armonica. „

P7-*Tr.* " Ogni trasformazione armonica è altresì segmentaria. „ [Invero, presi a piacere tre punti distinti a, b, c sulla r, e nel segmento (abc) un punto d non coincidente con b, si può sempre affermar l'esistenza di almeno due punti x, y, conjugati armonici rispetto ad entrambe le coppie (a, c) e (b, d) (P4). Ora, se fosse $\tau d \sim \epsilon(\tau a\, \tau b\, \tau c)$, non potrebbero esister due punti armonici tanto rispetto a $\tau a, \tau c$, quanto a $\tau b, \tau d$ (P3). Ma due punti sì fatti esistono al certo; e sono (P5) i trasformati d'x, y: quindi è forza concluder che $\tau d \in (\tau a\, \tau b\, \tau c)$. Ved. P1 § 9.]

P8-*Tr.* " Siano r, r' due rette proj.^{e}, τ una trasformaz.^{e} armonica di r in r': se esi- " stono in r tre punti distinti, ognun dei quali coincida col suo trasformato " per τ, allora ogni altro punto di r coinciderà col suo trasformato. „ — Dunque " Ogni trasformazione armonica, la quale ammetta tre punti uniti distinti è un'*identità* „. Questo il Tr di Staudt.

Dm. Siano e, f, g punti di r l'un l'altro distinti e tali che i punti $\tau e, \tau f, \tau g$ coincidano rispettiv.^{e} con e, f, g. Preso a piacere un punto a sulla r, e detto a' il suo trasformato per τ (cioè posto $a' \equiv \tau a$), supponiamo che i punti a' ed a non coincidano: mostreremo che da ciò si deduce l'assurdo. I punti e, f, g, a, a' saranno distinti fra loro, e gli ultimi due non separati dagli altri (P7). Sarà lecito supporre $a \sim \epsilon(egf)$, e p. c. $a' \sim \epsilon(egf)$ ed $(eaf) = (ea'f)$ (P12 § 6).

Ciò posto, siano c e c' gli armonici di a e a' rispetto ad e, f: onde (P5) $c' = \tau c$. I punti c e c' saranno diversi fra loro e dai precedenti: inoltre (P23 § 5, P3) si avrà che $c \sim \epsilon(eaf)$, $c' \sim \epsilon(ea'f)$, $c' \epsilon (aa'c)$: e delle ipotesi $a' \epsilon (aec)$, $a' \epsilon (afc)$ (P13 § 6) basterà considerarne una sola, p. e. la prima; perchè l'altra si deduce da questa con lo scambio delle lettere e, f tra loro, che non ha effetto di sorta nè sulle ipotesi, nè sui risultati. Ora da $a' \epsilon (aec)$ e $c' \epsilon (aa'c)$ si deduce (P28 § 5) $(aec) = (aa'c)$, $c' \epsilon (aec)$: e p. e. (P7 § 5) $c \epsilon (eac')$: e di qui, poi che $c, c' \sim \epsilon (eaf)$, si deduce (P3 § 6) $c' \sim \epsilon (eac)$; quindi (P14 § 5) $c' \epsilon (ace)$. Similmente, poichè da $a' \epsilon (aec)$ si deduce $a \epsilon (eca')$ (P7, 2 § 5); e d'altra parte $a, a' \sim \epsilon (ecf)$; ne inferiamo altresì che $a' \sim \epsilon (eca)$;

(*) In ambe le parti I^{a}) e 2^{a}) c'è del superfluo: qualche cosa che, date le nostre premesse I-XVIII, è conseguenza del resto. Ma qui si accoglie la celebre definizione di Staudt senza farne oggetto d'analisi.

quindi che $a' \epsilon (cae)$, vale a dire che $e \epsilon (aca')$. Da tutto ciò segue (P9 § 6): $(a'ec') \cup \imath a' \cup \imath c' \supset (aec)$; oltre che (P4 § 6) $c' \epsilon (aca')$, e p.c. $c \epsilon (a'c'a)$ (P6, 2 § 5). Sono dunque verificate le ipotesi della P12 § 9 dalla trasformaz.^{e} τ e dai punti a, e, c, a', e', c'; e pertanto non sarà assurda rispetto a z la proposizione:

$$z \epsilon (a'ec') \,.\, z = \tau z \,.\!\!\therefore\, u \epsilon (aec) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \sim = \tau u$$

Insomma esisterà nel segm.^{o} $(a'ec')$ un punto unito z sì fatto, che, se $u \epsilon r \sim (acz) \sim \imath a \sim \imath z$ [onde $u \epsilon (cza)$, $u \epsilon (aec)$, e di più (P17 § 5) $z \epsilon (acu)$] il punto u non è per certo unito.

Si osservi ancora che dalle relazioni $c \sim \epsilon (eaf)$, $c' \sim \epsilon (ea'f)$, $(a'ec') \supset (aec)$ segue $(afc) \cup \imath a \cup \imath c \supset (a'fc')$ (P9 § 5, P13 § 6): sicchè la stessa P12 § 9 si può anche invocare per la trasform.^{e} $\bar{\tau}$, inversa di τ (P6) e pei punti a', f', c', a, f, c. Esisterà dunque nel segmento (afc) un punto unito y sì fatto che, se $u \epsilon r \sim (a'c'y) \sim \imath a' \sim \imath y$, il punto u non è unito. E poichè da $(afc) \supset (a'fc')$, $c \epsilon (a'c'a)$ ed $y \epsilon (afc)$ si deduce — a tenore della $\binom{a',f,c',a,f,c,y,u}{a,b,c,a',b',c',d,e}$P14 § 6 — che da $u \sim \epsilon (acy)$ segue $u \sim \epsilon (a'c'y)$, a fortiori non potrà essere unito alcun punto della figura $r \sim (acy) \sim \imath a' \sim \imath y$. Questo fatto e il somigliante già osservato per z, ove si guardi che niuno dei punti a, a' è, per *Hp*, unito, permettono d'asserire qualmente:

$$u \epsilon r \sim (acz) \sim \imath z \,.\, \cup \,.\, u \epsilon r \sim (acy) \sim \imath y : \supset_u \,.\, u \sim = \tau u.$$

Non è detto che z debba esser diverso da c, o y da f: ma i punti y, z sono al certo distinti fra loro e dai punti a, c, a', c': nè può darsi che z coincida con f, o y con e (P32 § 5). Ora, da $z \epsilon (aec)$ si deduce $z \epsilon r \sim (afc)$; e d'altra parte abbiamo $y \epsilon (afc)$: dunque $z \epsilon r \sim (ayc)$, vale a dire $c \epsilon r \sim (yaz)$; e p.c. $c \epsilon (azy)$ e $(azy) = (acy)$, come pure $c \epsilon (ayz)$ e $(ayz) = (acz)$. Ma si sa (P21, 4 § 5) che:

$$u \epsilon (yaz) \,.\, \supset_u : u \epsilon r \sim (azy) \sim \imath y \,.\, \cup \,.\, u \epsilon r \sim (zya) \sim \imath z;$$

pertanto:

$$u \epsilon (yaz) \,.\, \supset_u \,.\, u \sim = \tau u$$

Infine, dall'essere $z \sim \epsilon (ace)$ [chè se no risulterebbe τe distinto da e] mentre $y \epsilon (afc)$ [e però $y \sim \epsilon (aec)$, $y \epsilon (eca)$, $(eca) = (eya)$] si deduce che $z \sim \epsilon (eya)$, quindi (P11 § 5) che $e \sim \epsilon (yaz)$, e p. c. (P29 § 5) che $(yaz) \supset (yae)$ oppure $(yaz) = (yae)$, secondo che $z \sim = e$ oppur $z = e$. Similmente, dall'essere $y \sim \epsilon (a'c'f)$ [chè se no risulterebbe $\bar{\tau} f$ distinto da f] e però anche (P7) $y \sim \epsilon (acf)$; mentre $c \sim \epsilon (eaf)$ [onde $c \epsilon (aef)$ e $(aef) = (acf)$] si deduce che $y \sim \epsilon (aef)$, ossia che $f \sim \epsilon (eay)$, e p. c. che $(eay) \supset (eaf)$ oppure $(eay) = (eaf)$, secondo che $y \sim = f$ oppure $y = f$. Ne viene che il segmento (yaz) è contenuto nel segmento (eaf): sicchè dalla supposizione $a \sim \epsilon (egf)$, ossia $g \sim \epsilon (eaf)$, introdotta fin da principio, si deduce che $g \sim \epsilon (yaz) \cup \imath y \cup \imath z$; e p. c. che $Arm (y, z, g) \epsilon (yaz)$ (P23 § 5). Tale è appunto l'assurdo a cui si perviene: che, mentre s'è visto come niun punto del segmento (yaz) possa esser unito, qui trovasi invece che l'armonico di g rispetto ad y e z — il quale (P5, P12, 13 § 4) è per certo tautologo — giace in detto segmento.

§ 11°.

L'iperpiano projettivo di terza specie e lo spazio ordinario.

P1-*Df.* " Essendo a, b, c, d punti prj, con uno de' seguenti modi " a, b, c, d *son com-* " *planari* (o *compianano*) „, " $(a, b, c, d)Cp$ „ s'intende affermar l'esistenza di tre " punti x, y, z non collineari, e che al piano xyz di questi appartengano i punti " a, b, c, d. „ — Sicchè (guardando a P14 § 3) la propos.e " $(a, b, c, d)Cp$ „ torna equivalente a quest'altra: " esiste un piano prj in cui giacciono i punti a, b, c, d „.

Da questa Df e dai principî svolti ai §§ 1-3 (cioè dai postul.i I°-XII°) nascono le seguenti P2-6; che per molte analogie s'accostano a certe altre sulla relazione d'allineamento (§ 2).

P2-*Tr.* " Se a, b, c, d sono punti prj ed a, b, c non collineano, ciascuna delle due pro- " posizioni " d appartiene al piano abc „ e " a, b, c, d compianano „ è conseguenza " dell'altra. „ Cfr. P2, 3, 5 § 2.

P3-*Tr.* " Se a, b, c, d siano punti non complanari, saranno eziandio tre per tre non " collineari. „ Cfr. P6, 7 § 2.

P4-*Tr.* " E ciascuno esterno al piano che unisce i tre rimanenti. „ Cfr. P8 § 2.

P5-*Tr.* " Essendo a, b, c, d punti non complanari, e un punto non allineato sui punti " a e b, non potranno esser complanari ad un tempo i punti a, b, c, e da una " parte, e i punti a, b, d, e dall'altra. „ Cfr. P11, 12 § 2.

P6-*Tr.* " Quattro punti a, b, c, d son complanari per certo, se esista un tal punto e " per cui sian complanari tanto a, b, c, e, quanto (a, b, d, e), (a, c, d, e), (b, c, d, e). „ Cfr. P13, 14 § 2.

Dati i punti a, b, c, d non complanari, sarà data per mezzo di questi anche una nuova figura: la visuale del piano bcd dal punto a (P3, P7 § 2, P1 § 3). Anzi (Cfr. P6 § 3):

P7-*Tr.* " Se a, b, c, d siano punti prj non complanari, la figura $abcd$ — congiungente " di a con bcd — non è altro che il luogo d'un punto prj x, per cui si veri- " fica la condizione: " esiste sul piano prj bcd un punto y tale che x appar- " tenga ad ay. „ [L'*Hp* — grazie a P3, 2 e P6 § 3 — involge che b, c, d non siano allineati, e che ogni bcd sia distinto da a: sicchè basta addurre $\binom{a,\ bcd}{p,\ \varphi}$P1 § 3.]

Per qual si voglia figura $abcd$ costruita nel modo anzidetto (alla quale si può annetter fin d'ora la denominazione di *spazio lineare a tre dimensioni*, o *iperpiano prj di terza specie*, come in P16) si dimostrano senz'alcun nuovo principio — ed è questo un fatto notevole — proprietà in tutto simili a quelle già osservate in ordine al piano prj (§ 3), e che si reggono, al pari di queste, principalmente sul postulato XII°.

P8-*Tr.* " Essendo a, b, c, d punti non complanari, ciascuno dei piani abc, abd, acd, bcd " sarà contenuto in $abcd$. „ Cfr. P7 § 3. [Che $bcd \supset abcd$ lo attesta $\binom{a,\ bcd}{p,\ \varphi}$P3 § 3,

visto che b appartiene a bcd senza coincider con a (P3, 4 e P7 § 3). E, dal momento che $bc \supset bcd$, ad ogni punto x del piano abc si potrà coordinare in bcd un punto y tale, che x appartenga ad ay (P6 § 3): onde $abc \supset abcd$; ecc.]

P9-*Tr.* " Sotto la stessa HpP8, affinchè un punto e diverso da a giaccia in $abcd$, " vuolsi, per condizione necessaria e sufficiente, che il piano bcd e la retta ae " s'incontrino. „ Cfr. P8 § 3.

P10-*Tr.* " E se, nella stessa HpP8, e sia punto di $abcd$, purchè diverso da b, la " retta be sarà tutta contenuta in questa figura. „ Cfr. P10, 12 § 3. [Tolgasi un punto a' su bcd per modo, che sia $e \in aa'$ (P7); e un punto c' in cd per modo che $a' \in bc'$ — conforme ad $\binom{b,c,d}{a,b,c}$P6 § 3 e P3. Poichè $bc' \supset bcd$, e p. e $(a, b, c') \sim Cl$ (P4, P9, 5 § 2) e $abc' \supset abcd$ (P1 § 3); e inoltre (P6 § 3) $e \in abc'$; si ricade in $\binom{a,c'}{d,e}$P12§3.]

P11-*Tr.* " Essendo sempre a, b, c, d punti prj non complanari, tutte e quattro le figure " $abcd$, $bacd$, $cabd$, $dabc$ coincidono. „ Cfr. P11, 13 § 3. [Per qual si voglia punto e di $abcd$ sarà come dianzi $abc' \supset abcd$, $e \in (abc')$; quindi $bac' \supset bacd$, e di più (P11 § 3) $e \in (bac')$: onde $e \in bacd$. ecc.]

P12-*Tr.* " Dati a, b, c, d come sopra, e presi nella figura $abcd$ due punti e, f a piacere " purchè non coincidenti, la lor congiungente ef giacerà tutta in $abcd$. „ Cfr. P20 § 3. [In bcd siano e', f' due punti per cui $e \in ae'$, $f \in af'$(P7): se $e' = f'$ e p. c. $ef = ae'$ (P4, P25 § 1) si ritorna (P8) a P10. Se poi $e' \sim = f'$, concorrono le relazioni $e'f' \supset bcd$ (P20 § 3), $(a, e', f') \sim Cl$ (P5 § 2), $ae'f' \supset abcd$ (P1§3), $ef \supset ae'f'$ (P7, 20§3): onde $ef \supset abcd$.]

P13-*Tr.* " Posto che siano a, b, c, d punti prj non complanari, ed e, f, g punti dell'iper- " piano $abcd$ non collineari, il piano efg starà tutto in $abcd$. „ [Nel piano efg tolgasi un punto x a piacere, e nella retta fg (P6 § 3) un punto y tale che $x \in ey$. Ora $fg \supset abcd$ (P12, P7 § 2) e p. c. $y \in abcd$: dunque (P9 § 2) si può di nuovo allegar la P12 e concluder che $ey \supset abcd$, onde $x \in abcd$.]

P14-*Tr.* " Dati a, b, c, d come sopra, se e, f, g, h sono punti non complanari che appar- " tengono ad $abcd$, le figure $abcd$, $efgh$ coincidono. „ — Che è quanto dire: " Ciascun iperpiano di terza specie è individuato da quattro de' suoi punti scelti a piacere, purchè non complanari „. Cfr. P19 § 3.
[Invero, da " $x \in efgh$ „ si deduce, qualunque sia x, l'esistenza d'un punto y tale che " $y \in fgh$ e $x \in ey$ „ (P7): ora quest'y, e p. c. anche cy ed x, giaceranno in $abcd$ (P13, 4, 12); sicchè $efgh \supset abcd$. — Per la reciproca si osservi in primo luogo che è lecito supporre ad un tempo $(e, b, c, d) \sim Cp$, $(f, e, c, d) \sim Cp$ e $(g, f, e, d) \sim Cp$: perciò che uno almeno de' punti e, f, g, h — p. es. e — cadrà fuori del piano bcd (P1, 3); oltre che per gli stessi motivi (atteso anche le P2 e P7 § 3) uno almeno dei rimanenti f, g, h — p. es. f — sarà esterno al piano ecd, ed uno dei rimanenti g, h — p. es. g — esterno al piano efd. Secondariamente si avverta che da " $p \in qrst$ „ si deduce " $q \in prst$ „, semprechè q, r, s, t, come anche p, r, s, t, siano punti prj non complanari: infatti da " $z \in rst$ e $p \in qz$ „ nasce " $z \in rst$ e $q \in pz$ „ — a tenore di P3, 4, e P16, 10 § 1. Da tutto questo procedono, l'una appresso dell'altra, le relazioni seguenti (avuto anche riguardo alle P7 § 3, P11, 8): $a \in ebcd$,

$abcd \supset ebcd, f \in ebcd, f \in becd, b \in fecd, becd \supset fecd, abcd \supset fecd, g \in fecd, g \in cfed, c \in gfed, cfed \supset gfed, abcd \supset gfed, h \in gfed, h \in dgfe, d \in hgfe, dgfe \supset hgfe, abcd \supset hgfe$. Sicchè resta provata l'eguaglianza $abcd = efgh$.]

P15-*Tr.* " Se, ferma stante l'HpP8, siano e, f, g punti non collineari, ed h, i punti " non coincidenti; e sì gli uni come gli altri appartengano ad $abcd$: allora il piano " efg dovrà avere almeno un punto in comune con la retta hi. „ [Ove uno almeno dei punti h, i giaccia sul piano efg, la *Th* sarà vera senz'altro. Se all'incontro ciascuno de' punti h, i sarà esterno al piano efg, per certo $(h, e, f, g) \sim Cp$ (P2.1); onde $abcd = hefg$ (P14) e p. c. $i \in hefg$: ma questo (P7) è affermar l'esistenza d'un punto y tale che " $y \in efg$ ed $i \in hy$ „; vale a dire d'un punto y comune alle figure efg ed hi (P14 § 1 e P4).] — Di qui facilmente anche l'altra:

P16-*Tr.* " Essendo a, b, c, d, e, f, g come sopra, ed h, i, l punti non collineari di $abcd$, " esisterà sempre una retta prj comune ai piani prj efg, hil. „

P17-*Df.* " L'" *iperpiano prj di terza specie* „ — significato da " [3] „ — sarà la " classe di tutte le figure soddisfacenti alla condizione seguente in σ: esi- " stono quattro punti prj a, b, c, d non complanari, e σ coincide con $abcd$. „ — In somma: " Ciascun [3] non è altro che la visuale d'un piano prj da un punto esterno al medesimo „.

Valgono le reciproche di P15, 16; ossia:

P18-*Tr.* " Due rette prj che non si taglino: ovvero un piano prj ed una retta prj, " pur ch'abbiano un punto a comune, ma non più d'uno: oppure due piani prj " che s'incontrino lungo una retta senza coincidere, giacciono sempre in un deter- " minato iperpiano di terza specie. „

Le prop.ⁱ 1-18 di questo § sono indipendenti dai postul.ⁱ XIII°-XVIII°: ma, una volta ammesso il XIII°, non si potrà impugnare la propos.ᵉ " esiste almeno un [3] „ — Pur non si potrebbe asserire o negare in forza del XIII°, nè di alcun altro principio fra quelli accolti fin qui, l'esistenza di *più* figure come $abcd$, ben inteso non coincidenti fra loro: a, b, c, d essendo punti prj non complanari. All'arbitrio nostro il decidere siffatta questione, tuttora impregiudicata: se cioè la classe dei punti prj *si esaurisca* o no con un solo iperpiano di terza specie. Noi toccheremo entrambe le ipotesi: di cui si può dir che la prima — come quella che più ravvicina il concetto di " classe dei punti prj „ a quello di " spazio fisico „ — è più conveniente agli scopi della Geom.ª proj.ª ordinaria; dove l'altra prepara il terreno ad una Geometria molto più generale (Ved. il § 12).

POSTULATO XIX°.

P19. **Se a, b, c, d sono punti proj.ⁱ non complanari, per ciascun punto proj.° e, non situato in alcuno dei piani abc, abd, acd, bcd, dovrà esistere almeno un punto comune alle figure ae, bcd.**

P20-*Tr.* " Se b, c, d sian punti non collineari, ed a, e punti non coincidenti, il piano " bcd e la retta ae s'incontreranno. „ Cfr. P15. [Se uno almeno de' punti a ed e

giacerà in bcd, la *Th* è senz'altro avverata. Se $a, e \sim \in bcd$, ma e giace in alcuno dei piani abc, abd, acd, la congiungente ae taglierà bcd sopra alcuna delle rette bc, cd, bd: grazie a P8 § 3 e P3. Resta soltanto l'Hp contemplata in P19.]

In somma è provato che " un piano prj ed una retta prj hanno sempre almeno un punto a comune „. — Ma non dee sfuggire al Lettore il divario tra questa P20 e la P15 — indipendente dal postul.° XIX° — la quale suona invece così: " una retta ed un piano *giacenti in un medesimo iperpiano di 3ª specie* hanno sempre almeno un punto comune „. Il XIX° ha per effetto di render superflua la restrizione in corsivo; e questo interviene, come si vedrà, di moltissimi casi. — Il Tr seguente pone in vista l'ufficio del postulato XIX°, che è di costringere l' " *ambiente proj.°* „ (o classe dei punti prj) nei confini d'un iperpiano di terza specie.

P21-*Tr.* " Se a, b, c, d sono punti prj non complanari, ogni punto prj dovrà giacere " in $abcd$. „ — Ossia l' " ambiente prj „ coincide con $abcd$; $[0] = abcd$. [Che $a \in abcd$ già si sa. Ma per ogni altro punto prj e ($e \sim = a$) si può asserir l'esistenza d'un punto comune alle forme ae, bcd (P20); ossia d'un punto y radice della condizione " $y \in bcd \,.\, e \in ay$ „: ved. P7.]

P22-*Tr.* " Dati due piani prj a piacere, v'è sempre una retta prj che giace in " entrambi. „ [In un piano π si abbiano i punti b, c, d non collineari, in un piano π' i punti non collineari a, e, f. Supposto $\pi \sim = \pi'$ (si omette il caso di $\pi = \pi'$), uno almeno de' punti a, e, f — p. es. a — sarà esterno a π: sicchè le rette ae, af (P7 § 2) taglieranno π (P19 § 3, P20) in punti e', f' necessariamente distinti fra loro e da a (P25 § 1, P10 § 2). Ora la retta $e'f'$ sarà comune ai piani aef, bcd (P20 § 3).]

La P16: " due piani prj *giacenti in un medesimo iperpiano di 3ª specie* hanno sempre una retta prj in comune „ è vera quantunque si faccia astrazione dal post.° XIX°: ma il suo contenuto è allora molto diverso da quello che spetta alla P22. — Come già si scopre in P22, l'ultimo postul.° ha per effetto altresì di stabilire una *dualità* perfetta fra il punto prj „ e il " piano prj „: secondo la quale ogni propos.ᵉ, che sia conseguenza delle propos.ⁱ primitive I-XIX, trova compimento in un'altra, che nasce da quella scambiando fra loro gli enti [0] e [2] e in pari tempo la " congiungente due punti distinti „ col " fascio dei piani contenenti la retta comune a due piani distinti „. La ragione di questo fatto è ben semplice. Qualunque *figura* è un sistema di *punti prj* e di *rette congiungenti* i medesimi: talchè, per ogni singola interpetrazione che si conceda a questi enti primitivi " punto prj „ e " congiungente due punti prj distinti „, tutte le figure acquisteranno, mercè le loro definizioni, un significato speciale, e un contenuto avente lo stesso grado di determinazione specifica che si annette a quell'interpetrazione (Ved. § 1). Le interpetrazioni o specificazioni degli enti primitivi sono al tutto arbitrarie: a patto, s'intende, di tener conto per ogni singolo caso delle propos.ⁱ soltanto, che nascono da premesse verificate in quello. E ogni qualvolta si attribuisca a ciascuno degli enti [0] ed [1] un significato speciale, onde risultino veri senza eccezione i postulati I°-XIX°, si ottiene un'interpetrazione, o *rappresentazione*, di tutta quanta la Geom.ª proj.ª ordinaria. Così è per appunto nell'esempio di cui si parlava: dove gli enti [0]

ed [1] vengono sostituiti dagli enti " piano prj „ e " *fascio* di piani prj „; e dopo ciò l'ente [2], per solo fatto della sua definizione formale, acquista il significato di " punto prj „, mentre il fascio di piani si converte per egual modo in " retta prj „. La qual *reciprocità*, o *simmetria*, che non si riscontra generalmente altrove (*), conferisce un rilievo speciale a quell' interpetrazione. — Pertanto la *legge di dualità geometrica* rientra in un principio assai più generale, non spettante alla Geometria più che ad altra scienza deduttiva: principio al quale converrebbe anzi il nome di *legge di pluralità*.

P23-*Df*. " Ogni singola modificazione o interpretazione degli enti primitivi " punto " prj „ e " congiungente due punti prj distinti „, la quale obbedisca in tutto i " postul.ⁱ Iº-XIXº, è *una rappresentazione dell'ambiente* (o *spazio*) *prj ordinario:* " o, più brevemente, è *uno spazio ordinario*. Lo " spazio ordinario „ è la classe " di tutte le interpetrazioni possibili nel dominio di quei postulati. „

Di qui e dalle P21, 17, 7 procede che: " Ciascun iperpiano di 3ª specie è uno spazio ordinario, e viceversa „. — Ma, quand'anche per gli enti [0] ed [1] fosser noti soltanto i postul.ⁱ Iº-XVIIIº, si potrebbe interpetrar nondimeno come spazio ordinario, secondo la Df predetta, un qualsivoglia iperpiano di 3ª specie dato: bastando a ciò modificare il contenuto generico di [0] ed [1] in quello di " punto prj e retta prj *giacenti nell'iperpiano* stesso „. Ved. P15.

§ 12º.

L'iperpiano prj.º di n^a Specie e lo spazio prj.º assoluto (**).

Ci resta da esaminar brevemente, come abbiam detto, l'ipotesi opposta al principio XIXº (P19 § 11): e però questo si deve intender soppresso in tutto il presente § (***). La sua negazione si accetterà nella forma seguente (Cfr. P11 § 4):

POSTULATO XIX′.

P1. **Se *a, b, c, d* sono punti projettivi non complanari, esiste almeno un punto proj.º non situato in *abcd*.** — Cioè: " Dato un iperpiano di terza specie, fuori di esso giace almeno un punto prj „.

Pertanto la visuale d'un [3] da un punto esterno al medesimo sarà una figura, di cui al presente non si può negar la realtà: quantunque ben potevasi considerarla e studiarla indipendentemente dai postulati XIXº e XIX′.

(*) Ugual reciprocità manifestano la " dualità fra *punto* e *retta* „ — cioè l'interpetrazione degli enti punto e retta *di un piano* come " retta „ e " *fascio* di rette „ spettanti ad un piano — e la " dualità fra *retta* e *piano* „, o dualità nella *stella*. — In un dato iperpiano di terza specie sussiste una dualità fra " punto „ e " piano „, che non dipende dal postul.º XIXº (nelle propos.ⁱ derivanti dai postul.ⁱ Iº-XVIIIº): ma questa non è da confonder con l'altra.

(**) Ved. m_2, §§ 1-4.

(***) Si potranno invocar nondimeno tutte le prop.ⁱ antecedenti a P19 § 11.

P2-*Df.* " Dicesi " iperpiano prj di quarta specie „ e si rappresenta con " [4] „ " la classe di tutte le figure, ognuna delle quali è visuale d'un qualche iperpiano " di terza specie da un qualche punto prj che non appartenga al medesimo. „ — Dunque la proposizione " ρ è un iperpiano prj di 4ª specie „ — " $\rho \epsilon [4]$ „ — compendia l'altra: " esistono cinque punti prj a, b, c, d, e non giacenti in uno stesso iperpiano di 3ª specie, ma tali che $\rho = abcde$ „.

In ordine a detta figura si osservano proprietà molto simili alle P8-18 § 11: sulle quali ci sarà permesso trascorrere a motivo di quest'analogia (*).

P3-*Tr.* " Dati una retta ed un piano arbitrarî: ovvero un iperpiano di 3ª specie ed " una retta che incontri questo: ovvero due piani aventi un punto comune: " ovvero un iperpiano di 3ª specie ed un piano contenenti una stessa retta: " ovvero due iperpiani di 3ª specie contenenti un medesimo piano: esiste sempre " un iperpiano di 4ª specie che li contiene. „ [Il *Tr* dipende da XIX′ in quanto " non si esclude, ad es., che quella retta e quel piano arbitrari s'incontrino: ecc.]

P4-*Tr.* " Viceversa, due iperpiani di 3ª specie; un iperpiano di 3ª specie ed un piano; " un iperpiano di 3ª specie ed una retta; due piani arbitrarî, avranno rispet- " tivamente a comune un piano, una retta, un punto almeno: semprechè giac- " ciano in un medesimo iperpiano di 4ª specie. „

E se per ultimo accettiamo il seguente:

POSTULATO XX′.

P5. Essendo a, b, c, d, e punti projettivi non giacenti nello stesso iperpiano di terza specie, ed f un punto proj.° non giacente in alcuna delle figure $abcd$, $abce$, $abde$, $acde$, $bcde$: l'iperpiano $bcde$ sarà sempre incontrato dalla retta af. (Cfr. P19 § 11)

ne verrà di conseguenza che:

P6-*Tr.* " Nella stessa HpP5, la figura $abcde$ coinciderà con l'ambiente, o spazio. " projettivo „; " $abcde = [0]$ „. Onde " La classe dei punti prj sarà un iperpiano di quarta specie, e viceversa „ — Cfr. P21 § 11.

Ora dall'antecedente P4 si può toglier la restrizione " semprechè giacciano in un medesimo iperpiano di 4ª specie „; e di più gli enti " iperpiano di 3ª specie „ e " fascio d'iperpiani (di 3ª specie) contenenti un medesimo piano „ si potranno interpetrar come " punto prj „ e " retta prj „, così da far luogo ad una perfetta corrispondenza o reciprocità fra gli enti [0], [1], [2], [3] da una parte, e gli enti [3], [2], [1], [0] dall'altra. Dai postul.ⁱ I-XVIII, XIX′ e XX′ avremo in somma la *Geometria proj.ª nello spazio a quattro dimensioni* (**).

(*) Ved. p. es.: Veronese, *Projectivische Verhältnisse* etc. (" Math. Ann. „, Bd. XIX).

(**) Qui, come sempre, il termine " spazio „ è serbato a denotare la " massima figura „ o " classe *dei* punti prj „ (§ 1). Lo spazio da 4 dimensioni presuppone il postul.° XX′: non così l'iperpiano di 4ª specie.

Nessun impedimento a procedere in questo tenore fin che si vuole. Per una *Geometria proj.ª in cinque dimensioni* basterebbe, ad es., rimuovere il XX′, ed assumere invece due nuovi principî XX″ e XXI″, simili a XIX′ e XX′. E così, per mezzo d'un numero finito di postulati e precisamente con $n + 16$, è dato il poter definire l'*ambiente projettivo* come *iperpiano di n^a specie* (n essendo un numero intero maggior di 2): nel quale staranno sempre iperpiani delle classi $[3], [4], [5], \ldots [n-1]$: ecc.

Ma si può anche prolungar *senza fine* quest'ordine di successive estensioni della classe $[0]$: di guisa che ne risulti una classe contenente iperpiani di specie comunque grande. A ciò si perviene in grazia al principio logico d'*induzione* (o più tosto di *deduzione*) *completa*; raccogliendo in una sola proposizione tutte quante le definizioni degli enti $[2], [3], [4], \ldots$ — e così tutti i postulati esistenziali XI°, XIII°, XIX′, XX″. . . . — nel modo che appresso.

Accanto alla Df dell'ente $[1]$ (P15 § 2) pongasi l'altra:

P7-*Df.* " L' "$[n]$ „ o " *iperpiano prj di n^a specie* „ — posto che n sia numero " intero maggior d'uno — è la classe di tutte le figure tali che per una qua- " lunque di esse, sia per es. x, si può sempre trovare un'altra figura y della " classe " $[n-1]$ „, ed un punto a fuori di y, per modo che x coincida con la " visuale di y da a. „ — Questa e la P15 § 2 costituiscono insieme una *definizione induttiva* (*): la quale determina pienamente il valore del segno $[n]$, per n intero positivo dato a piacere: ed è propriamente una Df nominale; perchè fornisce di seguito il significato preciso dei termini $[1], [2], [3], [4], \ldots$ fino ad un numero n grande quanto si vuole. Per mezzo di essa il seguente:

POSTULATO XI′.

P8. **Se n è un numero intero positivo e σ è un $[n]$, esiste almeno un punto projettivo che non appartiene a σ.**

compendia, racchiudendoli sotto un'unica formula, tutti quanti i giudizi esistenziali XI°, XIII°, XIX′, XX″, . . . (**) e può far le veci di questi. Onde resterà senz'altro affermata la realtà della classe $[n]$; cioè:

P9-*Tr.* " Purchè n sia un numero intero positivo, esisteranno sempre degli $[n]$. „ [Suppongasi $n > 1$, e che esista almeno un $[n-1]$. Allora non è assurda l'ipotesi " $y \in [n-1]$ „, e però (P8) nemmeno la propos.ᵉ " $a \in [0] \sim y$ „; sicchè la condizione " $x \in [n]$ „ sarà soddisfatta da $x \equiv ay$ (P7). D'altra parte è vera l'esistenza di rette prj (P6 § 1, P15 § 2); onde il *Tr*, vero per $n = 1$, dovrà sussistere per qualsivoglia n, grazie al principio d'induzione completa.] (***).

(*) *Di seconda specie*, giusta la classificazione del prof. Burali-Forti (Op. cit., pag.ᵉ 100-103 e 126-128).

(**) Non altrimenti accade p. e. nell'assioma aritmetico " Se a è un numero, il *successivo di a* è un numero „ — che si può sciogliere in infinite propos.ʲ: " Se 1 è un numero, il successivo di 1 (cioè 2) è un numero; se 2 è un numero . . . „

(***) Viceversa dal *Tr* si deduce (P7) il postul.° XI′: onde questo potrebb'esser sostituito da quello.

La classe [0], per la quale siano concessi i postul.ⁱ I°-X° (§ 1), XI′ (§ 12), XII° (§ 3), XIV° (§ 4), XV°-XVII° (§ 5) e XVIII° (§ 9) [e *rimossi* all'incontro i postul.ⁱ XI° (§ 2), XIII° (§ 4), XIX° (§ 11), XIX′, XX′, ... (§ 12)] può chiamarsi " *ambiente projettivo assoluto* „ o " *spazio generale* „. La Geometria svolta da questi principi è la *Geometria projettiva assoluta* (*).

(*) Il primo a parlar di spazio illimitato anche nel numero delle dimensioni pare sia stato il prof. G. Veronese (Op. cit., pag. 211). — Nè mancano interpetrazioni degli enti primitivi subordinate a tutti quei postulati. Denoti, p. es., $f(n)$ una *funzione* arbitraria, da *un sol* valore *reale, finito* e *non sempre nullo*, della variabile *intera positiva* n; $f_1(n)$ la classe di tutte le fuunzioni come $af(n)$: dove a rappresenta uu parametro capace di assumere ogni valor reale, finito e diverso da zero: allora la classe di tutte quante le $f_1(n)$ possibili sarà un'immagine della classe [0] predetta, cioè *un ambiente prj assoluto.*

A questo modo un punto prj si può concepire come una classe di ∞^1 *serie*

$$af(1),\ af(2),\ af(3),\ \ldots\ af(n-1),\ af(n),\ af(n+1),\ \ldots \text{ in infinito}$$

dove la f s'intenda specificata di forma: i numeri $af(1)$, $af(2)$, $af(3)$, ... (determinati, da un fattor comune a in fuori) si potranno chiamar *coordinate successive* del punto f_1. Due punti prj φ_1 e ψ_1 saranno distinti fra loro (§1), se le funzioni $\varphi(n)$ e $\psi(n)$ sono linearmente indipendenti: restando allora determinata per mezzo di questi un'intera classe di punti prj " $a(\lambda\varphi+\mu\psi)$ „ (λ e μ parametri reali, finiti e non simultaneamente nulli) che può aversi per " congiungente di φ_1 con ψ_1 „. Un punto χ_1 giacerà fuor di questa congiungente, se le funzioni $\varphi(n)$, $\psi(n)$, $\chi(n)$ siano linearmente indipendenti: ed allora la visuale di " $a(\lambda\varphi+\mu\psi)$ „ dal punto χ_1, vale a dire il piano dei punti φ_1, ψ_1, χ_1, verrà ad esser la classe (di classi) di funzioni " $a(\lambda\varphi+\mu\psi+\nu\chi)$ „, dove λ, μ, ν sien parametri reali, finiti e non capaci di annullarsi tutti ad un tempo. Un individuo (punto prj) di questa classe è dato p. es. dai rapporti di due de' numeri λ, μ, ν col rimanente supposto non nullo. Ecc. — Qui l' XI′ postulato si risolve nel fatto che " date $n+1$ funzioni $f(n)$ linearmente indipendenti, n'esiste sempre un'altra linearmente indipendente da quelle „. E si proverebbe altresì che, dati due punti distinti φ_1 e ψ_1 ed un punto $\chi_1 \equiv a(\lambda'\varphi+\mu'\psi)$ diverso da entrambi, al segmento prj " $(\varphi_1\chi_1\psi_1)$ „ (§5) sono da ascrivere tutti e soli que' punti della retta " $\lambda\varphi+\mu\psi$ „, pei quali il rapporto $\frac{\mu}{\lambda}$ prende valori finiti e positivi o rispettiv.ᵉ negativi, secondo che $\frac{\mu'}{\lambda'}$ è positivo o negativo. —

Un esempio ancor più semplice di *spazio generale* è quello fornito dal " complesso di tutte le equazioni algebriche intere a coefficienti reali (con un' incognita sola) „. Ecc. — Cfr. S. Pincherle, *Sur le calcul fonctionnel distributif*, Chap. I (Mathem. Ann., Bd. XLIX).

APPENDICE

Sull'indipendenza dei postulati I°-XIX°.

Date più propos.ⁱ condizionali $P(x, y, z, ...)$, $Q(x, y, z, ...)$, $R(x, y, z, ...)$, ecc., sugli enti variabili $x, y, z, ...$ non può cader dubbio sul valore delle asserzioni " dalle P e Q *non si deduce* la R „, " la R *non è conseguenza* delle P e Q „: però che questo emerge senz'altro dal comun significato logico dei termini " si deduce „, " è conseguenza di „: ved. a pag. 9, e a pag. 45 in nota. Ambo i modi null'altro esprimono che questa propos.ᵉ particolare: " *esistono* degli $x, y, z, ...$ per cui son vere la P e la Q, ma non è vera la R „.

Ciò premesso le propos.ⁱ $P, Q, R, ...$ si diranno " *indipendenti* le une dalle altre „ se avvien che nessuna sia conseguenza delle rimanenti (dunque se avviene, che per ciascuna si possan trovare degli $x, y, z, ...$ che non la verificano, mentre rendon soddisfatte le altre). Ora i postul.ⁱ d'una scienza deduttiva sono appunto condizioni imposte agli enti primitivi di questa: cosicchè a dimostrar p. es. l'indipendenza assoluta dei nostri principî I°-XIX° basterebbe (anzi è questo il modo che più direttamente si offre a fil di Logica — com'è, a quanto sembra, anche il solo che si conosca per simili scopi) portare diciannove interpetrazioni o specificazioni degli enti " punto prj „ e " congiungente due punti prj „ per ciascuna delle quali rimanesse insoddisfatto uno solo di quei principî. — Risultati di questo genere non sono stati raggiunti finora che in pochissimi casi, e sol per gruppi assai più ristretti di prop.ⁱ primitive. Qui mi restringo a provare l'indipendenza *ordinale* di quasi tutti i postul.ⁱ I°-XIX°, ossia l'indipendenza di ognuno da quelli che lo precedono.

Che il II° non sia conseguenza del I° fu già rilevato (§1). Ora, se l'ente primitivo [0] si specifica in una " classe unitaria „ (cioè d'individui tutti eguali fra loro), saranno veri il I° e il II°, ma falso il III°: onde questo non deriva da quelli. — Se invece [0] sia la classe dei numeri interi positivi, ed ab — con a e b numeri int.ⁱ posit.ⁱ — abbia il comune significato aritmetico, sarà falso il IV°, pur essendo veri il I°, II° e III°: ma se ab denoti, p. es., la classe dei numeri razionali compresi fra a e b, saranno veri ad un tempo i primi quattro post.ⁱ e falso il V°. — Se annettendo a [0] un significato a piacere, d'accordo per altro coi post.ⁱ I°, II° e III°, s'interpetra ab (dove $a, b \in [0]$) come segno posto a rappresentare la classe ιa (§1) saranno verificati i post.ⁱ I°-V°, ma non il VI°. — Se poi la classe [0] si specifica in " punto euclidèo „ e la classe ab nella figura " segmento euclidèo terminato in a e b, ma non contenente gli estremi „ (classe dei punti che stanno *fra* a e b) saranno veri dal I° al VI°, restando inappagato il VII°. – Se accanto all'interpetraz.ᵉ [0] = " punto euclidèo „ si pone $ab \equiv \iota a \cup \iota b$, saranno veri i post.ⁱ I°-VII° e falso l'VIII°: ma se ab denoti il " segmento ab con inclusi gli estremi a e b „ saranno veri dal I° all'VIII°, non però fino al IX°: come se ab starà in vece di " classe formata dai punti a e b, dal loro punto medio e dai simmetrici di ciascuno de' punti a e b rispetto all'altro „ riesciranno soddisfatti i primi post.ⁱ I°-IX° e insoddisfatto il X°. — Se [0] denòti la classe dei numeri interi, ed ab parimente, l'XI° principio sarà il primo a non esser verificato. — Se [0] $\equiv$ " punto euclidèo „, $ab \equiv$ " retta illimitata passante per a e b „, quest'interpretazione conviene ai primi undici postul.ⁱ, ma è in disaccordo col XII°. — Se [0] $\equiv$ " retta euclidèa passante per un punto invariabile „ ed $ab \equiv$ " fascio di rette in cui giacciono a e b (sottintesa l'ipotesi $a, b \in [0] \,.\, a \sim = b$) sono veri i postul.ⁱ I-XII, falso il XIII°.

La possibilità di soddisfare ad un tempo i primi tredici postulati per modo, che ne resti infirmato il XIV°, si prova specificando la classe " punto prj „ nella figura (considerata in G. Fano, loc. cit., pag. 9) di 15 punti — p. es. euclidèi — che nasce dai 4 vertici a, b, c, d, d'un tetraedro, da un punto interno e, dalle projezioni a', b', c', d' di quei vertici da questo punto sulle facce opposte ai medesimi, e dalle proiezioni d'ogni terna di vertici, per es. a, b, c, sugli spigoli bc,

ca, ab, fatte dal punto d' — le quali saranno appunto in numero di 6 fra tutte, quanti sono gli spigoli. Questi 15 punti si posson disporre su 35 terne in modo che ciascun punto appartenga a 7 terne diverse, ma due punti stian sempre in una sola: p. es. — dette f, g, h le projezioni che cadono sugli spigoli ab, bc, ca — nella faccia abc vi saranno le terne $afb, bgc, cha, ad'g, bd'h, cd'f, fgh$. Ora, imponendo a siffatte combinazioni dei 15 punti il nome di " congiungenti „, si riscontrano vere le propos.i primitive I^a-XIII^a e fallace la XIV^a: in quanto che, p. es., l'$Arm(a, b, f)$ coincide con f.

Si prova eziandio che il XV° non è conseguenza dei post.i I°-XIV°. Invero, dati tre punti a, b, c collineari e distinti, se si ammettono i post.i I-°XV°, bisognerà che il punto $d \equiv Arm(a, b, c)$ stia nell'uno o nell'altro dei segmenti prj (abc), (bca). Ma nell'un caso per certo esiste (P1§5) una coppia di punti x e y armonici tanto ad a e c, quanto a b e d; ed a, b, c, d, x, y sono punti al tutto distinti fra loro: e il simile accade se $d \in (bca)$. D'altra parte (e questo ancora fu osservato dal Fano al loc. cit., pag. 11) si può costruire uno " spazio prj „ di 40 punti e 130 congiungenti, ciascuna consistente in una combinazione di soli 4 punti distinti armonici fra loro in tutte le permutazioni possibili: di guisa che sia verificato il complesso delle proprietà raccolte sotto i post.i I°-XIV°; e tutto ciò senza che in ogni retta si trovino que' sei punti a, b, c, d, x, y, come vorrebbe il XV°.

Incerta riman tuttavia l'indipendenza del XVI° da' suoi precedenti I°-XV°: ma la vanità d'ogni sforzo fatto per dedurlo da questi mi dà, sino a prova in contrario, una qualche presunzione in favore di quell'indipendenza. E una tal presunzione è maggiore in ordine al post.° XVII°: il quale, dati i preced.i I°-XVI°, si potrebbe assai facilmente ridurre a questa forma: " Essendo a, b, c, a', b', c' sei punti d'un piano prj tutti distinti fra loro, e purchè tanto a, b, c, quanto a', b', c' siano allineati, dovranno esser collineari anche i punti comuni alle coppie di rette ab' e $a'b$, ac' e $a'c$, bc' e $b'c$ „. Ora questa prop.e (ch'io sappia) non è mai stata prodotta in Geom.a di Posizione altrimenti che deducendola dal teorema fondam.e di Staudt: vale a dire invocando anche il principio di *continuità* sulla retta, che qui è XVIII°. (Una dimostr.e più semplice fu ancor tentata di fresco da H. G. Zeuthen, ma senza frutto: ved. *Comptes Rendus de l'Ac. d. Sciences*, 2 e 22 Nov.e 1897).

Il qual post.° XVIII° è per certo indipendente da' suoi precedenti, stante la ben nota possibilità d'una Geom.a proj.a in soli punti *razionali* — dove sarebbe falso il XVIII°, pur sussistendo gli altri I°-XVII°. —

Infine, se per [0] s'intende quella classe (di classi), il cui generico individuo è la classe di tutti i *complessi* nascenti da $(ax_1, ax_2, ax_3, ax_4, ax_5)$ col variare del *parametro* a per valore numerici *reali, finiti* e *diversi da zero* — dopo aver dato ad arbitrio valori numerici *reali, finiti* e *non tutti nulli* alle x: e se, dati i punti $x \equiv (ax_1, ax_2, \ldots ax_5)$ ed $y \equiv (by_1, by_2, \ldots by_5)$ non eguali fra loro $(y \sim = x)$ si ponga $xy \equiv (c(\lambda x_1 + \mu x_1), c(\lambda x_2 + \mu y_2), \ldots c(\lambda x_5 + \mu y_5))$ — dove λ e μ sian variabili reali obbligate a restar sempre finite senza potersi annullare ad un tempo, e c un parametro come a e b: si otterrà una rappresentazione della Geom.a Projett.a *a quattro dimensioni* (e propriamente un *sistema di cinque coordinate omogenee*) la quale contraddice al postul.° XIX° (verificando la sua negazione XIX'), ma è pienamente conforme agli altri I°-XVIII°. —

Per prova che tutte quante le premesse d'un sistema deduttivo siano *compatibili*, cioè non *contraddittorie* fra loro, basta *un* esempio concreto, dal quale siano tutte verificate. Ora il complesso di *quattro coordinate omogenee* variabili come dianzi soddisfa appieno i postul.i I°-XIX°: e tanto basta perchè si concluda esser la propos.e contraria, o negazione, di ciascuno di essi indipendente dagli altri. Ecc.

Torino, Ottobre 1897.

INDICE

INTRODUZIONE . . . . . *Pag.* 1

ELENCO DELLE ABBREVIAZIONI . . . . . „ 5

§ 1. — Gli enti primitivi . . . . . „ 6

§ 2. — La relazione d'allineamento e la retta projettiva . . . . . „ 11

§ 3. — La visuale d'una forma e il piano projettivo . . . . . „ 14

§ 4. — Il quadrangolo piano e la relazione armonica . . . . . „ 19

§ 5. — Il segmento projettivo . . . . . „ 24

§ 6. — Altre proprietà segmentarie . . . . . „ 29

§ 7. — Ordinamenti naturali e sensi d'una retta projettiva . . . . . „ 32

§ 8. — Il triangolo projettivo . . . . . „ 37

§ 9. — Trasformazioni segmentarie . . . . . „ 43

§ 10. — Corrispondenze armoniche e teorema di Staudt . . . . . „ 49

§ 11. — L'iperpiano projettivo di 3ª specie e lo spazio projettivo ordinario . „ 52

§ 12. — L'iperpiano projettivo di n-ma specie e lo spazio projettivo assoluto . „ 56

APPENDICE — Sull'indipendenza dei postulati I°, II°, ... XIX° . . . . . „ 60

CALCOLO GRAFICO

DELLE

TRAVI ELASTICHE

SOLLECITATE

A FLESSIONE E TAGLIO

MEMORIA

dell'Ingegnere

ELIA OVAZZA

Approvata nell'Adunanza del 2 Gennaio 1898.

Lo studio della stabilità e delle deformazioni delle travi rettilinee cimentate a flessione e taglio, nel caso più generale in cui la sezione trasversale sia variabile e vogliasi tener conto simultaneamente delle due influenze deformatrici del momento flettente e dello sforzo di taglio, si suole fare in via analitica, calcolando tutt'al più in via grafica talune quantità che occorrono nel procedere per questa via. Avuto riguardo alla mole dei calcoli richiesti da tale procedimento, può tornare utile la conoscenza di un metodo di calcolo puramente grafico che possa sostituire quello analitico, od almeno servirne di efficace controllo.

In questo scritto si esporrà un tale metodo, che non riesce guari più complicato di quello che si adopera allorchè trascurasi l'influenza deformatrice degli sforzi taglianti.

E vuolsi notare che l'applicazione di tale metodo è assai agevole in quei casi in cui appunto più necessita di tener conto di tale influenza, cioè quando si studia la deformazione delle travi. Invero ricercandosi allora la linea d'influenza pel cedimento elastico di un determinato punto dell'asse, questa in virtù del Teorema di Maxvell determinasi come linea elastica della trave carica di un solo peso concentrato, e la semplicità di questa ipotesi di carico si riverbera sul procedimento da seguirsi.

1. — Considereremo in questo scritto travi ad asse rettilineo ed orizzontale, gravate di soli pesi e vincolate per modo che le reazioni di appoggio sieno verticali, sicchè sia pure verticale la risultante delle forze esterne relativa ad ogni sezione trasversale. Riferiremo l'asse deformato di caduna trave ad un'orizzontale nel proprio

piano come asse delle x e ad una verticale come asse delle y. Conteremo positive le x verso destra, le y verso il basso, le forze agenti verso l'alto e positivi i momenti giranti pel verso del moto normale delle lancette dell'orologio. Intenderemo per forza esterna relativa ad una sezione trasversale la risultante (finita od infinitamente piccola e lontana) di tutte le forze esterne agenti sulla parte di trave a sinistra della sezione.

2. — Di una sezione trasversale S, all'ascissa x qualunque, d'una di tali travi si indichi risp. con T e con M lo sforzo di taglio ed il momento flettente provocati dall'applicazione di certi carichi qualunque P. Sieno y_1 ed y_2 le ordinate della linea elastica, corrispondenti ai punti A_1 ed A_2 alle ascisse x_1 ed x_2 comunque scelte: sieno poi α_1 ed α_2 le rotazioni che le sezioni trasversali S_1 ed S_2 condotte per A_1 ed A_2 hanno sofferto in conseguenza di carichi P, computate positive se avvenute pel verso dei momenti positivi.

3. — Svincolata idealmente la trave dai suoi appoggi e liberata dai carichi P, si immaginino su di essa applicati (fig. 1ª): in A_1 un peso di intensità *uno*, in A_2 una forza verticale d'intensità *uno* diretta verso l'alto, nella sezione S_1 una coppia di momento .

$$\xi = 1\,(x_2 - x_1), \tag{1}$$

che con dette forze costituisce un sistema in equilibrio.

Se si indicano rispett. con $\bar{T}$ ed $\bar{M}$ lo sforzo di taglio ed il momento flettente per una sezione generica, all'ascissa x, dovuti a questa *ideale* condizione d'equilibrio della trave, le quantità $\bar{T}$ ed $\bar{M}$ sono nulle per ogni sezione che non appartenga al tronco A_1A_2, mentre per ogni sezione di tale tronco è

$$\bar{T} = -1 \tag{2}$$

$$\bar{M} = \xi - 1\,(x - x_1) = 1\,(x_2 - x). \tag{3}$$

Il Teorema dei lavori virtuali (*) applicato all'equilibrio di tali *forze ideali*, assumendo per spostamenti quantità proporzionali agli spostamenti che si verificano sulla trave, supposta elastica, per l'azione degli *effettivi carichi* P — *spostamenti effettivi* —, dà la relazione:

$$1\,y_1 - 1\,y_2 + \xi\alpha_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\chi}{GF}\,\bar{T}\,T\,dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{EI}\,\bar{M}\,M\,dx, \tag{4}$$

ove con G ed E si indicano i moduli di elasticità trasversale e longitudinale, con F l'area della sezione S all'ascissa x, con I il momento d'inerzia di S rispetto al proprio asse di flessione, e con χ il noto rapporto dipendente dalla forma della sezione,

(*) Cfr. Müller-Breslau, *Die neueren Methoden der Festigkeitlehre*. Leipzig, 1886. — C. Guidi, *Sulla teoria della trave continua*. Memoria inserta nel tomo LX della R. Acc. delle Scienze di Torino.

che compare nella teoria della resistenza allo sforzo tagliante delle travi a parete piena (*):

$$\chi = \frac{I}{F\rho^2} \int \left(\frac{m_1 r}{z_r} \right)^2 dF. \tag{5}$$

Dalla (4) mediante le (2) e (3) ricavasi la seguente relazione passante necessariamente fra le deformazioni *effettive* e le *effettive* sollecitazioni:

$$y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\alpha_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\chi}{GF} T\,dx - \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_2 - x}{EI} M\,dx. \tag{6}$$

4. — Considerata y_2 variabile, questa equazione (6) può assumersi per *equazione in termini finiti della linea elastica.* Trasportata l'origine delle coordinate nel baricentro d'una sezione per cui sia nulla la rotazione α dovuta all'azione dei carichi, essa riducesi alla:

$$y_2 = \int_0^{x_2} \frac{\chi}{GF} T\,dx - \int_0^{x_2} \frac{x_2 - x}{EI} M\,dx. \tag{7}$$

5. — Se ne deduce che lo spostamento verticale del baricentro di ogni sezione trasversale della trave può considerarsi quale somma di due parti. Una prima parte (**), dovuta all'azione del solo sforzo di taglio, coincide con lo spostamento che si verificherebbe qualora ogni sezione trasversale, invece di ingobbarsi soffrendo scorrimenti ineguali nei suoi diversi punti, come effettivamente avviene, *scorresse, rimanendo invariata,* verticalmente rispetto alla vicinissima in tal misura che per detto scorrimento il lavoro di deformazione eguagli quello corrispondente al complesso degli indicati ineguali scorrimenti. L'altra parte misura lo spostamento che il baricentro della sezione soffre per l'*incurvamento* dell'asse in virtù del momento flettente.

6. — Indicando con φ_2 l'inclinazione della linea elastica all'ascissa x_2 rispetto all'asse delle x, risulta:

$$\varphi_2 = \frac{dy_2}{dx_2} = \left(\frac{\chi}{GF} T \right)_{x=x_2} - \int_0^{x_2} \frac{M}{EI}\,dx. \tag{8}$$

(*) Per travi a graticcio multiplo e simmetrico, se F ed I si riferiscono alla sezione complessiva dei correnti, è da assumersi

$$\chi = \frac{G}{E} \cdot \frac{F}{\omega} \cdot \frac{1}{n \operatorname{sen}\beta \cos^2\beta} \tag{5'}$$

ove n denota il numero caratteristico del graticcio, ω la sezione trasversale di una delle sbarre di graticcio, e β l'angolo che gli assi delle sbarre medesime fanno con la verticale.

(**) Cfr. C. Guidi, *Lezioni di Scienza delle costruzioni.* Parte 2ª. Torino, 1895. — C. Bach, *Elasticität und Festigkeit.* Berlin, 1889. — W. Ritter, *Anwendungen der Graphischen Statik.* Zürich, 1888.

Ora lo sforzo di taglio T soffre discontinuità in corrispondenza di quelle sezioni ove concentransi carichi finiti e reazioni finite di appoggio; quindi ivi la funzione φ_2, cioè la rotazione subìta dall'asse della trave in virtù delle forze esterne è discontinua, la linea elastica ivi soffre *discontinuità di primo ordine* (*), ciò che non sussiste qualora si trascuri l'influenza dello sforzo di taglio sulla deformazione della trave (**).

7. — Per $x_2 = 0$, cioè all'origine delle coordinate, ove si era supposto $\alpha = \alpha_1 = 0$, risulta

$$\varphi_2 = \left(\frac{\chi T}{GF} \right)_{x=0}, \tag{9}$$

e quindi in generale φ_2 diverso da zero.

È perciò nettamente da distinguersi ogni quantità α dalla corrispondente φ, e questo spiegasi osservando che lo sforzo di taglio fa scorrere la relativa sezione rispetto alla vicinissima *senza alterarne la giacitura* (***) sicchè, l'asse della trave *non riesce più* generalmente *normale* alle sezioni trasversali, come invece si avrebbe se fosse nullo l'effetto di deformazione dello sforzo di taglio.

---

8. — Svincolata ancora la trave dai suoi appoggi e dai carichi effettivi P, applichiamo su di essa (fig. 2ª) in corrispondenza della sezione S_1 una coppia flettente di momento μ qualunque, ed in corrisp. della sezione S_2 una coppia flettente di momento $-\mu$, che perciò equilibra la coppia applicata in S_1. Per tale condizione *ideale* di equilibrio della trave è ovunque nullo lo sforzo di taglio $\bar{T}$; il momento flettente $\bar{M}$, mentre è nullo per ogni sezione trasversale che non appartenga al tronco S_1S_2, è eguale a μ per ogni sezione di detto tronco.

L'equazione dei lavori virtuali applicata a questa *ideale* condizione di equilibrio, assumendo spostamenti proporzionali a quelli prodotti dalla *effettiva* applicazione dei carichi P, tenuto conto dei vincoli, dà la relazione

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{M}{EI}\, dx, \tag{10}$$

dalla quale può ancora dedursi che la rotazione relativa di una rispetto all'altra di due sezioni qualunque della trave è *indipendente* dalla influenza deformatrice dello sforzo di taglio.

---

9. — Eliminando α_1 fra le (6) e (10) ricavasi la seguente relazione:

$$y_1 - y_2 + (x_2 - x_1)\alpha_2 = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{\chi}{GF} T\, dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_1 - x}{EI} M\, dx. \tag{11}$$

(*) Cfr. F. Grashof, *Theorie der Elasticität und Festigkeit*. Berlin, 1878.

(**) Cfr. F. Grashof, Loc. cit. — C. Guidi, *Lezioni, ecc.*, loc. cit.

(***) Lo scorrimento della sezione si intende sempre di quì in avanti immaginato secondo fu detto a num. 5.

Ora applicando la (11) ad una campata qualunque di trave a più appoggi e la (6) alla campata successiva (verso destra), esprimendo che sull'appoggio comune devono coincidere per la continuità del sistema le *sezioni estreme* delle due campate, deducesi l'*equazione dei tre momenti.*

10. — Quest'equazione che ci occorrerà in seguito si ottiene pure con vantaggio col metodo dei lavori virtuali come segue (*).

Svincolata la trave, comunque carica di pesi P e comunque appoggiata, dai suoi appoggi e dai suoi carichi, si considerino (fig. 3ª) tre punti qualunque A_1, A_2, A_3 del suo asse, alle ascisse x_1, x_2, x_3 ordinatamente, e si applichino su di essa: in A_1 ed A_3 rispett. due pesi misurati dalle distanze x_3-x_2 ed x_2-x_1: in A_2 una forza verticale volta verso l'alto misurata da x_3-x_1, e perciò equilibrante quei due pesi.

Lo sforzo di taglio $\overline{T}$ ed il momento flettente $\overline{M}$ per questa *ideale* condizione di carico, nulli per ogni sezione che non appartenga ad uno dei tronchi A_1A_2 ed A_2A_3, valgono:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{per ogni sezione del tronco } A_1A_2: & \overline{T}=-(x_3-x_2), & \overline{M}=-(x_3-x_2)(x-x_1) \\ \text{„ \quad „ \quad „ } \quad A_2A_3: & \overline{T}=x_2-x_1, & \overline{M}=-(x_2-x_1)(x_3-x) \end{array}\right\} \tag{12}$$

Se indichiamo con y_1, y_2, y_3 rispett. le ordinate della linea elastica per la *effettiva* condizione dei carichi P alle ascisse x_1, x_2, x_3, dal teorema dei lavori virtuali applicato alla *ideale* condizione di equilibrio, assumendo per spostamenti quantità proporzionali agli *effettivi spostamenti* dovuti ai carichi P, deducesi:

$$(x_3-x_2)y_1-(x_3-x_1)y_2+(x_2-x_1)y_3=-\int_{x_1}^{x_2}\frac{\chi}{GF}(x_3-x_2)T\,dx+\int_{x_2}^{x_3}\frac{\chi}{GF}(x_2-x_1)T\,dx-$$

$$-\int_{x_1}^{x_2}(x_3-x_2)(x-x_1)\frac{M}{EI}\,dx-\int_{x_2}^{x_3}(x_2-x_1)(x_3-x)\frac{M}{EI}\,dx. \tag{13}$$

E posto per semplicità:

$$\text{con che} \qquad \left.\begin{array}{ll} x_2-x_1=l_1\,, & x_3-x_2=l_2\,, \\ & x_3-x_1=l_1+l_2\,: \end{array}\right\} \tag{14}$$

$$\frac{y_2-y_3}{l_2}-\frac{y_1-y_2}{l_1}=\frac{1}{l_1}\int_{x_1}^{x_2}\frac{\chi}{GF}T\,dx-\frac{1}{l_2}\int_{x_2}^{x_3}\frac{\chi}{GF}T\,dx+\frac{1}{l_1}\int_{x_1}^{x_2}\frac{x-x_1}{EI}M\,dx-\frac{1}{l_2}\int_{x_2}^{x_3}\frac{x-x_3}{EI}M\,dx. \tag{13'}$$

11. — Quest'equazione riducesi, com'è noto, alla equazione dei tre momenti (**).

(*) Cfr. Müller-Breslau, *Die Graphische Statik der Baukonstructionen.* Leipzig, 1892.

(**) Cfr. C. Guidi, *Sulla teoria della trave continua,* Loc. cit.

Da essa, fatto tendere x_2 ad x_1, e quindi y_2 ad y_1, e posto

$$\lim \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)_{x_2 = x_1} = \alpha_1$$

deducesi la (6) come conseguenza.

---

12. — Dal modo in cui qui si ricavarono le relazioni (6), (10), e (13') risulta ch'esse valgono per tronchi qualunque ovvero per coppie qualunque di tronchi successivi della trave, *non essendo* per nulla *necessario che tali tronchi siano limitati da sezioni di appoggio.* Dette relazioni possono perciò considerarsi come *forme diverse dell'equazione della linea elastica*, ed in termini così ampii considerate sono capaci di molto più numerose applicazioni che non se ne sogliano fare.

13. — Non è nostra intenzione di soffermarci su tale più ampia applicabilità; invece partendo da una speciale interpretazione di dette equazioni, noi vogliamo dedurne un metodo di calcolo grafico rigoroso e diretto delle travi rettilinee staticamente indeterminate in generale, tenendo conto anche dell' azione deformatrice dello sforzo di taglio.

Noi supporremo sempre in seguito noti gli ordinarî metodi di calcolo grafico delle travi inflesse, in cui si considera la deformazione dell'asse come effetto del solo momento flettente.

---

14. — Quando sieno descritti i diagrammi degli sforzi di taglio e dei momenti flettenti per tutte le sezioni d'una trave, si può notoriamente dedurne la linea elastica, determinandone separatamente, per quindi sommarle in via algebrica, le ordinate dovute alla sola influenza del momento flettente e quelle dovute al solo sforzo di taglio. Avvertendo poi che la rotazione elastica d'una sezione trasversale rispetto alla vicinissima, dovuta alla flessione, composta insieme con lo scorrimento prodotto dallo sforzo di taglio, dà luogo ad una unica rotazione di eguale ampiezza, si può concepire la deformazione della trave quale complesso di infinite rotazioni attorno ad assi paralleli, epperciò dedurre gli spostamenti dei punti dell'asse direttamente come ordinate di una stessa linea funicolare.

15. — Avendosi così modo di valutare la deformazione per una trave staticamente determinata, è facile dedurne mediante il principio della sovraposizione degli effetti un metodo di calcolo delle sollecitazioni per travi staticamente indeterminate.

Per esempio, trattandosi di una trave T a più appoggi semplici, comunque carica di pesi P, se ne ricavi la *trave principale, t*, svincolandola da tutti gli appoggi meno due. Si traccino le linee elastiche di questa trave *t*, supponendola prima gravata dei soli pesi P e poi successivamente sollecitata da una forza verticale di intensità *uno* in corrispondenza di ciascuno degli appoggi scartati della trave T, e diretta verso l'alto. Essendo noti i cedimenti di questi appoggi scartati, si otterranno tante equa-

zioni quante sono le reazioni staticamente indeterminate X contro la trave T, esprimendo che ciascuno di detti cedimenti deve eguagliare la somma algebrica degli spostamenti verticali dell'asse della trave t prodotti ivi dai carichi P e da caduna reazione X (*).

16. — Tale procedimento di calcolo delle sollecitazioni riesce meno agevole del metodo di *Clapeyron*, che piglia ad incognite principali i *momenti flettenti agli appoggi* invece delle *reazioni* d'appoggio. Esso poi è nelle applicazioni discretamente lungo e perciò suscettibile di errori, per la qual cosa gli si preferisce sovente il metodo analitico (**).

Ci sembra adunque possa avere importanza il seguente nostro metodo di calcolo grafico che tiene conto simultaneamente delle influenze deformatrici del momento flettente e dello sforzo tagliante, senza perciò riuscire troppo più complesso di quello che si adopera nell'ordinaria teoria delle travi staticamente indeterminate quando trascurasi l'influenza dello sforzo di taglio.

17. — Incomincieremo dal supporre la trave prismatica, passeremo poi al caso di travi con sezione comunque variabile. Prima considereremo il caso di trave a due soli appoggi estremi ad incastro imperfetto, per dedurne la trattazione delle travi con un appoggio estremo semplice ed un altro estremo ad incastro, e passare in definitiva al caso generale di trave continua a più appoggi comunque.

TRAVI PRISMATICHE.

Trave incastrata ad ambo gli estremi.

18. — La trave sia comunque carica. Il centro A_1 della sezione estrema di sinistra, che scegliamo ad origine delle coordinate, si supponga fisso; il centro A_2 della sezione estrema di destra ceda verticalmente di y_2. Sieno α_1 ed α_2 gli angoli d'incastro, cioè gli angoli che le sezioni estreme S_1 ed S_2 per A_1 ed A_2 formano a deformazione compiuta con la giacitura normale all'asse delle x.

19. — Dalle (6) e (10), applicate a tutta la trave, posto $x_2 - x_1 = l$, ed osservando che

$$\int_{x_1}^{x_2} \mathrm{T}\,dx = \int_0^l d\mathrm{M} = \mathrm{M}_2 - \mathrm{M}_1\,, \tag{15}$$

ove con M_1 ed M_2 si denotano i momenti flettenti alle sezioni d'incastro S_1 ed S_2, deduconsi le seguenti eguaglianze:

(*) Cfr. C. Guidi, *Teoria dei Ponti, Lezioni ecc.* Torino, 1897. — E. Ovazza e V. Lombroso, *Esempi pratici di applicazioni della Scienza delle Costruzioni - Ponti.* Torino, 1896.

(**) Cfr. C. Guidi, *Sulla teoria della trave continua*, Loc. cit.

$$y_2 + \frac{\chi}{GF}(M_1 - M_2) - l\alpha_1 = -\frac{1}{EI}\int_0^l (l - x)\,M\,dx \tag{16}$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{1}{EI}\int_0^l M\,dx. \tag{17}$$

Se ora si trascurasse l'influenza degli sforzi di taglio sulla deformazione della trave, non muterebbe la (17), e la (16) ridurrebbesi alla

$$y_2 - l\alpha_1 = -\frac{1}{EI}\int_0^l (l - x)M\,dx. \tag{18}$$

Dal fatto che la (17) sta sia nel caso che si trascuri, sia nel caso in cui con più rigore si consideri anche l'influenza dello sforzo tagliante, e dal paragone della (16) con la (18) deduciamo che le costruzioni grafiche valevoli nel primo caso si possono anche applicare nel secondo purchè *all'effettivo cedimento* y_2 *del punto* A_2 *rispetto ad* A_1 *se ne sostituisca un altro*

$$y'_2 = y_2 + \frac{\chi}{GF}(M_1 - M_2), \tag{19}$$

il quale oltrechè dal cedimento effettivo dipende dai valori delle incognite M_1 ed M_2.

20. — Sia H la forza che si assume a base di riduzione dei momenti flettenti, (tensione orizzontale della funicolare dei carichi), e valga $\frac{1}{6}l^2$ il prodotto delle due basi di riduzione (delle aree e dei momenti statici) occorrenti per dedurre le *incrociate* dalla *superficie semplice dei momenti*. Sarà

$$\frac{l^2 H}{6EI} = \frac{1}{n} \tag{20}$$

il rapporto di affinità fra la linea elastica e quella che si otterrebbe con uno dei metodi di Saviotti o del Mohr, dal diagramma dei momenti flettenti adoperando le basi di riduzione assunte.

Segnate (fig. 4ª) le verticali a_1 ed a_2 degli appoggi, le *trisecanti* t e t_1, la verticale baricentrica b della superficie semplice dei momenti, si tracci una retta A_1B inclinata all'orizzonte dell'angolo la cui tangente vale $n\alpha_1$. Portato sulla trisecante t il segmento $BC = \xi =$ segmento intercetto su detta trisecante dalle incrociate, si proietti da un punto arbitrario D della baricentrica b: il punto B in E sulla a_1, il punto C in F ed M rispettivamente sulla trisecante t_1 e sulla verticale a_2. Guidata l'orizzontale per A_1, dal suo punto d'incontro con a_2 si porti

$$\overline{LA}_2 = ny_2,$$

indi si guidi la FI tale che risulti

$$\overline{A_2I} = n\frac{\chi H}{GF}(\overline{A_1E} - \overline{IM}) \tag{21}$$

diretto verso il basso se le ordinate A_1E ed IM, essendo dirette verso l'alto, si abbia $\overline{A_1E} < \overline{IM}$.

Perciò, essendo

$$\overline{IM} = \overline{A_2M} - \overline{A_2I},$$

posto

$$n \frac{\chi H}{G F} = \psi, \tag{22}$$

dovrà essere

$$\overline{A_2I}(1 - \psi) = \psi(\overline{A_1E} - \overline{A_2M}), \tag{23}$$

ossia

$$\overline{A_2I} = \kappa(\overline{A_1E} - \overline{A_2M}) \tag{24}$$

posto

$$\kappa = \frac{\psi}{1 - \psi} (= \text{costante}). \tag{25}$$

(Se risulta $\kappa > 0$ ed $\overline{A_1E} < \overline{A_2M}$, essendo A_1E ed A_2M entrambi rivolti verso l'alto, si porterà A_2I verso il basso; coerentemente negli altri casi).

Se, così determinato il punto I (*), risultasse FI inclinata all'orizzonte precisamente di un angolo la cui tangente valga $n\alpha_2$, i momenti flettenti d'incastro varrebbero rispettivamente:

$$M_1 = H \cdot \overline{A_1E} \qquad \text{ed} \qquad M_2 = H \cdot \overline{IM}. \tag{26}$$

21. — Siccome, scelto ad arbitrio il punto D, di norma la FI non riuscirà così inclinata, si guidi FN con tale inclinazione: il quesito si riduce a *far coincidere i punti* N ed I.

Ora muovendosi D sulla baricentrica b, poichè rimangono fissi i punti B e C, i punti E, F ed M generano tre punteggiate simili a quella descritta dal punto D, e così pure il punto N, che descrive una punteggiata eguale a quella che F descrive. La similitudine fra le punteggiate E ed M, insieme con la relazione (24), porta di conseguenza similitudine fra le medesime punteggiate e quella descritta dal punto I (**).

Poichè adunque sono simili le punteggiate sovrapposte N ed I, se ne determinino due coppie di elementi corrispondenti, e se ne deduca il *punto unito* U non all'infinito; ivi devono coincidere i punti N ed I quando il quesito sia risolto.

(*) In figura si suppose $\kappa = -\frac{1}{2}$.

(**) Infatti, distinti con l'indice 1 punti analoghi ottenuti trasportando D in D_1, sarà:

$$\overline{A_2I_1} = \kappa(\overline{A_1E_1} - \overline{A_2M_1}),$$

onde

$$\overline{I_1I} = \kappa(\overline{E_1E} - \overline{M_1M}).$$

Ma $\overline{M_1M} = h \times \overline{E_1E}$, ove h è il rapporto di similitudine fra le puuteggiate M ed E; quindi

$$\overline{I_1I} = \kappa(1 - h)\overline{M_1M}.$$

Se quindi per U si guida la parallela U(F) ad FN, e da C proiettasi (F) in (D) su b, in (M) su a_2, indi si proietta (D) da B in (E), saranno

$$H \,.\, \overline{A_1(E)} = M_1, \qquad H \,.\, \overline{U(M)} = M_2. \tag{27}$$

22. — Poichè anzi le punteggiate F ed I, simili, hanno comune l'elemento unito all'infinito, epperciò sono *prospettive,* se dal centro γ di loro prospettività, determinato dall'intersezione delle rette IF ed I_1F_1, si guida la retta inclinata all'orizzonte dell'angolo la cui tangente è $n\alpha_2$, essa è la U(F) che risolve il problema.

23. — La precedente costruzione è suscettibile di semplificazioni. Se infatti (fig. 5ª) portasi E a coincidere con A_1, dovrà essere (*)

$$\overline{A_2I} = -\kappa \,.\, \overline{A_2M}; \tag{28}$$

e se portasi M_1 a coincidere con A_2, dovrà essere

$$\overline{A_2I_1} = \kappa \overline{A_1E_1}. \tag{29}$$

Detta costruzione è poi in più diversi modi *controllabile* nel suo risultato (e questo compensa la relativa sua complicatezza), come rilevasi dal fatto che le varie punteggiate simili considerate, avendo due punti omologhi coincidenti col punto all'infinito della verticale, sono a due a due prospettive.

24. — Per controllo in fig. 6ª, supposto $\kappa = -\frac{1}{5}$, considerammo il caso di trave *rigidamente incastrata* ad ambo gli estremi, sicchè

$$\alpha_1 = \alpha_2 = y_2 = 0,$$

ponendoci nell'ipotesi di *carico simmetrico* (per modo che la baricentrica b equidisti dalle verticali a_1 ed a_2). Risultano evidentemente eguali le ordinate-momento $\overline{A_1(E)}$ ed $\overline{A_2(M)}$, e nullo il cedimento y'_2 (Cfr. n° 19).

25. — Completato di conseguenza il diagramma dei momenti flettenti, e dedottone per derivazione quello degli sforzi di taglio, si potrà tracciare la linea elastica nel modo già accennato a num. 14.

Trave incastrata ad un estremo, semplicemente appoggiata all'altro.

26. — L'appoggio A_2 sia semplice; sarà nullo M_2, e di conseguenza il procedimento indicato per trave incastrata ad ambo gli estremi si modifica come segue.

Guidata (fig. 7ª) come prima la retta A_1B e portato verticalmente $\overline{BC} = \xi =$ seg-

(*) La fig. 5ª è disegnata assumendo $\kappa = -\frac{1}{4}$.

mento intercetto sulla trisecante t dalle incrociate, si proietti da un punto D della baricentrica b il punto B in E sulla a_1, il punto C in F ed in M sulle t_1 ed a_2; segnato poscia il punto A_2 nel modo indicato, guidisi ancora FI tale che abbiasi

$$\overline{A_2 I} = n \frac{\chi H}{GF} (A_1 E - IM) = \kappa(\overline{A_1 E} - \overline{A_2 M}) \qquad (21) \text{ e } (24)$$

conservando a κ il significato secondo le (22) e (25).

Qualora risultasse nullo il segmento IM, e quindi I coincidente con M, sarebbe

$$H \times \overline{A_1 E} = M_1 = \text{momento d'incastro.} \qquad (30)$$

27. — Considerando le punteggiate simili, descritte dai punti I ed M quando il punto D si muove sulla baricentrica b, come sezioni dei fasci proiettanti dai punti γ e C la punteggiata descritta dal punto F, il raggio unito $C\gamma$ dei due fasci incontra la a_2 nel punto U in cui devono coincidere i punti I ed F allorchè è risolto il nostro quesito.

Proiettato quindi U da C in (D) sulla b, (D) da B in (E) sulla a_1, sarà

$$M_1 = H \,.\, \overline{A_1(E)};$$

inoltre la retta CU risulta inclinata all'orizzonte di un angolo la cui tangente vale n volte quella dell'angolo di cui ruota, a partire dalla sua iniziale giacitura verticale, la sezione estrema S_2 di appoggio per effetto della deformazione elastica della trave.

28. — La costruzione semplificasi, secondo che indica la fig. 8ª (*), quando le punteggiate simili I ed M si determinano con *coppie speciali di punti omologhi*, in modo analogo a quello esposto a numero 23.

29. — Non merita di descrivere tale costruzione (eseguita in fig. 9ª) semplificata pel caso in cui incastro ed appoggio sieno perfettamente rigidi, sicchè

$$\alpha_2 = y_2 = 0.$$

Trave appoggiata alle estremità ed in punti intermedî.

30. — Supponendosi prismatica la trave, la (13′), applicata a due campate successive, può scriversi, indicando con M_1, M_2 ed M_3 i momenti flettenti agli appoggi A_1, A_2, A_3 che limitano dette campate:

$$\frac{1}{l_1}\left[y_2 - y_1 + \frac{\chi}{GF}(M_1 - M_2)\right] - \frac{1}{l_2}\left[y_3 - y_2 + \frac{\chi}{GF}(M_2 - M_3)\right] =$$

$$= \frac{1}{l_1 EI}\int_{x_1}^{x_2} (x - x_1)\, M\, dx - \frac{1}{l_2 EI}\int_{x_2}^{x_3} (x - x_3)\, M\, dx. \qquad (31)$$

(*) Nelle figure 7ª, 8ª e 9ª si assunse $\kappa = -\frac{1}{2}$.

Paragonata questa alla equazione che se ne deduce trascurando l'influenza deformatrice dello sforzo tagliante:

$$\frac{y_2-y_1}{l_1} - \frac{y_3-y_2}{l_2} = \frac{1}{l_1 \mathrm{EI}} \int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)\,\mathrm{M}\,dx - \frac{1}{l_2 \mathrm{EI}} \int_{x_2}^{x_3} (x-x_3)\,\mathrm{M}\,dx\,, \tag{32}$$

si vede che si può tener conto di questa influenza procedendo come se la si trascurasse, ma *aumentando i dislivelli dei baricentri* delle sezioni estreme d'ogni campata rispettivamente delle quantità:

$$\frac{\chi}{\mathrm{GF}}(\mathrm{M}_1 - \mathrm{M}_2) \qquad \text{e} \qquad \frac{\chi}{\mathrm{GF}}(\mathrm{M}_2 - \mathrm{M}_3).$$

Queste quantità dipendono dalle incognite M_1. M_2 ed M_3; ma si giunge a determinarle insieme con le medesime, procedendo in modo analogo a quello indicato per travi con soli appoggi estremi.

31. — Senza menomamente nuocere alla generalità della trattazione, e solo avuto riguardo alla ristrettezza dello spazio concessoci, noi ci spiegheremo su esempi di travi a due sole campate. Per chiarezza di esposizione considereremo prima il caso di *campate uguali,* quindi si indicheranno le modificazioni da portarsi al procedimento nel caso di *campate disegualmente lunghe.*

Travi a campate uguali.

32. — Fatto $l_1 = l_2 = l$, la (31) riducesi alla seguente:

$$\left[y_2 - y_1 + \frac{\chi}{\mathrm{GF}}(\mathrm{M}_1 - \mathrm{M}_2)\right] - \left[y_3 - y_2 + \frac{\chi}{\mathrm{GF}}(\mathrm{M}_2 - \mathrm{M}_3)\right] =$$

$$= \frac{1}{\mathrm{EI}}\left[\int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)\,\mathrm{M}\,dx - \int_{x_2}^{x_3} (x-x_3)\,\mathrm{M}\,dx\right]. \tag{31'}$$

33. — Consideriamo anzitutto il caso della trave con *appoggi estremi semplici.*

Segnate (fig. 10[a]) le verticali a_1, a_2, a_3 degli appoggi, le trisecanti t e t_1, t' e t'_1 per ogni campata, dicansi b e b' le verticali baricentriche delle superficie semplici dei momenti, la cui base di riduzione sia la forza H. Le incrociate sieno state costruite al modo solito, pigliando le basi di riduzione delle aree e dei momenti statici in modo che il loro prodotto valga $\frac{1}{6}\,l^2$.

Guidata l'orizzontale per A_1, si portino verso il basso:

$$\overline{\mathrm{LA}}_2 = n(y_2 - y_1)\,, \qquad \overline{\mathrm{L'A}}_3 = n(y_3 - y_2), \tag{33}$$

conservando ad n il significato attribuito dalla (20).

Portato $A_1C = \xi =$ segmento che a_1 intercetta fra le incrociate, si proietti C da un punto arbitrario D della b in F ed M rispett. su t_1 ed a_2. Quindi si guidi FI tale che sia

$$A_2I = -\kappa \cdot \overline{A_2M}, \tag{34}$$

conservando a κ il significato dato dalla (25). Si prolunghi FI fino all'incontro di t' in K e si tracci la retta MK ad incontrare in H la b'. Si porti ora $\overline{KG} = \xi_1 =$ segmento intercetto sulla t' dalle incrociate, e si proietti G da H rispett. in E ed in N sulle verticali t'_1 ed a_2. Ora si porti $\overline{A_3O} = \overline{A_2I}$. e si guidi la EP per modo che risulti

$$OP = \kappa(\overline{IM} - \overline{ON}). \tag{35}$$

Qualora N coincidesse con P, risultasse cioè $\overline{PN} = 0$, per quanto si è detto più sopra sarebbe evidentemente

$$H \cdot \overline{IM} = M_2 = \text{momento flettente in } A_2,$$

e le rette A_1D, FIK, EP formerebbero con l'orizzonte angoli le cui tangenti sarebbero n-uple delle tangenti degli angoli di cui le sezioni trasversali agli appoggi A_1, A_2, A_3 rotano dalle loro posizioni primitive per effetto della deformazione elastica di tutta la trave.

34. — Si guidi CI ad incontrare MK in B.

Variando il punto D di posizione lungo la verticale b, e ripetendo la suddescritta costruzione per ognuna di tali posizioni, i punti F, M, I, K variano di posizione scorrendo lungo verticali, mentre rimane fisso il punto C. Dalla considerazione del quadrilatero completo di cui C, F, M, I, K sono cinque vertici, risulta che la verticale di B è la coniugata della a_1 nella involuzione di raggi paralleli di cui t_1 e t' sono raggi coniugati, e la a_2 è raggio unito. La posizione della verticale per B è quindi indipendente dalla scelta del punto D, è una *retta dei punti fissi* della trattazione Culmann-Ritter; adunque anche il punto B descrive una punteggiata su questa retta f.

Ma fu dimostrato che i punti I ed M descrivono punteggiate simili; se ne deduce immediatamente la similitudine fra le varie punteggiate descritte dai punti D, F, M, I, B, epperciò le punteggiate M e B devono essere anche prospettive, cioè sezioni fatte su un medesimo fascio, il cui centro indichiamo con γ_1, fascio che è segato dalla t' nella punteggiata descritta dal punto K. Quindi anche questa punteggiata è simile alle precedenti, epperciò le coppie di punti corrispondenti F e K sono allineate con altro punto fisso γ.

35. — Poichè, comunque muovendosi il punto D sulla b, è costante il segmento KG, la punteggiata descritta dal punto G è eguale a quella descritta da K e quindi ancora simile a tutte le punteggiate già considerate. Quindi ancora i punti G ed H corrispondenti sono allineati con un altro punto fisso γ_2, con cui sono pure allineati

i corrispondenti E ed N, i quali perciò descrivono ancora punteggiate simili alle precedenti.

Ma è facile dimostrare (*) che la punteggiata dei punti P è simile a quella dei punti N, e quindi a quella dei punti E; se ne conclude che i corrispondenti punti E e P sono sempre allineati con un nuovo punto fisso γ_3. Affinchè i punti N e P corrispondenti coincidano, devono dunque trovarsi sul raggio comune ai due fasci γ_2 e γ_3, cioè in U (**).

36. — Determinati adunque i centri di prospettività delle varie coppie di punteggiate, $\gamma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, mediante due diverse posizioni D e D_1 del punto D sulla verticale b, si potrà dedurre il poligono funicolare U(E)(H)(K)(I)(F)(D)A_1 che risponde al quesito.

In fig. 10ª si assunse $\kappa = -\frac{1}{2}$.

---

37. — La fig. 11ª si riferisce al caso in cui *gli appoggi estremi sieno incastri imperfetti,* e si conoscano le rotazioni elastiche α_1 ed α_3 permesse da tali incastri alle sezioni estreme della trave.

Non crediamo occorra una speciale spiegazione per codesta figura, che è costrutta con procedimento perfettamente analogo al suddescritto.

La risolvente (P)(E) tracciasi dal punto fisso γ inclinata alla orizzontale dell'angolo la cui tangente è n-upla di $\mathrm{tg}\alpha_3$; ovvero si guida per il punto unito (P) delle due punteggiate simili descritte dal punto P e dal punto Q in cui la verticale a_3 è incontrata dalla retta condotta per E inclinata all'orizzonte dell'angolo la cui tangente vale $n\,\mathrm{tg}\alpha_3$.

Anche in detta figura è $\kappa = -\frac{1}{2}$.

(*) Infatti, essendo

$$\overline{OP} = \kappa(\overline{IM} - \overline{ON}) \qquad \text{ed} \qquad \overline{ON} = \overline{A_3N} - \overline{A_3O} = \overline{A_3N} - \overline{A_3I},$$

mentre è

$$\overline{IM} = \overline{A_2M} - \overline{A_2I},$$

deducesi

$$\overline{OP} = \kappa(\overline{A_2M} - \overline{A_3N}).$$

Ma se P_1, M_1, N_1 sono punti analoghi a P, M, N, dedotti da altra posizione D_1 di D, sarà di conseguenza

$$\overline{OP_1} = \kappa(\overline{A_2M_1} - \overline{A_3N_1}),$$

onde

$$\overline{PP_1} = \kappa(\overline{MM_1} - \overline{NN_1}),$$

e poichè

$$\overline{MM_1} = h \,.\, \overline{NN_1},$$

ove h = costante, deduciamo

$$\overline{PP_1} = \kappa(h - 1)\,\overline{NN_1}.$$

C. v. d.

(**) Qualora per speciali posizioni dei centri γ_2 e γ_3 fosse scomoda questa ricerca del punto U, si potrà dedurre il punto U proiettando una coppia di punti N e la corrispondente coppia di punti P da due diversi punti all'∞, e guidando la congiungente i punti d'incontro dei raggi corrispondenti dei due fasci simili che risultano: su tale congiungente trovasi U.

38. — Quando *il numero delle campate* fosse *maggiore di due*, aumenterebbe il lavoro in ragione di tale numero, ma non varierebbe per nulla il processo, che è perfettamente chiarito quando lo è pel caso di due sole campate (*).

Travi a campate disuguali.

39. — Assunte a basi di riduzione delle aree e dei momenti statici delle superficie semplici dei momenti la lunghezza l' di una campata prestabilita ed $\frac{1}{6}\,l'$, i momenti flettenti agli appoggi di un'altra campata lunga l si ottengono moltiplicando per $H\left(\frac{l'}{l}\right)^2$ le ordinate intercette sulle verticali di tali appoggi rispettivamente dal primo e dal secondo, dal 3° e dal 4° lato del secondo poligono funicolare relativo a quella campata (**).

Di più i punti, come M, d'incontro del 3° lato del secondo poligono funicolare per una campata col 2° lato del secondo poligono funicolare per la campata successiva, verso destra, trovansi non più sulle verticali di appoggio, ma sulle corrispondenti *controverticali*.

40. — *Il metodo* indicato pel caso di campate egualmente lunghe *non si modifica* adunque pel caso di campate disuguali *che per codesto variare* delle rette sostegno delle punteggiate descritte dai punti come gli M considerati, e pel variare del rapporto ψ e quindi del rapporto κ da campata a campata. Per una campata lunga l dovrà assumersi

$$\psi = n\,\frac{\chi H}{G F}\left(\frac{l'}{l}\right)^2, \tag{36}$$

essendo

$$n = \frac{6EI}{Hl'^2} \tag{20}$$

epperò

$$\psi = 6\chi\,\frac{EI}{GFl^2} = 6\chi\,\frac{E}{G}\left(\frac{\rho}{l}\right)^2 \tag{36'}$$

e

$$\kappa = \frac{\psi}{1-\psi}. \tag{25}$$

41. — La fig. 12ª indica il procedimento, pel caso di trave continua a due campate disuguali, con l'appoggio estremo sinistro A_1 ad incastro, e l'appoggio estremo destro A_3 semplice. Ci dispensiamo dal descrivere il procedimento affidandoci alla chiarezza del disegno.

(*) Circa la molteplicità dei controlli del risultato veggasi num. 23.

(**) Per la campata estrema di sinistra devono intendersi coincidenti 1° e 2° lato se l'appoggio estremo di sinistra è semplice, e così per la campata estrema di destra devono intendersi coincidenti 3° e 4° se l'appoggio estremo di destra è semplice.

TRAVI CON SEZIONE VARIABILE.

Trave incastrata ad ambo gli estremi.

42. — Ferme restando le notazioni ed ipotesi fatte a numero 18 pel caso di travi prismatiche, posto ancora

$$x_2 - x_1 = l,$$

le (6) e (10), applicate a tutta la trave, possono scriversi:

$$\frac{1}{l}\left[y_2 - \int_0^l \frac{\chi}{GF} T\,dx\right] - \alpha_1 = -\frac{1}{l}\int_0^l \frac{l-x}{EI} M\,dx \tag{37}$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \int_0^l \frac{M}{EI}\,dx. \tag{38}$$

Se si trascurasse l'influenza dello sforzo di taglio sulla deformazione della trave la (38) continuerebbe a sussistere, ed alla (37) dovrebbesi sostituire la seguente:

$$\frac{y_2}{l} - \alpha_1 = -\frac{1}{l}\int_0^l \frac{l-x}{EI} M\,dx. \tag{39}$$

43. — Segue che *le stesse costruzioni* grafiche, che si adoperano per questo caso di approssimazione, *stanno* anche pel caso in cui con più rigore si considerino insieme le due influenze deformatrici della flessione e dello sforzo di taglio, *purchè al cedimento effettivo* y_2 del punto A_2 rispetto ad A_1 *si sostituisca* l'altro

$$y'_2 = y_2 - \int_0^l \frac{\chi}{GF} T\,dx\,, \tag{40}$$

il cui valore oltre che dal cedimento effettivo dipende dalle reazioni d'appoggio incognite.

I valori di queste incognite, insieme con quello del cedimento y'_2, si possono calcolare come segue.

44. — Denotiamo con T_1 lo sforzo di taglio T per la sezione immediatamente a destra dell'appoggio A_1, e continuiamo ad indicare con M_1 ed M_2 i momenti flettenti nelle sezioni estreme S_1 ed S_2 condotte per A_1 ed A_2. Sarà

$$M_2 = M_1 + T_1 l - M'_1, \tag{41}$$

e

$$T = T_1 - R_x, \tag{42}$$

ove con M'_1 si indichi il valore assoluto del momento rispetto ad A_2 del complesso

di tutti i carichi agenti sulla trave, e con R_x il valore assoluto della somma dei pesi agenti fra la sezione S_1 d'incastro e quella all'ascissa x.

Ma se con T'_1 e T_0 si indicano i valori di T_1 e T quando fossero nulli M_1 ed M_2, cioè nell'ipotesi della trave semplicemente appoggiata agli estremi (l'ipotesi stessa per cui è diagramma dei momenti flettenti la superficie semplice dei momenti), si ha

$$0 = T'_1 l - M'_1 \tag{43}$$

e

$$T_0 = T'_1 - R_x. \tag{44}$$

Laonde sarà

$$T = T_0 + \frac{M_2 - M_1}{l}. \tag{45}$$ (*)

45. — Si indichino con χ_0 ed F_0 i valori di χ ed F per una sezione della trave fissata come termine di paragone, e pongasi per una sezione qualunque della trave

$$\frac{F}{\chi} = \lambda \frac{F_0}{\chi_0}. \tag{46}$$

Sarà, per la (40),

$$y'_2 = y_2 - \frac{\chi_0}{GF_0} \int_0^l \frac{T}{\lambda} dx, \tag{47}$$

e per la (45)

$$y'_2 = y_2 - \frac{\chi_0}{GF_0} \int_0^l \frac{T_0}{\lambda} dx - \frac{\chi_0}{lGF_0} (M_1 - M_2) \int_0^l \frac{dx}{\lambda}, \tag{48}$$

od anche, indicando con η' ed η'' le ordinate-momenti agli appoggi, e con H la forza assunta a base di riduzione dei momenti flettenti:

$$y'_2 = y_2 - \frac{\chi_0}{GF_0} \int_0^l \frac{T_0}{\lambda} dx + \frac{\chi_0 H}{lGF_0} (\eta' - \eta'') \int_0^l \frac{dx}{\lambda}. \tag{49}$$

46. — Lo spostamento verticale, che si dovrà dare al centro della sezione di appoggio A_2, oltre all'effettivo cedimento y_2, per tener conto dello sforzo di taglio insieme col momento flettente, si compone dunque di due parti, una eguale a

$$\frac{\chi_0}{GF_0} \int_0^l \frac{T_0}{\lambda} dx$$

(verso l'alto quando l'integrale risulti positivo), *dipendente dai soli carichi* agenti

(*) La stessa (45) poteva dedursi dal metodo grafico con cui, per derivazione, si ottiene il diagramma degli sforzi taglianti da quello dei momenti flettenti.

sulla trave, una seconda proporzionale alla differenza $\eta' - \eta''$, con costante di proporzionalità

$$\Psi = \frac{\chi_0 H}{G F_0} \cdot \frac{\int_0^l \frac{dx}{\lambda}}{l} . \tag{50}$$

47. — Tracciato quindi il diagramma degli sforzi di taglio T_0 (superficie semplice degli sforzi taglianti) per l'ipotesi in cui la trave sia semplicemente appoggiata agli estremi, se ne deduca il diagramma delle quantità $\frac{T_0}{\lambda}$, e lo si integri con base $\frac{GF_0}{\chi_0}$.

Quindi si sposti in A'_2 il centro A_2 della sezione d'appoggio destro (verso l'alto quando riesca positiva l'ordinata η risultato della integrazione, verso il basso nel caso opposto) di $n\eta$, conservando ad n il significato che le viene dalla (20).

In seguito si operi come per trave prismatica, sostituendo A_2 con A'_2 ed al rapporto ψ definito dalla (22) il rapporto Ψ definito dalla (50).

48. — L'integrale che comparisce nella (50), $\int_0^l \frac{dx}{\lambda}$, può eseguirsi graficamente, e più sovente con vantaggio in via analitica, avuto riguardo al fatto che d'ordinario nella pratica il rapporto λ varia saltuariamente, mantenendosi costante per tronchi finiti di trave.

Se indichiamo con $\theta_1 l$, $\theta_2 l$, ... $\theta_i l$ le lunghezze di detti tronchi e con $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_i$ i corrispondenti valori di λ, sarà senz'altro:

$$\frac{1}{l} \int_0^l \frac{dx}{\lambda} = \sum_1^i \frac{\theta}{\lambda} . \tag{51}$$

Trave a due soli appoggi estremi, dei quali uno semplice e l'altro ad incastro.

49. — Le cose dette per trave incastrata ad ambo gli estremi non mutano fuorchè per l'annullarsi del momento flettente alla sezione sull'appoggio semplice, che qui supporremo ancora l'appoggio destro A_2.

Quindi, conservando le notazioni che precedono, terremo conto anche dell'influenza deformatrice dello sforzo di taglio spostando il centro A_2 della sezione S_2 all'appoggio semplice verticalmente in A'_2 $\left(\text{verso l'alto quando risulti positivo l'} \int_0^l \frac{T_0}{\lambda}\, dx\right)$, indi operando come per trave prismatica, sostituendo A_2 con A'_2 ed al rapporto ψ definito dalla (22) il rapporto Ψ definito dalla (50).

Trave appoggiata alle estremità ed in punti intermedî.

50. — Dalle costruzioni relative a travi con due soli appoggi estremi deduciamo direttamente quelle per travi a più di due appoggi, le quali appunto vanno considerate come complessi di travi a soli due appoggi estremi, incastrantisi mutuamente.

Calcolate le ordinate

$$n\eta = n\,\frac{\chi_0}{GF_0}\int_0^l \frac{T_0}{\lambda}\,dx \tag{52}$$

relative alle singole campate, si varieranno di altrettanto i dislivelli delle singole coppie di appoggi successivi; quindi si opererà come per travi prismatiche, assumendo per le singole campate invece dei rapporti ψ definiti dalla (36) gli altri Ψ che se ne ottengono moltiplicandoli pei singoli rapporti $\frac{1}{l}\int_0^l \frac{dx}{\lambda}$.

Osservazione.

51. — Fin qui abbiamo sempre supposto che gli appoggi estremi sieno in corrispondenza delle sezioni estreme della trave.

Qualora ciò non fosse, epperò una parte di trave sporgesse *in falso* da qualcuno degli appoggi estremi, sarà noto il momento flettente nella sezione in corrispondenza di questo appoggio, precisamente come nel caso di appoggio estremo semplice, per cui è nullo il corrispondente momento flettente.

52. — Dedotta l'ordinata-momento per la sezione su tale appoggio, misurante il momento, rispetto al baricentro di questa sezione, del complesso dei carichi agenti sulla parte in falso della trave, è ovvia la modificazione da portarsi di conseguenza al procedimento di calcolo suesposto per gli altri casi di appoggio.

Torino, Dicembre 1897.

Fig. 1

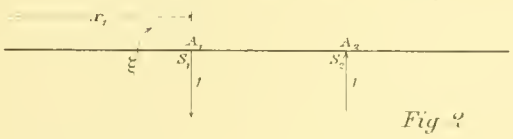


Fig. 2

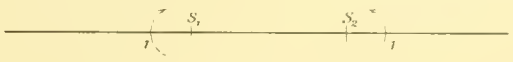


Fig. 3

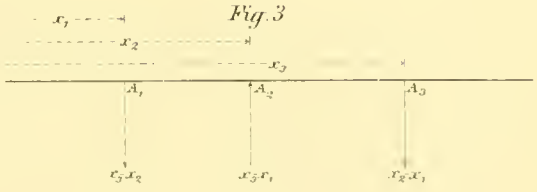


Fig. 4

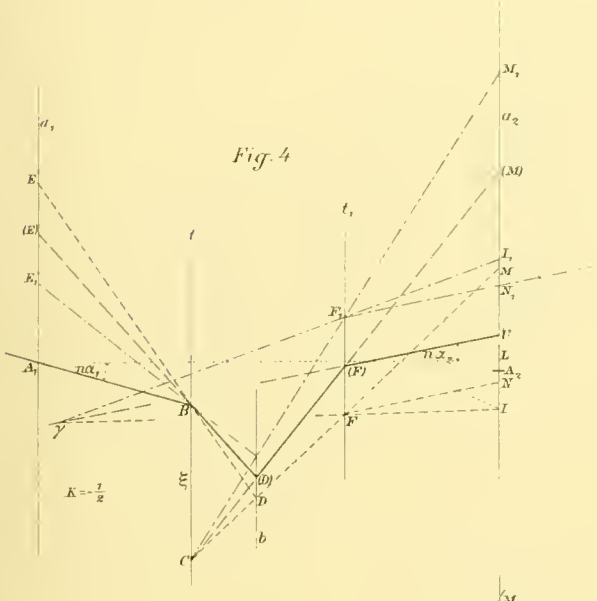


Fig. 5

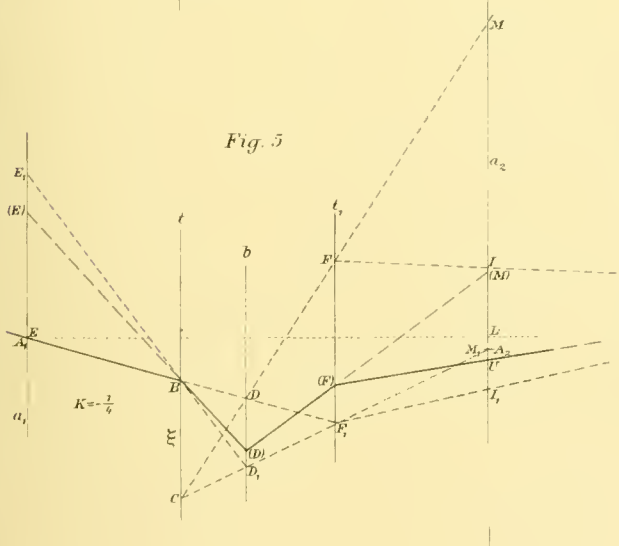


Fig. 6

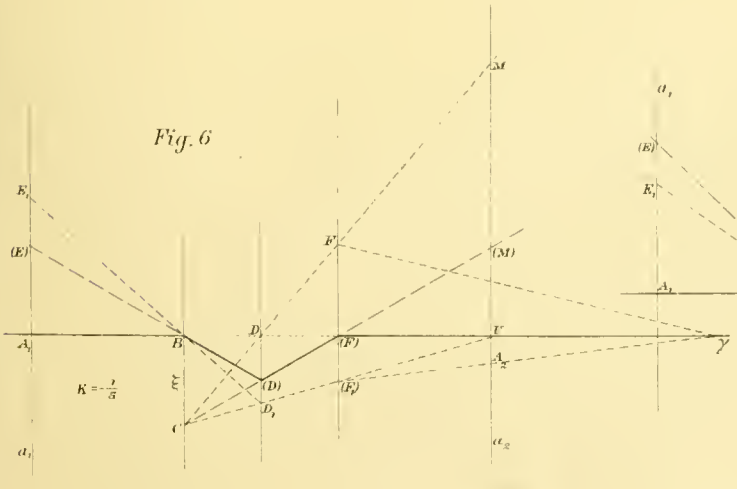


Fig. 7

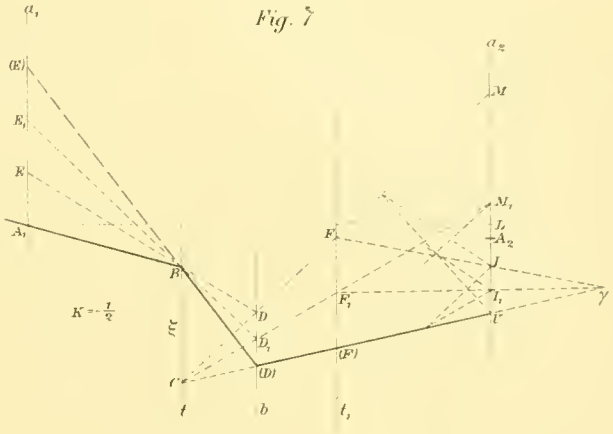


Fig. 8

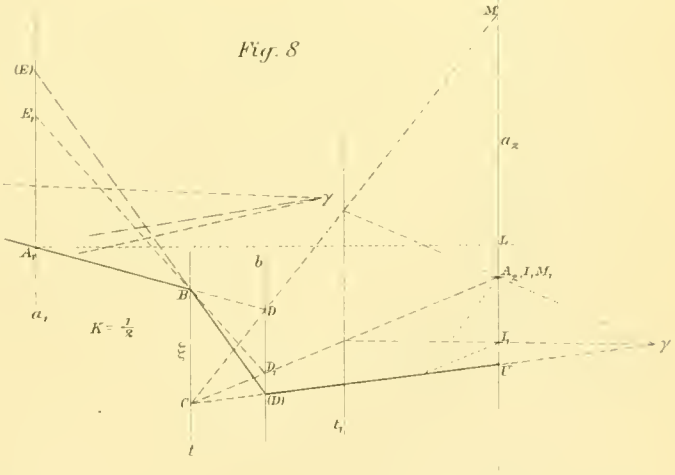
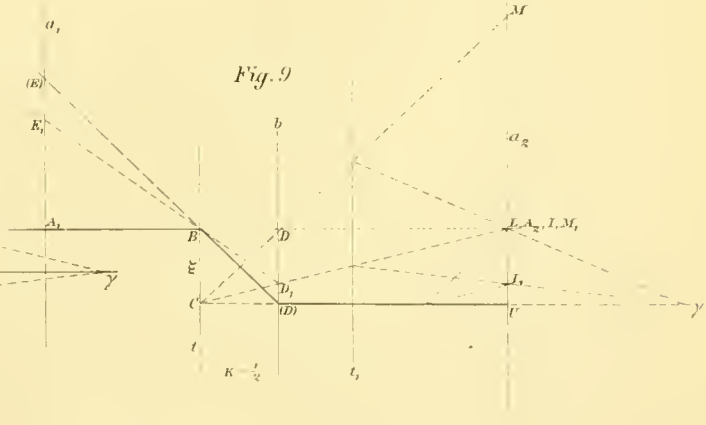


Fig. 9



Lit. Sabaudia Torino

Fig 10

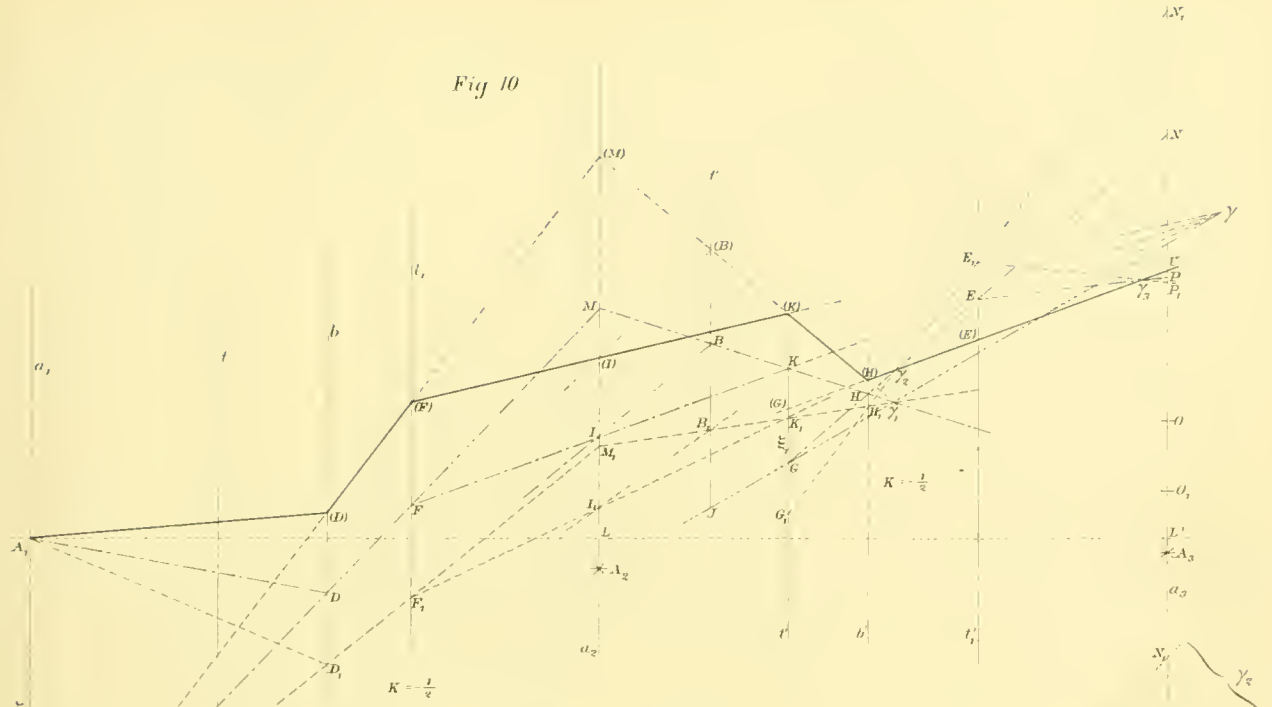


Fig 11

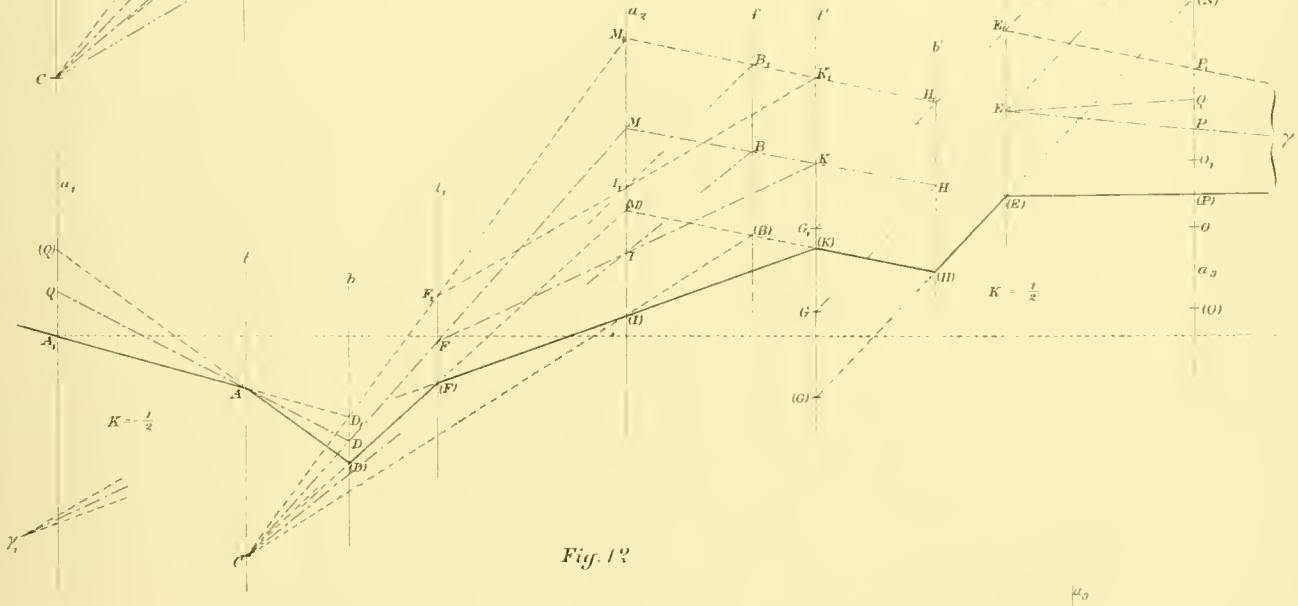
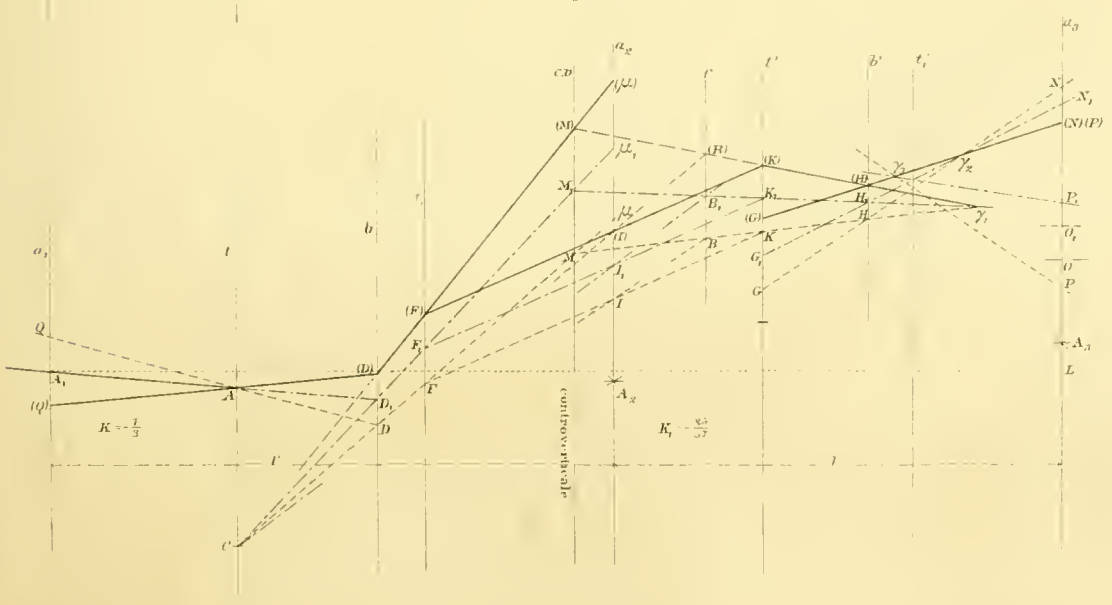


Fig. 12



Lit Salussolia Torino

SULLA
VARIETÀ DELLE CORDE
DI
UNA CURVA ALGEBRICA [1]

MEMORIA
DI
BEPPO LEVI

Approvata nell'adunanza del 27 Febbraio 1898.

Nella memoria presente tratterò di una particolar classe di corde di una curva algebrica, la quale, per quanto è a mia conoscenza, non fu finora studiata, ed è nota anzi solo per casi molto particolari (cfr. § 1 n° 3).

La curva di cui si tratta deve, necessariamente, essere immersa in uno spazio di dimensione non inferiore a 3; l'essere poi questo spazio di dimensione maggiore o uguale a 3 non altera sostanzialmente quanto verremo dicendo, onde io conserverò indeterminata (n) detta dimensione, lasciando al lettore a cui ciò fosse più comodo di leggere 3 al luogo di n.

Dò qui il sommario delle materie trattate.

I. Introduzione.

§ 1. Considerazioni generali.

II. Ricerche analitiche.

§ 2. Corde improprie relative a un solo ramo e loro multiplicità rispetto ai loro punti.

§ 3. Corde improprie relative a una coppia di rami e loro multiplicità rispetto ai loro punti.

III. Proposizioni ausiliarie.

§ 4. Alcune proposizioni ausiliarie relative all'S_n rigato e alla sua rappresentazione sulla $\mathfrak{G}\left(M^{\binom{2n-1}{n}}_{\frac{1}{2n-1}\,\frac{1}{2(n-1)}}\right)$ razionale di $S_{\binom{n+1}{2}-1}$.

§ 5. Una trasformazione algebrica dello spazio rigato.

[1] Questa memoria è uno svolgimento della mia dissertazione di laurea (luglio 1896).

IV. Ricerche sintetiche.

§ 6. Multiplicità delle corde improprie. Varietà tangenti alla M_2 delle corde in una corda impropria.

§ 7. Risoluzione dei punti singolari di una curva algebrica. Un'applicazione della nozione di corde improprie.

§ 8. Generazione delle corde improprie per mezzo delle trasformazioni quadratiche.

§ 9. Generazione delle corde improprie per mezzo della proiezione.

§ 10. Considerazioni sui fatti duali.

Nel paragrafo 1 delineo la questione di cui intendo occuparmi, ed introduco il concetto di corde improprie. Nel capitolo seguente (§§ 2 e 3) studio analiticamente le corde improprie, dal punto di vista della geometria dello spazio punteggiato; non ho considerato dapprima il caso di due rami a tangenti distinte e della tangente ai rami considerata come corda impropria, i quali conducono a formole analitiche leggermente diverse dal caso generale: per questi casi io mi sono limitato a fare un cenno alla fine del § 2, ritenendone la trattazione distesa meno interessante dopo quanto precede. Alla fine di ogni paragrafo (2 e 3) ho raccolte le principali proposizioni ottenute nel paragrafo stesso.

Quanto al capitolo seguente noto che il § 5 forma un tutto a sè; vi è esposta una trasformazione dello spazio di rette che mi è utile un istante nel § seguente, ma che non parmi priva d'interesse per sè e per altre ricerche a cui possa venire d'aiuto.

Passo in seguito alle ricerche sintetiche: il § 6 è ancora intimamente legato col secondo capitolo: vi si ricerca il significato delle corde improprie nel senso della geometria della retta ed in particolare quello delle corde improprie speciali e dei punti speciali.

Il § 7 chiede ai precedenti poco più che la nozione di corde improprie e ne mostra una notevole applicazione; vi è contenuta una dimostrazione della risolvibilità dei punti singolari di una curva algebrica per trasformazioni quadratiche, la quale dà luogo ad una formola che è l'estensione alle curve con singolarità superiori di quella del rango (per le curve gobbe — 1° rango per le curve iperspaziali). In questa formola, applicata alle curve aderenti alla data (curva delle sue tangenti, dei suoi piani osculatori, ecc.) si può ritenere contenuta l'estensione alle curve con singolarità superiori delle formole note del Cayley e del Veronese. Rimarrebbero a studiarsi le relazioni che possono passare fra i numeri analoghi agli s e i che così s'incontrano.

Nei §§ seguenti (8 e 9) è tracciata una ricerca sintetica delle corde improprie: non è però affatto approfondita, sia perchè il metodo è assai meno potente di quello analitico, sia perchè, se poteva importare l'interpretazione geometrica dei fatti trovati, passava in seconda linea la loro completa ricerca con questo metodo. Noterò che quasi intero l'ultimo capitolo (in particolare i §§ 8 e 9) potrebbe anteporsi al capitolo secondo.

Chiudo notando che le presenti ricerche potrebbero estendersi alle varietà algebriche di maggior dimensione contenute in uno spazio di dimensione maggiore almeno

di due unità. Nella presenza delle corde improprie si troverebbe anche allora la ragione del fatto che i caratteri di composizione di un punto singolare di una tal varietà (ottenuti assoggettando il punto ad una successione di trasformazioni quadratiche) [1] sono generalmente minori dei caratteri di composizione della proiezione del punto singolare in uno spazio di dimensione maggiore di una sola unità di quella della varietà algebrica su cui il punto si considera.

I. Introduzione.

§ 1. — *Considerazioni generali.*

1. — *Chiamo una retta corda di una curva quando appartiene alla minima varietà algebrica doppiamente infinita contenente tutte le rette che congiungono le coppie di punti della curva.*

È utile immaginare le rette dello spazio Σ, ad n dimensioni, che si considera, rappresentate per mezzo delle coordinate del Grassmann. Ne risulta, com'è noto, una rappresentazione biunivoca di esse rette sui punti di una $M_{2(n-1)}$ di un $S_{\binom{n+1}{2}-1}$ [2], senza elementi eccezionali. Si potrà pure immaginare rappresentato lo spazio Σ rigato coi punti di un $S_{2(n-1)}$ e si avranno allora elementi eccezionali, per cui la corrispondenza è ∞-voca [3]. Basta perciò osservare che quella $M_{2(n-1)}$ è razionale; d'altronde si potranno assumere come coordinate non omogenee dei punti dell'$S_{2(n-1)}$ corrispondente ad una data retta, p. es., le due $(n-1)$-ple di coordinate non omogenee dei punti di questa retta su due S_{n-1} fissi di Σ. Indicherò con P lo spazio di una qualunque di queste rappresentazioni che, ove ciò sia necessario, distinguerò come prima e seconda rispettivamente. Indicherò poi con $\mathfrak{G}$ la $M_{2(n-1)}$ della prima rappresentazione.

Una curva algebrica C di Σ sarà rappresentata in P, come insieme delle sue secanti, da una M_n algebrica; e la varietà delle sue corde da una M_2 luogo dei punti multipli di questa M_n o parte di questo luogo. Quindi *ogni corda di C* (secondo la precedente definizione) *incontra la C stessa.*

Come multiplicità di una retta fra le corde di C appartenenti ad un'altra varietà algebrica di rette s'intenderà la multiplicità del punto corrispondente nell'intersezione delle varietà di punti di P che rappresentano le due varietà di rette, colla

---

[1] Relativamente alla definizione di questi caratteri e per citazioni sull'argomento, cfr. Segre: *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche,* " Annali di Matematica „, (2), 25, o i miei lavori: *Sulla riduzione delle singolarità puntuali delle superficie algebriche dello spazio ordinario per trasformazioni quadratiche,* Mem. prima, " Annali di Mat. „, (2), 26; *Risoluzione delle singolarità puntuali delle superficie algebriche,* " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, 33, 1898.

[2] Nei primi paragrafi non ci sarà necessario di conoscere più profondamente questa rappresentazione. Qualcosa di più ci occorrerà nel seguito; nel § 4 darò appunto quelle proposizioni che ci saranno necessarie nei paragrafi seguenti. Riservo per allora le notizie bibliografiche.

[3] Sono note per lo spazio ordinario parecchie di queste rappresentazioni che non è necessario qui ricordare. Si vegga una recente memoria del sig. Kantor (*Th. d. linearen Strahlencomplex im Raume von* r *Dimensionen,* " Journal f. reine u. angew. Math. u. Ph. „, 118), ove si trovano parecchie di queste rappresentazioni per le rette di S_n e sono ricordate quelle per le rette di S_3.

restrizione che detto punto non sia punto eccezionale della rappresentazione, ove tali punti esistano. La definizione della multiplicità di una corda è caso particolare di questa. Nel determinare questa multiplicità si deve aver riguardo al fatto che una varietà di rette definita in modo generico in Σ, non è di conseguenza generica in P. Così, nella seconda rappresentazione, a un S_{n-1} di Σ corrisponde un $S_{2(n-2)}$ di P assoggettato a $3n-6$ condizioni; ne segue che, quando una varietà di rette di Σ passa per una retta che debba computarsi fra le corde di C, ed è del resto definita in modo generico rispetto a Σ, non può affermarsi che questa retta debba contarsi nell'intersezione delle due varietà colla multiplicità prodotto delle sue multiplicità nelle varietà stesse, e non superiore. Così, quando una retta conta un numero κ di volte fra le corde di C in un S_{n-1} generico per essa, non ne risulta che κ sia la sua multiplicità, poichè può avvenire che le $3n-6$ condizioni a cui è assoggettato l'$S_{2(n-2)}$ di P corrispondente, nella seconda rappresentazione, ad un S_{n-1} di Σ obblighino tutti gli $S_{2(n-2)}$ che, fra questi, passano per un dato punto della M_2 di P immagine della varietà delle corde di C, ad esser tangente ivi a questa M_2.

2. — Si consideri un punto s-plo P di una curva C d'ordine m. Un S_{n-1} generico per esso incontra ulteriormente la curva in $m-s$ punti; si ottengono così sull'S_{n-1} $\frac{(m-s)(m-s-1)}{2}$ corde congiungenti questi $m-s$ punti a due a due, e $m-s$ corde congiungenti questi punti con P; facilmente si verifica che ciascuna di queste $m-s$ corde si deve contare s volte fra le corde di C appartenenti all'S_{n-1} considerato. Si ottengono così sull'S_{n-1} $\frac{(m-s)(m-s-1)}{2}+(m-s)s$ corde di C; ma le corde di C in un S_{n-1} generico sono $\frac{m(m-1)}{2}$; si presenta così il problema di determinare in quali rette vengano a cadere le $\frac{s(s-1)}{2}$ corde che ancora non si sono enumerate nell'S_{n-1} considerato. Se il punto s-plo P è ordinario e assolutamente generico non si tarderà ad ammettere che tali rette debbano essere le intersezioni dell'S_{n-1} cogli $\frac{s(s-1)}{2}$ piani determinati dalle coppie di tangenti a C in P: le considerazioni che seguiranno (n° 3) stabiliranno questo fatto con rigore. Non ugualmente spontanea è la conclusione nel caso che in parte o tutte le tangenti in P coincidano: in particolare quando per P passino rami superlineari di C. In ogni modo risulta stabilita l'esistenza, nella varietà delle corde di C, di sistemi di rette che non congiungono, ciascuna, due punti distinti di C. Queste rette io ho chiamate *corde improprie* della curva C.

Pel punto P s-plo passano s rami parziali (come caso particolare, lineari e completi) della curva C. Si immaginino due punti A_1 e A_2 mobili sulla curva C e la loro congiungente; se i due punti si avvicinano indefinitamente a P su uno stesso ramo parziale, la retta A_1A_2 tende ad una posizione unica e determinata: la tangente al ramo; lo stesso non avviene se A_1 e A_2 tendono a P su differenti rami parziali. Ma la retta A_1A_2 non può tendere ad ogni posizione assegnabile nell'iperstella P; anzi fra le rette per P ne esiste al più una semplice infinità che possano essere posizioni limiti della retta A_1A_2 per una conveniente legge di movimento di A_1 e di A_2 su due differenti rami parziali per P. Per vero la retta A_1A_2 si muove con continuità

sulla varietà delle corde di C, cosicchè il suddetto luogo di posizioni limiti appartiene a questa varietà. Non potrebbe quindi, essendo esso una varietà algebrica, costituire una M_2 di rette poichè una M_2 è l'intera varietà delle corde. In ogni modo ciascuna retta di questo luogo è corda di C senza congiungere, in generale, due suoi punti distinti: è una corda impropria. Dirò che essa è *corda impropria di* C *relativa al punto* P.

Se $s > 1$ su ogni S_{n-1} per P debbono trovarsi corde improprie relative a P (cfr. il principio del pres. n°); adunque *le corde improprie relative ad un punto multiplo di* C *costituiscono una semplice infinità algebrica di rette* (come luogo di punti, un cono algebrico). Per un punto semplice passa una sola corda impropria: la tangente.

Ad un S_{n-3} generico di Σ si appoggia un numero finito e determinato di corde di C. Se da questo S_{n-3} si proietta C sopra un piano che non lo incontri si ottiene una curva c la quale possiede come punti multipli le proiezioni dei punti multipli di C e le proiezioni delle coppie di punti di C che stanno sulle corde appoggiate all'S_{n-3} (punti doppi, che si aggruppano formando punti di maggior multiplicità quando l'S_{n-3} e più di una delle suddette corde stanno in uno stesso S_{n-2}). Si supponga che l'S_{n-3} considerato incontri la corda A_1A_2 precedentemente nominata, e mentre A_1 e A_2 si muovono tendendo a P su differenti rami parziali, e tendendo la A_1A_2 ad una corda impropria di C per P, l'S_{n-3} si muova mantenendosi incidente alla A_1A_2, e del resto generico. La curva c si deformerà, tendendo il punto doppio proiezione di A_1 e A_2 al punto proiezione di P. Ma durante la deformazione l'ordine e il genere di c non s'alterano, conservandosi uguali a quelli di C; e non s'alterano, in generale, come facilmente si verifica, gli abbassamenti del genere relativi ai punti di c proiezioni dei punti multipli di C; quindi, alla fine del movimento, essendo diminuito il numero dei punti doppi di c corrispondenti alle corde di C appoggiate all'S_{n-3}, l'abbassamento del genere relativo alla proiezione di P dovrà essersi accresciuto di un numero uguale al numero delle corde quale A_1A_2 che, per il movimento dell'S_{n-3}, sono venute a coincidere colla corda impropria per P appoggiata alla posizione finale dell'S_{n-3}.

Il ragionamento è invertibile; onde *le corde improprie di* C *che la incontrano una sola volta sono tutte e sole le rette che passano per un sol punto di* C *e sono tali che, se si proietta* C *da un* S_{n-3} *appoggiato ad una di esse, l'abbassamento del genere relativo alla proiezione del punto di* C *per cui essa passa è maggiore di quello relativo al punto analogo nella proiezione da un* S_{n-3} *generico e la differenza fra i due abbassamenti è uguale alla multiplicità della corda impropria considerata fra le corde di* C *appoggiate all'*S_{n-3} (non necessariamente la multiplicità della corda impropria).

In generale una corda impropria contiene un solo punto di C; possono però esistere corde improprie (posizioni limiti di corde proprie, quando i due punti di C che determinano la corda tendono allo stesso punto) relative a un punto P di C e che passano pure per altri punti di C. Basti osservare che, se $n = 3$, il cono algebrico luogo delle corde improprie di C relative a P sega in generale C fuori di P; le generatrici per questi ultimi punti d'intersezione contengono oltre a P almeno un secondo punto di C. La retta si dovrà allora considerare come una corda propria e una corda impropria sovrapposte. Quanto avanti si è detto relativamente alla proiezione di C da un S_{n-3} che incontri la corda impropria deve, in questo caso, esser

leggermente modificato; ma basti osservare che tal retta è definita come corda impropria dal fatto che appartiene ad una semplice infinità algebrica di corde improprie: non tutte le rette di una tale semplice infinità possono contenere due punti di C, come senz'altro apparirà dal seguito.

3. — Inizierò lo studio delle corde improprie relative a un punto di C ricorrendo alla rappresentazione analitica dei rami di C mediante sviluppi in serie, riservando, come dissi, al seguito le considerazioni sintetiche.

Si vedrà in primo luogo che il cono luogo delle corde improprie relative al punto P è un sistema di piani (considerati come generati ciascuno da un fascio di centro P) passanti ciascuno per una o più tangenti di C in P. Questo non ha bisogno di dimostrazione nel caso del punto s-plo ordinario (cfr. n° preced.) poichè i piani determinati dalle coppie di tangenti sono i luoghi dei punti tali che da ogni S_{n-3} per uno di essi due rami di C per P sono proiettati in due rami di c aventi la stessa tangente. Il caso più semplice dopo questo è quello del punto s-plo per cui passano s rami lineari di cui alcuni hanno la stessa tangente. Questo caso fu incontrato, in lavori indirizzati ad altro oggetto dall'Halphen [1] per le curve gobbe, e dal professor Berzolari [2] per le curve iperspaziali: ad ogni coppia di rami aventi la stessa tangente corrisponde un piano per questa, tale che da ogni S_{n-3} che lo incontri i due rami sono proiettati in due rami di curva piana aventi un contatto superiore a quello dei due rami primitivi: tale piano fu chiamato dagli autori citati *piano principale* dei due rami. I piani principali relativi a tutte le coppie di rami aventi la stessa tangente e i piani determinati dalle tangenti delle coppie di rami aventi tangenti diverse costituiscono il cono delle corde improprie relative al punto considerato.

Per analogia conserverò il nome di *piani principali* ai *piani di cui è sempre costituito il cono delle corde improprie.*

4. — Nella ricerca analitica che segue mi varrò della definizione delle corde improprie per mezzo della proiezione della C da un S_{n-3} (n° 2).

Si sa che il doppio dell'abbassamento del genere di una curva piana prodotto da un suo punto singolare aumentato della somma degli ordini dei rami passanti pel punto e diminuito del numero dei rami stessi dà l'abbassamento della classe dovuta al punto stesso. E questo abbassamento è uguale alla somma degli ordini infinitesimali delle distanze (misurate secondo una direzione non prossima a quelle delle tangenti alla curva nel punto considerato) fra le coppie di rami parziali passanti pel punto, ordini infinitesimali riferiti alla distanza dei punti dei rami dall'origine di questi come infinitesimo principale [3]. Segue immediatamente che questo

---

[1] *Sur les invariants différentiels des courbes gauches*, p. 25-27. " Journal de l'École Polytechnique „, t. 28, cah. 47, p. 1.

[2] *Sugli invarianti differenziali proiettivi delle curve di un iperspazio*, p. 18. " Annali di Matematica „, (2), 26, 1897, p. 1.

[3] Cfr. anche per alcune cose del seguito: Halphen, *Sur les points singuliers des courbes planes*, " Mém. des Sav. étr. „, 1877 e Smith, *On the higher singularities of plane curves*, " Math. Papers „, vol. II, p. 101.

abbassamento si può scindere in più parti corrispondenti le une ciascuna a un ramo della curva pel punto considerato, le altre ciascuna ad una coppia di questi rami riguardo alle mutue relazioni dei due rami. Si noti ora che se da un S_{n-3} qualunque che non incontri infinite corde di C si proietta la C in una curva piana c e se p è la proiezione di P, passano per p tanti rami di c quanti rami di C passano per P, corrispondendosi biunivocamente i rami delle due curve. Se adunque per una particolar posizione dell'S_{n-3} da cui si proietta C cresce l'abbassamento della classe di c dovuto a p, risulta interamente definito uno spezzamento di questo aumento in parti (di cui taluna può esser nulla) corrispondenti ai diversi rami di C per P e alle coppie di essi rami, assumendo come tali parti gli incrementi delle corrispondenti parti dell'abbassamento totale. Questi incrementi non possono mai essere negativi.

L'S_{n-3} da cui si proietta la C incontri una ed una sola corda impropria di C relativa a P: l'abbassamento della classe di c dovuto a p sarà maggiore per questa posizione dell'S_{n-3} che per una generica e, supposto per semplicità che l'S_{n-2} che da esso proietta P non centenga altri punti di C, l'incremento sarà uguale alla multiplicità della corda fra le corde di C appoggiate all'S_{n-3} se la corda stessa non è tangente a C in P, e sarà in caso contrario uguale a detta multiplicità aumentata della somma dei primi ranghi dei rami di C a cui è tangente. In ogni caso, corrispondentemente allo spezzarsi dell'incremento dell'abbassamento della classe di cui sopra, si potrà spezzare in altrettante parti la multiplicità della corda assumendo come tali le parti stesse di quell'incremento diminuite, quelle che corrispondono a un solo ramo a cui la corda sia tangente, del primo rango del ramo stesso. Si potrà allora dire che la corda stessa è la riunione di tante corde sovrapposte quante sono le suddette parti non nulle, *relative* talune *a un solo ramo* di C per P, talune *ad una coppia di* tali *rami*.

L'analisi delle corde improprie di una curva si spezza così nell'analisi delle corde improprie relative ad un ramo, ed in quella delle corde improprie relative ad una coppia di rami.

La stessa distinzione fra le corde improprie si ottiene anche se si osserva che una corda impropria può essere limite di una corda propria che incontri due rami parziali appartenenti allo stesso ramo ovvero a rami diversi.

5. — Nel seguito accadrà più volte di dover parlare dell'abbassamento della classe della proiezione di una curva da un S_{n-3} generico dovuto ad un dato ramo o ad una data coppia di rami (abbassamento del primo rango della curva di Σ dovuto al ramo od alla coppia di rami); dirò per brevità *equivalente del ramo o della coppia di rami* quest'intero abbassamento nel caso di un ramo solo, e la metà di esso nel caso della coppia.

È facile calcolare l'equivalente di un ramo o di una coppia di rami quando questi siano dati mediante le coordinate correnti di un loro punto. Sia infatti R un ramo della curva C di Σ, di origine P; sia r una sua proiezione piana generica: p l'origine di questa. Si seghi r con una retta m infinitamente prossima a p, ma non alla tangente a r; secondo quanto si è ricordato nel n° prec. l'abbassamento della classe dovuto ad r è uguale alla somma dei minimi ordini infinitesimali delle diffe-

renze delle coordinate omonime delle coppie di punti d'intersezione della m con r rispetto alla distanza della retta m da p come infinitesimo principale.

Notiamo ora che, l'S_{n-1} all'∞ di Σ non passando per P, un suo S_{n-3} generico non incontra corde improprie relative ad R: per r può adunque assumersi la proiezione di R da un S_{n-3} generico all'∞; le coordinate dei punti di r sono allora combinazioni lineari generiche delle coordinate dei punti di R di cui sono proiezione: il minimo ordine infinitesimale delle differenze fra le coordinate omologhe di due punti determinati di r è quindi uguale al minimo ordine infinitesimale delle differenze fra le coordinate omologhe dei punti corrispondenti di R.

Nel caso presente, i due punti di r essendo una qualunque coppia di punti di intersezione di m con r, i punti di R sono la corrispondente coppia di punti d'intersezione di R coll'S_{n-1} che proietta m dall'S_{n-3} centro di proiezione.

Analoghe osservazioni per il caso di due rami R e R'.

Di qui: *l'equivalente di un ramo (o di una coppia di rami) è uguale alla somma dei minimi ordini infinitesimali delle differenze delle coordinate omologhe delle coppie di punti d'intersezione del ramo (dell'uno e dell'altro ramo) con un* S_{n-1} *prossimo all'origine del ramo (all'origine comune dei due rami) e non prossimo alla sua tangente (alla loro tangente, se hanno la tangente comune — alle due tangenti, se sono distinte); detti ordini infinitesimali sono riferiti alla distanza dell'*S_{n-1} *secante dall'origine, come infinitesimo principale.*

Come S_{n-1} secante si può assumere un S_{n-1} parallelo ad un S_{n-1} coordinato non passante per le tangenti ai rami. La differenza delle corrispondenti coordinate è nulla.

6. — Sia R un ramo della curva C di Σ di origine P: da un punto O di una corda impropria relativa ad R si proietti la curva su un $S_{n-1} \equiv \Pi$ generico; sia R_1 la proiezione di R. La proiezione di R da un S_{n-3} per O si può effettuare proiettando dapprima R da O in R_1, poi R_1 dall'S_{n-4} intersezione di Π coll'S_{n-3}. Reciprocamente la proiezione di R_1 da un S_{n-4} qualunque di Π coincide colla proiezione di R dall'S_{n-3} determinato da questo S_{n-4} e da O. L'abbassamento della classe della proiezione di C da un S_{n-3} per O dovuta al ramo proiezione di R è adunque uguale all'equivalente di R_1.

Analogo ragionamento si può fare se invece di una corda relativa a un solo ramo si considera una corda relativa ad una coppia di rami. Adunque:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una retta sia corda impropria relativa ad un ramo o ad una coppia di rami è che il ramo o la coppia di rami proiezioni di questi da un punto qualunque della retta abbia equivalente maggiore del ramo o della coppia primitivi; e *la multiplicità della corda fra quelle (della curva cui i rami appartengono) appoggiate ad un* S_{n-3} *generico pel centro di proiezione* (relativa al dato ramo o alla data coppia di rami) *è uguale alla differenza fra gli equivalenti del ramo o della coppia primitivi e dei nuovi* purchè, nel caso di un ramo solo, la corda non sia tangente al ramo; allora quella multiplicità è uguale a questa differenza diminuita del primo rango del ramo. In ogni caso dirò questa multiplicità: *multiplicità della corda rispetto al punto* da cui si fa la proiezione.

Mi occuperò in primo luogo delle corde improprie relative ad un ramo solo.

II. Ricerche analitiche.

§ 2. — *Corde improprie relative a un ramo solo e loro multiplicità rispetto ai loro punti.*

7. — Indico con $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}$ le coordinate non omogenee in Σ.

Abbia il ramo R l'origine nell'origine delle coordinate; sia $x_0 = 0$ un S_{n-1} generico rispetto a R, per l'origine: $x_1 = 0$ un S_{n-1} per la tangente, $x_2 = 0$ un S_{n-1} per il piano osculatore; ... ; $x_{n-1} = 0$ l'S_{n-1} osculatore al ramo. Sia il ramo R rappresentato da:

$$\begin{cases} x_0 = t^\nu \\ x_1 = 1_0 t^{(1)} + 1_1 t^{(1)_1} + \ldots + 1_{l_1} t^{(1)l_1} + 2_{10} t^{(2)} + 2_{11} t^{(2)_1} + \ldots + 2_{1l_2} t^{(2)l_2} + \ldots \\ \qquad\qquad \ldots + \overline{n-1}_{10} t^{(n-1)} + \overline{n-1}_{11} t^{(n-1)_1} + \ldots \\ x_2 = 2_0 t^{(2)} + 2_1 t^{(2)_1} + \ldots + 2_{l_2} t^{(2)l_2} + 3_{20} t^{(3)} + \ldots + 3_{2l_3} t^{(3)l_3} + \ldots \\ \qquad\qquad \ldots + \overline{n-1}_{20} t^{(n-1)} + \overline{n-1}_{21} t^{(n-1)_1} + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n-1} = \overline{n-1}_0 t^{(n-1)} + \overline{n-1}_1 t^{(n-1)_1} + \ldots \end{cases}$$

ove il primo coefficiente d'ogni sviluppo non può mai esser nullo. Supporrò che $x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots, x_{n-1} = 0$ siano scelti in modo assolutamente generale, soddisfacendo alle condizioni precedentemente imposte, per modo che, se si muta l'S_{n-1} $x_i = 0$ $(1 \leq i \leq n-1)$ nell'S_{n-1} $\lambda_i x_i + \lambda_{i+1} x_{i+1} + \ldots + \lambda_{n-1} x_{n-1} = 0$ che soddisfa alle stesse condizioni precedenti per $x_i = 0$, la nuova coordinata che si sostituisce ad x_i non possa svilupparsi in una serie di t che contenga termini che mancavano in x_i; supporrò adunque che *in x_i compaiano,* con coefficiente non nullo, *tutti i termini di grado uguale a quelli che compaiono in $x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_{n-1}$*; sotto altra forma, *se fra i termini scritti ve ne ha uno in x_i con coefficiente nullo, avrà pure coefficiente nullo il termine di ugual grado in tutte le x_{i+r} $(r = 1, \ldots, n-i-1)$.*

8. — Sia $x_0^0, x_1^0, \ldots, x_{n-1}^0$ il punto di Σ da cui si proietta R per riconoscere se appartiene o no ad una corda impropria relativa ad R; lo si può sempre supporre al finito e fuori di $x_0 = 0$. Proiettiamo il ramo sull'S_{n-1} $x_0 = 0$. Le coordinate correnti del ramo proiezione saranno

$$X_i = \frac{x_0 x_i^0 - x_0^0 x_i}{x_0 - x_0^0} \qquad (i = 1, \ldots, n-1)$$

ovvero, ponendo $\frac{x_i^0}{x_0^0} = \alpha_i$,

$$X_i = \frac{x_i - \alpha_i x_0}{1 - \frac{1}{x_0^0} x_0};$$

ossia

$$X_i = \left\{ -\alpha_i t^\nu + x_i \right\} \left\{ 1 + \frac{t^\nu}{x_0^0} + \frac{t^{2\nu}}{(x_0^0)^2} + \ldots \right\}$$

Essendo $x_0^0 \neq 0$, le α_i sono tutte finite; scegliendo convenientemente gli S_{n-1} coordinati si può inoltre supporre che non sia nulla una x_i^0 se non sono nulle tutte le x_{i+r}^0, e quindi non sia nulla una α_i quando non son nulle tutte quelle d'indice superiore. Si ponga $\frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} = \beta_i$ facendo la convenzione di porre $\beta_i = 0$ quando $\alpha_i = 0$ e quindi $\alpha_{i+1} = 0$, e si faccia, pel ramo proiezione, la trasformazione di coordinate:

$$X'_0 = X_1 , \quad X'_i = \beta_i X_i - X_{i+1} \ (i = 1, \ldots, n-2).$$

Il ramo proiezione sarà riferito al sistema di S_{n-2} coordinati $X'_0 = 0$, $X'_1 = 0$, $\ldots$, $X'_{n-2} = 0$ come R al sistema scelto di S_{n-1} coordinati; non sono però più soddisfatte le condizioni di massima generalità imposte a questi. L'ordine del ramo proiezione sarà poi ν ovvero (1) a seconda che $\alpha_1 \neq 0$ ossia, com'è noto, a seconda che il centro di proiezione non è o è sulla tangente a R.

La tangente a R è sempre (n° 2) corda impropria relativa ad R; ponendo quindi da parte questa retta supporrò il centro di proiezione fuori della tangente a R, cioè $\alpha_1 \neq 0$. Il ramo proiezione sarà rappresentato da

$$\begin{aligned}
X'_0 = \{ & - \alpha_1 t^\nu + 1_0 t^{(1)} + 1_1 t^{(1)_1} + \ldots + 1_{l_1} t^{(1)_{l_1}} + 2_{10} t^{(2)} + 2_{11} t^{(2)_1} + \ldots + 2_{1l_2} t^{(2)_{l_2}} + \ldots \\
& + \overline{n-1}_{10} t^{(n-1)} + \overline{n-1}_{11} t^{(n-1)_1} + \ldots \} \{ 1 + \frac{t^\nu}{x_0^0} + \frac{t^{2\nu}}{(x_0^0)^2} + \ldots \} \\
X'_1 = \{ & \beta_1 1_0 t^{(1)} + \beta_1 1_1 t^{(1)_1} + \ldots + \beta_1 1_{l_1} t^{(1)_{l_1}} + (\beta_1 2_{10} - 2_0) t^{(2)} + (\beta_1 2_{11} - 2_1) t^{(2)_1} + \ldots \\
& + (\beta_1 2_{1l_2} - 2_{l_2}) t^{(2)_{l_2}} + (\beta_1 3_{10} - 3_{20}) t^{(3)} + \ldots + (\beta_1 n - 1_{10} - \overline{n-1}_{20}) t^{(n-1)} + \\
& + (\beta_1 n - 1_{11} - n - 1_{21}) t^{(n-1)_1} + \ldots \} \{ 1 + \frac{t^\nu}{x_0^0} + \frac{t^{2\nu}}{(x_0^0)^2} + \ldots \} \\
& \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\
X'_{n-2} = \{ & \beta_{n-2} \overline{n-2}_0 t^{(n-2)} + \beta_{n-2} \overline{n-2}_1 t^{(n-2)_1} + \ldots + \beta_{n-2} \overline{n-2}_{l_{n-2}} t^{(n-2)_{l_{n-2}}} + \ldots \\
& + (\beta_{n-2} \overline{n-1}_{n-20} - \overline{n-1}_0) t^{(n-1)} + (\beta_{n-2} \overline{n-1}_{n-21} - \overline{n-1}_1) t^{(n-1)_1} + \ldots \} \times \\
& \times \{ 1 + \frac{t^\nu}{x_0^0} + \frac{t^{2\nu}}{(x_0^0)^2} + \ldots \} .
\end{aligned}$$

9. — Converrà, secondo il n° 6, calcolare la differenza fra gli equivalenti di R e di R_1; anzi, se si ha riguardo al fatto che questa differenza è nulla per una posizione generica del centro di proiezione, converrà cercare quei centri di proiezione per cui R_1 ha equivalente maggiore di quello generico, e per essi calcolare la differenza fra il corrispondente equivalente e quello generico.

Per calcolare l'equivalente di R_1 basta ricorrere al n° 5. Si indichino cioè con t e t_1 due valori di t per cui

$$X'_0(t) = X'_0(t_1).$$

Si debbono determinare gli ordini infinitesimali di

$$X'_i(t_1) - X'_i(t) \qquad (i = 1, \ldots, n-2).$$

Si indichi con θ una qualunque radice ν-esima dell'unità positiva diversa da 1. Sarà

$$t_1 = \theta t + \epsilon$$

ove ϵ è infinitesimo d'ordine superiore a t: anzi se si osserva che $X'_0(\theta t) - X'_0(t)$ e $X'_1(\theta t) - X'_1(t)$ sono, in generale, dello stesso ordine infinitesimale, si vede che non è necessario, pel calcolo dei suddetti ordini infinitesimali generali, calcolare ϵ: il calcolo di ϵ sarà necessario in seguito e si troverà ciò confermato.

Indicherò con $(j)_{k_r}$ $(j = 1, \ldots, \overline{n-1})$ gli esponenti caratteristici (Halphen, l. c.) degli sviluppi di $x_i (i = 1, \ldots, n-1)$. (Per le ipotesi fatte basta considerare lo sviluppo di x_1). Sia, per la θ considerata:

$$\theta^{(1)_{k_1}} = \ldots = \theta^{(s)_{k_{r-1}}} = 1, \quad \theta^{(s)_{k_r}} = \theta^{s_\kappa} \neq 1 \ (^1).$$

Il termine principale di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$ $(i = 1, \ldots, n-2)$ sarà, in generale,

$$(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\ (\beta_i s_{i\kappa} - s_{i+1\kappa})\, t^{(s)_\kappa} \qquad \text{se } i < s$$

$$(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\ \beta_s s_\kappa t^{(s)_\kappa} \qquad \text{se } i = s$$

Per $i > s$ il termine principale è d'ordine superiore a $(s)_{k_r}$.

Se $s = n-1$ non può essere $i \geq s$.

Non sarebbero questi i termini principali cercati solo quando i loro coefficienti fossero nulli; questo non è per una posizione generica del punto $(x_0^0 \ldots x_{n-1}^0)$.

Fissato un ramo parziale di R_1 e detto t un valore qualunque della t nel campo corrispondente a questo ramo parziale, ogni altro ramo parziale di R_1 è determinato dal fatto che si deduce dal primo sostituendo a t, nell'espressione dei punti di questo. una delle funzioni $\theta t + \epsilon$. Si definisce così una corrispondenza fra i rami parziali e le radici ν-me dell'unità, rispetto ad un ramo parziale arbitrario assunto come corrispondente alla radice 1. Da quanto precede si ha che l'influenza, sull'equivalente di R_1, di due rami parziali di cui l'uno corrisponda alla radice θ rispetto all'altro, è $\frac{(s)_\kappa}{\nu}$, poichè $\frac{1}{\nu}$ è l'ordine infinitesimale di t rispetto a X'_0. Si indichi con Ω_θ l'influenza sull'equivalente di R_1 di tutte le coppie di rami parziali di cui l'uno corrisponde alla radice θ rispetto all'altro: l'equivalente di R_1 sarà

$$\frac{1}{2} \sum \Omega_\theta$$

poichè ogni coppia viene a contarsi due volte, corrispondentemente alle radici θ e θ^{-1}; è, per la θ superiormente considerata, in generale,

$$\Omega_\theta = (s)_\kappa .$$

---

(1) Per comodità di scrittura indicherò con κ il segno k_r.

10. — Per posizioni particolari di $(x_0^0 \dots x_{n-1}^0)$ Ω_3 può avere valori maggiori (mai minori); sono esse quelle per cui

$$(1) \qquad \begin{cases} \beta_i \, s_{i\varkappa} - s_{i+1,\varkappa} = 0 & (i < s) \\ \beta_s \, s_\varkappa = 0. \end{cases}$$

Non si esclude che $s_\varkappa$ od alcune delle $s_{i\varkappa}$ possano esser nulle; però, per le ipotesi fatte, se è nulla una di queste $s_{i\varkappa}$ sono pur nulle tutte quelle per cui il primo indice è maggiore, e la $s_\varkappa$. Non possono poi mai essere nulle tutte le $s_{i\varkappa}$ $(i = 1, \dots, n-2)$: si otterrà quindi la massima generalità sostituendo alle (1) le equazioni

$$\begin{cases} \beta_i \, s_{i\varkappa} - s_{i+1,\varkappa} = 0 & (i = 1, 2, \dots, p-1) \\ \beta_p \, s_{p\varkappa} = 0 \end{cases}$$

$$(p \leq s \text{ e sempre } < n-1)$$

ove le $s_{j\varkappa}$ scritte non sono mai nulle e $s_{s\varkappa} \equiv s_\varkappa$.

Dall'ultima di queste equazioni si deduce

$$\beta_p = 0 \qquad \text{onde} \qquad x_{p+1}^0 = 0$$

e dalle rimanenti

$$\beta_i = \frac{x^0{}_{i+1}}{x^0{}_i} = \frac{s_{i+1,\varkappa}}{s_{i\varkappa}} \qquad (i = 1, \dots, p-1).$$

Infine, per ipotesi, essendo $x_{p+1}^0 = 0$ sarà pure

$$x_{p+2}^0 = 0 \, , \dots\dots \, , \; x_{n-1}^0 = 0.$$

Rimangono indeterminate (arbitrarie) la x_0^0 e una delle $x_j^0 (j = 1, \dots, p)$.

Se $s = n-1$ si è già osservato nel n° precedente che il termine principale $(\theta^{(s)}{}_\varkappa - 1)\beta_s \, s_\varkappa \, t^{(s)}{}_\varkappa$ cessa di comparire; d'altronde basta osservare che β_{n-1} non ha senso e quindi nemmeno ha senso l'equazione $\beta_{n-1} \overline{n-1}_\varkappa = 0$ che compare come ultima delle (1) se $\overline{n-1}_\varkappa \neq 0$. In questo caso si deve quindi solo tener conto delle

$$\beta_i \, \overline{n-1}_{i\varkappa} - \overline{n-1}_{i+1,\varkappa} = 0 \qquad (i = 1, \dots, n-2)$$

in cui nessuna $\overline{n-1}_{j\varkappa}$ può esser nulla. Se ne deduce

$$\frac{x^0{}_{i+1}}{x^0{}_i} = \frac{\overline{n-1}_{i+1,\varkappa}}{\overline{n-1}_{i\varkappa}} \, .$$

In questo caso non esiste alcuna x^0 che debba essere nulla.

Adunque *esiste, corrispondentemente ad ogni esponente caratteristico* $(s)_\varkappa$ *un piano*

passante per la tangente al ramo (poichè per $x_1^0 = 0$ si ha $x_2^0 = \ldots = x_{n-1}^0 = 0$ e x_n^0 indeterminato) *tale che, quando il centro di proiezione si trova su di esso*

$$\Omega_\vartheta > (s)_\kappa.$$

L'equivalente di R_1 è allora maggiore di quello generico (di R) e quindi *il fascio di rette di centro l'origine di* R *e giacente in questo piano è un fascio di corde improprie relative ad* R.

Chiamo ognuno di questi piani *piano principale* di R (cfr. n° 3); esso può esser contenuto in un qualunque spazio (di dimensione ≥ 2) osculatore ad R, ma non lo è in generale.

Evidentemente più piani principali corrispondenti a diversi esponenti caratteristici possono eventualmente coincidere.

11. — Per calcolare Ω_1 quando il centro di proiezione si trova sul piano principale corrispondente alla θ che si considera, cioè per calcolare in questo caso il termine principale di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$ $(1 \leq i \leq n-1)$ convien tener conto anche di ϵ. Si ha

$$\epsilon = \frac{s_{1\kappa}}{\nu\alpha_1}\,\theta(\theta^{(s)_\kappa} - 1)t^{(s)_\kappa - \nu + 1} + \epsilon'$$

ove ϵ' è d'ordine infinitesimale superiore al termine precedente.

Sia $(u)_h$ il primo esponente di x_1 successivo a $(s)_\kappa$ e tale che $\theta^{(u)_h} \neq 1$ e che sia, per qualche valore di $i\,(\leq u)$,

$$\frac{u_{1h}}{u_{ih}} \neq \frac{s_{1\kappa}}{s_{i\kappa}}.$$

Si indichi con Σ min. $\}\ldots\{$ la somma dei termini contenuti nella $\}\ldots\{$ il cui grado in t non è maggiore di quello di nessuno fra i rimanenti di questi termini e si ponga

$$u_{uh} \equiv u_h. \qquad u_{u+\delta,h} \equiv 0 \qquad (\delta > 0).$$

Il termine principale di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$ è in generale

$$\sum \text{min.} \left\{ (\theta^{(u)_h} - 1)\,(\beta_i u_{ih} - u_{i+1,h})\,t^{(u)_h},\quad \theta^{(i)}(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\,s_{1\kappa}\,\frac{\beta_i i_0}{\alpha_1}\,\frac{(i)}{\nu}\,t^{(s)_\kappa - \nu + (i)} \right\}$$

per $i \leq u$ e $\beta_i \neq 0$; è in generale

$$-\sum \text{min.} \left\{ (\theta^{(u)_h} - 1)\,u_{i+1,h}\,t^{(u)_h},\quad \theta^{(i+1)}(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\,\frac{(i+1)}{\nu}(i+1)_0\,\frac{s_{1\kappa}}{\alpha_1}\,t^{(s)_\kappa - \nu + (i+1)} \right\}$$

se $\beta_i = 0$ e $i \leq u$; è d'ordine superiore a $(u)_h$ per $i > u$. Indicato con ω_i quello dei due numeri $(u)_h$ e $(s)_\kappa - \nu + (i)$ che non supera l'altro, rappresenterò il termine calcolato con $H_i\,t^{\omega_i}$

Debbono distinguersi più casi:

1° $(s)_\kappa - \nu + (1) < (u)_h\,, \quad \beta_1 \neq 0 \qquad$ (cioè $s_{2\kappa} \neq 0$).

Ricordiamo che il problema nostro è di trovare il minimo esponente dei termini principali di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$. Abbiamo nella presente ipotesi

$$\omega_1 = (s)_\kappa - \nu + (1) \qquad \omega_i > \omega_1 \qquad (i = 2, \ldots, n-2)$$

$$H_1 = \theta^{(1)}(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\, s_{2\kappa}\, 1_0 \frac{x^0_0}{x^0_1} \frac{(1)}{\nu}\,.$$

Il numero cercato (Ω_ϑ) è adunque ω_1 poichè $H_1 \neq 0$; (essendosi supposto esplicitamente che $x^0_0 \neq 0$). Adunque, in questo caso, quando il centro di proiezione è sul piano principale (e fuori della tangente)

$$\Omega_\vartheta = (s)_\kappa - \nu + (1).$$

2° $(s)_\kappa - \nu + (1) < (u)_h,\ \beta_1 = 0 \qquad$ (cioè $s_{2\kappa} = 0$).

In conseguenza dell'ipotesi $\beta_1 = 0$ si ha $\beta_i = 0$ $(i = 1, \ldots, n-2)$. Quindi

$\omega_1 =$ quello dei numeri $(u)_h$, $\quad s_\kappa - \nu + (2)$ che non supera l'altro

$\omega_i \geq \omega_1$

$$H_1 = \sum \text{min.} \left\{ \theta^{(2)}(\theta^{(s)_\kappa} - 1) \frac{(2)}{\nu} 2_0 \frac{s_{1\kappa}}{a_1} t^{(s)_\kappa - \nu + (2)}, (\theta^{(u)_h} - 1) u_{2h} t^{(u)_h} \right\}.$$

Sono possibili due ipotesi

a) $\qquad (u)_h \neq (s)_\kappa + (2) - \nu.$

Si ha sempre $s_{1\kappa} \neq 0$ e $u_{2h} \neq 0$ per ipotesi: quindi è sempre $H_1 \neq 0$. Quando il centro di proiezione è sul piano principale (e fuori della tangente) si ha dunque

$$\Omega_{(\vartheta)} = \omega_1$$

b) $\qquad (u)_h = (s)_\kappa + (2) - \nu.$

Quando il centro di proiezione è in posizione generica sul piano principale si ha

$$\Omega_\vartheta = (u)_h = (s)_\kappa + (2) - \nu.$$

Quando poi

α) $\quad u_{3h} \neq 0$ non esistono, fuori della tangente, punti del piano per cui $\Omega_\xi > (u)_h$;

se invece

β) $u_{3h} = 0$ e quindi $u_{ih} = 0 \ (i = 3, \dots, n-2)$,

$$\Omega_\beta > (u)_h$$

quando il centro di proiezione si trova sull'intersezione del piano principale coll'S_{n-1}

$$(\theta^{(u)_h} - 1)\, u_{2h} x_1^0 + (\theta^{(s)_\kappa} - 1)\theta^{(2)} \frac{2_0(2)}{\nu} s_{1\kappa} x_0^0 = 0.$$

Quest'equazione si può semplificare osservando che l'ipotesi $s_{2\kappa} = 0$ porta seco $(s)_\kappa \geqq (2)$. Ora se $(s)_\kappa > (2)$, $\theta^{(2)} = 1$; se poi $(s)_\kappa < (2)$ deve ancora essere $\theta^{(2)} = 1$ poichè, nell'ipotesi contraria $u_{2h} = 2_0$, $(u)_h = (2)$, e non può quindi essere $(u)_h = s_\kappa + (2) - \nu$. Dalla $\theta^{(2)} = 1$ si deduce $\theta^{(u)_h} = \theta^{(s)_\kappa}$; la suddetta equazione diviene quindi:

$$\nu\, u_{2h} x_1^0 + 2_0(2) s_{1\kappa} x_0^0 = 0.$$

L'S_{n-1} rappresentato da questa equazione non contiene la tangente al ramo; quindi interseca sempre il piano principale secondo una retta ben determinata e diversa dalla tangente. Chiamerò ogni retta quale quella ora incontrata *corda impropria speciale.*

3° $$s_\kappa - \nu + (1) > (u)_h.$$

In questo caso

$$\omega_i = (u)_h, \ H_i = (\theta^{(u)_h} - 1)\,(\beta_i u_{ih} - u_{i+1,h}). \qquad (i \leq u)$$

$$\omega_\iota > (u)_h. \qquad (\iota > u)$$

Sostituendo alle β_i i loro valori si riconosce che le H_i non possono essere tutte nulle poichè, per ipotesi, per qualche valore di $i (\leq u)$, $\frac{u_{1h}}{u_{ih}} \neq \frac{s_{1\kappa}}{s_{i\kappa}}$.

È adunque sempre

$$\Omega_\beta = (u)_h.$$

4° $$(s)_\kappa + (1) - \nu = (u)_h.$$

Si ha allora

$$\omega_i = (u)_h \qquad (1 \leq i \leq u), \ \omega_\iota > (u)_h \qquad (\iota > u)$$

$$H_1 = (\theta^{(u)_h} - 1) A_1 + \theta^{(1)} (\theta^{(s)_\kappa} - 1) s_{2\kappa} 1_0 \frac{(1)}{\nu} \frac{x_0^0}{x_1^0}$$

$$H_j = (\theta^{(u)_h} - 1) A_j \qquad (1 < j \leq u)$$

indicando con A_i il valore di $\beta_i u_{ih} - u_{i+1,h}$.

Possono accadere due casi:

a) $$A_1 \neq 0 \qquad A_j = 0 \qquad s_{2\kappa} \neq 0.$$

Quando il centro di proiezione è in posizione generica sul piano principale si ha

$$\Omega_\vartheta = (u)_h;$$

ma $\Omega_\vartheta > (u)_h$ se questo punto è sulla retta d'intersezione del piano principale coll' S_{n-1}

$$(\theta^{(u)_h} - 1)\, A_1 x_1^0 + \theta^{(1)}(\theta^{(s)_\kappa} - 1)\, s_{2\kappa} 1_0 \overset{(1)}{\nu} x_0^0 = 0$$

ovvero, poichè l'ipotesi $s_{2\kappa} \neq 0$ conduce seco $\theta^{(1)} = 1$ e quindi $\theta^{(u)_h} = \theta^{(s)_\kappa}$:

$$A_1 x_1^0 + s_{2\kappa} 1_0 \overset{(1)}{\nu} x_0^0 = 0.$$

Anche in questo caso esiste sul piano principale una *corda impropria speciale.*

b) $\qquad A_1 \neq 0 \qquad A_j = 0 \qquad s_{2\kappa} = 0$

ovvero

$$A_j \neq 0 \quad \text{per qualche valore di } j\,(>1).$$

Comunque posto sia il centro di proiezione sul piano principale (fuori della tangente) è

$$\Omega_\vartheta = (u)_h.$$

12. — Per un ulteriore studio dei casi 2° *b)* β) e 4° *a)* occorre conoscere altri termini dello sviluppo di t_1 in serie di t. Indicato con $\bar{\epsilon}'$ il termine principale di ϵ' per modo che $\epsilon' = \bar{\epsilon}' + \epsilon''$ in cui ϵ'' è d'ordine superiore ad $\bar{\epsilon}'$, si ha

$$\bar{\epsilon}' = \sum \text{min.} \Big\{ \theta(\theta^{(v)_p} - 1) \frac{v_{1p}}{\nu \alpha_1} t^{(v)_p - \nu + 1},\ -\theta(\theta^{(s)_\kappa} - 1) \frac{s_{1\kappa}}{\nu \alpha_1 x_0^0} t^{(s)_\kappa + 1},$$

$$\theta^{(1)+1}(\theta^{(s)_\kappa} - 1) \frac{(1)}{\nu^2} \frac{s_{1\kappa} 1_0}{\alpha_1^2} t^{(s)_\kappa - 2\nu + (1) + 1},\ -\theta(\theta^{(s)_\kappa} - 1)^2 \frac{\nu - 1}{2\nu^2} \frac{s^2_{1\kappa}}{\alpha_1^2} t^{2(s)_\kappa - 2\nu + 1} \Big\}$$

dove $(v)_p$ è il primo esponente di x_1 successivo a $(s)_\kappa$ e tale che $\theta^{(v)_p}$.

I problemi che si pongono ora sono i seguenti: determinare il valore di Ω_ϑ nel caso che il centro di proiezione si trovi su una corda impropria speciale; cercare se esistano sulla retta punti rispetto a cui Ω_ϑ abbia valore anche maggiore e determinare questi punti e il relativo valore di Ω_ϑ. Queste ricerche si conducono senza alcuna difficoltà sulla traccia delle cose che precedono; io mi limito a far cenno della questione: se esistano sulla corda impropria speciale punti colla nominata singolarità e quanti. È facile riconoscere che il termine d'ordine minimo di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$ in cui compaia una coordinata ancora indeterminata non come termine di un rapporto di due coordinate (e questa coordinata può soltanto essere la x_0^0) è

$$\frac{1}{x_0^0}(\theta^{(s)_\kappa} - 1) \frac{\beta_1 i_0 s_{1\kappa}}{\alpha_1} \frac{\nu - (i)}{\nu} t^{(s)_\kappa + (i)}$$

se $\beta_i \neq 0$; ed è

$$\frac{1}{x_0^{\alpha_1}} (\theta^{(s)_K} - 1) \frac{(i+1)_{10} s_{1K}}{\alpha_1} \frac{(i+1)-\nu}{\nu} t^{(s)_K + (i+1)}$$

se $\beta_i = 0$. Il coefficiente di questo termine non è mai nullo (per x_0^0 qualunque). Quindi, quando il centro di proiezione è in posizione generica sulla corda impropria speciale

$$\Omega_\theta \leq (s)_K + (1) \qquad \text{se } \beta_1 \neq 0,$$

e

$$\leq (s)_K + (2) \qquad \text{se } \beta_1 = 0.$$

Potrà esistere sulla corda un punto rispetto a cui essa abbia maggior multiplicità che rispetto a un suo punto generico solo (e non sempre) quando $\Omega_\theta = (s)_K + (1)$ od $(s)_K + (2)$ rispettivamente, e quando un tal punto esista ne esiste uno solo (per un dato θ) poichè nel termine principale generico di $X'_1(t_1) - X'_1(t)$ la x_0^0 compare linearmente. I termini principali generici di $X'_i(t_1) - X'_i(t)$ $(i>1)$ dovranno essere d'ordine superiore a $(s)_K + (1)$ o a $(s)_K + (2)$ rispettivamente; e questa condizione è sufficiente, insieme colla precedente, perchè esista detto punto.

Chiamerò ogni punto quale quello di cui si è provata ora la possibilità *punto speciale* della corda impropria speciale od anche del piano principale.

13. — Raccogliendo i risultati della discussione dei n^i 7-12:

Relativamente ad un solo ramo d'ordine ν *e ad una sola radice* ν*-esima dell'unità* $(\neq 1)$ *esiste uno e un solo* PIANO PRINCIPALE DEL RAMO *sostegno di un fascio (avente il centro nell'origine del ramo) di corde improprie (relative al ramo e alla fissata radice* ν*-ma dell'unità). Ogni piano principale relativo a un ramo passa per la tangente al ramo. Un piano principale relativo ad una data radice* ν*-ma dell'unità* PUÒ *poi contenere una ed una sola* CORDA IMPROPRIA SPECIALE RELATIVA AL RAMO E ALLA DETTA RADICE *(diversa dalla tangente), che ha, rispetto a un suo punto generico, multiplicità maggiore di quella di una corda impropria generica appartenente al piano principale, rispetto a un suo punto qualunque. Su una corda impropria speciale* PUÒ *infine esistere uno e un sol* PUNTO SPECIALE DELLA CORDA *rispetto al quale la corda ha multiplicità maggiore che rispetto a un punto generico della corda stessa. Non esistono punti che abbiano proprietà analoghe rispetto ad altre corde improprie del piano considerato.*

Essendo ν-1 le radici che si debbono considerare *esistono sempre* ν-1 *piani principali relativi al ramo.*

Questi piani però possono coincidere tutti od in parte e la coincidenza può avvenire in due modi:

1° *A tutte le radici* ν*-esime dell'unità che corrispondono ad uno stesso esponente caratteristico dello sviluppo della combinazione lineare generica delle coordinate del ramo in serie di una di queste* (il piano coordinato corrispondente alla quale non è parallelo alla tangente al ramo) *corrispondono piani principali coincidenti in uno stesso* che si potrà dire *corrispondente a quell'esponente caratteristico.*

2° *Piani principali corrispondenti a esponenti caratteristici differenti possono coincidere per i particolari valori dei coefficienti dei termini degli sviluppi aventi quegli esponenti.*

Il primo modo è, in certa forma, essenziale, essendo strettamente legato al numero ν, non il secondo. Per vero, come caso particolare del primo si ha che *coinciderannо tutti i piani principali corrispondenti a radici* ν*-me dell'unità che sono radici primitive dell'unità, di ugual indice.* Si potrà perciò dire che *tutti i piani principali corrispondenti a tali radici costituiscono un* PIANO PRINCIPALE COMPLETO *corrispondente a quell'indice* (ν o un divisore di ν); e che *tutti i piani principali corrispondenti a radici che corrispondono ad uno stesso esponente caratteristico costituiscono un* PIANO PRINCIPALE TOTALE *corrispondente a quell'esponente.* Per effetto del secondo modo di coincidenza si dirà soltanto che due o più piani principali coincidono.

Si ha allora che *la multiplicità rispetto a un suo punto di una corda impropria generica di un dato fascio è uguale relativamente a tutti i piani principali di uno stesso piano principale completo; se un piano principale possiede la corda impropria speciale, la possiede pure ogni piano dello stesso piano principale completo e tutte queste corde coincidono in una* CORDA IMPROPRIA SPECIALE COMPLETA. Di più *su un piano principale totale esiste una sola corda impropria speciale completa che può appartenere a parte o a tutti i piani principali completi cadenti in esso.* Parimenti *sull'unica corda impropria speciale esistente su un piano principale totale esiste al più un punto speciale che può esser tale per parecchie delle corde speciali coincidenti nella suddetta. Se una corda impropria speciale possiede il punto speciale, lo posseggono pure le altre corde costituenti con essa una stessa corda impropria speciale completa.*

§ 3. — *Corde improprie relative ad una copia di rami e loro multiplicità rispetto ai loro punti.*

Nel presente § ripeto brevemente, per le corde improprie relative ad una coppia di rami, l'analisi fatta nel precedente per quelle relative ad un ramo solo. Si può riguardare il caso di un solo ramo come caso particolare di quello di due: particolare però in modo da esser degno di una trattazione a sè, come abbiam fatto nel precedente §; nella presente trattazione mi riferirò anzi ai risultati ottenuti.

14. — Siano R e $\mathfrak{R}$ i due rami; essi avranno l'origine comune, che assumo come origine delle coordinate; supporrò che essi abbiano comune anche la tangente, ponendo da parte il caso in cui ciò non avvenga. E per fissare le idee supporrò che essi abbiano comuni l'S_1, l'S_2, ..., l'S_j di massimo contatto, senza avere lo stesso S_{j+1} di massimo contatto; potranno eventualmente avere ancora comuni S_i di massimo contatto per $i > j+1$.

Fissato un sistema di coordinate, assoggettato a certe condizioni che tosto si diranno, si indichino con x_i le coordinate dei punti di Σ, e in particolare le coordinate correnti dei punti di R, e con $\mathfrak{x}_i$ le coordinate correnti dei punti di $\mathfrak{R}$. R e $\mathfrak{R}$ si rappresenteranno mediante sviluppi di x_i e di $\mathfrak{x}_i$ $(i > 0)$ rispettivamente in serie di x_0 e di $\mathfrak{x}_0$:

$$x_i = \mathrm{K}_i(x_0) + \mathrm{L}_i(x_0) \qquad \mathfrak{x}_i = \mathrm{K}_i(\mathfrak{x}_0) + \mathfrak{L}_i(\mathfrak{x}_0).$$

Detti ν e $\bar{\nu}$ gli ordini dei due rami, converrà pure aggiungere alle precedenti le equazioni

$$x_0 = t^{\nu} \qquad \xi_0 = t^{\bar{\nu}}.$$

Suppongo gli S_{n-1} coordinati scelti in modo che $x_0 = 0$ sia un S_{n-1} generico per l'origine comune ai due rami, $x_1 = 0$ un S_{n-1} generico per la tangente, ..., $x_j = 0$ e $x_{j+1} = 0$ due S_{n-1} generici per l'S_j di massimo contatto comune ai due rami, $x_{j+2} = 0$, ..., $x_{n-1} = 0$ S_{n-1} generici pei due S_{j+1} di massimo contatto coi due rami. Suppongo del resto questi S_{n-1} scelti con assoluta generalità, ed in particolare suppongo che per ogni termine dello sviluppo di x_i in serie di x_0 — o di ξ_i in serie di ξ_0, o di $x_i - \xi_i$ in serie di x_0 per $x_0 = \xi_0$ (essendo la differenza calcolata per una qualunque coppia di rami parziali di R e di $\mathfrak{R}$) — che ha coefficiente $\neq 0$, un termine di ugual ordine, e con coefficiente $\neq 0$ appartenga allo sviluppo di ogni x_j — o di ogni ξ_j, o di ogni $x_j - \xi_j$ calcolata per la stessa copia di rami parziali — per $0 < j < i$.

Ciò posto, K_1 dovrà rappresentare l'insieme dei termini successivi di x_1 e di ξ_1 che diventano uguali per $x_0 = \xi_0$; K_i l'insieme dei termini di ugual ordine di x_i e di ξ_i. L_i e $\mathfrak{L}_i$ saranno le serie dei termini di x_i e di ξ_i rispettivamente d'ordine maggiore di K_i.

Nei termini di K_i la variabile (x_0 o ξ_0) compare a potenze fratte il cui denominatore è divisore comune di ν e di $\bar{\nu}$; nei termini di L_i e di $\mathfrak{L}_i$ compare a potenze fratte il cui denominatore è divisore di ν o di $\bar{\nu}$ rispettivamente. Suppongo L_i e $\mathfrak{L}_i$ così scritte che a ogni termine dell'una ne corrisponda nell'altra uno di ugual grado, avendo coefficiente nullo se il termine non esiste effettivamente. In ciascuna serie avranno certamente coefficiente nullo i termini in cui il denominatore dell'esponente ridotto alla sua minima espressione non è divisore rispettivamente di ν o di $\bar{\nu}$.

Per le intere serie x_i e ξ_i la legge per la scrittura simbolica degli esponenti e dei coefficienti non nulli sarà la stessa seguita nel § precedente, colla differenza che, relativamente al secondo ramo si useranno segni tedeschi (1) e che, trattandosi di sviluppi in serie di x_0 e di ξ_0 gli esponenti dovranno tutti esser divisi per ν o per $\bar{\nu}$ rispettivamente.

Sia λ il minimo comun denominatore degli esponenti di K_1 (e quindi comun divisore degli esponenti di tutti i polinomi K_i). Rappresentando con τ^{λ} la variabile (x_0 o ξ_0) porrò

$$\begin{cases} K_i = i_0\tau^{(1)} + i_1\tau^{(1)_1} + \ldots + i_{l_i}\tau^{(1)_{l_i}} + \overline{i+1}_{i0}\tau^{(i+1)} + \ldots + m_{i0}\tau^{(\mu)} + \ldots + m_{i\varphi}\tau^{(\mu)_\varphi} \\ \qquad\qquad (0 \leq m \leq n-1 \qquad i = 1, \ldots, m) \\ K_i = 0 \qquad (i > m). \end{cases}$$

Dovrà essere $m \leq j - 1$. Se $j = 1$, $K_i = 0$ qualunque sia i. $L_i(x_0)$ e $\mathfrak{L}_i(\xi_0)$ dovranno solo avere termini d'ordine $> \frac{(\mu)\varphi}{\lambda}$; con termini d'ordine $> \frac{(\mu)\varphi}{\lambda}$ incominciano quindi gli sviluppi di ogni x_i o ξ_i per $i > m$.

(1) 1, 2 saranno quindi i segni analoghi a 1, 2 relativi al secondo ramo.

Indico con γ il minimo esponente di L_1 e di Ω_1 (quindi di L_i e di Ω_i $(i=1, \ldots, n-1)$). Ridotta la frazione γ ai minimi termini, sia η il suo denominatore: η sarà divisore di ν o di $\overline{\nu}$ o di entrambi; nel caso che sia divisore di uno solo si può supporre che questo sia sempre ν: questo io farò costantemente. Sarà

$$L_i(x_0) = c_i x_0^{\gamma} + \ldots, \qquad \Omega_i(\mathfrak{x}_0) = c_i \mathfrak{x}_0^{\gamma} + \ldots$$

$$c_1 = \vartheta c_1$$

per ogni valore di ϑ per cui $\vartheta^{\delta} = 1$ (compreso $\vartheta = 1$) essendo δ il massimo comun divisore di η, $\frac{\nu}{\lambda}$; se η è anche divisore di $\overline{\nu}$, δ sarà pure divisore di $\frac{\overline{\nu}}{\lambda}$.

15. — Si debbono proiettare da un punto $(x_0^0, x_1^0, \ldots, x_{n-1}^0)$ i due rami R, $\mathfrak{R}$, e si deve calcolare l'equivalente della coppia di rami proiezione (R_1 e $\mathfrak{R}_1$ rispettivamente) e determinare le posizioni del centro di proiezione per cui quest'equivalente è maggiore di quello generico. Per quanto riguarda la rappresentazione con serie dei rami proiezione mi riferisco al n° 8, notando che si debbono mutare le lettere italiche nelle tedesche per quanto riguarda $\mathfrak{R}$ e la sua proiezione $\mathfrak{R}_1$.

Si deve determinare l'ordine infinitesimale di

$$X'_i - \mathfrak{X}'_i \qquad (i = 1, \ldots, n-2)$$

per

$$X'_0(t) = \mathfrak{X}'_0(\mathfrak{t}),$$

ordine infinitesimale riferito a x_0 come infinitesimo principale.

Si indichi con θ una qualunque radice $\overline{\nu}$-esima dell'unità, compreso il valore $\theta = 1$. Dall'ultima equazione si deduce

$$\mathfrak{t} = \theta t^{\frac{\nu}{\overline{\nu}}} + \epsilon$$

ove ϵ è infinitesimo d'ordine superiore a $t^{\frac{\nu}{\overline{\nu}}}$. Fissata la θ risulta così determinata una decomposizione di $\mathfrak{R}$ in ν parti tali che è definita una corrispondenza biunivoca fra i rami parziali di R e queste ν parti: una qualunque di queste si dirà ramo parziale corrispondente alla radice θ rispetto a quello di R che gli corrisponde in detta corrispondenza. La somma delle influenze sull'equivalente della coppia $R_1\,\mathfrak{R}_1$, di tutte le copie di rami parziali di cui l'uno (di $\mathfrak{R}_1$) corrisponde alla radice θ rispetto all'altro (di R_1) si dirà l'influenza della radice θ sull'equivalente della coppia $R_1\,\mathfrak{R}_1$, e si indicherà con Ω_θ (cfr. n° 9).

Ciò posto distinguiamo due casi a seconda che l'ordine infinitesimale di $X'_i - \mathfrak{X}'_i$ è $<$ ovvero $\geq \gamma$. Il verificarsi del primo o del secondo dipende in primo luogo dal valore di θ, in secondo luogo dalla scelta del centro di proiezione. Indicherò con Ξ i valori di θ per cui si verifica il primo caso quando il centro di proiezione è in posizione generica; con Σ quelli per cui si verifica il secondo caso.

Si indichi con Ξ una qualunque radice λ-esima dell'unità, diversa da 1; ξ e ζ saranno definiti dalle equazioni

$$\xi^{\bar{\lambda}^{\nu}} = \Xi, \qquad \zeta^{\bar{\lambda}^{\nu}} = 1.$$

16. — È facile vedere che quando l'ordine infinitesimale di $X'_1 - \mathfrak{X}'_1$ è, per qualche valore di i, $< \gamma$, si può sostituire alla considerazione dei due rami R, $\mathfrak{R}$, quella dell'unico ramo $|R|$ definito dalle equazioni

$$\begin{cases} y_0 = \tau^{\lambda} \\ y_1 = K_i(y_0) \qquad (i = 1, \dots, m), \end{cases}$$

in quanto che, finchè $\Omega_\xi < \gamma$, la parte di Ω_ξ relativa ad una coppia di rami parziali di R_1 e di $\mathfrak{R}_1$ (proiezioni di R, $\mathfrak{R}$ da un dato punto) di cui il secondo deve necessariamente corrispondere a ξ rispetto al primo, è uguale alla parte di $[\Omega\Xi]$ relativa ad una coppia di rami parziali di $|R|_1$ (proiezione di $|R|$ dallo stesso punto) di cui l'uno corrisponda, rispetto all'altro, a $\Xi = \xi^{\bar{\lambda}^{\nu}}$; e reciprocamente. ($[\Omega\Xi]$ avendo il significato dell'Ω_ϑ del § prec. relativamente al ramo $|R|$ e alla Ξ).

Le corde improprie relative ad $|R|$ sono adunque ancora tali rispetto alla coppia di rami R, $\mathfrak{R}$, e le corde improprie speciali, e i punti speciali relativi ad $|R|$ godranno ancora delle stesse proprietà relativamente alla coppia di rami R, $\mathfrak{R}$ e potranno, rispetto ad essa coppia, essere ancora distinti colla stessa denominazione di *speciali*.

Adunque *a ciascuna radice* ξ *corrisponde un piano che si può chiamare* PIANO PRINCIPALE ELEMENTARE RISPETTO A $\mathfrak{R}$ DELLA COPPIA R, $\mathfrak{R}$, *tale che, quando il centro di proiezione è su tal piano,* Ω_ξ *è maggiore del suo valor generico. Questo piano è sostegno di un fascio di corde improprie relative alla coppia* R, $\mathfrak{R}$: *esso può contenere una corda impropria speciale elementare rispetto ad* $\mathfrak{R}$, *e questa un punto speciale elementare rispetto ad* $\mathfrak{R}$. Evidentemente scambiando i rami R, $\mathfrak{R}$ si ottengono piani principali, corde speciali, punti speciali — elementari rispetto ad R.

A causa di questo diverso comportamento dei rami R e $\mathfrak{R}$ — che non può certamente essere essenziale dal punto di vista geometrico — ho aggiunta, a questi enti, la denominazione di elementari rispetto all'uno o all'altro ramo. Si vedrà dal seguito quali aggruppamenti di questi enti elementari convenga chiamare semplicemente piani principali, corde improprie speciali, punti speciali. Deve intanto esser rilevato che *questi enti elementari rispetto ad* $\mathfrak{R}$ *si raggruppano in gruppi di* $\frac{\nu}{\lambda}$, *corrispondenti alle* $\frac{\nu}{\lambda}$ *radici di* $\xi^{\bar{\lambda}^{\nu}} = \Xi$ *per uno stesso valore di* Ξ, *e i* $\frac{\nu}{\lambda}$ *elementi omonimi di uno stesso gruppo coincidono in uno stesso elemento omonimo (piano principale, corda impropria speciale, punto speciale) relativo all'unico ramo* $|R|$ *e al detto valore di* Ξ; *cosicchè se la corda impropria speciale elementare, od il punto speciale elementare esiste per un valore di* ξ, *esiste parimenti per tutti i valori di* ξ *che con questo appar-*

tengono allo stesso gruppo. Gli elementi complessivi ottenuti non dipendono ora in particolar modo dall'uno o dall'altro ramo, bensì dal loro insieme; li distinguerò colla denominazione di COMPLETI.

Quanto al valore di Ω_ξ esso è la somma delle parti relative ad ogni coppia di rami parziali di cui l'uno, di $\mathfrak{R}$, corrisponda a ξ rispetto all'altro, di R; queste parti essendo uguali ed in numero di ν si ha

$$\Omega_\xi = [\Omega_\Xi]\,\frac{\nu}{\lambda}\,.$$

17. — Passiamo all'analisi del caso in cui $\Omega_\theta > \gamma$: esso può verificarsi o perchè $\theta = \zeta$, ovvero perchè $\theta = \xi$ ed il centro di proiezione è in una conveniente particolar posizione.

Esamino dapprima il caso di $\theta = \zeta$ il centro di proiezione non essendo ancora costretto a soddisfare ad alcuna condizione.

Dalla

$$t = \zeta t^{\frac{\nu}{\bar\nu}} + \epsilon$$

si deduce che il termine principale di $X_i'(t) - \mathfrak{X}_i'(t)$ è

$$[(\beta_i c_i - c_{i+1}) - \zeta^{\gamma\bar\nu}(\beta_i c_i - c_{i+1})]\,t^{\gamma\nu}$$

ovvero è, in t, d'ordine superiore a $\gamma\nu$, a seconda che il coefficiente scritto non è nullo oppure lo è. Per le ipotesi fatte questo coefficiente non può esser nullo per ogni i qualunque sia β_i, poichè $\zeta^{\gamma\bar\nu} = \vartheta$ se η è divisore di $\bar\nu$, e $c_i = 0$ in caso contrario.

Adunque l'influenza in Ω_ξ di due rami parziali, l'uno di R, l'altro di $\mathfrak{R}$, di cui il secondo corrisponda, rispetto al primo, a ζ, è γ. Per una posizione generica del centro di proiezione

$$\Omega_\xi = \gamma\nu$$

qualunque sia ζ.

Se poi η è divisore di ν e si indica con p_ξ il massimo numero $(1 \leq p_\xi \leq n-1)$ per cui

$$c_{p_\xi} = \zeta^{\gamma\bar\nu} c_{p_\xi}\,,$$

esiste, per ogni ζ, un piano definito delle equazioni

$$\begin{cases} \beta_i = \dfrac{x_{i+1}}{x_i} = \dfrac{c_{i+1} - \zeta^{\gamma\bar\nu} c_{i+1}}{c_i - \zeta^{\gamma\bar\nu} c_i} & (i = 1, \dots, p_\xi - 1) \\ \beta_i = 0 & (i = p_\xi, \dots, n-2) \end{cases}$$

tale che, quando il centro di proiezione si trova su di esso,

$$\Omega_\xi > \gamma\nu.$$

Tutti questi piani passano per la tangente comune a R, $\mathfrak{R}$; appartengono tutti al fascio determinato dai piani

$$\begin{cases} \frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{c_{i+1}}{c_i} & (i = 1, \dots, p-1) \\ \frac{x_{i+1}}{x_i} = 0 & (i = p, \dots, n-2) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{c_{i+1}}{c_i} & (i = 1, \dots, \bar{p}-1) \\ \frac{x_{i+1}}{x_i} = 0 & (i = \bar{p}, \dots, n-2) \end{cases}$$

(ove p e $\bar{p}$ rappresentano i massimi numeri per cui, rispettivamente, $c_p \neq 0$, $c_{\bar{p}} \neq 0$), e in questo fascio costituiscono un gruppo proiettivo al sistema dei valori di $\zeta^{\gamma\bar{\nu}} = \vartheta$. Questi piani coincidono quindi a gruppi di $\frac{\bar{\nu}}{\lambda\delta}$, per modo che δ sono in generale i piani distinti: e se due di questi coincidono, coincidono tutti. Questo avviene quando $\frac{c_{i+1}}{c_i} = \frac{c_{i+1}}{c_i}$. Si può osservare che, se $j < n-1$, tutti questi piani sono contenuti nell'S_{j+2} determinato dai due S_{j+1} di massimo contatto dei due rami: infatti, scelti gli S_{n-1} coordinati come si è convenuto (n° 14) è, per $i \geq j+2$, $c_i = c_i = 0$. Si può riguardare questo fatto come una generalizzazione di quello noto relativamente ad una coppia di rami a tangenti distinte, che cioè il luogo delle corde improprie relative alla coppia di rami è allora il piano delle due tangenti (n° 2).

Se η invece non è divisore di $\bar{\nu}$ esiste ancora per ogni ζ un piano tale che, quando il centro di proiezione si trova su di esso, $\Omega_\zeta > \gamma\nu$; e tutti questi piani coincidono nell'unico

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{c_{i+1}}{c_i} \quad (i = 1, \dots, p-1), \qquad \frac{x_{i+1}}{x_i} = 0 \quad (i = p, \dots, n-2).$$

Anche questo piano è contenuto nell'S_{j+2} determinato dai due S_{j+1} di massimo contatto dei due rami.

Si dirà che *ad ogni* ζ *corrisponde un* PIANO PRINCIPALE ELEMENTARE RISPETTO AD $\mathfrak{R}$ DELLA COPPIA R, $\mathfrak{R}$; in modo analogo, scambiando R e $\mathfrak{R}$ si otterrebbero $\frac{\nu}{\lambda}$ piani principali elementari rispetto ad R, della coppia. *I piani principali elementari corrispondenti alle* ζ *si riuniscono in gruppi di* $\frac{\bar{\nu}}{\lambda\delta}$ *corrispondenti alle* δ *radici di* $\vartheta^\delta = 1$ *se* η *è divisore di* $\bar{\nu}$, *e in un sol gruppo se* η *non è divisore di* $\bar{\nu}$; *tutti i piani principali elementari di un gruppo coincidono in un* PIANO PRINCIPALE COMPLETO *che, se* η *divide* $\bar{\nu}$, *si dirà corrispondente alla* ϑ *cui il gruppo corrisponde.*

La definizione dei piani principali completi dipende evidentemente soltanto dall'insieme dei due rami.

Ogni piano principale completo è sostegno di un fascio di corde improprie relative ai due rami.

18. — Quando il centro di proiezione si trova su un piano principale elementare (come già per l'innanzi, si considerano sempre solo enti elementari rispetto a $\mathfrak{R}$) per cui $\Omega_\vartheta \geq \gamma\nu$ si deve ora cercare il valore di questo Ω_ϑ e stabilire l'esistenza o

meno sui piani stessi di corde improprie speciali elementari per cui Ω_ϑ abbia valore anche maggiore di quello generico (sul piano). θ può essere una ξ od una ζ.

Sia, per una posizione generica del centro di proiezione, fuori del piano principale elementare relativo a θ,

$$\Omega_\vartheta = \omega\nu ;$$

e sia υ il primo esponente di L_1 e di Ω_1 tale che, essendo u_i e u_i i coefficienti dei termini di grado υ rispettivamente di L_i e di Ω_i, sia, per qualche i,

$$(\beta_i u_i - u_{i+1}) - \theta^{\upsilon\bar{\nu}} (\beta_i u_i - u_{i+1}) \neq 0.$$

In modo analogo a quanto si è fatto al n° 11 per un solo ramo si vede che, quando il centro di proiezione si trova in posizione generica sul piano principale elementare relativo a θ,

$$\Omega_\vartheta = \text{min.} \left\{ \upsilon\nu, \omega\nu - \nu + \frac{(1)}{\bar{\nu}} \nu \right\} \text{ (1)}$$

se $\beta_1 \neq 0$; e

$$\Omega_\vartheta = \text{min.} \left\{ \upsilon\nu, \omega\nu - \nu + \frac{(2)}{\bar{\nu}} \nu \right\}$$

se $\beta_1 = 0$. Esisterà una *corda impropria speciale elementare relativa ai due rami* se

$$\upsilon = \omega - 1 + \frac{(1)}{\bar{\nu}} \qquad \text{se} \qquad \beta_1 \neq 0 ,$$

e

$$\upsilon = \omega - 1 + \frac{(2)}{\bar{\nu}} \qquad \text{se} \qquad \beta_1 = 0$$

e

$$(\alpha) \qquad (\beta_i u_i - u_{i+1}) - \theta^{\upsilon\bar{\nu}} (\beta_i u_i - u_{i+1}) = 0 \qquad \text{per ogni } i > 1 ;$$

ed allora è segata sul piano principale elementare dall'S_{n-1}

$$(\beta) \quad \begin{cases} [(\beta_1 u_1 - u_2) - \theta^{\upsilon\bar{\nu}} (\beta_1 u_1 - u_2)] + \theta^{(1)} A \dfrac{x^0_0}{x^0_1} = 0 & \text{se } \beta_1 \neq 0 \\ [u_2 - \theta^{\upsilon\bar{\nu}} u_2] + \theta^{(2)} A \dfrac{x^0_0}{x^0_1} = 0 & \text{se } \beta_1 = 0 , \end{cases}$$

dove

$$A = a(c_1 - c_1 \zeta^{\omega\bar{\nu}}) \quad \text{ovvero} \quad = a(1 - \xi^{\omega\bar{\nu}})$$

a seconda che $\theta = \zeta$ oppure $= \xi$, a non essendo dipendente da θ se non in quanto questo determina il piano principale elementare, e non è mai nullo, in conseguenza delle ipotesi fatte (per esse $\frac{1_0}{1_{02}} \neq \frac{1_0}{1_{02}}$ oppure $1_{02} = 1_{02} = 0$, onde $\beta_1 1_0 - 1_{02} \neq 0$).

(1) Indicando, qui e nel seguito, con min. $\} \ldots \{$ quello fra i numeri contenuti nella $\} \ldots \{$ che non supera gli altri.

19. — Fissata la θ risulta determinato un intero gruppo di valori di θ a cui il valore scelto appartiene e a cui corrispondono piani principali elementari tutti coincidenti: sono tutte le ξ per cui $\Xi = \xi^{\overline{\lambda}}$ sono radici primitive dell'unità dello stesso indice della Ξ corrispondente alla $\theta = \xi$ scelta; ovvero tutte le ζ per cui $\xi^{\overline{\lambda\delta}} = \vartheta$ assume lo stesso valore che per la $\theta = \zeta$ scelta, se η divide $\overline{\nu}$; ovvero tutte le ζ, se η non divide ν.

Dopo quanto si è visto nel § precedente è naturale la domanda: quali legami hanno luogo fra le corde improprie speciali elementari corrispondenti a tutte le θ di uno stesso gruppo?

Consideriamo tutti i termini di $X'_i(t) - \mathfrak{X}'_i(t)$ di ordine, in t, minore di $\upsilon\nu$. Indicato con ρ l'esponente di un termine qualunque di $\mathfrak{L}_i(\mathfrak{x}_0)$ e di $L_i(x_0)$ tale che $\gamma \leq \rho < \upsilon$, e con r_i e $\mathfrak{r}_i$ i coefficienti dei termini d'ordine ρ di $L_i(x_0)$ e di $\mathfrak{L}_i(\mathfrak{x}_0)$ rispettivamente, questi termini sono della forma

$$(\gamma) \qquad (\beta_i r_i - r_{i+1}) - \theta^{\rho\overline{\nu}} (\beta_i \mathfrak{r}_i - \mathfrak{r}_{i+1})$$

e, pei valori di θ per cui esiste la corda impropria speciale elementare, debbono annullarsi tutti. I numeri ρ debbono distinguersi in due classi: 1° Ridotto ρ ai minimi termini, il suo denominatore non divide o ν o $\overline{\nu}$: il termine (γ) si annulla solo se, rispettivamente, $\frac{\mathfrak{r}_{i+1}}{\mathfrak{r}_i} = \beta_i$ o $\frac{r_{i+1}}{r_i} = \beta_i$; il suo annullarsi non dipende cioè da θ se non in quanto la corda di cui si tratta appartiene ad un determinato piano principale completo. Se adunque questo termine si annulla per un valore di θ appartenente a questo piano, si annulla per tutti.

Se esiste la corda impropria speciale elementare per un particolar θ questo caso non può presentarsi se $\beta_1 = 0$.

2° Ridotto ρ ai minimi termini il suo denominatore divide tanto ν quanto $\overline{\nu}$. Poichè di questo solo caso si avrà a parlare più lungamente in questo n°, si intenderà appartenere ad esso ogni ρ, r_i, $\mathfrak{r}_i$ di cui non sia detto esplicitamente l'opposto. L'annullarsi del termine (γ) può avvenire indipendentemente dal particolar valore di θ, ovvero non a seconda che è verificata o non l'uguaglianza

$$(\delta) \qquad \frac{r_{i+1}}{r_i} = \frac{\mathfrak{r}_{i+1}}{\mathfrak{r}_i} = \beta_i \qquad (i = 1, \ldots, n-2)$$

Considero come generico il caso in cui ciò non avvenga.

Fissato un valore di θ, questo fa assumere valori determinati a tutte le espressioni $\theta^{\rho\overline{\nu}}$: e questo sistema di valori determina nel gruppo di valori di θ definito in principio del n°, un sottogruppo costituito da tutte quelle θ per cui le $\theta^{\rho\overline{\nu}}$ assumono rispettivamente quei valori. Per tutte le θ di un tal sottogruppo l'espressione (γ) si annulla, se si annulla per una di esse.

Per tutte le θ del sottogruppo esiste poi la corda impropria speciale elementare se per tutte si verifica la (α). Orbene la (α) si verifica per tutte le θ del sottogruppo

quando si verifica per una particolare di esse. Infatti si ha allora necessariamente $\upsilon > \frac{(1)}{\nu}$ o $> \frac{(2)}{\nu}$ a seconda che $\beta_1 \neq 0$ o $= 0$: inoltre o $\frac{(1)}{\nu}$, rispettivamente $\frac{(2)}{\nu}$, sono $< \gamma$, ovvero, considerati come ρ, appartengono al secondo caso sopra menzionato. Invero se $\beta_1 = 0$ si è osservato che ogni ρ appartiene a questo caso; se poi $\beta_1 \neq 0$ basta osservare che, per ipotesi, $\beta_1 l_{\upsilon} - l_{\upsilon 2} \neq 0$, onde non potrebbe $\frac{(1)}{\nu}$ appartenere al primo caso senza che $\upsilon \leq \frac{(1)}{\nu}$, mentre si ha già $\upsilon > \frac{(1)}{\nu}$.

Se poi $\frac{(1)}{\nu}$ (rispettivamente $\frac{(2)}{\nu}$) $< \gamma$, si ha di più $\theta^{(1)} = 1$ se $\beta_1 \neq 0$, $\theta^{(2)} = 1$ se $\beta_1 = 0$. Questo è immediata conseguenza delle ipotesi se $\theta = \zeta$; se $\theta = \xi$ non abbiamo che a riferirci al n° 11 ($2°\, b$) β) e $4°\, a$)).

Segue che per tutte le θ di uno stesso sottogruppo $\theta^{(1)}$ o $\theta^{(2)}$, rispettivamente se $\beta_1 \neq 0$ o $\beta_1 = 0$, assumono sempre lo stesso valore; questo avviene poi sempre per $\theta^{\omega\bar{\nu}}$; avverrà quindi pure per $\theta^{\upsilon\bar{\nu}}$. Di qui, non solo la ($\alpha$) è soddisfatta per tutte le θ di un sottogruppo se lo è per una, anche la (β) non si altera se si scambiano fra loro tali θ, onde *tutte le corde improprie speciali elementari corrispondenti alle* θ *di uno stesso sottogruppo coincidono.*

A sottogruppi diversi appartenenti allo stesso gruppo possono corrispondere corde improprie. Questo avverrà quando per qualche ρ le equazioni (δ) siano soddisfatte, essendo il ρ tale che il sopprimere la corrispondente condizione $\theta^{\rho\bar{\nu}} = \text{cost.}$ venga ad allargare il sottogruppo. Ora è da notare che *tutte le corde improprie speciali corrispondenti a* θ *di uno stesso gruppo, coincidono.* Infatti β_i dipende da θ solo in quanto θ appartiene all'intero gruppo: per tutte queste θ assume quindi sempre lo stesso valore; onde per tutte assumono lo stesso valore $\beta_i r_i - r_{i+1}$, $\beta_i \tau_i - \tau_{i+1}$ e $\theta^{\rho\bar{\nu}} = \frac{\beta_i r_i - r_{i+1}}{\beta_i \tau_i - \tau_{i+1}}$ se questa espressione non ha la forma $\frac{0}{0}$; [in particolare se non è $\frac{(1)}{\nu}$ o $\frac{(2)}{\nu} < \gamma$ (nel qual caso $\theta^{(1)} = 1$ o $\theta^{(2)} = 1$ rispettivamente) può essere $\rho = \frac{(1)}{\nu}$ o $= \frac{(2)}{\nu}$]. Per tutte le θ del gruppo poi, se $\theta = \xi$ o $\theta = \zeta$ e η divide $\bar{\nu}$ (il caso in cui ciò non avvenga si tratterà tosto) $\theta^{\omega\bar{\nu}}$ assume anch'esso sempre lo stesso valore: lo stesso avviene quindi per $\theta^{\upsilon\bar{\nu}} = \theta^{\omega\bar{\nu}} . \theta^{\psi} . \theta^{-1}$ (indicando con ψ (1) o (2) a seconda che $\beta_1 \neq o = 0$). L'equazione (β) non si altera quindi quando a un valore di θ si sostituisca un altro qualunque valore dello stesso gruppo.

Nel caso escluso in cui η non sia divisore di $\bar{\nu}$ basta osservare che $c_1 = 0$ e che $u_1 = 0$ poichè il denominatore di $\upsilon = \gamma + \frac{(1)}{\nu} - 1$ ovvero $= \gamma + \frac{(2)}{\nu} - 1$ è allora divisore della sola ν. L'equazione (β) assume quindi allora la forma

$$B + \zeta^{\psi} A \frac{x^0_{\upsilon}}{x^0_1} = 0$$

ove ψ ha lo stesso significato che or ora e B ed A sono indipendenti da $\theta = \zeta$. Poichè ζ^{ψ} è, come sopra si è visto, indipendente dal particolar valore di ζ, questa equazione determina un'unica corda impropria speciale.

A diversi gruppi di θ può appartenere lo stesso piano principale completo; avviene questo quando β_1 è indipendente da ϑ se $\theta = \zeta$ e quando i diversi gruppi sono definiti da Ξ appartenenti, rispetto al ramo [R], allo stesso piano principale totale (§ prec.) se $\theta = \xi$. Avuto mente al fatto che, per tutti i valori di θ per cui esiste la corda impropria speciale elementare $\theta^{(1)}$ o $\theta^{(2)}$ a seconda che $\beta_1 \neq o = 0$ hanno costantemente lo stesso valore, la sola osservazione dell'equazione (β) mostra che allora *le corde improprie esistenti sul piano considerato costituiscono un gruppo proiettivo al sistema dei corrispondenti valori di* $\theta^{\omega\bar{\nu}}$.

Chiudiamo quest'analisi delle corde improprie speciali elementari ritornando un istante sulla determinazione dei sottogruppi di cui sopra si è parlato. Distinguiamo tre casi: 1° $\theta = \xi$; 2° $\theta = \zeta$ e η divide $\bar{\nu}$; 3° $\theta = \zeta$ e η non divide $\bar{\nu}$.

1° Per definizione appartengono allo stesso sottogruppo tutte le ξ per cui assumono lo stesso valore $\xi^{\frac{\bar{\nu}}{\lambda}} = \Xi$ e ogni $\xi^{\rho\bar{\nu}}$; si vede facilmente che tutte e sole queste ξ fanno assumere lo stesso valore a ξ^M, ove M è il massimo comun divisore di $\frac{\bar{\nu}}{\lambda}$ e di ogni $\rho\bar{\nu}$. Ridotto ρ alla più semplice espressione sia σ il suo denominatore; sarà pure M il massimo comun divisore di $\frac{\bar{\nu}}{\lambda}$ e di ogni $\frac{\bar{\nu}}{\sigma}$, ossia, indicando con m. c. m. (λ, σ) il minimo comun multiplo di λ e di ogni σ,

$$M = \frac{\bar{\nu}}{\text{m. c. m.}(\lambda, \sigma)}.$$

ξ^M sarà esso stesso radice dell'unità, e l'indice di questa radice sarà

$$\bar{\nu} : M = \text{m. c. m.}(\lambda, \sigma);$$

od anche, se ς è il numeratore di $\frac{\sigma}{\lambda}$ ridotto ai minimi termini,

$$= \text{m. c. m.}(\lambda, \varsigma).$$

Si deve poi avere $\xi^{\bar{\nu}} = \Xi \neq 1$; ξ^M non può adunque essere radice dell'unità di indice

$$\frac{\bar{\nu}}{\lambda} : M = \frac{\text{m. c. m.}(\lambda, \sigma)}{\lambda} = \text{m. c. m.}(\varsigma).$$

Se quindi si pone

$$\Xi_1^{\text{m. c. m.}(\lambda, \varsigma)} = 1, \qquad \Xi_1^{\text{m. c. m.}(\varsigma)} \neq 1$$

ad ogni sottogruppo di radici ξ corrisponde un valore di Ξ_1 e reciprocamente, essendo il sottogruppo definito dall'equazione $\xi^M = \Xi_1$.

2° e 3°. Ripetendo un ragionamento del tutto analogo al precedente si ottiene, quando $\theta = \xi$ e η divide $\bar{\nu}$:

Posto

$$M = \frac{\nu}{\lambda.\,m.\,c.\,m.(\delta,\sigma)}, \qquad \Theta_1^{m.\,c.\,m.(\delta,\sigma)} = 1,$$

a ogni sottogruppo di radici ζ corrisponde un valore di Θ_1 e reciprocamente, essendo il sottogruppo definito dall'equazione $\zeta^M = \Theta_1$: — e quando $\theta = \zeta$ e η non divide $\bar{\nu}$:

Posto

$$M = \frac{\nu}{\lambda.\,m.\,c.\,m.(\sigma)}, \qquad Z_1^{m.\,c\,m.(\sigma)} = 1$$

a ogni sottogruppo di ζ corrisponde un valore di Z_1 e reciprocamente, essendo il sottogruppo definito dall'equazione $\zeta^M = Z_1$.

Si osservi che m. c. m. (λ, σ), m. c. m. (σ), m. c. m. (δ, σ) sono tutti divisori tanto di ν quanto di ν; divisori quindi del massimo comun divisore di questi numeri. Se adunque si indica con N questo M. C. D. e si pone $\Theta^N = 1$, l'equazione $\theta^{\frac{\bar{\nu}}{N}} = \Theta$ definisce un sistema di θ che tutte appartengono sempre ad uno stesso sottogruppo.

Converrà considerare in un tutto i piani principali elementari, appartenenti a tutte le θ di un tal sistema, e così pure le corde improprie speciali elementari, i punti speciali elementari (n° 16): a questi insieme daremo nome di *piani principali, corde improprie speciali, punti speciali (non elementari)* e li diremo corrispondenti alla Θ che definisce il sistema. I nuovi elementi dipendono in modo indifferente dai due rami R. $\mathfrak{R}$.

20. — Essendo così giunti alla conoscenza completa delle corde improprie speciali relative ad una coppia di rami (aventi la tangente comune), si dovrebbe passare alla ricerca dei valori di Ω_β quando il centro di proiezione si trova sopra una tal corda e a quella dei punti speciali per cui Ω_β abbia valore anche maggiore di quello generico che così si otterrebbe. Ma una tal ricerca appare ora di poco interesse; la possibilità di punti speciali è già stata provata al n° 16 (si possono sempre scegliere R e $\mathfrak{R}$ in modo che le serie rappresentanti [R] incomincino con un numero finito, comunque grande, di termini assegnati); nè presenta difficoltà di sorta la prova della possibilità di tali punti anche corrispondentemente a una θ per cui sia $\Omega_\beta \geq \gamma\nu$ quando il centro di proiezione è su una corda impropria speciale — e la loro determinazione. Io mi limiterò alle due osservazioni seguenti:

1° Quando il centro di proiezione è sulla corda impropria speciale corrispondente ad una qualunque θ — in posizione generica del resto — è sempre

$$\Omega_\beta \leq \nu\left(\omega + \frac{(1)}{\bar{\nu}}\right) \qquad \text{se } \beta_1 \neq 0$$

e

$$\Omega_\beta \leq \nu\left(\omega + \frac{(2)}{\bar{\nu}}\right) \qquad \text{se } \beta_1 = 0.$$

Il termine principale di $X'_1(t) - \mathfrak{X}'_1(t)$ è funzione di x_0^0 solo e sempre quando vale il segno $=$. Solo allora quindi possono esistere punti speciali — e non ne può

esistere più di uno (per una determinata θ) —; e condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di questo punto è, oltre alla suddetta uguaglianza, che il termine principale di $X'_i(t) - \mathfrak{X}'_i(t)$ $(i > 1)$ sia d'ordine $> \Omega_3$.

2° Anche pei punti speciali elementari, quando esistono, si ha che se un tal punto esiste per una particolar θ esiste per tutte quelle θ per cui $\Theta = \theta^{\frac{\nu}{N}}$ ha lo stesso valore.

21. — Raccogliendo i principali risultati fin qui ottenuti nel presente §:

Si considerino due rami degli ordini ν *e* ν *aventi la stessa origine e la stessa tangente, e sia* N *il M.C.D. dei due numeri* ν *e* $\overline{\nu}$. *Relativamente alla coppia di rami e ad una radice* N*-esima* Θ *dell'unità esiste sempre uno e un solo* PIANO PRINCIPALE DELLA COPPIA, *sostegno di un fascio di corde improprie relative alla coppia di rami (avente il centro nell'origine dei rami), passante per la tangente comune ai due rami. Un piano principale relativo ad una data radice* N*-esima dell'unità* PUÒ *poi contenere una ed una sola* CORDA IMPROPRIA SPECIALE *(diversa dalla tangente) relativa al ramo ed alla detta radice, che ha, rispetto a' suoi punti, multiplicità maggiore di quella generica delle corde del piano, rispetto ai loro punti. Questa e questa sola corda impropria può contenere* PUNTI SPECIALI *rispetto a cui ha multiplicità anche maggiore.*

I piani principali della coppia di rami si distinguono in due classi per mezzo del numero λ, *definito al n° 14: appartenendo all'una classe tutti quelli per cui* Θ *è radice* $\frac{N}{\lambda}$*esima di una* Ξ, *definita da* $\Xi^{\lambda} = 1$, $\Xi \neq 1$; *e appartenendo all'altra classe quelli per cui il contrario avviene.*

I piani della prima classe si riuniscono a gruppi di $\frac{N}{\lambda}$ *coincidenti in un* PIANO PRINCIPALE COMPLETO, *piano principale (non completo) di un nuovo ramo d'ordine* λ *definito completamente dai rami dati* (n° 16).

Quanto ai piani della seconda classe è definito un numero η (n° 14) *tale che a seconda che esso è divisore o non di* N *questi piani si riuniscono in* $\delta = M.C.D.\left(\eta, \frac{N}{\lambda}\right)$ *gruppi di* $\frac{N}{\lambda\delta}$ *ciascuno ovvero in un gruppo solo; in ogni caso tutti i piani di un gruppo coincidono in un* PIANO PRINCIPALE COMPLETO. *Tutti questi piani principali completi sono contenuti in un* S_3 *dell'* S_{j+2} *determinato dai due* S_{j+1} *di massimo contatto dei due rami* (i quali si suppone abbiano comuni tutti gli spazi di massimo contatto fino all'S_j incluso); *e coincidono tutti ovvero sono tutti distinti.*

Quando, essendo $\delta > 1$, *tutti i piani principali coincidono, e quando* η *non è divisore di* N *l'unico piano è contenuto nell'* S_j *di massimo contatto coi due rami se, usando le notazioni precedenti,* c_i *e* $c_i \neq 0$ *ed è contenuto nell'* S_{j+1} *di massimo contatto di* R *se* $c_i = 0$, *di* $\mathfrak{R}$ *se* $c_i = 0$; il secondo caso si verifica in particolare se η non è divisore di N.

Le corde improprie speciali relative alla coppia di rami ed appartenenti a piani principali di uno stesso piano principale completo coincidono.

È superfluo notare che *i piani osculatori ai due rami non sono necessariamente piani principali.*

22. — In tutto quanto precede si è escluso esplicitamente che i due rami R, $\mathfrak{R}$ abbiano tangenti distinte. In questo caso, si è già visto (n° 2) che esiste un solo piano principale: il piano delle due tangenti. Diremo però ancora che questo piano è la riunione di N piani principali corrispondenti agli N valori di Θ. Quando il centro di proiezione è fuori di questo piano $\Omega_\Theta = \frac{\nu\bar{\nu}}{N}$.

È poi facile proseguire analiticamente l'analisi per questo caso particolare.

Limitandoci a quanto riguarda le corde improprie speciali si avrà:

Siano ν e $\bar{\nu}$ gli ordini dei due rami, e e ε le multiplicità d'intersezione dei due rami col piano delle tangenti. Sono da distinguersi due casi:

1° $\frac{e}{\nu} \neq \frac{\varepsilon}{\bar{\nu}}$ e si può supporre $\frac{e}{\nu} < \frac{\varepsilon}{\bar{\nu}}$.

Esiste una corda impropria speciale coincidente colla tangente a $\mathfrak{R}$.

2° $\frac{e}{\nu} = \frac{\varepsilon}{\bar{\nu}}$

Condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di corde improprie speciali è che i piani osculatori ai due rami si intersechino se il piano delle tangenti non è uno di essi — che l'S_3 di massimo contatto di R contenga il piano osculatore di R se il piano delle tangenti è osculatore a R (analogamente scambiando R e $\mathfrak{R}$) — che i due rami abbiano lo stesso S_3 di massimo contatto se il piano delle tangenti è osculatore ad entrambi.

Allora, detto δ il numeratore di $\frac{e}{\nu}$ ridotto alla sua minima espressione esistono sempre δ corde improprie speciali distinte; esse costituiscono un gruppo proiettivo al gruppo delle radici δ-esime dell'unità. Si può rilevare che condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di queste δ corde improprie speciali è l'esistenza di una di esse.

Nello spazio ordinario le corde improprie speciali esistono sempre.

In ogni caso, quando il centro di proiezione è su un piano principale, $\Omega_\Theta = e\frac{\bar{\nu}}{N}$.

Proseguendo i calcoli si può vedere che possono anche qui esistere sulle corde improprie speciali punti speciali; e che precisamente, nel 2° caso in cui le corde improprie speciali non sono tangenti ai rami, possono solo esistere tali punti se, per la corda impropria considerata, $\Omega_\Theta = (e + \nu)\frac{\bar{\nu}}{N}$.

Si è già notato nel § 1 che anche la tangente ad un ramo o comune ad una coppia di rami deve riguardarsi come corda impropria relativa ad essi; d'altra parte si è trovato che le corde improprie sono tutte le rette di fasci che passano per quella tangente. Però nelle considerazioni precedenti questa retta è stata esclusa. Per essa rimarrebbero a cercarsi i numeri analoghi ad Ω_ϑ ed i punti speciali.

III. Proposizioni ausiliarie.

§ 4. — *Alcune proposizioni ausiliarie relative all'*S_n *rigato e alla sua rappresentazione sulla* $\mathfrak{G}$.

23. — Ritorno in questo paragrafo sulla rappresentazione dell'S_n rigato sopra la $M_{2n-2} \equiv \mathfrak{G}$ dell'$S_{\binom{n+1}{2}-1} \equiv P$ di cui ho fatto cenno nel n° 1. Nell'enunciare alcune proprietà di questa rappresentazione mi limiterò a quelle che mi son necessarie nel seguito del lavoro (1).

I. *Un* S_{n-i} *di* Σ, *come luogo di rette, sarà rappresentato da una* $M_{2(n-i-1)}$ *di* $\mathfrak{G}$: *l'analoga* $\mathfrak{G}$ *corrispondente al valore* $n-i$ *attribuito ad* n; questa $M_{2(n-i-1)}$ *è quindi contenuta in un* $S_{\binom{n-i+1}{2}-1}$. Si verifica immediatamente questo fatto assumendo, p. e., l'S_{n+1} come fondamentale pel sistema di coordinate cui si riferisce Σ. Saranno per noi d'interesse i casi di $i=1, n-3, n-2$. Per l'ultimo si ha che *un piano è rappresentato in* $\mathfrak{G}$ *da un* S_2.

II. Ad ogni punto di Σ si appoggia una varietà lineare ∞^{n-1} di rette; *il punto, come sostegno di tal varietà è quindi rappresentato in* $\mathfrak{G}$ *da un* S_{n-1}. L'imagine d'un fascio si ottiene considerandolo come intersezione di questa varietà di rette con un piano: risulta che *un fascio è rappresentato da una retta*, il che è d'altronde evidente se si osserva che l'imagine cercata è quella del fascio stesso sull'S_2 imagine del piano che lo contiene.

---

(1) Come ho detto nel n° 1 si ottiene questa rappresentazione scegliendo come coordinate di una retta quelle del Grassmann per le formazioni di seconda specie (H. Grassmann, *Die Ausdehnungslehre von 1862*, Abschn. I, Kap. 3, in particolare n° 65 - ges. Werke, Bd. 1, Th. 2, p. 44), cioè i determinanti estratti dalla matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_0 & y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{matrix} \right\|$$

ove le x e le y sono le coordinate omogenee di due suoi punti. Le relazioni che legano queste coordinate furono determinate dal prof. D'Ovidio (*Ricerche sui sistemi indeterminati di equazioni lineari*, " Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino „, XII, 1877 e *Le funzioni metriche fondamentali negli spazi ad n dimensioni e di curvatura costante*, " Mem. Acc. dei Lincei, 1877 „); di esse, sotto forma meno semplice, fece pure cenno il Grassmann stesso nella nota: *Verwendung der Ausdehnungslehre für die allgemeine Th. d. Polaren u. den Zusammenhang alg. Gebilde*, " Crelle's Journal „ (1877-78). Coi metodi dell'Ausdehnungslehre dette relazioni sono state ritrovate dal sig. Engel nelle *Anmerkungen zur Ausdehnungslehre von 1862* (H. Grassmann's ges. Werke, Bd. 1, Th. 2, p. 402). Da una nota applicazione del principio della conservazione del numero del Schubert (*Die n-dimensionalen Verallgemeinerungen der Fundamentalen Anzahlen unseres Raumes*, " Math. Ann. „, 26), si ha che l'ordine della $\mathfrak{G}$ è $\frac{1}{2n-1}\binom{2n-1}{n-1}$. Ricorrendo all'uso delle medesime coordinate il prof. Castelnuovo ha studiato l'S_4 rigato (*Ricerche di geometria della retta nello spazio a 4 dimensioni*, " Atti del R. Istituto Veneto „, (7), 2). La $\mathfrak{G}$ nel caso di $n=3$ (com'è noto è allora una quadrica) fu studiata dal prof. Segre: *Studio delle quadriche in uno spazio lineare a un numero qualunque di dimensioni*, " Mem. Acc. Sc. Torino „, (2), 36, e *Sulla geometria della retta e delle sue serie quadratiche*, id.

Conoscendo l'imagine del punto è facile ottenere l'imagine di un S_i come sostegno della varietà delle rette appoggiate ad esso: essa è una M_{n+i-1} segata su $\mathfrak{G}$ dall'$S_{\frac{i+1,n-i-2}{2}}$ determinato dagli $i+1$ S_{n+1} imagini di $i+1$ punti linearmente indipendenti dell'S_i. Questo fatto non ha però importanza per noi.

Per indicare una varietà di $\mathfrak{G}$ farò seguire il suo simbolo come varietà di punti (di P) dal nome della varietà stessa in Σ. Così dirò $M_{2n-4} - S_{n-1}$ (o $S_{\binom{n}{2}-1} - S_{n-1}$), S_{n-1} — punto, S_2 — piano, $M_{2n-4} - S_{n-3}$, notando che un S_{n-1} e un piano si considereranno sempre come luogo di rette, un S_{n-3} come sostegno delle rette appoggiate ad esse.

24. — Per ottenere nuove proprietà della $\mathfrak{G}$ ci varremo delle due osservazioni seguenti:

1° In Σ consideriamo un $S_{n-1} = \Sigma_1$ e un punto O; proiettiamo Σ da O in Σ_1. Una qualunque varietà M di rette di Σ risulta proiettata in una varietà M_1 di rette di Σ (eccezion fatta per le varietà contenute nell'iperstella O). Sia $\mathfrak{G}_1$ l'imagine di Σ_1, P_1 l'$S_{\binom{n}{2}-1}$ in cui è contenuta; M e M_1 siano rappresentate in $\mathfrak{G}$ e $\mathfrak{G}_1$ rispettivamente dalle varietà $\mathfrak{M}$ e $\mathfrak{M}_1$; quale corrispondenza sarà determinata fra $\mathfrak{M}$ e $\mathfrak{M}_1$ dalla prospettività che intercede fra M e M_1? Ogni retta di M_1 sta colla corrispondente retta di M in un fascio di cui una retta passa per O; quindi ogni punto di $\mathfrak{M}_1$ sta col corrispondente punto di $\mathfrak{M}$ su una retta che incontra l'S_{n-1} — punto imagine di O. $\mathfrak{M}_1$ è adunque la proiezione di $\mathfrak{M}$ su P_1 da questo S_{n-1}. In altri termini *la proiezione da un punto in* Σ *è rappresentata in* P *dalla proiezione dall'*S_{n-1} *imagine di questo punto.*

2° Sia $\mathfrak{a}$ un punto di $\mathfrak{G}$, e a la retta di Σ che ha per imagine $\mathfrak{a}$. Σ si può immaginar costituito dal sistema degli spazi minori di una determinata dimensione, passanti per a; quando si conoscano le proprietà delle $\mathfrak{G}$ relative a questi spazi minori si ha così un modo di studiare la $\mathfrak{G}$ relativa a Σ.

Chiamerò varietà segata da uno spazio minore immerso in Σ in una varietà di rette di Σ l'insieme delle rette di quest'ultima varietà, le quali appartengono a quello spazio.

25. — Ogni retta di Σ determina con a un S_3; indico con Q la M_4^2 di $\mathfrak{G}$ (non degenere) che rappresenta questo S_3, con $\mathfrak{S}$ il suo S_5. Si determini l'S_3 per mezzo di a e di una retta che non la incontri e si muova tendendo ad a: risulta che *se sopra* $\mathfrak{G}$ *è tracciata una curva passante per* $\mathfrak{a}$ *esiste sempre un* $\mathfrak{S}$ *che contiene la tangente* (*o una tangente arbitraria*) *in* $\mathfrak{a}$ *alla curva.*

Se invece sopra $\mathfrak{G}$, per $\mathfrak{a}$ si considera una supeficie, *non esisterà in generale un* $\mathfrak{S}$ *per il suo piano tangente*; *ma esisterà quando il piano sega* $\mathfrak{G}$ *secondo due rette* (che, come caso limite, possono divenir coincidenti) poichè per due fasci aventi una retta comune passa sempre un S_3. In particolare dalle proprietà della Q si deduce che *se un piano per* $\mathfrak{a}$ *sega* $\mathfrak{G}$ *secondo più di due rette, è interamente contenuto in* $\mathfrak{G}$.

Una superficie χ contenuta in $\mathfrak{G}$ e passante per $\mathfrak{a}$ abbia in $\mathfrak{a}$ γ come cono — in particolare, piano — tangente: per ogni generatrice di γ in $\mathfrak{G}$ passano $\infty^{n-3} S_{\binom{n}{2}-1} - S_{n-1}$

tangenti a χ in a, e $\infty^{3(n-3)} S_{\frac{n+1.n-2}{2}} - S_{n-3}$ tangenti a χ in a. Per cercare gli altri $S_{\binom{n}{2}-1} - S_{n-1}$ e $S_{\frac{n+1.n-2}{2}} - S_{n-3}$ tangenti a χ in a consideriamo una generatrice qualunque di γ non giacente in $\mathfrak{G}$; per essa, come si è visto, passa *un* $\mathfrak{S}$. Se un $S_{\binom{n}{2}-1} - S_{n-1}$ non contiene $\mathfrak{S}$ lo sega secondo un S_2 di Q, che non passa quindi per la tangente a χ considerata. Quindi saranno tangenti a χ secondo questa retta quei soli $\infty^{n-4} S_{\binom{n}{2}-1} - S_{n-1}$ che passano per $\mathfrak{S}$. Parimenti un $S_{\frac{n+1.n-2}{2}} - S_{n-3}$ tangente secondo detta retta deve segare $\mathfrak{S}$ secondo un complesso lineare speciale; esistono quindi allora solo ∞^{3n-4} di tali spazi. Ha per noi particolare importanza il caso che γ sia un S_2; allora sono tangenti [1] a χ (indicando con χ anche la varietà di rette di Σ di cui la χ precedente è l'imagine) in a tutti gli S_{n-1} per a o tutti gli S_{n-3} appoggiati ad a quando rispettivamente quell'S_2 è l'imagine d'una stella o d'un piano; *e non possono essere simultaneamente tangenti a* χ *in* a *tutti gli* S_{n-1} *per* a *e tutti gli* S_{n-3} *appoggiati ad* a.

Il cono γ non sia interamente contenuto in $\mathfrak{G}$; è chiaro che si potranno determinare complessi di rette di dimensione $2(n-2)$ (o, come si può dire brevemente, $\infty^{2(n-2)}$ — complessi), costituiti da tutte le rette appoggiate a due S_{n-2} che incontrano a e non vi sono tangenti a χ. A provarlo basta osservare che ciò è vero ancora quando ai complessi si imponga l'ulteriore condizione che i due S_{n-2} appartengano ad un S_{n-1}, cioè s'incontrino secondo un S_{n-3}. Il complesso è allora l'insieme delle rette dell'S_{n-1} e di quelle appoggiate all'S_{n-3}: basterà quindi scegliere come S_{n-1} uno per a non tangente in a a χ, il che si può fare per quanto precede, e come S_{n-3} uno qualunque nell'S_{n-1}, non appoggiato ad a.

La proprietà si conserva se γ è contenuto in $\mathfrak{G}$; poichè γ rappresenta allora una semplice infinità di fasci di Σ cui appartiene a e due S_{n-2} generici appoggiati ad a non sono segati da tutte le rette di uno di questi fasci.

§ 5. — *Una trasformazione algebrica dello spazio di rette.*

26. — Si consideri in Σ una $M_{n-1} \equiv \Phi$ di ordine m. Si trasformi Σ per mezzo di una trasformazione T, che per semplicità supporremo birazionale (tanto più che solo di tali trasformazioni faremo uso in seguito), la quale muti Σ in Σ', Φ in Φ' d'ordine m'. Ogni retta di Σ sega Φ in m punti distinti o coincidenti, eccezion fatta per le eventuali rette interamente contenute in Φ, dalle quali noi facciamo astrazione. Gli m punti corrispondenti in Φ' non sono, in generale, allineati a tre a tre. Se quindi si dice corrispondente a quella retta ogni retta determinata da una coppia di questi punti, a ogni retta di Σ corrispondono $\frac{m(m-1)}{2}$ rette di Σ'. Analogamente si vede che a ogni retta di Σ' corrispondono $\frac{m'(m'-1)}{2}$ rette di Σ. Risulta così stabilita fra gli spazi rigati una corrispondenza $\mathsf{T}\left(\frac{m'(m'-1)}{2}, \frac{m(m-1)}{2}\right)$.

---

[1] Dico, per brevità una varietà di Σ tangente ad una varietà di rette in una retta determinata quando lo spazio lineare che contiene l'imagine della prima in $\mathfrak{G}$ e che si suppone non contenga altri punti di $\mathfrak{G}$ è tangente all'imagine della seconda nel punto imagine di detta retta.

In essa sono fondamentali (cioè eccezionali, in quanto ad un elemento corrispondono ∞ elementi) in ciascuno spazio tutte le rette che passano pei punti di Φ o di Φ', rispettivamente, fondamentali per T e quelle che appartengono a Φ o a Φ' rispettivamente.

Io non mi occuperò di tali rette; mi volgerò invece all'analisi delle rette associate di se stesse. In ciascuno spazio, per fissare le idee in Σ', sono le rette che incontrano Φ' in punti di cui più di due hanno per corrispondenti in Φ punti ancora allineati: delle $\frac{m(m-1)}{2}$ rette di Σ' che corrispondono a quella di questi ultimi punti, 3 o più coincidono nella prima considerata.

Ciascuna di queste rette può considerarsi come la sovrapposizione di rette associate di se stesse in tre modi differenti; cioè: 1° come congiungenti più di due punti tutti distinti. — 2° come congiungenti più punti infinitamente prossimi con uno stesso punto a distanza finita da essi. — 3° come congiungenti fra loro più di due punti infinitamente prossimi. I tre modi di rette si possono disgiungere e studiare separatamente nel modo seguente:

Si operi sullo spazio Σ una nuova trasformazione T_1 che lo muti in Σ'_1 e muti la Φ nella Φ'_1. Risulterà determinata come precedentemente una trasformazione T_1 di Σ in Σ'_1 considerati ciascuno come spazi di rette; inoltre risulterà determinata una trasformazione $T' \equiv T^{-1}T_1$ di Σ' in Σ'_1 e di Φ' in Φ'_1, e quindi una trasformazione T' di Σ' in Σ'_1 considerati ciascuno come spazi di rette. Siano r ed r' due rette corrispondenti e associate ciascuna di se stessa di Σ e di Σ'. Si scelga la T_1 in modo che ai punti distinti di r su Φ corrispondano (altrettanti) punti distinti di Φ'_1 fra cui non ne esistano 3 allineati ed in modo che la T' soddisfi all'analoga condizione relativamente alla r' e alla Φ'. Allora:

1° Alla retta r considerata come congiungente due punti distinti di Φ, AB, di cui nessuno sia multiplo nell'intersezione di r e Φ corrisponde per T_1 la retta $r'_1 \equiv A'_1B'_1$ e l'una rispetto all'altra queste due rette non sono associate di se stesse. A ogni ramo (di rigata) per r corrisponde quindi un ramo di ugual ordine per r'_1 e gl'intorni di r e di r'_1 si corrispondono in una corrispondenza proiettiva non degenere (1). Alla retta $r'_1 \equiv A'_1B'_1$ di Σ'_1 corrisponde poi per T' la retta $r' \equiv A'B'$ e la corrispondenza fra r'_1 e r' e fra i loro intorni è analoga a quella fra r e r'_1. Segue da ciò che *le rette associate di se stesse r, r', in quanto sono congiungenti di coppie di punti corrispondenti distinti e non multipli rispettivamente nelle intersezioni di r e Φ e di r' e Φ', si corrispondono in modo che a ogni ramo per l'una corrispondono rami dello stesso ordine per l'altra e gl'intorni delle due rette sono fra loro riferiti in una corrispondenza, insieme di corrispondenze proiettive non degeneri distinte o coincidenti.*

2° Alla retta r considerata come congiungente due punti A, B, infinitamente prossimi fra loro, corrisponde per T_1 la retta $r'_1 \equiv A'_1B'_1$; A'_1 e B'_1 sono fra loro infinitamente prossimi e la r'_1 è la tangente nell'unico punto che li rappresenta alla

(1) Questo fatto è noto per le corrispondenze $(n', 1)$ (cfr. REYE, *Ueber Coordinaten-Transformationen n^{ten} Grades*, " Crelle's Journal „, t. 94, p. 312); è facile estenderlo alle corrispondenze algebriche qualunque. Non è qui il luogo di entrare in maggiori particolari.

curva che per T_1 corrisponde a r (1). Se quindi si dispone di T_1 in modo che su questa tangente non stiano altri punti di Φ_1 corrisp. a punti comuni a r e a Φ, r e r'_1 sono associate di se stesse, l'una rispetto all'altra, solo in quanto congiungono più di due punti infinitamente prossimi fra loro.

Lo stesso avviene per r'_1 e r', se si dispone ancora di T_1 in modo che sulla r'_1 (tangente in $A'_1 = B'_1 = \ldots$ alla curva che per T' corrisponde alla r', poichè r' è tangente in $A' = B' = \ldots$ alla curva che per T corrisponde alla r) non stiano punti di Φ_1 corrispondenti a punti comuni a r' e a Φ'. Le condizioni imposte a T_1 si possono tutte evidentemente soddisfare: adunque *la corrispondenza fra r e r' e fra i loro intorni, corrispondenti in quanto congiungono due o più punti rispettivamente di* Φ *e di* Φ' *fra loro infinitamente prossimi si può studiare come se le r e r' non fossero in altro modo corrispondenti.*

3° Il teorema analogo vale per le congiungenti coppie di punti distinti associate di se stesse in quanto almeno un punto della coppia relativa ad una di queste rette (o ad entrambe) è multiplo per l'intersezione di questa retta rispettivamente con Φ o con Φ'. La dimostrazione è assolutamente simile alle precedenti (1° e 2°). Per noi è soltanto utile il risultato di 2°, su cui ora ritorniamo. Ha intanto un significato preciso il dire che una retta di Σ' è associata di se stessa in quanto la retta corrispondente passa per un punto P intersecandovi più volte la Φ.

27. — Sia P un punto di Φ che non appartenga alla Jacobiana del sistema omaloidico di M_{n-1} di Σ corrispondenti agli S_{n-1} di Σ' per la trasformazione T; sia P' il punto corrispondente che non apparterrà alla Jacobiana del sistema analogo di Σ'.

La retta r intersechi Φ in P k volte; la curva ρ' corrispondente in Σ' intersecherà Φ' in P' k volte; delle $\frac{m(m-1)}{2}$ rette di Σ' corrispondenti a r per T, $\frac{k(k-1)}{2}$ debbono quindi esser tali pel solo fatto di passare per P', cioè senza congiungere due punti distinti di Φ' corrispondenti a punti comuni a r e a Φ. Per determinare queste $\frac{k(k-1)}{2}$ rette, si sposti la retta r in modo che assuma la posizione g infinitamente prossima a r e non passi più per P; ρ' si sposterà assumendo la posizione γ' infinitamente prossima a ρ' e non passerà più per P'; g e γ' intersecheranno rispettivamente Φ e Φ' in k punti infinitamente prossimi tra loro e al punto P o P' rispettivamente; e in prossimità di questi punti γ' non ha punti multipli, poichè P' non sta sulla Jacobiana del sistema omaloidico di Σ'.

Muovendosi g dalla posizione considerata infinitamente prossima a r, e tendendo ad r, descriva un ramo parziale di rigata Γ. Considerata questa rigata come superficie di Σ, Γ ne sarà una falda parziale per P. T le farà corrispondere in Σ' una falda parziale Γ' di una superficie generata da una semplice infinità di curve corrispondenti a rette di Σ; Γ' si potrà immaginare generata da tutte le posizioni che assume γ' quando g descrive Γ. Si immagini tracciato su Γ' un ramo q' di origine P',

(1) Questo sarà tosto ritrovato; io non mi fermo qui a provarlo essendo unico mio scopo indicare come si possano scindere i diversi modi di rette associate di se stesse.

non tangente a ρ', e che seghi tutte queste γ' in punti (infinitamente prossimi a P') di cui dirò Q' uno generico. Q' sarà infinitamente prossimo alle intersezioni delle γ' cui appartiene con Φ' in prossimità di P' e sarà origine di un ramo lineare di γ', che si potrà sempre supporre sufficientemente esteso perchè contenga tutti i detti punti d'intersezione. Indicherò ancora con γ' questo ramo.

In Σ' si assuma un sistema di S_{n-1} coordinati mobili $x'_1=0$, $x'_2=0, \ldots, x'_n=0$ che abbia l'origine in Q' e tale che gli $x'_i=0$ $(i>1)$ passino tutti per la tangente t' in Q' a γ'. Il ramo γ' sarà rappresentato da un gruppo di sviluppi delle x'_i in serie di x'_1:

$$x'_i = a_i x'^2_1 + b_i x'^3_1 + \ldots \qquad (i>1), \tag{1}$$

ove a_i, b_i ... sono serie di potenze convergenti in prossimità di P', e si può supporre funzioni algebriche, della variabile α da cui dipende biunivocamente la posizione di Q' sul ramo q'. Esistono per α e per x'_1 due cerchi aventi per centri rispettivamente $\alpha=\alpha_0$, valore cui corrisponde il punto P', e $x'_1=0$, ed in cui convergono tutte le (1). Supporrò, per semplicità, $\alpha_0=0$.

La retta che congiunge i punti x', y' di γ', di coordinate rispettivamente $x'_1, x'_2, \ldots x'_n$; $y'_1, y'_2, \ldots y'_n$, si potrà rappresentare con

$$r'_{i-1} = \frac{x'_i - y'_i}{x'_1 - y'_1}, \qquad r'_{n+i-1} = \frac{x'_1 y'_i - x'_i y'_1}{x'_1 - y'_1} = r'_{i-1} x'_1 - x'_i ; \tag{2}$$

anche queste coordinate di rette sono riferite ad un sistema di assi variabile con Q' La t' sarà rappresentata da

$$r'_{i-1} = 0, \qquad r'_{n+i-1} = 0.$$

Tenendo conto delle (1), che si debbono conservar vere quando alle x' si sostituiscano le y', le (2) mostrano che le r' sono infinitesime colle x' e le y'. Se adunque x' e y' sono due punti d'intersezione di γ' con Φ' in prossimità di P', tendendo y a x, la $x'y'$ tende alla posizione limite di t'.

Tutte le $\frac{k(k-1)}{2}$ *rette cercate, corrispondenti a r per* T *coincidono quindi nella tangente r' a* ρ' *in* P'. *Ad ogni ramo parziale di rigata per r,* T *fa corrispondere al più* $\frac{k(k-1)}{2}$ *rami parziali di rigata per r, associati in quanto r passa per* P.

28. — In Σ si assuma pure un sistema di S_{n-1} coordinati fissi $\mathfrak{x}_1=0$, $\mathfrak{x}_2=0$, $\ldots$, $\mathfrak{x}_n=0$ (1) di origine P e tale che gli S_{n-1} $\mathfrak{x}_i=0$ $(i>1)$ passino tutti per la r. Corrispondentemente si assuma in Σ' un sistema di S_{n-1} coordinati fissi avente l'origine in P' e tale che ogni S_{n-1} $\mathfrak{x}'_j=0$ $(j=1, 2, \ldots, n)$ sia tangente (in P') alla M_{n-1}

(1) I simboli usati nel presente paragrafo hanno i significati definiti per essi a mano a mano, assolutamente indipendenti da quelli che gli stessi simboli hanno nel resto del lavoro.

trasformata di $\xi_j = 0$. Essendo P punto ordinario della trasformazione T, questa si potrà immaginar rappresentata, in un conveniente intorno di (P, P'), per mezzo delle formole:

$$\xi'_j = \xi_j + (\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n)^2_j + (\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n)^3_j + \dots$$

ove $(\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n)^\kappa_j$ è una forma algebrica di $\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$ di grado κ.

La retta $\xi'_i = 0$ $(i = 2, \dots, n)$ sarà la tangente in P' alla curva ρ' trasformata di r; se quindi si indicano con a_i^0, b_i^0, ... rispettivamente i valori che assumono a_i, b_i, ... per $\alpha = 0$, e si pone

$$a_i^0 \xi'^2_1 + b_i^0 \xi'^3_1 + \dots = \varphi_i(\xi'_1)$$

le formole precedenti debbono dare $\xi'_i = \varphi_i(\xi'_1)$ per $\xi_i = 0$. Esse si potranno quindi pure scrivere:

$$(3) \qquad \begin{cases} \xi'_1 = \xi_1 + (\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n)^2_1 + \dots \\ \xi'_i = \varphi_i(\xi'_1) + \xi_i + (\xi_2 \xi_3 \dots \xi_n)^2_i + \xi_1 (\xi_2 \xi_3 \dots \xi_n)^1_i + \dots \end{cases}$$

Si indichino con $\mathfrak{x}_\kappa$ e con $\mathfrak{x}'_\kappa$ $(\kappa = 1, \dots, 2n-2)$ rispettivamente le coordinate (non omogenee) delle rette di Σ e di Σ' relativamente ai nuovi sistemi di coordinate di punti. Le coordinate di r e di r' saranno

$$\mathfrak{x}_\kappa = 0 \qquad \text{e} \qquad \mathfrak{x}'_\kappa = 0.$$

Sia, come sempre, g una retta di Γ che si avvicini indefinitamente ad r, g' una determinata (ma qualunque) retta corrispondente a g in quanto congiunge due punti comuni a γ' e Φ' prossimi a P'; e descriva, mentre g descrive Γ, il ramo parziale di rigata Γ'_1. Mi propongo di cercare i rapporti degli ordini infinitesimali delle $\mathfrak{x}_\kappa$ corrispondenti a g e delle $\mathfrak{x}'_\kappa$ omonime corrispondenti a g'. Siano perciò x, y i due punti di g e Φ cui corrispondono per T i due punti x', y' di Φ' che determinano g'; e siano ξ_j, η_j, ξ'_j, η'_j le coordinate di x, y, x', y' rispettivamente. Per g si ha:

$$\mathfrak{x}_{i-1} = \frac{\xi_i - \eta_i}{\xi_1 - \eta_1} \qquad \mathfrak{x}_{n+i-1} = \mathfrak{x}_{i-1} \xi_1 - \xi_i$$

e per g'

$$\mathfrak{x}'_{i-1} = \frac{\xi'_i - \eta'_i}{\xi'_1 - \eta'_1} \qquad \mathfrak{x}'_{n+i-1} = \mathfrak{x}'_{i-1} \xi'_1 - \xi'_i$$

e ricorrendo alle (3),

$$(4) \qquad \mathfrak{x}'_{i-1} = \frac{\varphi_i(\xi'_1) - \varphi_i(\eta'_1)}{\xi'_1 - \eta'_1} + \frac{\xi_i - \eta_i + \epsilon_i}{\xi_1 - \eta_1 + \epsilon_1}$$

dove, essendo le ξ_j e le η_j infinitesime simultaneamente,

$$\epsilon_i = \sum_{\omega=2,\dots}^{\lambda+\mu+\dots=\omega} \sum_{\substack{\mu,\dots=0,1,\dots,\omega \\ \lambda=1,\dots,\omega}} \delta^i_{\lambda\mu\dots} (\xi_1^\lambda \xi_2^\mu \dots - \eta_1^\lambda \eta_2^\mu \dots)$$

e

$$\epsilon_i = \sum_{\omega=2,\dots} \sum_{\substack{\tau+\sigma+\dots=\omega \\ \tau,\sigma,\dots=0,1\dots,\omega}} \delta^i_{\tau\sigma\dots} (\xi_1^\tau \xi_2^\sigma \dots - \eta_1^\tau \eta_2^\sigma \dots)$$

sono infinitesimi d'ordine superiore rispettivamente di qualche differenza $\xi_i - \eta_i$ e di $\xi_1 - \eta_1$.

Quindi

$$(5) \qquad r'_{i-1} = a_i^0(\xi'_1 + \eta'_1) + b_i^0(\xi'^2_1 + \xi'_1\eta'_1 + \eta'^2_1) + \dots + r_{i-1} + \theta_i$$

dove θ_i è infinitesimo d'ordine superiore a qualche r_{i-1}. Si vede di qui che l'ordine infinitesimale minimo delle r'_{i-1} è, in generale, uguale al minore di quello minimo delle r_{i-1} e di quello minimo delle serie

$$p_i(\xi'_1, \eta'_1) = a_i^0(\xi'_1 + \eta'_1) + b_i^0(\xi'^2_1 + \xi'_1\eta'_1 + \eta'^2_1) + \dots .$$

Ma tale ordine infinitesimale può eventualmente essere maggiore: evidentemente è necessario perciò che, corrispondentemente a quei valori di i per cui r_{i-1} ha il minimo ordine infinitesimale, $p_i(\xi'_1, \eta'_1)$ abbia uguale ordine infinitesimale, per modo che fra le due parti dell'espressione di r'_{i-1} possa avvenir riduzione, e che, corrispondentemente agli altri valori di i, $p_i(\xi'_1, \eta'_1)$ sia d'ordine infinitesimale maggiore.

Come questo fatto avvenga si vede però più agevolmente sostituendo a ξ'_1, η'_1 i loro valori in $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$. Si ha allora

$$(5_1) \qquad r'_{i-1} = p_i(\xi_1, \eta_1) + r_{i-1} + \theta_i + \vartheta_i$$

dove ϑ_i è infinitesimo d'ordine superiore a $p_i(\xi_1, \eta_1)$. Si considerino tutte le serie $p_i(\xi_1)$: sia $a_i^0 \xi_1^\xi$ il primo loro termine per cui non è $a_i^0 = 0$ per ogni i. Condizione necessaria e sufficiente perchè l'ordine infinitesimale minimo delle r'_{i-1} sia superiore a quello delle r_{i-1} è che:

1° Per ogni i per cui $a_i^0 = 0$, r_{i-1} abbia ordine infinitesimale superiore al minimo: questo si può esprimere dicendo che per tali i sia

$$(6_0) \qquad \xi_i - \eta_i = \zeta_i,$$

dove ζ_i è infinitesimo d'ordine superiore al minimo ordine infinitesimale delle differenze $\xi_i - \eta_i$; ovvero che, fissato x e supposto y variabile, y sia infinitamente prossimo all' S_{n-1}

$$(7_0) \qquad \xi_i - \eta_i = 0$$

d'ordine superiore al minimo ordine infinitesimale delle $\xi_i - \eta_i$

2° Per ogni i per cui $a_i^0 \neq 0$, r_{i-1} abbia il minimo ordine infinitesimale, abbia cioè il minimo ordine infinitesimale $\xi_i - \eta_i$, e sia

$$(6) \qquad (\xi_i - \eta_i) + a_i^0(\xi_1^\xi - \eta_1^\xi) = \zeta_i$$

dove ζ_i ha significato analogo al precedente; ossia che la distanza di y dalla M_{n-i} — cilindro

$$(7) \qquad (\mathfrak{x}_i - \mathfrak{y}_i) + a_i^0(\mathfrak{x}_1^{\xi} - \mathfrak{y}_1^{\xi}) = 0$$

sia infinitesima d'ordine superiore all'ordine infinitesimale di $\mathfrak{x}_i - \mathfrak{y}_i$.

Evidentemente le (6_0) e (7_0) rientrano come casi particolari rispettivamente nelle (6) e (7).

Passando a considerare le $\mathfrak{r}_{n+i-1}$ e le $\mathfrak{r}'_{n-i-1}$, notiamo che è necessario aver riguardo ad esse solo quando l'ordine infinitesimale minimo delle une o delle altre sia minore, rispettivamente, di quello delle $\mathfrak{r}_{i-1}$ o delle $\mathfrak{r}'_{i-1}$, vale a dire, quando l'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{x}_i$ o delle $\mathfrak{x}'_i$ sia minore rispettivamente di quello delle $\mathfrak{r}_{i-1}$ o delle $\mathfrak{r}'_{i-1}$. Distinguiamo adunque due casi:

1° L'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}_{i-1}$, e, a fortiori, quello delle $\mathfrak{r}_{i-1}\mathfrak{x}_1$ è maggiore di quello delle $\mathfrak{x}_i$. Si dovrà solo aver riguardo alle $\mathfrak{r}_{n+i-1}$ se l'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}'_{i-1}$ è maggiore di quello delle $\mathfrak{r}'_{n+i-1}$, ossia di quello delle $\mathfrak{x}_i$. Allora l'ordine delle $\mathfrak{r}'_{n+i-1}$ è maggiore od uguale di quello delle $\mathfrak{r}_{n+i-1}$ a seconda che x è o non infinitamente prossimo d'ordine superiore a quello minimo delle $\mathfrak{x}_i$ alla curva

$$(8) \qquad \mathfrak{x}_i + a_0^i \mathfrak{x}_1^{\xi} = 0 \qquad (i = 2, \ldots, n)$$

(cioè il ramo descritto da x ha contatto d'ordine superiore al minimo ordine infinitesimale delle $\mathfrak{x}_i$ col ramo di questa curva passante per P): non potrà mai essere minore senza che tale sia pure quello di $\mathfrak{r}'_{i-1}$.

2° L'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}'_{i-1}$ e, a fortiori, quello delle $\mathfrak{r}'_{i-1}\mathfrak{x}'_1$ è maggiore di quello delle $\mathfrak{x}'_i$. Ancora si dovrà aver riguardo alle $\mathfrak{r}'_{n+i-1}$ solo quando l'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}_{i-1}$ è maggiore di quello delle $\mathfrak{r}'_{n+i-1}$; ma allora si ricade nel caso precedente.

La nuova condizione mostra che alla (6) si può sostituire la

$$\mathfrak{y}_i + a_0^i \mathfrak{y}_1^{\xi} = \zeta_i$$

Dalla discussione precedente si raccoglie che *gli ordini infinitesimali minimi delle* $\mathfrak{r}_\kappa$ *e delle* $\mathfrak{r}'_\kappa$ *sono sempre uguali se la retta* r *non è tangente alla* Φ. Nel caso contrario esistono, in generale, coppie di rami di rigate corrispondenti per cui le $\mathfrak{r}_\kappa$ e le $\mathfrak{r}'_\kappa$ hanno ordini infinitesimali differenti. Precisamente il ramo parziale di rigata Γ sega Φ secondo rami parziali di cui uno almeno, in generale, tangente ad r. Si supponga per generalità che il ramo cui appartiene x intersechi η volte r in P, quello cui appartiene y η_1 volte e sia, per fissare le idee, $\eta > \eta_1$; gli ordini infinitesimali minimi delle $\mathfrak{x}_i, \mathfrak{y}_i$ rispetto a $\mathfrak{x}_1, \mathfrak{y}_1$ sono η, η_1 rispettivamente e l'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}_\kappa$ rispetto alle $\mathfrak{x}_1$ e $\mathfrak{y}_1$ è rispettivamente η e η_1 ovvero $< \eta$ e $< \eta_1$ (a seconda che r non è incontrata o lo è in P dalla generatrice successiva di Γ). Si vede quindi dalle cose precedenti che l'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}_\kappa$ e delle $\mathfrak{r}'_\kappa$ è sempre uguale se $\xi \geq \eta + 1$.

In seguito a ciò si può affermare che *la corrispondenza che la* T *determina fra gl'intorni di* r *e di* r', considerate come corrispondenti solo in quanto passano rispet-

tivamente per P e per P', *non è mai degenere* (1) *se r non è tangente a* Φ; *è invece generalmente degenere in caso contrario; ma cessa di esser tale se* $\xi - 1$, *cioè l'ordine del contatto di* ρ' *con* r' *è maggiore del massimo numero delle intersezioni di r con rami parziali tracciati su* Φ.

29. Ma senza ricorrere a questo fatto studierò ora più da vicino la corrispondenza fra gl'intorni di r e di r' nel detto caso in cui essa non è degenere.

Si consideri di nuovo la retta g infinitamente prossima a r, la quale descriva il ramo Γ; intersechi essa Φ in prossimità di P nei punti x, y, $\bar{x}$, $\bar{y}$, cui T faccia corrispondere rispettivamente x', y', $\bar{x}'$, $\bar{y}'$. (Si può anche supporre che x e $\bar{x}$, x' e $\bar{x}'$ coincidano). Alla g la T fa corrispondere le rette $x'\,y' \equiv g'$, $\bar{x}'\,\bar{y}' \equiv \bar{g}'$, le quali descrivono, tendendo ad r' mentre g tende ad r, i due rami parziali di rigata Γ', $\bar{\Gamma}'$. Per ipotesi gli ordini infinitesimali minimi delle coordinate di g', $\bar{g}'$ sono eguali fra loro e a quello relativo alle coordinate di g.

S'indichino con $\mathfrak{r}'$ e con $\bar{\mathfrak{r}}'$ le coordinate rispettivamente di g' e di $\bar{g}'$, e si ponga $\Delta\,\mathfrak{r}'_\kappa = \mathfrak{r}'_\kappa - \bar{\mathfrak{r}}'_\kappa$; s'indichino inoltre con $\bar{\mathfrak{x}}_j$ e $\bar{\mathfrak{y}}_j$ $(1 \leq j \leq n)$ le coordinate rispettive di $\bar{x}$ e di $\bar{y}$.

Si ha allora

$$\Delta\mathfrak{r}'_{i-1} = a_i^0 \left\{ \left(\mathfrak{x}_1^{\xi-1} - \bar{\mathfrak{x}}_1^{\xi-1}\right) + \left(\mathfrak{x}_1^{\xi-2}\,\mathfrak{y}_1 - \bar{\mathfrak{x}}_1^{\xi-2}\,\bar{\mathfrak{y}}_1\right) + \ldots + \left(\mathfrak{y}_1^{\xi-1} - \bar{\mathfrak{y}}_1^{\xi-1}\right) \right\}' + \tau_{i-1}$$

dove τ_{i-1} è d'ordine infinitesimale maggiore di $\mathfrak{r}_{i-1}$. Per l'ipotesi relativa al valore di ξ, $\Delta\,\mathfrak{r}'_{i-1}$ è adunque d'ordine infinitesimale maggiore od almeno uguale a quello minimo delle $\mathfrak{x}_i$ e quindi maggiore od uguale a quello minimo delle $\mathfrak{r}_\kappa$. Inoltre

$$\Delta\mathfrak{r}'_{n+i-1} = \Delta\mathfrak{r}'_{i-1}\bar{\mathfrak{x}}'_1 + \mathfrak{r}'_{i-1}\left(\mathfrak{x}'_1 - \bar{\mathfrak{x}}'_1\right) - \left(\mathfrak{x}_i - \bar{\mathfrak{x}}_i\right)$$

è sempre d'ordine infinitesimale maggiore di $\mathfrak{r}_{i-1}$, e quindi anche dell'ordine infinitesimale minimo delle $\mathfrak{r}'_\kappa$; infatti

$$\mathfrak{x}_i - \bar{\mathfrak{x}}_i = \mathfrak{r}_{i-1}\left(\mathfrak{x}_1 - \bar{\mathfrak{x}}_1\right)$$

è d'ordine maggiore di $\mathfrak{r}_{i-1}$.

Γ' e $\bar{\Gamma}'$ sono adunque tangenti ovvero no a seconda che l'ordine infinitesimale minimo di $\Delta\,\mathfrak{r}'_{i-1}$ è maggiore di quello di $\mathfrak{r}_{i-1}$ oppur no; e cioè *sono sempre tangenti quando x, y,* $\bar{x}$, $\bar{y}$, *stanno su rami parziali che incontrino r in* P *meno di* $\xi - 1$ *volte, non sono generalmente tangenti nel caso contrario.*

La corrispondenza fra gl'intorni di r e di r' è adunque plurivoca se l'ordine del contatto di ρ' *con r' è uguale al numero massimo delle intersezioni di r con rami parziali tracciati su* Φ; *è invece univoca se quel contatto è maggiore.* Dal fatto che la corrispondenza è *univoca* senza elementi eccezionali, segue tosto che *essa è proiettiva.*

Un caso particolare notevole dei precedenti risultati si ha supponendo che la ρ'

(1) Cioè non esistono rette dell'intorno di r a cui corrispondono infinite rette dell'intorno di r'.

coincida con r'; allora, se la retta r non appartiene a Φ la corrispondenza fra gl'intorni di r e di r' è sempre proiettiva (non degenere) e quindi *in varietà di rette di* Σ *e* Σ' *corrispondentisi per* T *le rette* r *e* r' *hanno la stessa multiplicità* (in quanto si corrispondono perchè passano rispettivamente per P e per P') *e le varietà tangenti ad esse (o meglio alle loro imagini in* $\mathfrak{G}$) *in* r *e* r' *sono proiettivamente uguali.*

30. — Di questo caso particolare noi ci varremo nel seguito, assumendo come Φ una M_{n-1} passante per la curva C e non contenente le corde di C che si vogliono studiare (corde improprie relative a P). La trasformazione T trasformerà biunivocamente la varietà delle corde di C nella varietà delle corde della curva C' trasformata di C per la T, poichè non tutte le corde di C sono trisecanti (1).

Assumerò come T una trasformazione quadratica a M^2_{n-2} fondamentale spezzata in due S_{n-2}. È noto che si determina una tal trasformazione assumendo in Σ un sistema di elementi fondamentali costituito da due S_{n-2} G, G_1 aventi un S_{n-3} comune (giacenti in un S_{n-1}) e da un punto O arbitrario, e facendo corrispondere alle M^2_{n-1} di Σ per G, G_1, O gli S_{n-1} di Σ'. Agli S_{n-1} di Σ corrisponderanno le M^2_{n-1} di Σ' di un sistema omaloidico la cui base è proiettivamente uguale a quella del sistema considerato in Σ; è quindi costituita da due S_{n-2} G', G'_1 aventi un S_{n-3} comune e da un punto O'. A tutti gli S_k di OG_1 corrispondono proiettivamente gli S_{k-1} di G', in modo che alle rette appoggiate a G e a uno di quegli S_k (eccezion fatta per quelle contenute in OG) corrispondono rette uscenti dall' S_{k-1} corrispondente all' S_k.

Si riconoscono agevolmente questi fatti con considerazioni sintetiche, od anche ricorrendo alla rappresentazione analitica della trasformazione (2).

---

(1) V. una nota del prof. Castelnuovo alla Memoria del prof. Bertini, *Intorno ad alcuni teoremi della geometria sopra una curva algebrica*, " Atti dell'Acc. di Torino „, XXVI, 1890. La proposizione rientra in una più generale enunciata dal prof. Del Pezzo (*Sulle proiezioni di una superficie e di una varietà di uno spazio di più dimensioni*, " Rend. Acc. Sc. di Napoli, 1886).

(2) In coordinate omogenee assunti gli S_{n-1} GG', $G'G'_1$ rispettivamente come $x_0 = 0$, $x'_0 = 0$, O e O' come vertici opposti degli $(n+1)$-spazi fondamentali, e gli S_{n-1} OG, OG_1, $O'G'_1$, O'G' rispettivamente come $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x'_1 = 0$, $x'_2 = 0$, detta rappresentazione analitica è

$$\begin{cases} \rho x'_i = x_i x_0 \quad (i = 1, \dots, n) \\ \rho x'_0 = x_1 x_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma x_i = x'_i x'_0 \quad (i = 1, \dots, n) \\ \sigma x_0 = x'_1 x'_2 \end{cases}$$

Per le applicazioni analitiche può essere utile scegliere O su G_1; O' cadrà su G'_1 e gli S_{n-1} OG_1, $O'G'_1$ diverranno due S_{n-1} arbitrari π, π' per G_1 e G'_1 rispettivamente, ai quali sono tangenti in O e O' rispettivamente le M^2_{n-2} dei due sistemi omaloidici. In coordinate non omogenee, assunti allora in Σ GG_1 come S_{n-1} all'infinito, π come S_{n-1} $x_0 = 0$, un S_{n-1} qualunque per G come $x_1 = 0$ e S_{n-1} linearmente indipendenti fra loro e da π per O come $x_2 = 0$, $x_3 = 0, \dots, x_{n-1} = 0$; e assunti in Σ' $G'G'_1$ come $x^0_0 = 0$, π' come S_{n-1} all'infinito e gli altri S_{n-1} fondamentali in modo analogo a quelli di Σ, le formole della trasformazione sono

$$\begin{cases} x'_i = x_i \quad (i \neq 1) \\ x'_1 = x_0 x_1 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x_i = x'_i \quad (i \neq 1) \\ x_1 = \dfrac{x'_1}{x'_0}. \end{cases}$$

IV. — Ricerche sintetiche.

§ 6. — *Multiplicità delle corde improprie. Varietà tangenti alla* M_2 *delle corde di una curva in una corda impropria.*

Esamino in questo § le corde improprie dal punto di vista della geometria della retta, cioè come elementi della M_2 delle corde della curva C cui appartengono. Quando occorra ricorrere alla rappresentazione delle rette come punti di un conveniente spazio ricorrerò alla rappresentazione sulla $\mathfrak{G}$ studiata nel § 4. Chiamerò χ la detta M_2 di rette (considerata come tale, non come M_3 di punti) e conserverò lo stesso simbolo per indicare la sua imagine sulla $\mathfrak{G}$.

31. — Un fascio di corde improprie è rappresentato in $\mathfrak{G}$ da una retta di χ per cui passano una o più falde [1]. Se si considera questa retta-fascio solo in quanto è imagine *uno* dei diversi fasci di corde improprie che possono sovrapporsi, *la retta stessa* — o, più generalmente *un suo punto-corda impropria — appartiene ad una sola falda di* χ; *appartiene* e non *è* perchè l'origine d'una falda può comporsi della sovrapposizione di più rette-fasci di corde improprie (o punti-corde improprie), il che spiega come si incontreranno corde improprie di multiplicità fratta (con denominatore 2).

Per provare la precedente affermazione basta far capo alla definizione delle corde improprie come limiti delle congiungenti le coppie di punti di un ramo o di una coppia di rami (n° 2). Consideriamo, per maggior generalità, la coppia di rami R e $\mathfrak{R}$ del § 3, conservando le stesse notazioni. Si voglia determinare le coordinate del punto (di $\mathfrak{G}$) corrente sopra un ramo intersezione di una falda di χ per una determinata corda impropria con un $S_{\binom{n+1}{2}-2}$ — complesso lineare speciale (imagine dell'insieme delle rette di Σ appoggiate ad un suo S_{n-2}), che si può, senza diminuire la generalità, supporre quello che ha in Σ, come S_{n-2} — sostegno l'S_{n-2} all'infinito di $x_0 = 0$. Si potrà operare come segue: si seghino R e $\mathfrak{R}$ con un S_{n-1} per l'asse del complesso, e abbastanza prossimo all'origine dei due rami; si fissino due punti dell'intersezione l'uno di R, l'altro di $\mathfrak{R}$ e si conduca la loro retta; facendo variare l'S_{n-1} in modo

---

[1] La parola *falda* di una superficie in S_n avente per origine un suo punto ha un senso ben definito se s'intende per essa il luogo di tutte le posizioni che assume un ramo (avente per origine quel punto) della sezione della superficie con un conveniente S_{n-1} (pel punto) mentre questo ramo varia in un campo convenientemente limitato nell'intorno del punto, per modo che mai il ramo venga a trovarsi, in due posizioni diverse, sullo stesso S_{n-1}. Facendo variare con continuità l'origine del ramo lungo una linea della superficie si ottiene *la falda avente per origine quella linea* (cfr. il *cycle de nappes* dell'Halphen, *Sur les lignes singulières des surfaces algébriques,* " Annali di Mat. „, (2), 9, 1877; cfr. pure Del Pezzo, *Intorno ai punti singolari delle superficie algebriche,* " Rend. Palermo „, VI). Quando un punto od una linea si concepiscono come la sovrapposizione di più punti o linee, ha un senso ben determinato il dire che un tal punto od una tal linea appartiene ad una determinata falda, intendendo con ciò che essi si raggiungono muovendosi con continuità sulla falda.

che tenda all'origine P dei due rami si faccia muovere con continuità questa retta (determinandola per mezzo dei due punti che dai due primi si ottengono per continuità). La retta descriverà un ramo parziale del ramo di corde considerato.

Per la scelta fatta dell'asse del complesso, si ha $t^{\nu}=\bar{t}^{\bar{\nu}}$, onde

$$t=\theta t^{\frac{\nu}{\bar{\nu}}}=\theta \bar{t}^{\frac{\varrho}{\bar{\varrho}}} \tag{1}$$

ove $\theta^{\bar{\nu}}=1, \qquad \rho=\frac{\nu}{N}, \qquad \bar{\rho}=\frac{\bar{\nu}}{N}$ (n^i 15 e 19)

Le coordinate del ramo risultano espresse con serie di potenze di t e t, o, per la (1), con serie di potenze fratte di t. Si otterranno serie di potenze intere ponendo

$$t=\bar{t}^{\bar{\varrho}} \qquad \text{onde} \qquad t=\theta \bar{t}^{\varrho}.$$

Si ottiene il ramo parziale considerato fissando il valore di θ e il valore iniziale di t che si fa poi variare con continuità. Ma il ramo totale rappresentato dalle serie non si altera sostituendo kt a t, ove k è arbitrario. Quindi si otterrà ancora lo stesso ramo assumendo per t uno qualunque dei $\bar{\rho}$ valori per cui è soddisfatta la $t=\bar{t}^{\bar{\varrho}}$ per t dato, ed anche assumendo per t i ν valori corrispondenti allo stesso valore di x_0; in altri termini assumendo per θ una qualunque delle $\bar{\rho}$ radici dell'equazione $\theta^{\bar{\varrho}}=\Theta$ di cui è radice la prima θ considerata, e assumendo il punto di R su uno qualunque dei suoi ν rami parziali. Con ciò è provato l'asserto (cfr. i n^i 15 e 19).

Riguardo alle corde di un ramo solo non si ha che a ripetere il ragionamento precedente, identificando i rami R e ℜ.

Nei punti generici di una retta-fascio di corde improprie il cono tangente è costituito di piani; sarà provato tosto che questo è vero per tutti i punti — corde improprie. Corollario della proposizione precedente è allora che ad una corda impropria appartiene un solo piano tangente a χ, un solo cono osculatore (1), ecc.

32. — Conosciamo la multiplicità di una corda impropria generica (nel suo fascio) a relativamente a' suoi punti. Essa è:

1° quando a è corda impropria relativa ad un solo ramo R

$$\frac{1}{2}\min.\{(1)-\nu,\ (u)_h-(s)_\kappa\} \quad \text{ovvero} \quad \frac{1}{2}\min.\{(2)-\nu,\ (u)_h-(s)_\kappa\}$$

a seconda che $\beta_1 \neq 0$ ovvero $=0$ (n^i 9 e 11);

2° quando a è corda impropria relativa ad una coppia di rami R, ℜ aventi la stessa tangente

$$\min.\{(1)-\bar{\nu},\ \upsilon\nu-\omega\bar{\nu}\}.\frac{\nu}{N} \quad \text{ovvero} \quad \min.\{(2)-\bar{\nu},\ \upsilon\nu-\omega\bar{\nu}\}\frac{\nu}{N}$$

(1) È noto che le varietà aventi contatto superiore al primo ad una M_2 di un iperspazio non sono lineari. V. Del Pezzo, *Sugli spazi tangenti ad una superficie o ad una varietà immersa in uno spazio di più dimensioni.* " Rend. Acc. Sc. di Napoli „, 1886.

a seconda che $\beta_1 \neq 0$ ovvero $= 0$ $\left(\text{n}^{\text{i}}\ 16,\ 17,\ 18,\ 19.\ —\ \text{Le formule valgono anche se, essendo il centro di proiezione sulla corda, } \Omega_\xi < \gamma\,\nu, \text{ purchè a } \upsilon\,\bar{\nu} \text{ si attribuisca allora il valore } (u)_h \frac{\bar{\nu}}{\lambda}\right)$;

3° quando a è corda impropria relativa ad una coppia di rami aventi tangenti differenti

$$(e - \nu)\frac{\bar{\nu}}{N} \quad (\text{n}^\circ\ 22).$$

È facile calcolare la multiplicità di a relativamente agli S_{n-1} per essa. Sappiamo già di fatto che la somma delle multiplicità di tutte le corde improprie relative ad un punto P e che stanno in un dato S_{n-1} pel punto, non tangente in esso alla curva, rispetto a questo S_{n-1} è $\frac{s(s-1)}{2}$, s essendo la multiplicità del punto (n° 2). Si tratta di separare le parti di questa somma corrispondenti alle diverse corde improprie che stanno sull'S_{n-1}; si riesce a ciò col seguente ragionamento di continuità.

Sia Π un S_{n-1} mobile che non passi per P, ma sia, in una posizione iniziale, infinitamente prossimo a P senza esserlo alla tangente al ramo R per P, e che si accosti indefinitamente a P fino a passare per esso e per la corda impropria a relativa ad R. Π sega R in ν punti, appartenenti ai ν rami parziali di R, e questi determinano $\frac{\nu(\nu-1)}{2}$ corde della curva C in Π. Tendendo Π a passare per a queste corde tendono alle corde improprie della posizione finale di Π e tendono ad una stessa corda impropria a tutte quelle che congiungono coppie di punti appartenenti a due rami parziali di cui l'uno corrisponda rispetto all'altro ad una data radice ν-esima dell'unità θ (cfr. n° 9). Tali coppie sono ν; così in a vengono a cadere ν di quelle $\frac{\nu(\nu-1)}{2}$ corde; e queste ν corde corrispondono alla radice θ o θ^{-1}, a seconda che si considerano ciascuna come congiungente i due punti di una coppia presi in un certo ordine oppure nell'ordine inverso. Si dovrà quindi attribuire la multiplicità $\frac{\nu}{2}$ alla corda a considerata su Π e relativamente alla sola radice θ. (Il caso in cui $\theta = \theta^{-1}$ conduce allo stesso risultato, ma per via diversa: alla θ corrisponde una sola coppia di punti che però vien contata due volte). Si ritrova qui incidentalmente la prova nella necessaria coincidenza di corde improprie corrispondenti a diverse radici ν-esime dell'unità (cfr. n° 13).

Un ragionamento analogo si deve ripetere pel caso di una coppia di rami R, $\mathfrak{R}$, osservando però che allora non solo tendono ad a tutte le ν corde che corrispondono ad una stessa θ (n° 15), ma ancora tutti i gruppi di tali ν corde per cui $\theta^{\frac{\bar{\nu}}{N}} = \Theta$ ha uno stesso valore (n° 19 e 22); che inoltre non sussiste più la considerazione che ha dato precedentemente luogo al divisore 2. Così il numero cercato è ora $\frac{\nu\bar{\nu}}{N}$.

Concludiamo *la multiplicità di una corda impropria qualunque differente dalla tangente al ramo o ad uno dei rami della coppia relativamente ad un* S_{n-1} *qualunque per*

essa è $\frac{\nu}{2}$ *o* $\frac{\nu\bar{\nu}}{N}$ *a seconda che essa appartiene ad un ramo d'ordine* ν *o ad una coppia di rami degli ordini* ν *e* $\bar{\nu}$, *indipendentemente dal particolar piano principale cui appartiene e dalla sua particolar posizione in esso.*

33. — Segue tosto che: *gli* S_{n-1} *passanti per una corda impropria diversa dalla tangente e non pel piano principale cui essa appartiene sono tutti o nessuno tangente a* χ *in detta corda.* Inoltre, se la corda è generica nel fascio cui appartiene anche *gli* S_{n-3} *appoggiati alla corda diversi dal centro del fascio sono tutti o nessuno tangenti a* χ *nella corda stessa.* Ora il cono tangente a χ in una corda impropria generica è un piano (di P) (n° 31), non possono quindi essere tangenti a χ nella corda tutti questi S_{n-1} e tutti questi S_{n-3} (n° 25). Adunque *la multiplicità della corda impropria generica a in* χ *è*

$$\text{min.}\left\{(1)-\nu,\ (u)_h-(s)_\kappa,\ \nu\right\}\cdot\frac{1}{2}\quad\text{ovvero}\quad\text{min.}\left\{(2)-\nu,\ (u)_h-(s)_\kappa,\ \nu\right\}\cdot\frac{1}{2}$$

quando a è relativa al solo ramo R, *e a seconda che* $\beta_1 \neq o = 0$;

$$\text{min.}\left\{(1)-\bar{\nu},\ (\upsilon-\omega)\bar{\nu},\ \bar{\nu}\right\}\cdot\frac{\nu}{N}\quad\text{ovvero}\quad\text{min.}\left\{(2)-\bar{\nu},\ (\upsilon-\omega)\bar{\nu},\ \bar{\nu}\right\}\cdot\frac{\nu}{N}$$

quando a è relativa alla coppia di rami R, $\mathfrak{R}$ *aventi la stessa tangente, e a seconda che* $\beta_1 \neq o = 0$;

$$\text{min.}\left\{e-\nu,\ \nu\right\}\cdot\frac{\bar{\nu}}{N}$$

quando a è relativa alla coppia di rami R, $\mathfrak{R}$ *aventi tangenti distinte.*

E possono darsi tre casi relativamente ai piani tangenti a χ *nei punti immagine di tutte le corde improprie di uno stesso piano principale:*

1° *Esiste un solo piano tangente in tutti questi punti (esclusi quelli corrispondenti alle tangenti ai rami e quelli corrispondenti alle eventuali corde improprie speciali); e questo è immagine di una stella di centro* P *in un* S_3 *pel piano principale considerato. Tutti gli* S_{n-1} *per* P *sono tangenti a* χ *in una di tali corde improprie.*

2° *Esiste un solo piano tangente in tutti detti punti (esclusi quelli che corrispondono alle tangenti ai rami); e questo è immagine del piano principale. Tutti gli* S_{n-3} *appoggiati a questo piano sono tangenti a* χ *in una corda impropria. Nessun* S_{n-1} *(per* P*) è tale se non contiene il piano principale.* Si noti che non si sono più escluse le corde improprie speciali; secondo quanto precede esse non hanno nulla di particolare rispetto agli S_{n-1} per esse; *esse hanno quindi in* χ *la multiplicità generica delle corde del piano principale considerato; la loro specialità consiste quindi (in questo caso) in ciò che gli* S_{n-3} *che le incontrano hanno tutti in esse colla* χ *contatto maggiore di quello degli* S_{n-3} *che incontrano una corda impropria non speciale, in questa.*

3° *In tutti i punti considerati (esclusi quelli corrispondenti alle tangenti ai rami e alle corde improprie speciali) il piano tangente a* χ *non giace in* $\mathfrak{G}$. *Questo piano apparterrà a* $\mathfrak{G}$ *solo per punti particolari corrispondenti alle eventuali corde improprie speciali, le quali avranno sempre per* χ *la multiplicità generica delle corde del piano*

principale considerato: il piano tangente ad esse è sempre l'imagine del piano principale. (Lo si prova con considerazioni analoghe a quelle fatte pel caso precedente).

Nel secondo e nel terzo caso i punti speciali sono tali che tutti gli S_{n-3} *per essi, e quindi essi stessi hanno con* χ *contatto maggiore di quello generico dei punti della corda che si considera.*

Si noti che (sempre per la stessa ragione) ogni piano tangente che non giacia in $\mathfrak{G}$ non può segare $\mathfrak{G}$ altrove che nella retta immagine del fascio di corde improprie poichè dovrebbe segarlo secondo un S_1—fascio per l'imagine della corda impropria considerata (la congiungente questo punto con un punto dell'ulteriore intersezione); e ciò, nel caso di curve immerse nello spazio ordinario si traduce nell'altro fatto che in P tutti i piani tangenti a χ lungo l'immagine di un fascio di corde improprie sono contenuti nell'S_3 che sega in $\mathfrak{G}$ le immagini del piano principale e del punto P.

34. — Soltanto per il primo caso non abbiamo parlato della particolarità che presentano in χ le corde improprie speciali e i punti speciali. A differenza degli altri due casi *le corde improprie speciali hanno allora in* χ *multiplicità maggiore di quella generica;* basta a provarlo l'osservazione che in caso contrario, il cono tangente a χ nel punto immagine della corda considerata (e alla falda cui esso appartiene) sarebbe certamente ancora un piano, e dovrebbero intersecarlo secondo rette le immagini di tutti gli S_{n-3} e di tutti gli S_{n-1} per quella corda, il che è impossibile (n° 25).

Per giudicare della multiplicità di tali corde, e ciò in modo analogo a quello che si è fatto or ora per le corde improprie generiche, dimostrerò ora che *il cono tangente a* χ *in una corda impropria qualunque è sempre costituito di piani.*

Infatti sia a la corda che si considera, γ una parte irreduttibile del cono tangente in a (immagine di a in $\mathfrak{G}$) a χ; e si supponga in primo luogo che γ sia contenuto in $\mathfrak{G}$; si operi una trasformazione T (n° 30) corrispondente ad una trasformazione quadratica T tale che l'$\infty^{2(n-2)}$ — complesso delle rette appoggiate a G e a un S_{n-2} F di $O\,G_1$ per O contenga a e non vi sia tangente a χ (n° 25). Per la T χ si trasformi in χ', a in a' (a in a'), γ in γ'; a e a' avranno la stessa multiplicità in χ e χ' (n° 29). Per la T, e quindi per la T, il complesso delle rette appoggiate a G e F si trasforma nell'insieme del complesso delle rette appoggiate all'S_{n-3} f di G' corrispondente ad F e di quello delle rette di O' G' (fattavi astrazione dalle rette di G' e da quelle per O'). Ma il secondo sistema non contiene, in generale (per una scelta generica di G_1) corde di C' e in ogni caso non contiene a'. Quindi la multiplicità di a' rispetto ad f' è uguale a quella di a rispetto al complesso delle rette appoggiate a G e F; f' non è tangente in a' a χ'.

Se ora γ non è l'immagine di un piano, nel qual caso sarebbe un S_2, tutti gli S_{n-1} di Σ per a, in particolare quelli che passano per O, sono tangenti a χ in a; e per la T gli S_{n-1} per O si mutano negli S_{n-1} per O', cosicchè gli S_{n-1} per O' e a' e quindi tutti gli S_{n-1} per a' (n° 32) sono ancora tangenti ad a χ' in a'. γ' è adunque ancora contenuto in $\mathfrak{G}$, e, f' non essendo tangente a χ' in a', non può essere altro che l'S_2 immagine di una stella. Ma γ e γ' sono proiettivamente uguali (n° 29); dunque γ è un S_2.

Sia, in secondo luogo, γ non contenuto in $\mathfrak{G}$, e si supponga dapprima la C immersa in uno spazio ordinario: $\mathfrak{G}$ è allora una quadrica Q di un $S_5 \equiv P$. Si supponga per semplicità che per a passi un solo piano principale; si determini una congruenza il cui S_3 (in P) seghi γ secondo due generatrici distinte. Siano G e F le direttrici della congruenza; si effettui come precedentemente la trasformazione T definita dalla trasformazione quadratica T che ha G come retta fondamentale (n° 30), il punto O su F e G_1 appoggiata a F. La congruenza sarà trasformata nella stella di centro f' (trasformato di F, in G') e in rette di O' G'. Nella stella f' esisteranno quindi due fasci per a' le cui immagini sono le due generatrici di γ' che debbono allora cadere sull'S_2—punto immagine di f' (per la scelta fatta della congruenza). Dei due fasci l'uno può cadere nel piano principale cui appartiene a'; l'altro non, e determina un piano tangente a χ' in a', mentre tali non sono tutti i piani per a' (in particolare quelli per a' e O'). L'ipotesi che γ non sia un piano conduce così a un risultato assurdo.

Il caso che C sia immersa in una S_n si riduce a quello ora trattato proiettando la C da un S_{n-4} generico ed osservando che questa proiezione si interpreta in P con una successione di $n-3$ proiezioni da un S_{n-1} — punto di $\mathfrak{G}$, da un S_{n-2} — punto della proiezione di $\mathfrak{G}$, e così via (n° 24).

Nel caso che per la corda impropria considerata passassero più piani principali il ragionamento mostrerebbe soltanto che l'ordine del cono tangente è uguale al numero di questi piani. Ma il fatto enunciato è ancora vero; però non ha importanza pel seguito, bastandoci di aver stabilito in modo generale che se gli S_{n-1} per una corda impropria vi sono tangenti a χ, il cono tangente in quella corda è un piano.

35. — Imitando i ragionamenti del n° 33 si ha ora che *quando il piano tangente a* χ *nei punti immagine in* $\mathfrak{G}$ *delle corde improprie generiche di un dato piano principale è l'immagine di una stella di centro* P, *contenuta in un* S_3 *pel piano principale considerato* (caso 1° del n° 33) *le eventuali corde improprie di questo piano principale hanno in* χ *multiplicità maggiore di quella delle corde generiche dello stesso piano principale e precisamente la multiplicità*

$$\min. \left\{ \Omega_\vartheta - (s)_\varkappa ,\ \nu \right\} \frac{1}{2}$$

se la corda è relativa a un solo ramo;

$$\min. \left\{ \Omega_\vartheta - \omega\nu ,\ \nu \right\} \frac{\bar{\nu}}{N}$$

se la corda è relativa a due rami aventi la stessa tangente;

$$\min. \left\{ \Omega_\Theta - \frac{\nu\bar{\nu}}{N} ,\ \frac{\nu\bar{\nu}}{N} \right\}$$

se la corda è relativa a due rami aventi tangenti distinte: dove Ω_ϑ e Ω_Θ hanno gli stessi significati che ai n^i 12, 20, 22.

E relativamente ai piani tangenti possono verificarsi nuovamente tre casi: che tale sia l'immagine in $\mathfrak{G}$ *di una stella di* Σ, *ovvero l'immagine di un piano* (che non può

essere altro che il piano principale), *ovvero un piano di* P *non contenuto in* $\mathfrak{C}$, *a seconda che nelle precedenti espressioni della multiplicità della corda il primo termine è minore o maggiore o uguale del secondo.*

La corda avrà un punto speciale soltanto quando esso sia tangente a χ in essa corda; e reciprocamente se esistesse un punto tangente a χ nella corda senza che lo fosse un punto generico, detto punto sarebbe speciale. Se ora si ricordano i risultati dei n^i 12, 20, 22 si vede che *potranno aversi punti speciali soltanto nel 2° caso ora considerato;* d'onde segue che nel primo caso il centro della stella deve essere P (1).

Si può rilevare che il piano tangente in una corda impropria qualunque passa sempre per la retta immagine del fascio di corde improprie. Il fatto è evidente se la corda impropria è generica nel fascio ovvero se si è in uno dei casi 2° e 3° del n° 33; e risulta da quanto or ora si è detto pel 1° e 2° caso del n° pres. Per l'ultimo caso basta fare una trasformazione T che conduca ad una corda impropria di cui un punto diverso da P sia tangente in essa a χ' (cfr. la 2ª trasformazione usata nel n° 34). Allora il piano tangente a χ' è l'immagine del piano principale e passa quindi per la retta immagine del fascio di corde improprie. Ora la T e la sua inversa mutano i fasci di corde improprie di C e di C' relativi al punto P e al punto P' e a determinati rami per essi rispettivamente nel fascio di corde improprie relativi ai rami trasformati (per T e per la sua inversa).

36. — Abbiamo esaurita l'interpretazione geometrica dei fatti principali incontrati nei §§ 2 e 3. Prima di chiudere il presente paragrafo voglio notare che si sarebbe potuto fare molto più vasta applicazione del teorema del § 5: utilizzando convenienti trasformazioni T in modo analogo a quanto si è fatto nel n° 34, si avrebbe potuto determinare analiticamente la multiplicità delle corde improprie riducendola a quella delle corde improprie relative ad un'altra curva rispetto ai loro punti; e si avrebbe anche potuto studiare le varietà tangenti e le multiplicità dei contatti più profondamente di quanto qui si sia fatto. Ma non mi pare opportuno soffermarmi su questo punto che non parmi più di grande interesse.

Nuove ricerche si potrebbero ora presentare nello stesso indirizzo: Si supponga $n > 3$. Da un punto O di un piano principale π relativo ad un punto P di C si proietti la C sopra un S_{n-1}: sia C_1 la proiezione di C, P_1 quella di P: i piani principali di C relativi a P, diversi da π, si proiettano in piani principali di C_1 relativi a P_1; inoltre, corrispondentemente al piano π, compare un nuovo piano principale di C_1 relativo a P_1 (se in π coincidessero più piani principali relativi a P, altrettanti nuovi piani principali si otterrebbero relativamente a P_1). Ogni retta passante per O e per un punto qualunque di questo piano è tale che la corda impropria O P ha, rispetto ad ogni S_{n-3} per essa retta, multiplicità maggiore che rispetto ad un S_{n-3} generico per O. Per ogni piano principale relativo a P si ha così una varietà ∞^4 di

(1) Segue pure una dimostrazione del fatto che il cono tangente in una corda impropria è sempre costituito da piani, in cui si suppone solo più che questa non sia tangente ai rami di C di cui si tratta. Di fatto la seconda trasformazione del n° 34 dà luogo ad una corda impropria a cui il punto f' è tangente. Per quanto precede il cono γ' tangente a questa corda è costituito dai piani principali passanti per essa; anche γ è quindi costituito da piani.

rette che si può proporre di studiare come si è fatto pei piani principali; si otterranno così in essa varietà di minor dimensione *speciali* di cui si potranno cercare le condizioni d'esistenza e l'interpretazione geometrica.

Nello stesso modo si potrà, considerando la proiezione di C da una di queste rette, studiare la varietà ∞^6 di piani tali che la corda impropria appoggiata ad uno di essi, abbia, rispetto ad ogni S_{n-3} per questo, multiplicità maggiore che rispetto ad un S_{n-3} generico per qualunque sua retta (appoggiata a quella corda); — e così via. E si noti che si dovrà studiare a parte il caso che la corda impropria (P O) sia tangente in P ai rami di C rispetto a cui è piano principale il piano π.

Io non mi soffermerò su questa ricerca, limitandomi ad osservare che:

1° Queste varietà sono rappresentate in $\mathfrak{G}$ dalle varietà tangenti e osculatrici dei diversi ordini a χ nei punti immagini delle corde improprie.

2° Dai teoremi dei §§ 2 e 3 si ottiene, per mezzo di proiezioni, il seguente relativo alle nuove varietà:

La varietà ∞^4 di rette corrispondenti ad un piano principale è interamente contenuta in un S_4 (per il piano principale stesso). Essa è costituita di ∞^2 stelle (di S_3) di rette aventi i loro centri sul piano principale. Fra queste, tutte quelle i cui centri stanno su una stessa corda impropria non speciale costituiscono un complesso lineare speciale (in S_3) avente per asse questa retta: lo stesso avviene quando la corda è speciale e contiene un punto speciale, eccezion fatta per la stella che ha per centro questo punto che non appartiene necessariamente al complesso. Possono poi esistere varietà SPECIALI *∞^3 di rette, contenute in questa ∞^4 (una sola se non si considerano corde improprie relative ad una coppia di rami a tangenti distinte); una tal varietà è sempre contenuta in un S_3 per il piano principale; analogamente possono esistere varietà minori più specializzate costituite dalle rette di un piano per una corda impropria oppure da una stella avente il centro su una corda impropria, da un fascio di rette in quel piano, avente il centro sulla corda impropria, oppure da un fascio della stella, infine da una retta in questo fascio. In ogni caso una varietà speciale è contenuta in una varietà speciale di dimensione maggiore di una unità e l'esistenza della prima conduce seco quella della seconda.*

Del tutto analogo enunciato vale per la varietà ∞^6 di S_2, ...

Io mi volgerò ora a connettere lo studio delle corde improprie con quello delle singolarità delle curve algebriche. È noto (1) che un punto singolare qualunque di una curva algebrica si può considerare come trasformato, per una conveniente trasformazione Cremoniana dello spazio cui la curva appartiene, di uno o più punti di un'altra curva algebrica (di cui la prima è trasformata per quella trasformazione); è noto pure che ogni curva algebrica si può riguardare come proiezione di una conveniente curva algebrica di uno spazio superiore, priva di singolarità puntuali. D'altra parte non esistono corde improprie relative a punti semplici; si pone così la domanda sulla generazione di queste corde con quella dei punti singolari. Io mi occuperò di questa ricerca, la quale getterà nuova luce sui fatti stessi già incontrati.

(1) Cfr. il seguito.

§ 7. — *Risoluzione dei punti singolari di una curva algebrica* (1). *Un'applicazione della nozione di corde improprie.*

37. — Una curva algebrica C d'ordine m di $S_n = \Sigma$ abbia il punto P multiplo secondo s. Si assuma P come punto fondamentale di una trasformazione quadratica e si disponga della $M^2_{n-2} \equiv \Gamma$ fondamentale della trasformazione in modo che non incontri nessuna tangente in P a C nè la curva C stessa (necessariamente l'S_{n-1} di Γ non passi inoltre per P). Nello spazio trasformato Σ' siano O' il punto fondamentale isolato della trasformazione, Γ' la M^2_{n-2} fondamentale, E' l'S_{n-1} di Γ'; infine sia C' la trasformata di C; C' sarà d'ordine $2m - s$ e segherà E' fuori di Γ' in uno o più punti $P'_1, P'_2, \ldots$ trasformati di P (corrispondendo un punto ad ogni tangente — distinta — di C in P). All'infuori di questi C' non avrà altri punti multipli, fuori di O' e Γ' che i trasformati dei punti multipli di C, colle stesse multiplicità; infine avrà O' m-plo a tangenti distinte se si fa in modo che l'S_{n-1} di Γ seghi C in m punti distinti, e avrà $2(m-s)$ punti su Γ', semplici se si fa in modo che su nessuna generatrice del cono γ che proietta Γ da P stiano due punti di C, e in questi punti C' non è tangente a E' (Notoriamente se $n = 2$ l'ultima condizione imposta a Γ non si può soddisfare, ma allora i $2(m-s)$ punti di C' su Γ' si raccolgono in due punti $(m-s)$pli ordinari — nei due punti di cui si compone Γ'). Segue che E' interseca C' fuori di Γ', cioè nei punti $P'_1, P'_2, \ldots$ s volte. Quindi la somma delle multiplicità di questi punti è $\leq s$: e se i punti sono più di uno, o, pur essendo uno solo ha multiplicità $< s$ la singolarità di P è abbassata. In ogni caso su questi punti trasformati di P (o meglio su quelli fra essi che sono multipli) si operi come si è detto per P, e così si prosegua. Risulterà dal seguito che, dopo un numero finito di trasformazioni, si ottengono solo più punti trasformati di P, semplici.

38. — Sia h il numero delle corde di C appoggiate ad un S_{n-3} generico. Il sistema ∞^1 delle corde appoggiate ad un S_{n-2} costituisce, come luogo di punti, una

---

(1) La possibilità di risolvere in punti semplici i punti singolari di una curva algebrica piana con trasformazioni Cremoniane, è stata provata dal sig. Noether in lavori ormai classici. Furono date in seguito altre dimostrazioni che è qui inutile ricordare. Per le curve gobbe (in S_3) e riducendosi sempre all'uso di trasformazioni Cremoniane si deve ricordare una dimostrazione del sig. Del Pezzo (*Intorno ai punti singolari delle superficie algebriche*, " Rend. Circ. Mat. Palermo „, VI, 1894, p. 144-145), quella del sig. Pannelli, *Sulla riduzione delle singolarità di una curva gobba*, " Rend. Ist. Lombardo „, (2), 26, 1893, p. 216), quella del prof. Segre (*Sulla scomposizione dei punti singolari di una superficie algebrica*, " Annali di Mat. „, (2), 25, 1896, p. 9) e una mia (*Sulla riduzione delle singolarità puntuali delle superficie algebriche dello spazio ordinario per trasformazioni quadratiche*, " Annali di Mat. „, (2), 26, 1897). Per le curve degli spazi superiori non conosco alcuna dimostrazione; ma quelle ricordate per le curve del nostro spazio si estendono facilmente anche ad esse; onde non m'indurrei a presentare ora una nuova dimostrazione (valida appunto per le curve immerse in uno spazio qualunque), se non mi paresse di qualche interesse la formola cui essa conduce pel primo rango della curva.

M_2 dell'ordine $h + \frac{m(m-1)}{2}$ (1): il numero delle corde appoggiate ad un S_{n-2} e a una M^2_{n-2} (cioè l'ordine della varietà M_2 generata dalle corde appoggiate alla M^2_{n-2}) è quindi $2h + m(m-1)$, e il numero delle corde appoggiate a due M^2_{n-2} è $4h + 2m(m-1)$. D'altra parte la varietà χ delle corde di C costituisce, come insieme di punti di Σ, una M_3 d'ordine h, onde ad ogni M^2_{n-3} si appoggiano $2h$ corde di C; se dunque due M^2_{n-2} hanno comune una M^2_{n-3}, il numero delle corde di C che si appoggiano ad entrambe e non a questa M^2_{n-3} è

$$2[h + m(m-1)] = 2K.$$

Si assoggetti la curva C alla trasformazione quadratica considerata nel n° prec. Sia H una M^2_{n-2} appoggiata a Γ secondo una M^2_{n-3}, non passante per P e tale che nessuna delle 2K corde di C appoggiate in punti distinti a H e Γ passi per un punto d'intersezione di C e γ o di H e γ, e tale che l'S_{n-2} che contiene la M^2_{n-3} comune a γ e H fuori di Γ non incontri alcuna tangente a C in P. Le 2K corde nominate sono trasformate dalla corrispondenza quadratica nelle corde di C' appoggiate a H' (trasformata di H) e a Γ' e non passanti nè per punti della M^2_{n-3} comune a H' e Γ', nè per punti comuni a C' e Γ'.

Sia ora h' il numero delle corde di C' appoggiate ad un S_{n-3}. Il numero delle corde appoggiate in punti distinti a Γ' e H' è

$$2K' = 2[h' + (2m - s)(2m - s - 1)]$$

(Il ragionamento che conduce alla determinazione di 2K mostra che si debbono contare in questo numero le eventuali corde appoggiate alla M^2_{n-3} comune alle due M^2_{n-2} e in un altro punto ad una di queste M^2_{n-2}).

Ci proponiamo di calcolare la differenza $K' - K$. Il numero 2K' si compone evidentemente di tre parti:

1° Il numero delle corde appoggiate a Γ' e a H', e a C' in punti non appartenenti a Γ', nè giacenti in E'; sono le trasformate delle corde di C appoggiate a Γ e a H; questo numero è quindi 2K;

2° Il numero delle corde appoggiate a Γ' e a H', e a C' in punti di cui uno sta su Γ'; queste corde non hanno corrispondenti in Σ: precisamente corrispondono alle rette appoggiate a Γ, a H, a C, e a una generatrice di γ, per un punto di C. Essendo le varietà fondamentali della trasformazione scelte in posizione convenientemente generica, per ognuno dei $2(m-s)$ punti di C' su Γ' passano $2(2m-s-1)$ di tali corde. Il numero qui considerato è quindi $4(m-s)(2m-s-1)$.

3° Il numero delle eventuali corde improprie di C' relative ai punti $P'_1, P'_2, \ldots$ appoggiate, in punti distinti, a Γ' e a H'. Si noti che H' è una M^2_{n-2} arbitraria (generica), appoggiata a Γ' secondo una M^2_{n-3}; quindi non esistono le corde improprie qui nominate se non quando almeno un piano principale di C' relativo ai punti $P'_1, P'_2, \ldots$

(1) Per le curve dello spazio ordinario cfr. ZEUTHEN, *Sur les singularités ordinaires d'une courbe gauche et d'une surface développable*, " Ann. di Mat. „ (2), 3.

sta in E'; ma reciprocamente ogni piano principale di C' in E' è incontrato in due punti da una M^2_{n-3} generica di Γ' (la $M^2_{n-3} \equiv \Gamma' H'_r$), e questi determinano due corde improprie in quel piano principale le quali incontrano, ciascuna, una seconda volta Γ' fuori di detta M^2_{n-3}. Ciascuna di queste corde conta quindi nella parte di 2K' che qui si considera, e entrambe contano uno stesso numero i di volte, poichè la M^2_{n-3} è generica in Γ' (1). La 3ª parte di 2K è quindi $2\sum i$, essendo la somma $\sum$ estesa a tutti i piani principali di C' in E'.

Adunque

$$2K' = 2K + 2\sum i + 4(m-s)(2m-s-1).$$

Ma si è trovato $K = h + m(m-1)$ e $K' = h' + (2m-s)(2m-s-1)$.

Sostituendo nella precedente relazione, dopo aver diviso i due membri per 2 si ha dunque:

$$h' = h + (m-s)(m-s-1) + \sum i. \tag{1}$$

39. — Sia ora r_1 il primo rango (2) di C, r'_1 quello di C'. Il numero delle tangenti a C appoggiate a Γ è $2r_1$; queste tangenti stanno tutte fuori di E e di τ, e, se Γ è scelto con sufficiente generalità, sono pure fuori di τ i loro punti di contatto (fuori di E lo sono necessariamente). La trasformazione le muta nelle tangenti di C' in punti non appartenenti a E', appoggiate a Γ'. Per ottenere le $2r'_1$ tangenti di C' appoggiate a Γ' si deve aggiungere le $2(m-s)$ tangenti nei punti comuni a C' e Γ' contate ciascuna due volte (3) e le tangenti a C' nei punti $P'_1, P'_2, \ldots$ contenute in E'; sia $2t$ la multiplicità di una di queste tangenti fra le tangenti di C' appoggiate a Γ' (4). Sarà dunque

$$r'_1 = r_1 + 2(m-s) + \sum t. \tag{2}$$

Ciò posto, se si proietta C da un S_{n-3} generico di Σ su un piano si ottiene una curva di ordine m e classe r_1 e per cui sono punti doppi le intersezioni del piano cogli h S_{n-2} proiettanti che contengono una corda di C; dunque

$$r_1 \leq m(m-1) - 2h = \rho_1. \tag{α}$$

Analogamente

$$r'_1 \leq (2m-s)(2m-s-1) - 2h' - m(m-1) \tag{α'}$$

(poichè C' ha O' come punto m-plo); ossia, per le (1) e (2),

$$r_1 \leq m(m-1) - 2h - s(s-1) - \sum t - 2\sum i = \rho_2 \tag{β}$$

Si ha

$$\rho_1 - \rho_2 = s(s-1) + \sum t + 2\sum i. \tag{3}$$

---

(1) Ritornerò tosto sul numero i (n° 42).

(2) Numero delle tangenti appoggiate ad un S_{n-2}.

(3) Poichè C' è curva cuspidale della propria sviluppabile osculatrice.

(4) Anche sul numero t ritornerò tosto (n° 41).

Sia s_h la multiplicità di P'_h; si assoggetti P'_h ad una trasformazione analoga a quella effettuata su P e siano $\sum t_h$ e $\sum i_h$ i numeri analoghi a $\sum t$, $\sum i$; sia inoltre ρ' l'analogo di ρ_2; sarà

$$\rho' \geq r_1 \qquad (\gamma)$$

$$\rho_2 - \rho' = s_h(s_h - 1) + \sum t_h + 2 \sum i_h$$

$$\rho_1 - \rho' = s(s-1) + s_h(s_h - 1) + \sum t + \sum t_h + 2 \sum i + 2 \sum i_h.$$

Proseguendo nelle operazioni si ha così dopo k trasformazioni.

$$\rho_1 - \rho'^{(k)} = \Sigma\, s(s-1) + \Sigma t + 2\,\Sigma i \qquad (4)$$

ove le somme Σ sono estese a tutti i numeri analoghi rispettivamente a s, t, i che si ottengono nelle k trasformazioni; inoltre sempre

$$\rho^{(k)} \geq r_1 > 0$$

onde

$$\rho_1 - \rho^{(k)} < \rho_1.$$

I numeri t, i sono tutti positivi o nulli; e i numeri $s(s-1)$ sono tutti > 0 finchè si considerano punti trasformati di P multipli per la curva cui appartengono: finchè si ottengono tali trasformati multipli la differenza $\rho_1 - \rho^{(k)}$ va quindi crescendo (per numeri interi); ma essa ha per limite superiore il numero finito ρ_1 ((α)). Adunque dopo un numero finito di trasformazioni il punto P dovrà essersi sciolto in punti tutti semplici.

40. — Essendo finito il numero dei punti multipli di C si può così, con un numero finito di trasformazioni, ridurla ad una curva in cui ai punti multipli di C corrispondono solo punti semplici; in cui inoltre compariranno solo punti multipli ordinari. Allora, nella corrispondente relazione analoga alle (α) (β) (γ) si deve scegliere il segno $=$; quindi, analogamente alla (β),

$$r_1 = m(m-1) - \Sigma\, s(s-1) - 2h - \Sigma t - 2\,\Sigma i : \qquad (5)$$

formola del primo rango per le curve a singolarità superiori (che tosto modificherò ancora leggermente) (1).

41. — Passerò ora all'ulteriore analisi dei numeri t e i. r'_1 è il numero dei punti d'intersezione di Γ' colla sviluppabile delle tangenti a C', od anche il numero dei punti d'intersezione di Γ' coll'intersezione di questa sviluppabile con E'. Questa

(1) La precedente dimostrazione e la formula (5) che se ne è dedotta sono valide qualunque sia la dimensione di Σ; soltanto pel caso del piano non avrà più senso il numero h che si dovrà assumere $= 0$; non hanno allora luogo i ragionamenti del n° 38 e la dimostrazione diviene l'interpretazione geometrica di quello del sig. Noether, " Math. Ann. „, 9.

curva si compone dell'insieme delle tangenti di C' in E' (tangenti tutte nei punti $P'_1, P'_2, \ldots$) e di una curva σ' (passante per $P'_1, P'_2, \ldots$); ora è facile vedere che, se si sceglie Γ in modo che non seghi le possibili tangenti a C appoggiate all'intersezione di τ coi piani osculatori a C in P (che inoltre non seghi, come già si è supposto, le tangenti a C in P), Γ' non passa per punti comuni a σ' e alle dette tangenti in $P'_1, P'_2, \ldots$ Ciascuna di queste tangenti è poi incontrata *due* volte da Γ'; quindi il numero t relativo ad essa è il numero delle volte che essa conta fra le tangenti di C' appoggiate ad un S_{n-2} generico di E'. Di qui facilmente

$$\S t = s - \S s_h$$

essendo la seconda somma $\S$ estesa a tutti i punti P'_h (1). Analoghe espressioni si hanno per $\S t_h, \ldots$ ($\S t_h = s_h - \S s_{hk}, \ldots$); quindi se N_P è il numero dei rami di C per P, la parte di Σt relativa al punto P (nella formola (5)) è

$$s - N_P$$

poichè gli N_P ultimi trasformati di P sono tutti punti semplici. Se infine si indicano con $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_P$ gli ordini degli N_P rami per P, $s = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_P$; quindi

$$s - N_P = \Sigma(\nu - 1)$$

ove la Σ è estesa a tutti i rami per P. Lo stesso ripetendo per ogni punto multiplo di C si ha infine

$$\Sigma t = \Sigma (\nu - 1)$$

la seconda Σ essendo estesa a tutti i rami superlineari di C. La (5) si muta così nella formola pel primo rango (2).

$$r_1 = m(m-1) - 2h - \Sigma s(s-1) - \Sigma(\nu - 1) - 2\Sigma i.$$

42. — Passiamo all'analisi dei numeri i —. La rigata Λ' delle corde di C' appoggiate a Γ' è costituita dall'insieme dei piani principali di C' cadenti in E' e di una rigata λ' non contenuta in E', segante E' secondo una curva contenuta in Γ' e secondo rette. Il numero $2K'$ è uguale al numero delle intersezioni di H' con Λ' diminuito del numero di tali intersezioni che corrispondono a corde (generatrici di Λ'), incontranti H' e Γ' nello stesso punto. Si può sempre supporre scelto H' con tale

(1) Infatti se si proietta C' da un S_{n-3} generico di E' su un piano si ottiene una curva per cui le proiezioni dei punti P'_h sono punti di multiplicità rispettive s_h e la proiezione delle tangenti a C' in E' è un'unica tangente alla curva proiezione in questi punti. Questa retta incontra la curva in questi punti s volte (numero delle intersezioni di E' e C' in $P'_1, P'_2, \ldots$), quindi la sua multiplicità come tangente è precisamente $s - S s_h$.

(2) Questa formola mostra che $\Sigma s(s-1) < m(m-1)$ e dà il significato geometrico della differenza fra i due membri.

generalità che nel suo S_{n-1} non cadano generatrici di Λ' e che non incontri Γ' in punti appartenenti a generatrici di λ' in E', e non sia tangente a λ' in punti appartenenti a E'. Allora $2K'$ è il numero delle intersezioni di H' con λ' fuori di E' aumentato della metà del numero delle intersezioni di H' coi piani principali di C' in E' contati colle loro multiplicità in Λ'. Questa seconda parte è la $2\sum i$. Ogni piano principale essendo incontrato da H' in due punti, e H' non essendo tangente ad esso, il numero i relativo a un tal piano è adunque uguale alla metà della multiplicità del piano in Λ'.

Segando ora Λ' con un S_{n-2} qualunque di E' si vede che detta multiplicità è doppia di quella del piano stesso nella rigata delle corde di C' appoggiate a un tal S_{n-2}. Questa multiplicità si può calcolare segando la nuova rigata con un S_{n-2} qualunque, in particolare appoggiato al precedente secondo un S_{n-3}; quindi *i è la multiplicità di una corda impropria generica del piano principale cui essa appartiene fra le corde appoggiate ad un* S_{n-3} *generico di* E' (che la incontri). La condizione che a prima vista apparirebbe che l'S_{n-3} passi per un punto d'intersezione della corda impropria con Γ' è superflua in seguito al n° 36.

§ 8. — *Generazione delle corde improprie per mezzo delle trasformazioni quadratiche.*

43. — Nel § prec. abbiamo sempre supposto H e H' in posizioni generiche (segando esse sempre Γ e Γ' risp. secondo M^3_{n-3}); in particolare non esistevano corde improprie relative a P appoggiate ad H ed a Γ. Se ora si suppone che H assuma posizioni particolari — in particolare che venga ad appoggiarsi a corde improprie relative a P incontranti Γ —, ne risulterà una riduzione nel numero delle corde proprie di C appoggiate a H e Γ in punti distinti e conseguentemente una riduzione nel numero delle corde proprie di C' appoggiate a H' e Γ' in punti distinti; ma, pur conservando l'ipotesi ora fatta su H, lo si può mutare in modo che a H' e Γ' non si appoggino corde improprie di C' relative a punti non appartenenti a E' (cioè non trasformati di P') [1]; la detta riduzione va dunque attribuita ad un aumento della multiplicità delle corde di C' giacenti in E' fra le corde appoggiate a H' e Γ' in punti distinti. Otteniamo così un nuovo mezzo (sintetico) per lo studio delle corde improprie e la prova stessa della loro esistenza: la loro generazione per trasformazioni. Farò breve cenno di ciò in questo §.

44. — Semplificherò i ragionamenti supponendo Γ spezzato in due S_{n-2} di E: G, G_1 (cfr. n° 30); Γ', sarà analogamente spezzato in due S_{n-2} di E': G', G'_1. Si può allora assumere anche H spezzato in due S_{n-2} F, F_1 appoggiati rispettivamente a G_1 e a G secondo S_{n-3}. Analogamente H' si spezzerà in due S_{n-2} F', F'_1 appoggiati secondo S_{n-3} rispettivamente a G'_1 e a G'. Il numero K è allora uguale al numero delle corde

[1] Basta perciò che non si appoggino a H e Γ corde improprie di C relative a punti diversi da P (cfr. § 5), nè le corde (proprie) giacenti in E.

di C appoggiate a F e G aumentato di $m(m-1)$; analogamente K' è uguale al numero delle corde di C' appoggiate ad F' e G' aumentato di $(2m-s)(2m-s-1)$. Per lo studio dei numeri i si può adunque sostituire all'insieme delle corde appoggiate a H e Γ quello delle corde appoggiate a F e G (e il corrispondente insieme delle corde appoggiate a F' e G'). Indicherò con μ' la rigata delle corde di C' appoggiate a G', fatta astrazione dai piani principali di C' relativi ai punti $P'_1, P'_2 \ldots$ e dai coni di corde (non trisecanti) aventi i vertici nei punti di C' su Γ'. Questa rigata è segata da E' secondo una curva giacente in G' e secondo un sistema di corde proprie o improprie relative ai punti $P'_1, P'_2, \ldots$ e alle coppie di essi.

Se ora F' è in posizione generica, non incontra alcuna di queste corde, e quindi l'ordine di μ' è uguale al numero delle corde proprie di C appoggiate a F e a G; ma se F' viene a incontrare qualcuna di queste corde (e supporrò sempre che ciò non avvenga perchè le incontri in punti di G') detto numero subisce una riduzione.

Sia α' la corda appartenente a μ' e a E' a cui si appoggia F'; A' il punto $F'\alpha'$, e a la retta per P (in PG) corrispondente; sia inoltre θ il numero delle intersezioni di F' e μ' cadenti in A', quando F' è generico per A', cioè la multiplicità di A' in μ'. Fra le intersezioni di F colla rigata μ delle corde di C appoggiate in G, θ cadranno nel punto Fa. Ma il numero delle corde di C in PG è finito, per cui quando F', e quindi F, è generico, pel punto Fa non passano corde proprie di C in PG. Dunque la retta a stessa è corda (corda impropria relativa a P) di C, di multiplicità θ (1).

Quando una corda di C' in E' sarà una α'? Facilmente si vede in tre casi: 1° quando è corda propria in quanto congiunge due dei punti $P'_1, P'_2, \ldots$; 2° quando è corda impropria relativa ad uno di questi punti ed appartiene ad un piano principale non contenuto in E'; 3° quando è corda impropria relativa ad uno di detti punti, ed appartiene ad un piano principale contenuto in E', ma rispetto a un S_{n-3} generico (e basterebbe ad uno particolare) per A' in E' ha multiplicità maggiore di quella di un'altra corda impropria dello stesso piano principale rispetto ad un S_{n-3} generico di E' che la incontri (se il piano principale è relativo a un ramo solo la tangente al ramo è sempre una tal corda impropria). Nei primi due casi θ è la multiplicità della corda; nell'ultimo è $<$ alla differenza fra la multiplicità della corda rispetto ad un S_{n-3} generico di E' che la incontri e quella di una corda generica dello stesso piano principale rispetto ad un S_{n-3} di E' che la incontri.

Noi sappiamo che nell'ultimo caso la corda ha multiplicità maggiore della generica anche rispetto ad ogni S_{n-3} di E' che la incontri; d'altronde l'interpretazione di α' come retta di μ' ne dà una facile prova sintetica. D'altra parte la sua interpretazione come corda di multiplicità maggiore della generica rispetto a un S_{n-3} di E' che la incontri mostra che α' appartiene pure alla rigata analoga che si ottiene sostituendo a G' in altro S_{n-2} qualunque di E', in particolare G'_1.

---

(1) Infatti G sega in un solo punto il piano principale cui appartiene a (piano di a e di una tangente a C in P); quindi il complesso speciale appoggiato a G non è tangente alla varietà delle corde di C; se F è generico, il complesso $(\infty^{2(n-2)})$ appoggiato a G e a F non è quindi nemmeno tangente a questa varietà. Che ogni corda impropria appartenga ad un piano principale sarà tosto ritrovato.

Ciò posto, si trasformi la C or ora ottenuta da C', con una trasformazione quadratica avente P come punto fondamentale, la M^2_{n-2} fondamentale degenere costituita di G_1 e di un S_{n-2} G_2 diverso da G (e appoggiato a G_1 secondo un S_{n-3})., e il cono fondamentale non tangente a C in P. Sia C'' la trasformata di C; essa sarà trasformata di C' per una trasformazione birazionale per cui $P'_1, P'_2, \ldots$ e i punti corrispondenti di C'' non appartengono alle Jacobiane dei rispettivi spazi.

Facilmente si vede che tale trasformazione definisce una trasformazione T dello spazio di rette contenuto nello spazio di C' in quello contenuto nello spazio di C'' (§ 5) per cui alle corde di C' corispondono quelle di C'' e alle corde di C' in E' quelle di C'' nell'analogo S_{n-1} E''. La varietà delle corde di C' appoggiate a G'_1 si trasforma nella varietà delle corde di C'' appoggiate all'omologo G''_1 e le rette omologhe vi hanno la stessa multiplicità; la retta α'' di E'' (corda propria o impropria di C'' relativa a uno o a due dei trasformati di $P'_1, P'_2, \ldots$) appartiene quindi alla rigata delle corde di C'' appoggiate a G''_1 da cui si sono detratti i piani principali di C'' in E''. Essa apparterrà quindi anche all'analoga rigata relativa a G''_2; onde sull'S_{n-1} PG_2 giace una corda impropria di C relativa a P; essa è l'intersezione di PG_2 coll'unico piano che corrisponde, nelle due trasformazioni che mutano C in C' e in C'' ai piani $O'\alpha'$, $O''\alpha''$ (O' e O'' essendo i punti fondamentali degli spazi di C' e C''). Si ritrova così sinteticamente che *ogni corda impropria a di* C *relativa al punto singolare* P *appartiene ad un fascio di corde improprie il quale contiene almeno una tangente di* C *in* P (poichè α' passa per almeno uno dei punti $P'_1, P'_2, \ldots$).

45. — Io mi limito a questo abbozzo della determinazione, per trasformazioni, delle corde improprie di una curva e chiudo il presente § coll'osservazione seguente: Si sono distinte (§ 1) le corde improprie di una curva C relative a un punto P in corde improprie relative ai singoli rami e alle singole coppie di rami di C per P. La deduzione per trasformazioni si presta facilmente alla scissione delle varie specie di corde improprie per via sintetica. Di fatto con un numero finito di trasformazioni si trasformano i rami di C di origine P in altrettanti rami aventi le origini distinte. D'altra parte si è visto or ora che ogni fascio di corde improprie di C *deriva* da una corda propria od impropria di C'; e, se questa corda è impropria, essa e il piano principale cui appartiene *derivano* da una corda propria o impropria della curva trasformata di C' analoga alla C' rispetto alla C; e così via: adunque si può dire che un fascio di corde improprie relativo a P deriva da una corda impropria relativa a un unico ramo trasformato di un ramo per P, la cui origine non sia origine di altri rami della corrispondente trasformata di C, ovvero deriva da una corda propria congiungente le origini di due tali rami; nel primo caso il fascio sarà relativo al ramo di cui il suddetto è trasformato, nel secondo sarà relativo alla coppia di rami di cui la sunnominata è trasformata. Facilmente si vede che questa distinzione coincide con quella del § 1 se si ricorre a trasformazioni quadratiche a M^2_{n-2} scomposta in due S_{n-2} incontrantisi, per la prima, sul piano del fascio (senza contenerne una retta), e per le successive, aventi in comune l'S_{n-3} trasformato del primo e si osserva: 1° che ad ogni trasformazione quadratica corrisponde una trasformazione quadratica dell'iperstella di centro l'S_{n-3} comune ai due S_{n-2} fondamentali; 2° che basta effettuare le trasformazioni finchè l'ultima corda ottenuta da cui il fascio deriva

sia propria oppure tangente ad uno dei rami a cui essa è relativa, poichè la tangente a un ramo è sempre corda impropria relativa al ramo e a tutte le coppie costituite da esso e dai rami di ugual origine; e se infine si ricorda come si possa fare sinteticamente la scomposizione dell'abbassamento prodotto da una singolarità di una curva piana sulla sua classe in parti relative ai singoli rami e alle singole coppie di rami (NOETHER, *Les combinaisons caractéristiques dans la transformation d'un point singulier.* " Rend. Circ. Mat. Palermo „, t. IV, 1890, p. 89-108).

Quando P si è trasformato in un gruppo di punti semplici, si può dire che i fasci di corde improprie relativi ai singoli rami per P derivano tutti dalle tangenti ai rami trasformati (nelle loro origini) e quelli relativi alle coppie di rami dalle corde congiungenti le coppie di punti del gruppo.

§ 9. — *Generazione delle corde improprie per mezzo della proiezione.*

46. — Dirò poche parole intorno alla generazione delle corde improprie per mezzo della proiezione.

Quando si proietta da un punto O di S_{n+1} una curva C dello stesso spazio in una curva C di un S_n, la varietà delle corde di C si proietta (se $n \geq 3$, il che noi supponiamo verificato) nella varietà delle corde di C, corrispondendosi biunivocamente (in generale) le rette delle due varietà. In particolare, se O non si trova su una corda di C, ogni corda impropria di C corrisponde a una corda impropria di C. Ma si supponga O sopra una corda p (propria o impropria o tangente) di C e si consideri il cono tangente T in O alla varietà M_3 (luogo di punti) di S_{n+1} costituita dalle corde di C. Sia P l'intersezione di p coll'S_n (e sarà punto di C), T l'intersezione di T coll'S_n: ogni punto di T apparterrà alla proiezione della varietà delle corde di C da O; apparterrà cioè alla varietà delle corde di C: ogni retta appoggiata a T e passante per P sarà corda impropria di C. Di qui segue in primo luogo che T è costituita di rette per P (cfr. § 1); ma di più si otterrà ricorrendo alle proprietà della M_3 delle corde di C. Si osservi di fatto che il cono tangente a questa M_3 in un suo punto qualunque è sempre costituito di S_3 [1]. Ciascuno di questi S_3 è tan-

---

[1] *Il cono tangente ad una* M_r *di* M_n $(r < n)$ *rigata in un suo punto qualunque è sempre costituito di* S_r. Per provare questo teorema basta farlo pel caso che $r = n - 1$; di fatto con una proiezione possiamo sempre ridurci a questo caso. Orbene, si consideri dapprima una rigata L nello spazio ordinario; essa si rappresenta nella corrispondente $\mathfrak{G}$ in una curva $\mathfrak{l}$; ad una generatrice a di L corrisponde un punto $\mathfrak{A}$ di $\mathfrak{l}$. Sia $\mathfrak{t}$ la tangente a un determinato ramo di $\mathfrak{l}$ in $\mathfrak{A}$. Le tangenti a L in punti di a e alla falda corrispondente a questo ramo sono assi di complessi speciali rappresentati in P da S_4 tangenti a $\mathfrak{G}$ e passanti per $\mathfrak{t}$. Se $\mathfrak{t}$ non è contenuta in $\mathfrak{G}$ il luogo dei punti di contatto di questi S_4 è un cono quadrico di vertice $\mathfrak{A}$. Così l'imagine in $\mathfrak{G}$ del sistema delle tangenti a L in punti di a e alla detta falda è un cono quadrico di vertice $\mathfrak{A}$. Questo cono è segato in una e una sola generatrice da ogni piano imagine di un punto di a; onde risulta l'asserto. Se $\mathfrak{t}$ è contenuta in $\mathfrak{G}$ il suddetto cono quadrico si spezza nei due piani di $\mathfrak{G}$ per $\mathfrak{t}$. Quello imagine di un piano, toltane la $\mathfrak{t}$, è l'imagine dell'insieme delle tangenti di L nei punti di a diversi da quello di cui è imagine l'altro piano di $\mathfrak{G}$ per $\mathfrak{t}$ (a è generatrice di sviluppabile); le tangenti a L in questo punto sono poi rappresentate da una retta di questo secondo piano, per $\mathfrak{A}$, intersezione del piano stesso

gente ad una o più falde di M_3 e può corrispondentemente dirsi relativo ai rami e alle coppie di rami di C corrispondenti a queste; e dovrà passare pei piani determinati da p e dalle tangenti a C, ovvero osculatori a C nelle origini di tali rami (piani tangenti o osculatori a seconda che p non è o è tangente in quei punti a C). Infatti tali piani sono tangenti in O ai coni di corde di C aventi quei punti d'intersezione o di contatto come vertici. La varietà T delle corde improprie di C relative a P generate dalla proiezione è adunque un insieme di fasci di centro P, relativo ciascuno a uno o più rami o coppie di rami di C per P, ed a cui appartengono le tangenti a questi rami.

Su ogni S_3 tangente a M_3 in O potranno poi esistere S_2 e S_1 per O aventi in O colla M_3 contatto maggiore di quello generico (osculatori alla M_3): quindi la possibilità delle corde improprie speciali e dei punti speciali in T; e si noti che i detti S_2 e S_1 esistono certamente se $n+1=4$; quindi per le curve di S_3 la non esistenza degli elementi speciali deve interpretarsi nel venir essi a coincidere colle tangenti in P a C e col punto P.

47. — Una curva di uno spazio qualunque può sempre considerarsi come proiezione di una curva d'uno spazio superiore priva di punti multipli da un conveniente spazio [1]: questa proiezione può sempre effettuarsi per mezzo di una successione di proiezioni da un punto. Le considerazioni del n° precedente mostrano quindi come, nelle successive proiezioni, si generino i piani principali, le corde improprie speciali, i punti speciali.

§ 10. — *Considerazioni sui fatti duali.*

48. — Le cose trovate per la curva luogo di punti si trasportano evidentemente sulla curva inviluppo delle sue tangenti, dei suoi piani osculatori, ecc. Poco voglio io dire a questo riguardo, e mi limiterò, per semplicità, alle curve dello spazio ordinario.

---

con l'S_4 polare rispetto a $\mathfrak{G}$ di un punto dell'S_2 osculatore a l o dell'S_3 superosculatore a l (se detto S_2 coincide coll'S_2 — punto suddetto) in $\mathfrak{A}$.

Ancora ogni S_2 — punto per $\mathfrak{A}$ sega la varietà imagine delle tangenti a L in punti di a secondo *una* retta per $\mathfrak{A}$.

Il teorema si trasporta per proiezione alle rigate di S_n; anzi poichè, se si considera la $\mathfrak{G}$ imagine dell'S_n rigato, la proiezione dell'S_n su un S_3 si interpreta in una proiezione della $\mathfrak{G}$ uell'imagine dell'S_3 rigato (n° 24), l'imagine sulla $\mathfrak{G}$ dell'insieme delle tangenti a una rigata di S_n lungo una sua generatrice qualunque è un insieme (finito) di coni quadrici di vertice l'imagine di questa e di S_2 — piani (diminuiti ciascuno di una sua retta e a cui va aggiunta un'altra retta). Si applichi questo alle rigate intersezioni di una M_{n-1} rigata di S_n e dei complessi lineari di dimensione $n+1$ passanti per una generatrice di questa; si otterrà che l'imagine dell'insieme delle tangenti alla M_{n-1} lungo una sua generatrice è costituita da M^2_{n-1} — coni (proiezioni di coniche da S_{n-3}) e da coni costituiti ciascuno di un S_{n-1} (fattavi astrazione da uno S_{n-2}) e di un S_{n-2}. Ogni S_{n-1} imagine di un punto della generatrice considerata sega ciascuna di queste varietà secondo *un* S_{n-2} imagine di una ∞^{n-2} — stella di centro quel punto. È quindi dimostrato l'asserto.

Il teorema è d'altronde intuitivo se si considerano le tangenti come congiungenti due punti infinitamente prossimi: in particolare un fascio di tangenti in un punto come il fascio delle rette che da questo punto proiettano una generatrice infinitamente prossima.

[1] Cfr. per le citazioni relative Segre, *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche*, " Annali di Matematica „, (2), 25, 1896, p. 43-45.

Alle corde di una curva del nostro spazio corrispondono per dualità gli assi della curva; a ogni ramo di classe >1 e a ogni coppia di rami aventi uno stesso piano osculatore sono relativi fasci di assi impropri i cui centri stanno sulla tangente (o nel punto d'intersezione delle tangenti) dei rami ed i cui piani coincidono coll'unico piano osculatore. Un piano qualunque dello spazio sega la sviluppabile appoggiata alla curva in un inviluppo di cui l'intersezione del piano col piano osculatore considerato è retta multipla; quando il piano segante passa per un asse improprio questa multiplicità cresce. Nei fasci di assi impropri potranno poi esistere assi speciali e per questi potranno passare piani speciali.

Passando poi alla curva come inviluppo di rette essa si rappresenta sulla quadrica Q dello spazio S_5 in una curva di cui tutte le tangenti appartengono a Q e precisamente agli S_2 di Q imagini dei punti e dei piani osculatori della curva primitiva. Ai rami corrispondenti a rami della curva primitiva di rango >1 e alle coppie di rami corrispondenti a coppie aventi la stessa tangente sono relativi fasci di corde improprie passanti per la tangente (alla curva di Q).

Ogni piano principale di una curva appartiene alla sviluppabile dei piani bitangenti alla curva, e ogni punto principale (centro di un fascio di assi improprii) *appartiene alla curva doppia della sviluppabile aderente alla curva.* Si verifica facilmente l'esattezza della prima parte di questo teorema se si applica alla proiezione della curva da un punto di un suo piano principale il noto teorema [1] che il numero dei punti doppi assorbiti da un punto $s-plo$ di una curva piana diminuito di $s(s-1)$ è uguale al numero duale relativo allo stesso punto. La seconda parte del teorema è duale della prima.

Si vede pure nello stesso modo che *le corde improprie speciali sono le generatrici della sviluppabile bitangente alla curva nei piani principali cui appartengono, e i punti speciali sono i punti dello spigolo di regresso della stessa sviluppabile, nei piani principali cui appartengono;* e dualmente.

Si ricordi che la sviluppabile dei piani bitangenti e la curva doppia della sviluppabile aderente alla curva sono legate da una corrispondenza biunivoca in cui sono omologhi gli elementi determinati dalle stesse coppie di tangenti; si vede allora, per la prima delle due ultime proposizioni che *i piani principali e i punti principali relativi ai singoli rami e alle coppie di rami aventi la stessa origine e lo stesso piano osculatore si corrispondono nella detta corrispondenza; ed i fasci determinati da un punto e da un piano omologhi sono rappresentati in* Q *da corde della curva delle tangenti relative ai rami di questa omologhi ai suddetti; quindi corde improprie se si tratta di un ramo solo o di due rami aventi la stessa tangente.*

Se il rango di un ramo è 1 il ramo imagine in Q non ha piani principali: come sola corda impropria si può considerare la tangente. Si deduce che allora i piani principali relativi al ramo primitivo coincidono col piano osculatore, e i punti principali coll'origine del ramo. Si verifica agevolmente questo sulle formole del § 2.

---

[1] Halphen, l. c., p. 45; Smith, l. c., p. 114; Zeuthen, *Sur un groupe de théorèmes et de formules de la géométrie énumérative.* " Acta Mathematica „, T. I, p. 171 (in particolare p. 184).

I TROMBOCITI

DEGLI ITTIOPSIDI E DEI SAUROPSIDI

MEMORIA

DEL DOTTOR

ERMANNO GIGLIO-TOS

ASSISTENTE AL R. MUSEO DI ANATOMIA COMPARATA.

Approvata nell'Adunanza del 27 Febbraio 1898.

Chi si fa ad esaminare quegli elementi morfologici del sangue che furono chiamati da Hayem " hématoblastes „ e dal Bizzozero " piastrine „ e stabilisce un confronto tra quelli dei mammiferi e quelli dei vertebrati ittiopsidi e sauropsidi, si accorgerà di leggieri che passano tra loro differenze notevoli, e nella forma, e nella struttura e, fors'anco, nell'origine. Vedrà, per es., che, mentre quelli degli ittiopsidi e dei sauropsidi sono indubbiamente delle vere cellule, non si può venire, per ora almeno, ad una simile conclusione per quelli dei mammiferi, i quali non ci hanno ancora rivelato i caratteri necessari per stabilirne con certezza la natura cellulare. Così che, se per il modo di comportarsi in determinate condizioni si possono considerare tutti fra di loro analogi, io credo invece, senza tema di errare, che quelli dei mammiferi non si debbano ritenere omologi agli altri, mentre questi ultimi dei sauropsidi e degli ittiopsidi sono evidentemente non solo analogi, ma anche omologi fra di loro.

Di qui, la possibilità non solo, ma anche la necessità, di fare una distinzione netta tra le due sorta di elementi, e di sceverare in modo preciso quelle argomentazioni che si riferiscono agli uni od agli altri, sì che non ne possano nascere deplorevoli confusioni, fonti di future ed inutili discussioni.

Su queste considerazioni, io credo appunto di dover limitare questo mio studio agli elementi sì fatti dei soli ittiopsidi e sauropsidi, e, per evitare ogni causa, anche minima, di equivoco, preferisco usare due nomi diversi per indicare due elementi che non ritengo omologi, chiamando questi *trombociti* e riservando il nome di *piastrine,* proposto dal Bizzozero, a quelli dei mammiferi.

Ho creduto opportuno di abbandonare la denominazione di " Spindelzellen „ che prima di tutti diede loro il Recklinghausen, perchè, come vedremo, non uno, ma

due elementi diversi vennero compresi con questo nome. Ho ripudiato pure quella dell' Hayem per questa stessa ragione, ed anche perchè il vocabolo di ematoblasto venne ormai usato con tanti e così diversi significati, da doversi assolutamente abbandonare, per non generare ulteriori confusioni. Quanto poi alla denominazione di piastrine nucleate che fu proposta dal Bizzozero, essa si riferisce bensì ad una sola sorta di elementi, ma ha l'inconveniente di suggerire con il nome di piastrine una omologia di significato che non sussiste ed è perciò da evitarsi. Più felice invece e più giusta ho trovato quella di " trombociti „ che propose il Dekhuyzen: sia perchè essa ci indica la loro innegabile natura cellulare, e nel tempo stesso una funzione loro caratteristica, per quanto non sia normale; sia ancora perchè il Dekhuyzen definì assai bene i caratteri di questi elementi.

Ciò premesso, resta inteso che nella breve storia dell'argomento che farò seguire io tratterò unicamente delle quistioni, delle discussioni e delle idee che si riferiscono ai veri trombociti, non toccando assolutamente quelle che riguardano le vere piastrine, perchè possono, anzi devono, essere considerate affatto indipendentemente dai primi.

***

Nel 1866 Recklinghausen (43) scopre nel sangue della rana certe cellule che per la loro forma chiama " spindelförmige farblose Zellen „ e ritiene che si trasformino in corpuscoli rossi. Ma l'anno dopo, un suo discepolo, lo Schklarewski (45), mentre fa notare che talune di queste cellule si distinguono dalle altre per una diversa struttura del nucleo, nega che sieno destinate a divenire corpuscoli rossi, e le dice derivate o da gemmazione di corpuscoli bianchi o da speciale trasformazione di eritrociti. Ma Golubew (17) segue invece l'opinione del Recklinghausen, ritiene le cellule fusiformi come giovani corpuscoli rossi, e poi propende a credere che sieno cellule dell'endotelio dei vasi distaccatesi e cadute nella corrente sanguigna. Di quest'ultima opinione sono pure il Ranvier (42) e lo Zahn (48), che però non le considerano come giovani eritrociti. Invece Vulpian (47) fa notare che simili cellule compaiono numerose nel sangue in rigenerazione della rana, dopo forti emorragie provocate, e dai caratteri loro lascia intravedere che esse sieno cellule bianche del sangue trasformantesi in cellule rosse.

Hayem fa sua l'opinione del Recklinghausen e sostiene in più lavori (19, 20, 21) su questo speciale argomento che le cellule fusiformi, da lui dette ematoblasti, sono ben diverse dai corpuscoli bianchi e si cambiano in corpuscoli rossi. Anch'egli richiama l'attenzione sul loro modo di comportarsi nella coagulazione del sangue, ciò che del resto aveva già notato qualche precedente istologo. Il Pouchet (38, 39, 40) è anche dello stesso parere sull'evoluzione di questi elementi, ma egli li fa derivare, insieme ai leucociti, da uno stesso elemento, il suo " noyau d'origine „.

Ma nel 1883 il Bizzozero (2) vede in quelle cellule, che già nell'anno precedente aveva descritto (1), i rappresentanti nei vertebrati ovipari di quegli elementi che nei mammiferi chiama " piastrine „ e le denomina perciò " piastrine nucleate „: ma le considera come un terzo elemento morfologico del sangue, indipendenti e dai cor-

puscoli rossi e dai corpuscoli bianchi, e ne dimostra egli pure l'importanza nella trombosi e nella coagulazione.

Ma contro queste idee sorge il Löwit, il quale ammette bensì l'esistenza di queste cellule, ma nega loro la dignità di terzo elemento del sangue, affermando dapprima (24) che sono semplici corpuscoli bianchi che hanno preso per cause speciali ed ignote la forma di fuso, e poi (25) confermando questa sua opinione col dire che non i soli leucociti, ma anche gli eritrociti possono assumere tale forma.

Eberth e Schimmelbusch (5) accolgono invece le conclusioni del Bizzozero ripetendone gli esperimenti sulla trombosi e confermandone i risultati. Ma il Mosso ritiene invece (32, 34) che gli ematoblasti di Hayem e le piastrine di Bizzozero sieno corpuscoli rossi alterati e perciò ai corpuscoli rossi attribuisce in massima parte la coagulazione del sangue e la formazione dei trombi (33).

A sostenere le idee del Bizzozero, Mondino e Sala (30, 31) cercano di ottenere la mitosi delle piastrine nucleate e ne descrivono uno speciale modo di divisione cariocinetica. Ma essa non è confermata nè dal Müller (36), nè dal Dekhuyzen (3), nè dal Sacerdotti (44), i quali tuttavia ritengono come speciali ed autonomi questi elementi. I due primi inoltre li dicono riconoscibili per certe disposizioni della cromatina che Dekhuyzen chiama mitocromi, mentre propone di distinguere le cellule col nome di trombociti.

Luzet (26) asserisce che la rigenerazione del sangue nel piccione si fa principalmente per opera degli ematoblasti che si trasformano in corpuscoli rossi; solo sussidiariamente essa avviene per l'intervento di elementi speciali del midollo osseo. Anch'egli dunque crede, come l'Hayem, che gli ematoblasti sieno giovani corpuscoli rossi.

Macallum (27) ed Eisen (6) sono press'a poco di un'opinione simile a quella del Mosso: ritengono le cellule fusiformi come residui di corpuscoli rossi andati parzialmente distrutti.

Il Marquis (29), nel ricercare come si faccia la rigenerazione del sangue della rana in condizioni normali, è condotto a concludere che le cellule fusiformi sono di origine endoteliale, si riproducono per mitosi, contengono emoglobina e si trasformano in eritrociti.

Questi resultati conferma più recentemente il Neumann (37), il quale crede pure che le cellule fusiformi od ematoblasti di Hayem si trasformino in corpuscoli rossi, ma li fa derivare per mezzo di forme intermedie dai linfociti.

Infine in questi ultimi tempi il Marchesini (28), non riconoscendo questi elementi su cui da tanto tempo si discute, li ritiene come raggi staccatisi per mezzo di una speciale divisione diretta da certi corpuscoli bianchi a forma di stella e che sono destinati a trasformarsi in corpuscoli rossi.

Basta il breve riassunto di questi lavori per dimostrarci come ancora oggidì sia assai viva la questione e come rimangano ancora a risolversi i principali quesiti seguenti. I trombociti sono elementi morfologici speciali e costanti del sangue? Donde derivano? Qual è la loro funzione? Diventano essi dei corpuscoli rossi?

Alla loro soluzione io spero di contribuire col presente lavoro.

*
* *

Accade talvolta che in certe quistioni fattesi vive, lunghe, intricate, sì da far quasi perdere la speranza di vederne possibile la soluzione, poi si riconosca che la ragione sta tanto nell'una quanto nell'altra delle parti dissidenti e questo semplicemente perchè le discussioni si erano svolte, non già su di uno stesso oggetto, ma su oggetti diversi non definiti con tutta la dovuta precisione e pertanto confusi insieme.

È questo precisamente il caso nostro.

Recklinghausen, Golubew, Vulpian, Pouchet e sopratutto Hayem fondarono evidentemente la loro ipotesi della trasformazione delle cellule fusiformi in corpuscoli rossi su di un fatto che non si può negare da chiunque faccia le osservazioni nelle stesse loro condizioni: sulla presenza nel sangue di elementi fusiformi di cui taluni incolori ed altri tinti dall'emoglobina, ma ai primi molto somiglianti nella forma del nucleo e del loro corpo cellulare.

Bizzozero indicò bensì alcuni caratteri per cui affermava essere possibile la distinzione delle sue piastrine nucleate dai veri corpuscoli rossi giovani, ma a questi non si volle dare l'importanza che quell'istologo vi attribuiva. Quello della presenza dell'emoglobina non venne di fatto tenuto in conto; perchè se tale carattere ha un grande valore per il Bizzozero, che non ammette mai uno stadio incoloro nei corpuscoli rossi, non lo ha più per i suoi avversari, che da questo fatto stesso traggono un argomento per affermare che esiste uno stadio giovanile incoloro dell'eritrocito.

Gli altri poi della grandezza e della forma non vennero tenuti in considerazione perchè troppo variabili. Ed infine quell'ultimo della viscosità del protoplasma, che è pure molto importante, perde il suo valore finchè è considerato da solo: tant'è vero che l'Hayem stesso lo ammette e lo concilia con la sua ipotesi, opposta a quella del Bizzozero.

Anche la prova che a tutta prima parrebbe decisiva, quella cioè che i trombi bianchi o mucchi di questi elementi non presentano mai una tinta rossa — ciò che invece dovrebbe avvenire se contenessero anche solo una minima quantità di emoglobina — anche questa non serve per l'Hayem, il quale spiega il fatto, supponendo che questi elementi perdano la loro viscosità quando già contengono emoglobina, e perciò non concorrano più alla formazione dei trombi, i quali pertanto risultano unicamente costituiti, non già di cellule di altra specie, ma delle medesime in uno stadio anteriore incoloro.

Così ancora, per quanto Müller e Dekhuyzen abbiano asserito che i trombociti si riconoscono per una speciale struttura del nucleo, ciò non impedì che Neumann più tardi, pur riconoscendo questo carattere, non lo ritenesse assolutamente costante e non si credesse perciò autorizzato a considerare come elementi della stessa natura anche quegli altri, che, per forma ed aspetto loro somiglianti, ne fossero tuttavia privi.

Nello stesso modo che per dimostrare la reale differenza specifica di due specie animali o vegetali non basta un carattere solo, per quanto appariscente, ma se ne richiedono per lo meno alcuni, e non isolati, ma concomitanti: così anche per provare che le cellule fusiformi non sono di una specie sola, ma di due specie diverse è necessario dimostrare che esse differiscono, non solamente per essere il loro protoplasma viscoso o no, o per la presenza o mancanza di mitocromi nel nucleo, ma ancora per altri caratteri che accompagnino quelli costantemente. Se poi si aggiungerà un'altra prova: quella della mancanza di forme intermedie, allora non solo si sarà dimostrata la loro diversa specificità, ma ancora la loro indipendenza, e si potrà negare che le une sieno semplicemente una trasformazione delle altre.

Ma, naturalmente, nella enumerazione dei caratteri specifici non dovrà avere alcuna parte quello dell'emoglobina: la distinzione cioè dovrà essere fatta solo sulla base delle altre qualità che distinguono le due sorta di elementi, e ciò per non cadere in un circolo vizioso. Così anche la forma del nucleo e del corpo cellulare non potrà avere che un'importanza secondaria, sia perchè comune ad ambedue, sia ancora perchè assai varia.

Questa diversa specificità di cellule fusiformi io credo di poter dimostrare nelle pagine che seguono, dove ho esposto in una minuta descrizione le proprietà dei trombociti e degli eritroblasti, rivelatemi da un metodo di colorazione semplice, ma che mi fu molto utile, perchè mi permise di mettere in evidenza certi caratteri finora rimasti nascosti con l'uso degli altri metodi per la colorazione del sangue.

Dal che risulterà pure chiaro, come abbiano ugualmente ragione e quelli che affermano essere le cellule fusiformi colorate da emoglobina e quegli altri che lo negano: ma non sieno nel vero coloro che asseriscono quelle derivare da queste ultime, non dovendosi confondere in un'unica specie elementi specificamente ben diversi tra di loro, per quanto apparentemente molto somiglianti.

Metodo di colorazione.

Di questo metodo, di cui altrove (13, p. 224) (14, p. 60) tenni già breve parola, diedi in una mia nota recente (16) una descrizione più particolareggiata. Tuttavia credo opportuno di ridescriverlo qui, giacchè grazie ad esso io ottenni quei resultati che mi condussero alle più importanti conclusioni del presente lavoro.

Per la fissazione procedo nel modo comune di essiccamento del sangue. Distendo su di un vetrino porta-oggetti ben pulito una goccia di sangue in modo da ottenerne uno straterello sottile per quanto è possibile e faccio seccare rapidamente alla fiamma.

In questa operazione molto semplice si devono usare due precauzioni. Anzitutto non bisogna esagerare nell'ottenere lo strato sottile di sangue. Ciò sarebbe certamente molto utile per l'osservazione, perchè i vari elementi si troverebbero così isolati e tutti disposti nello stesso piano: ma per altra parte avviene inevitabilmente che, distendendo in tal modo il sangue, gli elementi aderiscono subito al vetrino e poi per la trazione che subiscono vengono alterati nella forma, stiracchiati, allungati, talora lacerati in frammenti sì da poter condurre in errore e farci considerare come

un fatto normale ciò che è invece semplicemente da attribuirsi a difetto della preparazione. Ed io credo che sieno probabilmente alterazioni simili molte di quelle diverse forme a fuso, a pera, ecc. di corpuscoli rossi del sangue che da parecchi autori furono tenute e descritte come normali.

La seconda precauzione sta nell'agire per la fissazione con la massima prestezza. Bisogna evitare assolutamente che il sangue si essichi di per se stesso sul vetrino. Se ciò avviene gli elementi tutti, e specialmente i loro nuclei, ne subiscono danno. I granuli di cromatina quasi si dissolvono, si fondono assieme perdendo la loro individualità ed il nucleo appare perciò quale una massa a contorno un po' irregolare, in cui si possono talvolta ancora riconoscere dei granuli di cromatina non alterati, ma che di solito si tinge di colore più sbiadito ed uniforme. Sono insomma quelle alterazioni a cui già accennarono Eberth e Schimmelbusch (5), che Müller (36) per il sangue degli anfibi (p. 227, taf. V, fig. 1-12) ed io (13) per quello della lampreda (p. 243, fig. 19, 20) abbiamo descritto e figurato.

Di solito dopo l'essiccamento si raccomanda di passare il vetrino in qualche fissatore, come acido osmico, acido picrico, sublimato, alcool, ecc. Ma io ho trovato ciò perfettamente superfluo. Il calore agisce già esso stesso come fissatore, coagulando tutte le sostanze albuminoidi e, quando queste sono già così coagulate, non so come possano gli altri reattivi ora citati avere ancora un'azione efficace. Perciò io passo il sangue seccato direttamente alla colorazione.

Io uso semplicemente una soluzione satura, in acqua distillata, riscaldata a bagnomaria, di azzurro di metilene, B, X della " Badische Anilin- und Sodafabrik ,,. Non è necessario filtrarla: anzi, tengo sul fondo del recipiente in cui la conservo uno strato di sostanza colorante in eccesso per essere così certo di averne sempre una soluzione satura.

Distendo allora sul sangue una o due goccie di questa soluzione in modo da coprirnela di un sottil velo e ve la lascio agire per un solo minuto primo. Poi lavo abbondantemente con acqua distillata finchè sia sottratta tutta la colorazione in eccesso, e l'acqua dopo la lavatura sia incolora come prima. Il che avviene molto presto. Copro allora il preparato con un vetrino copri-oggetti ben pulito, evitando che rimanga tra i due vetrini neppure la minima bollicina d'aria. Ciò si ottiene molto facilmente se si ha cura di coprire il preparato lasciando sul porta-oggetti uno strato d'acqua piuttosto abbondante. Ciò fatto, si sottrae quest'eccesso d'acqua con carta bibula finchè il vetrino porta-oggetti rimanga così aderente al porta-oggetti da non smuoversi più. Poi luto con olio d'oliva per mezzo di un pennello ed il preparato è così pronto per l'osservazione.

Gli elementi del sangue si trovano dunque immersi nell'acqua e non si possono perciò conservare a lungo. Tuttavia, se il copri-oggetti è stato lutato con cura, l'olio d'oliva chiude ermeticamente, l'acqua non evapora ed il preparato si può conservare per quattro o cinque giorni senza che avvengano alterazioni notevoli. Trascorso questo tempo incominciano quei processi di putrefazione che sono inevitabili per sostanze organiche tenute nell'acqua: la colorazione, prima ben localizzata, si diffonde lentamente: i nuclei a poco a poco si distruggono ed il preparato è inservibile.

Certo questo è un inconveniente, ma esso è compensato largamente dalla chiarezza dei particolari che vi si scorgono, perchè non solamente viene colorato il nucleo,

ma anche il corpo protoplasmatico degli elementi e — sebbene si usi un solo colore — con differenze tali e costanti di tinta che gli uni dagli altri si distinguono con tutta facilità.

Io ho ben tentato di rendere permanente un preparato simile chiudendolo nella glicerina o nelle resine. Ma nel primo caso la glicerina sottrae il colore al protoplasma lasciandolo solo nei nuclei: nel secondo caso gli alcool, in cui si è costretti a passarlo per disidratarlo e chiuderlo nelle resine, agiscono nello stesso modo. Così che in tutti e due i casi gli si toglie la qualità più pregevole.

Si potrebbe anche farlo seccare alla fiamma lentamente e poi chiuderlo direttamente nelle resine, ma le prove fatte mi hanno mostrato che ne scapita molto la chiarezza dei nuclei, i quali si riducono quasi in una sola massa di cromatina e la loro struttura intima non è più visibile.

Ho provato anche lo sciroppo semplice di zucchero filtrato. Si ha il vantaggio di poter passare il preparato direttamente dall'acqua allo sciroppo e chiuderlo lutandone il copri-oggetti con lacca senza doverlo disidratare con gli alcool. Ne ho ottenuto un esito non molto soddisfacente, perchè dopo alcuni giorni la colorazione si diffonde alquanto e certi particolari — ben visibili nel preparato fresco — scompaiono. Tuttavia quelle diverse tinte che distinguono i vari elementi si conservano abbastanza bene.

Con tutto ciò per lo studio della struttura minuta del protoplasma e del nucleo delle cellule io ho sempre preferito i preparati in acqua, possibilmente freschi, o che non sieno più vecchi di due giorni. È forse un inconveniente il doverli fare volta per volta ad ogni osservazione, ma d'altra parte il metodo è così semplice e spiccio!

Ed ora ecco in qual modo si distinguono le varie cellule del sangue all'osservazione microscopica.

A debole ingrandimento (ocul. 4. obb. C, Zeiss):

Gli eritrociti adulti mostrano un nucleo azzurro, dello stesso tono della sostanza colorante usata, ridotto in apparenza quasi ad una massa omogenea di cromatina. Intorno ad esso sta l'alone loro caratteristico o incoloro o tinto leggermente in verde, che molte volte è deformato. È però facile accorgersene.

Gli eritroblasti, nei vari stadi di sviluppo fino all'eritrocito, si presentano con un nucleo sempre vescicoloso, sferico nei più giovani, ellittico negli altri, con succo nucleare abbondante e leggermente colorato in celeste ed i granuli di cromatina quasi sempre sferici, ben distinti e legati da una rete di tenui filamenti cromatinici. Il citoplasma è tinto di un bel colore azzurro di Prussia, è più denso nei più giovani e forma intorno al nucleo uno strato poco largo e alquanto irregolare nella forma, ma sempre mancante di veri pseudopodi. Negli altri tale strato circumnucleare si fa più largo, assume la forma ellittica modellandosi sul contorno del nucleo pure ellittico, ma il citoplasma si vede più scarso, più accumulato alla periferia e disposto a fili raggianti dal nucleo. La sua colorazione in azzurro Prussia è più attenuata. È questa la fase degli eritroblasti che precede immediatamente la formazione dell'anello che ho dimostrato altrove caratteristico di questi eritrociti. Negli eritroblasti ben fissati si vedono anche bene i granuli emoglobigeni (14), rimasti incolori.

I leucoblasti presentano un nucleo sferico con rari e grossi granuli di cromatina poco distinti, perchè il succo nucleare è anch'esso intensamente colorato. Il citoplasma

è ridotto ad uno straterello sottilissimo azzurro Prussia che circonda il nucleo, talora con distinti pseudopodi a mo' di piccoli lobi.

I leucociti a nucleo semplice sono simili in tutto ai leucoblasti, ma più grandi, con nucleo quasi sempre ovale od ellittico, i granuli di cromatina più distinti, il succo nucleare meno tinto, il citoplasma molto più abbondante ma con pseudopodi, senza granuli di sorta e talora con vacuoli.

I leucociti a nucleo polimorfo (ε di Ehrlich) si distinguono per la forma irregolare del nucleo e variamente foggiata. Il corpo protoplasmatico finissimamente granuloso è leggermente roseo.

Le cellule eosinofile si riconoscono facilmente per il nucleo polimorfo pure azzurro e più specialmente per i grandi granuli che rinchiudono, rimasti affatto incolori.

Le cellule granulose (Mastzellen) spiccano fra tutte le altre come masse di color violetto scuro, in cui il nucleo è quasi nascosto dai grossi granuli che lo circondano, colorati precisamente con questa tinta.

Infine i trombociti sono caratterizzati dal loro nucleo ellittico, in quelli più vecchi molto allungato (specie negli Anfibi), con succo nucleare intensamente colorato, con masse di cromatina a mo' di cordoni, distinti particolarmente negli Anfibi (mitocromi di Dekhuyzen). Il protoplasma è accumulato ai due poli del nucleo e di preferenza ad uno e tinto di un bel color giacintino.

I tromboblasti poi (forme giovani dei trombociti) sono somiglianti ai trombociti; il nucleo è sempre meno allungato, talora mancano o sono appena accennati i mitocromi. Il protoplasma è accumulato ai due poli che sono quasi sempre acuminati, non mancano mai pseudopodi lobiformi e la tinta tende di più all'azzurro di Prussia. È facile scorgere nel preparato molte forme intermedie e gradualmente passanti dai leucoblasti a nucleo sferico ai tromboblasti ed ai trombociti.

Se poi si osserva a forte ingrandimento (ocul. 4, obb. apochr. 1,5^{mm}, apert. 1,30, Zeiss) le particolarità nella diversa struttura di ogni sorta di queste cellule si vede ancor meglio.

Così, per non dire che del corpo protoplasmatico, si scorgerà facilmente che tutto ciò che è vero e semplice citoplasma è colorato in azzurro di Prussia e ciò in modo così costante da potersi ritenere questa colorazione come veramente caratteristica. Perciò appare di questo colore il protoplasma degli eritroblasti, dei leucoblasti e dei leucociti a nucleo semplice che è formato di puro citoplasma. Mentre il protoplasma dei leucociti a nucleo polimorfo e dei trombociti deve la sua speciale tinta ai granuli che contiene, che si colorano rispettivamente in roseo ed in giacintino.

Ed anche la struttura filamentosa del protoplasma è messa bene in evidenza tanto nei leucoblasti, nei leucociti a nucleo semplice e negli eritroblasti, quanto nei leucociti a nucleo polimorfo, nei trombociti e nelle cellule eosinofile, dove si scorgono i filamenti di citoplasma intrecciati e tinti in azzurro Prussia rinchiudere i loro granuli speciali tinti in roseo, o in giacintino, o incolori.

I centrosomi si tingono pur essi di un bell'azzurro di Prussia e le centrosfere che li circondano rimangono affatto incolore o appena leggermente tinte.

Se poi nei corpuscoli rossi, nei leucociti o nei trombociti esistono — come sovente avviene — corpi eterogenei (parassiti, spore, bacteri, granuli di pigmento, ecc.) questi risaltano sempre con una grande evidenza e nitidezza e con colorazioni diverse se-

condo la loro natura. Cosicchè con una sola sostanza colorante si ottiene un effetto molto simile a quelli che si possono avere usando più colorazioni.

Del resto si troveranno nel corso del presente lavoro quelle altre minute particolarità che mi condussero ai resultati qui esposti sulla struttura dei trombociti nei vertebrati ittiopsidi e sauropsidi. Solo avvertirò che nei preparati così ottenuti, essendo gli elementi aderenti al vetro porta-oggetti, naturalmente si sono alquanto appiattiti e di ciò bisogna tener conto nell'esaminare le figure unite a questa memoria. Non già che per ciò la forma venga di molto alterata, ma ne sono alquanto variate le dimensioni, specialmente nel senso della larghezza, così che i leucociti, i trombociti e gli eritroblasti appaiono alquanto più larghi di quanto sieno in realtà, allorchè sono sospesi nel plasma. In compenso, appiattendosi gli elementi, lasciano più facilmente discernere la loro interna struttura.

I trombociti nella rana.

Chi osserva un preparato fresco di sangue di rana riconosce facilmente i corpuscoli rossi dalla forma e dall'emoglobina che li colora, i leucoblasti dal nucleo sferico e dallo scarsissimo protoplasma che lo circonda, i leucociti a granuli eosinofili dalla lucentezza di questi stessi granuli, i leucociti a nucleo polimorfo dai finissimi granuli che li riempiono; ma in mezzo a tutti questi elementi ne vede anche degli altri altrettanto numerosi quanto i leucociti e talora anche di più, che sovente sono riuniti a gruppi di quattro, cinque e talvolta in numero maggiore, anch'essi bianchi, ma a forma di fuso più o meno allungata e con il nucleo ellittico. Sono questi i trombociti, le piastrine nucleate e in parte gli ematoblasti di Hayem. Ma se il sangue della rana è in via di rigenerazione normale, — e questo dipende dalla stagione, come fece notare il Marquis (29) — oppure artificiale — quando, come Vulpian (47), si provocano delle forti emorragie — allora vi si scorgono più o meno abbondanti certi altri elementi a nucleo pure ellittico, a forma anche di fuso, somiglianti ai trombociti nell'aspetto ma alcuni contenenti visibilmente dell'emoglobina. Sono insomma gli eritroblasti o corpuscoli rossi giovani.

Non si può negare che in un preparato fresco di sangue, queste due sorta di elementi, i veri trombociti ed i veri eritroblasti, abbiano una notevole somiglianza, tanto da legittimare fino ad un certo punto la confusione che si fece finora. Ma è pur vero che ad una attenta osservazione si possono rilevare certi caratteri, sebbene non troppo spiccati, che ci permettono di distinguerli. Così il nucleo dei veri trombociti, sebbene ellittico, è tuttavia più allungato, meno granuloso ed il loro corpo cellulare è più ricco di piccoli granuli immobili. Il nucleo invece degli eritroblasti è più vescicoloso, con granuli distinti di cromatina e più numerosi, e il loro corpo cellulare è assai più omogeneo ed anche più grande. Vi si aggiunge ancora una disposizione speciale della cromatina nel nucleo dei trombociti che fu vagamente accennata dall'Hayem e da altri, senza darle tutta l'importanza voluta e che si rileva poi specialmente nella colorazione. Intendo dire della disposizione a masse allungate a

mo' di virgole, di mitocromi insomma, come li chiama il Dekhuyzen (3). Per contro un'altra qualità caratteristica degli eritroblasti freschi è quella finora ingiustamente trascurata dai più e fatta rilevare principalmente da me stesso. Alludo ai granuli emoglobigeni, che si trovano negli eritroblasti e negli eritrociti della lampreda (13) e negli eritroblasti dei vertebrati ittiopsidi e sauropsidi (14) costantemente e che si vedono colla massima facilità, sempre quando il corpo dell'eritroblasto non sia già troppo impregnato di emoglobina.

È ben vero, che accanto a queste forme tipiche ne esistono sempre di quelle che, trovandosi in uno stadio di sviluppo meno avanzato, non presentano questi caratteri così accentuati e permettono perciò la confusione delle due sorta di elementi. Ma, se invece di esaminare il sangue fresco, si colora convenientemente, diventa possibile e facile la distinzione anche nelle forme giovani.

Si esperimenti per esempio su di una rana comune (*Rana esculenta*) o su di un rospo comune (*Bufo vulgaris*). Sono gli animali che più si prestano a queste osservazioni per la grandezza dei loro elementi morfologici e sono precisamente quelli che io ho scelto per uno studio della struttura dei trombociti (1).

Si distenda dunque sul vetrino porta-oggetti, si fissi e si colori nel modo descritto una goccia di sangue di rana presa dal cuore, — per essere certi che sia sangue in circolazione, — e si osservi anche a debole ingrandimento (obbiett. C, ocul. 4-Zeiss). I trombociti si riconosceranno immediatamente fra tutti gli altri elementi. La forma a fuso allungata, talora allungatissima, il nucleo intensamente colorato, il protoplasma di color azzurro giacintino ce li faranno distinguere con tutta facilità. Se poi vi saranno degli eritroblasti, il nucleo meno tinto, i granuli di cromatina più distinti, il corpo cellulare di un purissimo azzurro di Prussia o leggermente verdognolo, — se contiene un po' di emoglobina, — non ci permetteranno assolutamente di confonderli con i trombociti. E ad un simile ingrandimento potremo già notare che la confusione dei due elementi non è più possibile neanche nelle loro forme giovani.

(1) Marquis (29) ha dimostrato che nelle rane, in sul finire della primavera e sul principio dell'estate, il midollo osseo entra in una fase attiva di funzione ematopoetica, per cui si producono numerose quelle che egli chiama " Spindelzellen „, e che sono semplicemente i veri eritroblasti, come dimostrerò in questo lavoro. Ora, siccome in questi animali, come d'altronde in quasi tutti i vertebrati, esclusi i mammiferi, gli eritroblasti abbandonano l'organo ematopoetico e passano nella circolazione prima di aver compiuta la loro evoluzione, ne segue che in quell'epoca dell'anno fino al principio dell'autunno o press'a poco, il sangue circolante è ricco di eritroblasti e perciò molto adatto per lo studio della struttura di questi elementi. Nell'autunno invece e nell'inverno cessa la funzione ematopoetica, gli eritroblasti si sono trasformati in eritrociti e nel sangue circolante tutti i corpuscoli rossi sono adulti.

Io ho potuto notare un fenomeno analogo per i trombociti. Pare che anche questi si producano nell'estate e cessi la produzione nell'autunno e nell'inverno. Così almeno credo di poter arguire da quanto ho osservato. Di fatto nell'estate sono numerose nel sangue circolante quelle forme di trombociti che, come vedremo, sono da ritenersi per giovani e che chiamerò tromboblasti, mentre sono molto scarse quelle adulte. Sopravvenendo l'autunno, queste diventano sempre più abbondanti e scarseggiano le giovani, finchè nell'inverno i tromboblasti mancano affatto o quasi. Pertanto, volendo fare uno studio comparativo tra gli eritroblasti ed i tromboblasti, conviene scegliere i mesi di estate, oppure provocare d'inverno artificialmente la rinnovazione del sangue con emorragie. Ma se si vuole studiare la struttura di un trombocito che sia giunto al termine del suo sviluppo è necessario invece fare le osservazioni nell'inverno.

Si passi allora ad un ingrandimento maggiore (obb. apochromat. 1,5^{mm}, apert. 1,30, ocul. 4-Zeiss), e ci sarà anche possibile di darci ragione del loro aspetto diverso.

Nucleo. — Il nucleo dei trombociti adulti è sempre ellittico. Su questo punto tutti sono d'accordo e, come dissi, questa somiglianza di forma con il nucleo degli eritrociti è la causa principale che fece credere a molti che essi fossero degli eritrociti giovani. Ma anche sulla forma stessa si devono notare certe differenze che talora sono abbastanza spiccate. Di solito la forma ellittica del nucleo dei trombociti è molto più allungata di quella del nucleo degli eritrociti e degli eritroblasti: vale a dire è molto maggiore la sproporzione tra il grande ed il piccolo asse.

Hayem (19) fin dalle sue prime osservazioni su questi elementi aveva già notato che i loro nuclei sono talora un po' più grandi e sovente più allungati, ma a questo carattere non diede grande importanza, come difatti non può averne alcuna, considerato da solo.

Così se confrontiamo insieme le fig. 1, 2 e 5 della tavola annessa al lavoro del Pouchet (40) ci possiamo accorgere che la stessa osservazione non era a lui sfuggita, ma anch'egli aveva interpretato quella differenza di forma come indizio di uno stadio diverso nell'evoluzione dello stesso elemento.

Mondino (31) invece fece rilevare precisamente come questo si debba ritenere carattere distintivo delle due sorta di elementi, che cioè " il nucleo in riposo delle " piastrine presenta, al pari del corpo cellulare, una forma assai allungata, che non " offrono i nuclei delle emazie, i quali sono sempre rotondi od ovali „ (p. 142).

Nel caso che il nucleo dei trombociti sia molto allungato, la sua forma non è più ellittica nel senso rigoroso della parola, giacchè i suoi due profili laterali non sono più curvi, ma quasi rettilinei e paralleli. Il nucleo si potrebbe allora piuttosto dire lineare, arrotondato alle due estremità. Tuttavia non si può negare che nella maggior parte la forma ellittica sia predominante.

Il contorno del nucleo è generalmente continuo: solo in quelli che, a giudicare da alcuni caratteri e dalla forma allungata, si possono ritenere più vecchi, non sono rare certe insenature non mai troppo profonde, sovente unilaterali (fig. 20), ma qualche rarissima volta poste da una parte e dall'altra del nucleo allo stesso livello sì da produrre in esso una sorta di strozzamento (fig. 10). Si potrebbe in tal caso credere a tutta prima di aver a fare con un processo iniziale di divisione diretta del nucleo, ma non è così certamente perchè non mi è mai avvenuto di trovare gli stadi ulteriori. Una volta sola, fra le migliaia di trombociti osservati, ho trovato un nucleo diviso in due, ma ho creduto trattarsi semplicemente di un'anomalia. Il nucleo allungato e di struttura normale era all'una delle estremità arrotondato, ma presso l'altra estremità era troncato trasversalmente di netto e di fronte a questa un frammento di nucleo uguale circa ad un terzo dell'altra parte era separato da un micromillimetro o poco più. Si vedeva insomma chiaramente che questa parte ne era staccata per un accidente ignoto, e non per un fatto normale; in ogni caso la cellula non presentava nemmeno lontanamente la più piccola tendenza alla divisione.

Le dimensioni dei nuclei dei trombociti — come si può giudicare da quanto ho detto — variano notevolmente. Si può ritenere che nelle forme adulte oscillino fra

i 12 e 14 μ di lunghezza ed i 5 e 6 μ di larghezza, così che il rapporto tra le due dimensioni è quasi sempre il doppio od anche più.

Il carattere della forma e delle dimensioni del nucleo, se può avere una certa importanza nella distinzione di questi elementi, non è però certamente il principale, sia perchè esso non si rivela spiccato che in quelli più avanzati nello sviluppo, sia ancora perchè non è sempre facile l'afferrarlo.

Non è così per quelli che si possono desumere dalla struttura, i quali invece sono quasi sempre così costanti da potersi ritenere veramente come specifici. Essi consistono principalmente nella disposizione della cromatina e nella colorabilità del succo nucleare.

Il primo che tentò di ricercare nei nuclei di questi elementi un carattere per distinguerli è lo Schklarewski (45) che li divise in tre categorie, secondo che il nucleo presenta granuli fini, o grossi, o appare omogeneo.

Più chiaramente si espresse invece l'Hayem (20, 21) riconoscendo in quegli ematoblasti della prima varietà, che corrispondono ai nostri veri trombociti, dei granuli che nel nucleo degli elementi meno alterati rassomigliano a delle piccole virgole disposte in modo regolare e simulanti una sorta di striatura.

Di una speciale struttura del nucleo delle piastrine nucleate parla a lungo il Mondino (31) e ne dà parecchie figure. Egli la interpretò come una manifestazione del prepararsi del nucleo alla cariocinesi: ma vedremo fra poco come si debba considerare.

Anche il Müller fa cenno brevemente di una particolare disposizione della cromatina nelle cellule fusiformi (36): " sie zeigen in ihrem Innern (taf. V, fig. 37) " ein System feiner, stellenweise etwas dickerer, feinzackig begrenzter Stränge " als ein feinstes, auch bei der stärksten Vergrösserung nicht sicher aufzulösendes " Netzwerk „ (p. 250).

Ma chi per il primo fa notare che il nucleo dei trombociti presenta una struttura che deve essere considerata caratteristica di questi elementi si è il Dekhuyzen (3). Egli, ad imitazione dei geologi che dànno ad ogni strato geologico un fossile caratteristico, nello studiare gli elementi del sangue degli Anfibi attribuisce ai trombobasti ed ai trombociti come carattere principale (Leitmerkmal): il Mitocromo.

E questo carattere fu anche accettato e confermato dal Neumann (37) che con procedimenti diversi da quelli usati dall'Hayem, dal Müller e dal Dekhuyzen, li mise in evidenza e affermò di non potersi con ragione ritenere come prodotti artificiali (p. 241).

I mitocromi sono masse di cromatina in forma di striscia o di cordoni, talora assai uniformi, più sovente con irregolari ingrossamenti, che decorrono nel nucleo dei trombociti adulti, o longitudinalmente (fig. 10, 14, 15), o obliquamente (fig. 4, 18, 20), come è la regola generale, od anche, ma di rado, trasversalmente. Molte volte tali masse di cromatina sono due e corrono parallelamente l'una all'altra attraversando tutto il nucleo nella sua lunghezza, sì da appoggiare colle loro estremità alla sua membrana; talora lo percorrono diagonalmente, ma in ogni caso i margini interni delle due striscie sono sempre ben netti e separati da un angusto straterello interpostovi di succo nucleare che di solito si colora meno del restante, e perciò appare più chiaro. V'hanno dei casi in cui questa disposizione è talmente nitida che

a primo aspetto pare che il nucleo sia diviso in due parti. Che questo non sia che un'apparenza è però facile convincersene.

Altre volte i mitocromi non sono così lunghi e così regolari, ma più numerosi, più corti e perciò meno salienti. Allora sono sovente disposti molto obliquamente o quasi trasversalmente.

Tutta la cromatina del nucleo non è però rappresentata solamente da questi caratteristici mitocromi. Oltre ad essi sono sempre visibili delle altre masse cromatiniche generalmente grandi, qualche volta poco distinte dal succo nucleare, perchè anche questo si colora assai, rotonde o di forma irregolare, sparse nel nucleo irregolarmente o addossate alla membrana, sovente avvicinate ed anche fuse l'una coll'altra, quasi a mo' di un rosario (fig. 6). Molte di esse sono visibilmente collegate per mezzo di grosse striscie cromatiniche l'una con l'altra, oppure ai mitocromi, oppure sono così avvicinate a questi da esser fuse con essi. Non sono poi rari quei trombociti in cui due mitocromi percorrono il nucleo e dei larghi nastri di cromatina paralleli li collegano trasversalmente alla membrana, dando così al nucleo una apparenza zonata (fig. 4).

Che manchi nei nuclei dei trombociti una vera rete di cromatina non si può affermare recisamente. Non è infrequente il caso in cui delle grandi masse rotonde o irregolari di cromatina si vedano legate con filamenti cromatinici, ma in ogni caso essi sono sempre piuttosto larghi e non formano mai una rete ben continua e regolare. La differenza tra i nuclei dei trombociti e quello dei veri eritroblasti, sotto questo aspetto, è sempre notevole, e, — sebbene la descrizione a parole non sia talvolta sufficiente a renderla bene, — certo è che la semplice osservazione dei preparati non permette, a primo colpo d'occhio, alcuna confusione fra questi due elementi.

È inutile pertanto che io mi dilunghi di più nella descrizione di questi nuclei: le numerose figure annesse a questo lavoro potranno servire meglio che le semplici parole.

Piuttosto è da discutersi il significato e l'origine di questi mitocromi.

Dalle parole del Dekhuyzen (3) pare che egli propenda a ritenere i mitocromi come cromosomi rimasti contratti e persistenti nel nucleo in riposo: " Bilder wie " Fig. 18 und 19 sprechen sehr zu Gunsten der Auffassung der Mitochromen als im " ruhenden Kern persistierende, d. h. kontrahiert gebliebene Chromo- " somen „ (p. 98).

Ma questa sua espressione è alquanto oscura perchè può essere intesa in due modi: o che in questi elementi sia avvenuta precedentemente una mitosi e le anse cromatiche sieno rimaste tali nei nuclei delle cellule figlie ritornati in riposo; oppure che il nucleo dei trombociti si prepari in certo modo alla divisione indiretta con la formazione delle anse e poi si arresti e le anse permangano così contratte. Nel primo caso noi dovremo trovare qualcuna delle fasi caratteristiche della cariocinesi, o per lo meno, — se anche si vuol ammettere che questa avvenga in qualche speciale sito dell'organismo, ancora ignoto, — tutti gli elementi dovrebbero presentare i mitocromi e tanto più distinti dovrebbero essere questi nei tromboblasti che, essendo più giovani, sono senza dubbio più prossimi a quella supposta avvenuta mitosi. Ora nè il Dekhuyzen ha osservato questa divisione, nè tanto meno i mitocromi sono

più spiccati nelle forme giovani, chè anzi taluni tromboblasti giovanissimi ne mancano affatto. È bensì vero che egli afferma essere i mitocromi riconoscibili anche nelle forme più piccole (p. 99), ma poco oltre (p. 103), con le parole " So sind " z. B. bei manchen jüngsten Thromboblasten die Mitochrome kaum oder noch " nicht ausgebildet „ e con le fig. 11, 12, dove non si vedono mitocromi di sorta, dimostra che egli stesso ammette che possano mancare.

Questa prima interpretazione della suddetta espressione è dunque resa improbabile dai fatti stessi e la seconda non lo è meno. Anzitutto perchè, se i mitocromi fossero anse cromatiche di cellule preparantisi alla mitosi, dovrebbe questa fase essere preceduta da quella dello spirema, il che non si osserva mai. In secondo luogo, se è razionale che il Mondino (31) abbia considerato questi cordoni di cromatina come anse, perchè egli vide certe forme che considerò come in via di divisione, non è così per il Dekhuyzen che nega invece di aver mai visto alcuni prodromi della cariocinesi: " Ebensowenig wie H. F. Müller fand ich an den Kern " dieser Reihe Vorbereitungen zur Karyokinese „ (p. 99).

Ma io credo piuttosto che i mitocromi non sieno dovuti che ad una speciale disposizione delle masse di cromatina, le quali, sotto influsso ignoto, — e non potrebbe essere affatto estraneo l'allungarsi del nucleo — si dispongono in fila e si fondono insieme fino ad assumere la caratteristica forma di striscie. Di fatto si trovano nei preparati certi nuclei, in cui la struttura presenta come un termine di passaggio ai veri mitocromi: dei nuclei in cui le masse di cromatina disposte in fila sono ancora distinte, e degli altri in cui esse sono già fuse insieme, ma lasciano ancora scorgere la loro primitiva indipendenza (fig. 6, 13, 17).

Io adunque non ritengo i mitocromi come anse cromatiche, ma semplicemente come speciali disposizioni della cromatina: tuttavia ho creduto bene di adottare il nome proposto dal Dekhuyzen perchè indica in una sola parola un carattere distintivo di questi elementi.

Che poi i mitocromi non sieno prodotti di alterazione o artificiali è ciò che facilmente si può scorgere da chiunque faccia osservazioni su queste cellule.

La presenza o mancanza di nucleolo nel nucleo dei trombociti è anche un carattere di grande importanza, almeno per gli Anfibi. Si sa di fatto che un nucleolo esiste negli eritroblasti di questi vertebrati e che esso facilmente si può mettere in evidenza con l'alcool ad un terzo suggerito dal Ranvier (42), oppure con la colorazione per mezzo di sostanze atte a questo scopo, quali certi colori acidi di anilina. Ora, se un vero nucleolo mancasse nei trombociti, diventerebbe questo un nuovo carattere, sebbene negativo, per distinguerlo dagli eritroblasti. Ed è appunto perciò che il Dekhuyzen dà come carattere principale (Leitmerkmall) degli eritroblasti e degli eritrociti la presenza di un vero nucleolo, in contrapposizione alla mancanza di esso in tutti gli altri elementi del sangue. Ora le mie osservazioni in proposito mi hanno convinto, che ha perfettamente ragione il Dekhuyzen nel negare un nucleolo ai trombociti. Il mio metodo di colorazione non serve a questo scopo, perchè l'azzurro di metilene colora anche il nucleolo press'a poco nello stesso modo che la cromatina, e perciò non lo mette in spiccata evidenza, ma si può ricorrere in tale caso ad un altro metodo, per es. a quello proposto dallo stesso Dekhuyzen.

Non è facile però da questo solo carattere riconoscere quali degli elementi de-

scritti dai vari ematologi corrispondano agli eritroblasti e quali ai veri trombociti, perchè il significato di questa parola fu per molto tempo incerto e vago ed in questi ultimi anni solamente è stato dai più degli istologi rinchiuso in limiti più stretti.

Così quando Hayem (20) parlando dei veri trombociti dice: " Ils possèdent un " nucléole très-net, difficile à voir dans le sang pur „, non possiamo non dubitare che egli intenda per nucleolo una massa sferica e grande, apparentemente isolata, di semplice cromatina, piuttosto che un vero nucleolo nel senso con cui ora vien di solito usato questo vocabolo.

Ed anche dal lavoro del Pouchet (40) appare evidente il senso promiscuo che egli attribuisce alla stessa parola. Così quando, parlando del nucleolo delle giovani emazie, dice: " Ce dernier, quand on en suit le développement, présente bientôt la " même multiplication de nucléoles et les mêmes sillons de segmentation que le " noyau des leucocytes „ e poco più sotto " Les nucléoles sont très-petits „ (p. 25) è evidente che intende parlare delle granulazioni di cromatina che sono sempre numerose, mentre a pag. 29 in nota si riconosce facilmente che allude al vero nucleolo dei corpuscoli rossi del Proteo e della rana (1).

Del resto, se si eccettuano questi autori, tutti gli altri d'accordo non attribuiscono ai nuclei dei trombociti un vero nucleolo, e Neumann (37) ne contesta anzi la esistenza. Però egli dice " habe ich eine ähnliche Bildung auch vielfach auftreten " sehen, namentlich an Osmiumpräparaten, dies war aber immer nur dann der Fall, " wenn der Kern gleichzeitig zu einem hellen, transparenten Bläschen aufgequollen " war, in dem weder der erwähnte Längsstreifen, noch fadenförmige " Ausstrahlungen desselben kenntlich geblieben waren „ (p. 241). Ma da queste stesse parole si può arguire che quei nuclei mancanti di mitocromi, dove egli vide un'apparenza di nucleolo, non appartenevano a veri trombociti.

Di una grande importanza, a mio parere, sono nel riconoscere la natura di questi elementi certe proprietà del succo nucleare, non facili sempre a definirsi e trascurate finora. Intendo dire della tendenza a colorarsi pur esso, abbastanza intensamente, sebbene sempre assai meno della cromatina che vi sta immersa. È un fatto che non può sfuggire a chiunque faccia un preparato nel modo sopra descritto. Si noterà subito a primo colpo d'occhio che i nuclei dei trombociti sono colorati più intensamente di quelli dei veri eritroblasti e ciò indipendentemente dalla cromatina contenuta. Mentre il succo nucleare degli eritroblasti, in qualunque loro fase di sviluppo, si mantiene quasi sempre pallidamente tinto di un delicato celeste, così che i granuli di cromatina spiccano più nitidi, quello dei veri trombociti si tinge pur esso di azzurro e abbastanza bene da rendere alquanto confusa la distinzione delle masse cromatiniche. Questo carattere, che dipende certamente da una diversa costituzione chimica del succo nucleare nei due elementi, si mantiene costante in tutte le forme di trombociti, e pare più accentuato nei tromboblasti. Io lo ritengo di grande importanza, non solo per distinguere i trombociti dagli eritroblasti, ma anche perchè insieme ad altri caratteri ci può servire a riconoscere l'origine di

(1) Il Marquis (29) attribuisce bensì alle sue cellule fusiformi un vero nucleolo, ma queste, come si vedrà, non corrispondono ai nostri trombociti e perciò la sua asserzione non infirma per nulla la nostra.

questi elementi. Per ora mi limiterò solamente a far notare come la stessa proprietà è presentata anche dal succo nucleare dei leucoblasti.

Se il nucleo dei trombociti abbia o no una vera membrana non è facile asserire. Mondino (31) afferma che essa manca. Io ritengo invece che esista a giudicare dall'aspetto che esso presenta all'osservazione. Molte volte avviene che delle masse di cromatina siano così addossate e aderenti ad essa da confondersi insieme; ma nei tratti dove quelle mancano, un contorno distinto, per quanto delicatissimo, è sempre visibile e ciò mi pare una prova favorevole per la sua esistenza.

Forma. — La forma dei trombociti è vagamente quella di un fuso, come dice precisamente la denominazione di cellule fusiformi (Spindelzellen) o cellule a forma di fuso (spindelförmige Zellen) usata primitivamente per indicare questi elementi. In verità molte volte la forma di fuso, sebbene sia la predominante, è tuttavia modificata alquanto dall'allungarsi del corpo cellulare e dall'arrotondarsi di esso alle due estremità.

Si è data alla forma del trombocito, come a quella del suo nucleo, una grande importanza e da essa appunto si è dedotta la prova principale per dimostrare la sua pretesa trasformazione in corpuscoli rossi. Ma in realtà, essa non è, come vedremo, così importante come finora si è creduto. Non aveva tutti i torti il Löwit (25) nell'affermare che la forma a fuso non può essere considerato un carattere sufficiente per ritenere questi come elementi autonomi del sangue, perchè anche le altre cellule e specialmente gli eritoblasti si possono presentare con quella stessa forma. Tuttavia i limiti in cui essa può variare non sono molto estesi e, ad un esame minuto, non è sempre impossibile il riconoscere i veri trombociti. Anzi, leggendo attentamente la descrizione data dai precedenti autori di quelle cellule che essi chiamarono promiscuamente cellule fusiformi, ci è facile molte volte il distinguere i veri trombociti dagli altri elementi semplicemente dalla forma o dalle dimensioni loro attribuite.

Così, quando Recklinghausen (43) dice che le cellule fusiformi sviluppandosi assumono la grossezza di un corpuscolo rosso, prendendo anche una forma piatta ellittica, possiamo arguire che probabilmente egli considera come stadi ulteriori nell'evoluzione di quelle cellule, degli elementi che in realtà sono ben diversi.

Golubew (17), pur sempre considerandole come fasi diverse di sviluppo di uno stesso elemento, distinse tuttavia in categorie diverse queste cellule, semplicemente per la loro forma e dimensioni. Difatto, quando nella categoria *b* (p. 567) egli descrive, fra le cellule fusiformi, talune " die an beiden Enden sehr stark ausgezogen " und bisweilen fein zugespitz sind. Sie sind länger (0,033 mm. und sogar mehr lang), " aber nicht so breit als die oben beschriebenen, denen sie sonst ganz ähnlich sind " (fig. 28) „ si vede chiaramente che egli parla dei veri trombociti.

E trombociti veri sono forse anche quelli che il Vulpian (47) descrive come tirati in punta all'una o alle due estremità del loro grande asse a forma di fuso.

Invece Hayem (21) confonde insieme in una stessa descrizione le varie forme di cellule a fuso, e col nome di ematoblasti descrive promiscuamente eritoblasti e trombociti, dandosi ragione della diversa forma che innegabilmente presentano, coll'ammettere che essa provenga semplicemente dal modo con cui si osservano. " D'ail-

" leurs „ — egli scrive — „ un seul et même élément peut paraître alternativement " ovoïde, fusiforme ou arrondi, suivant qu'il est à plat de champ, ou vu dans le sens " de son grand axe „ (p. 125-126). Ma vedremo come non ci sarà difficile riconoscere in qualche parte del suo lavoro quale dei due elementi abbia voluto descrivere.

Bizzozero (2) invece portò come carattere distintivo delle sue piastrine nucleate per l'appunto la loro forma, e, convenendo come esse siano ovali od appiattite con i due poli arrotondati o acuminati e perciò somiglianti ai corpuscoli rossi, notò tuttavia che questi ultimi, anche quando son giovani, hanno una forma che tende alla sferica e perciò è possibile distinguerli.

Ma, come già il Löwit, anche il Mosso (34) negò ogni importanza al carattere della forma, e, sebbene riconoscesse perfettamente questi elementi " dalle estremità " acuminate, stirate come lacrime di vetro „, tuttavia le ritenne semplicemente come residui di corpuscoli rossi alterati.

Il Müller (36) conviene pur egli con il Löwit che anche i corpuscoli rossi giovani possono talora mostrare una forma di fuso: " Allein diese können schon durch " ihre Dimensionen von den v. Recklinghausen'schen Spindelzellen unterschieden " werden „ (p. 251-252).

Ma il Neumann (37), pur non negando che la forma a fuso si possa incontrare sovente, dice tuttavia, come l'Hayem, che essa è quasi sempre dovuta al fatto di vedere gli elementi di profilo e non di piatto, mentre che se si osservano in quest'ultima posizione " Wir sehen also, das die Spindelzelle gewöhnlich einer Form zu- " strebt, welche sich durch ihre grosse Uebereinstimmung mit der typi- " schen Form der ausgebildeten rothen Froschblutkörperchen aus- " zeichnet „ (p. 236).

Io sono perfettamente d'accordo con il Dekhuyzen (3) quand'egli scrive: " Die " Thrombocyten zeigen ..... eine Spindelförmige Gestalt mit meistens abgerun- " deten Polen (fig. 19 u. 21). Zuweilen ist eines der Enden zugeschärft, oder auch " beide können zugespitzt sein (fig. 20). Es sind flache Zellen „ (p. 97).

I trombociti sono di fatto cellule piatte. E, sebbene nei preparati fatti con il mio metodo sopra descritto, quasi sempre gli elementi si presentino di fronte ed, essendo fissi sul vetrino, non si possano vedere di profilo come sarebbe necessario per giudicar bene della loro forma, tuttavia non è raro il caso che, qua e là, qualcuno si trovi in quest'ultima posizione. Allora è facile arguire dall'aspetto che essi sono realmente cellule piatte.

Del resto i disegni servono sempre allo scopo assai meglio che molte parole. Io rimando dunque alle figure unite a questo lavoro. Vi si potrà scorgere come la forma dei trombociti che si possono ritenere per adulti è sovente allungata, sì da sorpassare notevolmente il grand' asse dei corpuscoli rossi. I due poli sono quasi sempre arrotondati in queste forme così lunghe, talora si assottigliano, certe volte sono anche veramente acuminati, ed il nucleo non occupa mai a rigor di termini la posizione mediana, ma è invece sempre alquanto più avvicinato all' una delle due estremità (1).

(1) Ripeto qui l'avvertimento che, nell'osservazione di queste figure, devesi tener conto dell'appiattimento subìto dalle cellule nella preparazione, appiattimento che le ha rese alquanto dilatate.

Le dimensioni del corpo cellulare dei trombociti possono in certi casi servire di per se sole, come la forma, a distinguerli dagli altri elementi. Molte volte oltrepassano notevolmente quelle dei corpuscoli rossi, e il rapporto tra il grande ed il piccolo asse è maggiore che in questi. Esse oscillano tra i 15 ed i 25, talora anche 30 e più μ di lunghezza, su 5, 7 od anche 10 μ di larghezza. Tuttavia la maggior larghezza non si osserva nei più lunghi, ma nei più corti e viceversa, così che si può concludere che, in generale, quanto più sono lunghi tanto più sono stretti. Si manifesta insomma in essi una spiccata tendenza ad allungarsi ed assottigliarsi. Negli elementi descritti dal Golubew (17) nella sua categoria *b*, se non vi fossero altri caratteri per riconoscere i veri trombociti, basterebbero le dimensioni indicate per farceli subito distinguere. " Sie sind länger — egli dice — (0,033 mm. und sogar " mehr lang) aber nicht so breit, als die oben beschriebenen, denen sie sonst ganz " ähnlich sind „ (fig. 28). Tali indicazioni non possono convenire a nessun altro elemento del sangue.

Hayem (21) attribuisce loro una massima lunghezza di 18 μ. " Les plus grands du " sang normal atteignent rarement 18 μ. de long „ egli dice (pag. 129), ma le sue parole non si accordano con le figure, giacchè a pag. 128, fig. 41, egli ci presenta un suo ematoblasto (*c*) dove le dimensioni in lunghezza sono senza dubbio molto maggiori. È bensì vero che egli attribuisce la forma così allungata ad alterazione prodotta dal siero iodato in cui l'elemento fu conservato, ma io non credo che abbia ragione in questa supposizione, giacchè Golubew, Dekhuyzen ed io stesso abbiamo osservato forme simili in elementi fissati in vario modo ed appena usciti dall'organismo.

Neumann (37) che, come parecchi altri, sostiene che le cellule fusiformi si trasformino in corpuscoli rossi, si serve delle loro dimensioni come di una prova per questa ipotesi, togliendone in massima parte dall'Hayem le misure, confronta la larghezza e la lunghezza dei corpuscoli rossi adulti in vari vertebrati ovipari (p. 237) con quelle delle cellule fusiformi. Egli trova difatto che la lunghezza di queste ultime è circa $^1/_2$ — $^2/_3$ e la larghezza $^1/_3$ — $^1/_2$ delle relative dimensioni dei corpuscoli rossi, cioè sempre minori di questi ultimi elementi, di cui precisamente rappresenterebbero uno stadio anteriore. Ma questa pretesa prova perde tutta la sua importanza quando si osservi che Hayem, come or ora dissi, e forse anche Neumann non tennero conto delle cellule fusiformi più lunghe, perchè le credettero alterate nella forma.

Comunque sia è però certo che, sebbene la forma e le dimensioni sieno talvolta tipiche, tuttavia per la loro variabilità non possono da sole essere carattere sufficiente per la distinzione dei trombociti.

Protoplasma. — Ben più importante è invece la struttura del corpo cellulare.

Quasi tutti coloro che si occuparono di questi elementi sono d'accordo nell'attribuire, almeno ad alcuni di essi, — che sono i veri trombociti — una struttura granulare del protoplasma. Recklinghausen, Vulpian, Bizzozero, Müller, Dekhuyzen ed altri sono di questa opinione. Non così si può dire di Hayem (21) che a questo proposito si mostra alquanto incerto; di fatto mentre egli a parole asserisce che il loro protoplasma è omogeneo, in parecchie sue figure è indicata visibilmente una certa granulosità. Questa sua incertezza è sempre dovuta alla stessa unica causa:

dell'avere confusi insieme due elementi diversi: i veri trombociti, dove il corpo cellulare è granuloso ed i veri eritroblasti, a corpo cellulare omogeneo.

Del resto la granulosità del protoplasma dei veri trombociti, per lo meno di quelli adulti, è tanto evidente che non è necessario ricorrere ad alcuna preparazione speciale per metterla in mostra. Negli stessi preparati di sangue fresco essa appare distintamente.

Ma se si ricorre ad una qualche colorazione e più specialmente poi a quella da me usata all'azzurro di metilene, tale granulosità diventa poi non solo più chiara, ma ci è anche possibile riconoscere in quale relazione i granuli che la formano stieno con le altre parti della cellula. Essi si tingono di un leggero color violetto giacintino e con il loro insieme dànno al protoplasma quella tinta giacintina che ci permette di riconoscere facilmente questi fra gli altri elementi del sangue.

Ricorrendo ad un forte ingrandimento (obb. apochr. 1,5^{mm}, apert. 1,30 — ocul. 4 Zeiss) le particolarità di struttura si scorgono certamente assai meglio ed allora si può vedere come il protoplasma dei trombociti adulti risulti di due parti ben distinte, sebbene in istretta relazione fra di loro: la sostanza filare che forma il vero citoplasma, ed i granuli (1).

La teoria del Flemming sulla struttura filamentosa del citoplasma trova anche in queste cellule una valida conferma. Ciò che nei trombociti rappresenta il vero citoplasma della cellula, quella parte che non manca mai in qualunque sua fase di sviluppo, è la sostanza filare, che risulta costituita di un gran numero di sottilissimi filamenti che si distinguono dai granuli per il colore azzurro di Prussia assunto col suddetto metodo di colorazione. Questi filamenti, decorrono lungo i lati del nucleo quasi parallelamente ad essi, intrecciandosi scarsamente fra di loro e formando così intorno al nucleo un invoglio sottile di citoplasma quasi privo di granuli. Ma ai due poli i filamenti si accumulano più abbondanti e generalmente all'uno di essi più ancora che all'altro: donde quella forma a fuso allungato con la posizione del nucleo asimmetrica rispetto all'asse trasversale. Se poi questi filamenti siano ben disgiunti, indipendenti l'uno dall'altro, o se pure non sieno che parti di un unico lungo filamento è ciò che non posso asserire.

Generalmente i filamenti di citoplasma limitano all'esterno il corpo del trombo-

---

(1) È bene, per evitare ogni equivoco, che io dica qui chiaramente il significato che do a questi due vocaboli: protoplasma e citoplasma, che ho già usato altre volte e che occorrerà sovente nel presente lavoro. Con la denominazione di protoplasma io indico tutto ciò che forma il corpo della cellula, escluso il nucleo e la membrana, quando essa esiste. Con quella invece di citoplasma, — che significa plasma della cellula, e non altro, — distinguo invece quella parte del protoplasma, che non manca mai e che perciò si può ritenere come il vero plasma cellulare, la parte più importante di tutto il protoplasma. Così, nel caso presente, si può facilmente scorgere che i leucoblasti, i trombòblasti giovani, gli eritroblasti presentano tutti un protoplasma di struttura filamentosa che si colora in azzurro di Prussia: mentre gli altri elementi: leucociti a nucleo polimorfo, trombociti, cellule eosinofile mostrano anche molti granuli di natura diversa, che si possono però vedere allogati fra i filamenti tinti in azzurro di Prussia. Quei primi elementi adunque hanno il loro protoplasma costituito di solo citoplasma: in questi altri invece il protoplasma è formato del citoplasma e dei granuli. I granuli sono dunque in questo caso una parte accessoria, perchè possono anche mancare. Il citoplasma invece non manca mai, anche negli elementi più semplici.

cito con un contorno delicatissimo sì, ma quasi sempre netto e privo di punte o sporgenze o lobi. Tuttavia alcune volte mi avvenne di trovare in elementi giovani — e che reputo alterati — delle piccole sporgenze o punte, sovente acuminate, come quelle stesse che anche Dekhuyzen (3) vide e disegnò in alcuni tromboblasti e che ritenne per veri pseudopodi. Se esse sieno realmente tali, o se forse non sieno dovute a quei fenomeni di alterazione incipiente che Hayem descrisse minutamente, per cui appunto il corpo della cellula appare irto di punte, non è facile il dire. Io ritengo più vera quest'ultima opinione.

Quanto ai granuli, essi sono finissimi ed abbondanti in questi elementi e preferibilmente accumulati ai due poli. Come già il Müller (36) rilevò usando un metodo di colorazione diverso dal mio, essi assomigliano molto a quelli dei leucociti a granulazioni fini neutrofile. Anche con l'azzurro di metilene questa somiglianza è innegabile: essi difatti si colorano anche press'a poco come quelli dei leucociti, ma ne sono alquanto più grandi. Nell'esame del corpo protoplasmatico di uno di questi elementi si può facilmente scorgere che, ai lati del nucleo dove lo strato di citoplasma è molto sottile, i granuli, se non mancano affatto, sono però sempre molto scarsi, mentre che ai due poli, e in generale all'uno più che all'altro, sono abbondantissimi. Essi stanno rinchiusi tra i filamenti del citoplasma come in tante minutissime maglie irregolari di una rete e si scorge ad evidenza che la preponderanza di protoplasma alle due estremità del trombocito non è dovuta solo all' accumularsi della sostanza filare del protoplasma, ma anche, ed in buona parte, alla grande abbondanza di granuli che vi sono rinchiusi.

Oltre a questi granuli di minime dimensioni, in molti trombociti e specialmente in taluni che paiono più giovani, si notano, o qua e là tra i granuli fini, o di preferenza disposti intorno al nucleo, altri granuli più grandi, che paiono però della stessa natura di quelli. In questa opinione mi conferma anche il fatto, che è sempre facile trovarne alcuni che per le loro dimensioni intermedie stabiliscono un graduale insensibile passaggio dagli uni agli altri.

Non sono però da confondersi con essi degli altri granuli che generalmente si trovano nel corpo di questi elementi in numero per lo più di due, talora anche di tre o quattro. Essi si riconoscono d'altronde facilmente negli stessi preparati freschi, perchè sono molto brillanti e più grandi degli altri. Mi pare che alluda precisamente a questi granuli il Mondino (31) quando parla di certi " globicini situati ai poli del " corpo cellulare e che possiedono un'alta rifrangenza „. Quanto alla loro interpretazione egli sospetta, per alcune ragioni, che " possa trattarsi di paraplasma che, " scacciato via dalle maglie del reticolo protoplasmatico pel gonfiare delle trabe- " cole, vada ad ammassarsi in goccie nei punti in cui il reticolo offre minor resi- " stenza „. È tuttavia da notarsi che nelle figure annesse al lavoro, in cui il Mondino disegnò questi globicini, sono anche indicati altri corpicciuoli che dalla forma irregolare si riconosce facilmente che sono tutt'altra cosa. Che cosa siano probabilmente dirò più avanti, quando parlerò del fagocitismo di questi elementi.

Di questi granuli parla poi anche chiaramente l'Hayem (21): " Dans quelques " cas, notamment chez la *Rana temporaria* (observations faites pendant les mois " d'hiver) on y voit une, deux, trois ou quatre granulations très brillantes de nature " indéterminée. Ces granulations siègent, en général, aux extrémités du disque en

" dehors du noyau „ (p. 129). Egli aggiunge in nota che esse somigliano bensì talvolta a granuli vitellini, ma non ne hanno le reazioni.

Dekhuyzen (3) chiama questi granuli " grün glänzenden Granula „ e crede che qualche volta essi possano anche subire una degenerazione grassa. Difatto egli scrive: " Verfettung der polaren, grün glanzenden Granulationen scheint als Degeneration " aufzufassen zu sein, kommt übrigens nicht aüfig vor „ (p. 99), e nella fig. 18 ha forse voluto con un piccolo corpicciuolo nero, posto a uno dei poli del trombocito, rappresentare un simile granulo in degenerazione grassa, annerito dall'acido osmico con cui fissò gli elementi. Ma io credo piuttosto che Dekhuyzen abbia in questo caso veduto una piccola massa di pigmento introdottasi nel trombocito per il suo fagocitismo, precisamente come ne vidi anch'io qualche volta e come disegnai (fig. 21. 26. 27). Ed in questa opinione mi conferma anche il contorno non perfettamente sferico presentato da quel corpicciuolo. Siccome però egli usò l'acido osmico per fissatore, potè credere che la colorazione nera fosse dovuta all' azione di questo réagente su uno dei granuli degenerati in grasso: mentre io non avendo fatto alcun uso di quel reattivo che annerisce le sostanze grasse, non potei esser condotto a quella interpretazione, ed ebbi invece agio di riconoscere indubbiamente la natura pigmentaria di simili corpi e di convincermi perciò che il colore quasi nero che essi presentano, non è già dato da uno qualunque dei reagenti fissatori o coloranti che si usino nella preparazione, ma è un colore proprio inerente alla loro natura stessa.

Anche il Neumann (37) non osa pronunziarsi sulla natura dei granuli brillanti: egli nega semplicemente che sieno granuli vitellini, ed anche che sieno granuli di grasso, perchè non ne ottenne l'annerimento con l'acido osmico.

E veniamo ora alla questione dei movimenti ameboidi di questi elementi da taluni negati recisamente, da altri invece ammessi.

Stricker (46), osservando i mutamenti che subiscono gli elementi morfologici incolori del sangue degli anfibi all'osservazione microscopica e fuori dei loro vasi, notò che le cellule fusiformi, dopo qualche minuto, cambiano aspetto; il loro nucleo diventa più visibile, ed il contorno della cellula si fa più irregolare e munito di sporgenze o lobi. Pare che egli ritenga questi cambiamenti come una manifestazione vitale della cellula stessa.

Poco dopo Hayem descrisse più minutamente e più chiaramente simili mutamenti nei suoi ematoblasti, ma ritenne che non fossero altro che alterazioni passive, e dello stesso parere fu pure il Bizzozero che riscontrò nelle sue piastrine nucleate i medesimi fenomeni già descritti dall'Hayem.

Invece il Dekhuyzen (3) dà come uno dei caratteri distintivi di questi elementi " die ganze Eigenart geringfügigen amöboiden Bewegungen „ ed anzi aggiunge: " Die jungeren Formen zeigen jedoch viel höhere Grade der amöboiden Formverän- " derlichkeit, sowohl in der 0,8 proz. Kochsalzlösung als in Blute selbst „. Questa stessa proprietà elevata in alto grado la attribuisce poi ai tromboblasti, come loro caratteristica: " als solche (Tromboblasten) möchte ich die Jugendformen mit wenig " Protoplasma, welches aber hohe Grade amöboide Beweglikeit besitzt „ (p. 98).

Le osservazioni già fatte dallo Stricker, dall'Hayem e dal Bizzozero ripetè il Neumann (37) in questi ultimissimi tempi, ed anch'egli vide pressochè quei medesimi cambiamenti di forma già descritti dai precedenti istologi: 1° accorciamento

della cellula e del nucleo fino ad assumere quasi la forma sferica; 2° cambiamento nel contorno della cellula per la formazione di vescichette periferiche quasi a somiglianza di pseudopodi.

A risultati non diversi venni anch'io nell' esame del sangue fresco, appena uscito dai vasi. Ma nell'osservazione del sangue in una soluzione al 0,8 % di cloruro sodico, prescritta dal DEKHUYZEN, non ho potuto venire perfettamente alle sue stesse conclusioni. Ho visto bensì i poli del trombocito muoversi, ripiegarsi, accorciarsi e ritirarsi verso il nucleo sì che l'elemento in pochi minuti cambiò la sua forma molto allungata in un' altra ellittica ancora, sebbene assai più corta; ma non ho potuto scorgere quei cambiamenti disegnati dal DEKHUYZEN nella fig. 10, per cui il trombocito, pur non alterandosi, almeno apparentemente, presenta tuttavia dei veri movimenti ameboidi.

Ad ogni modo la quistione, a mio parere, non volge tanto sulla esistenza dei movimenti ameboidi, che non si possono negare, almeno negli elementi del sangue fuori dei vasi, quanto sull'interpretazione di essi: se si debbano cioè considerare come dovuti ad alterazione passiva del loro corpo o invece ad una manifestazione della loro attività vitale. La questione, da questo punto di vista, è ancora pendente, ma, per conto mio, propendo piuttosto per la prima di queste due opinioni. Non è senza importanza per ciò il fatto osservato dal NEUMANN, che quei cambiamenti di forma non avvengono negli elementi conservati nei vasi sangüigni, anche per qualche giorno dopo la morte dell'animale.

Comunque sia, siccome i veri eritroblasti non presentano mai cambiamenti così fatti, anche questo diventa un carattere distintivo dei trombociti, di importanza secondaria sì, ma non trascurabile, perchè può in certi casi farci distinguere l'uno dall'altro questi elementi. Ed uno di questi casi di fatto si presenta nel lavoro stesso dello STRICKER (46), dove quest'autore nel capitolo 3 riferisce cinque osservazioni sui mutamenti subìti dagli " Spindelförmige farblosen Blutkörperchen des Frosches „ e nella seconda (p. 15), parlando dei due corpi fusiformi che vede nel campo d'osservazione, dice " an dem einem hat der Zelleib einen deutlichen Stich in Gelbröth- " liche „. Dal che io arguisco che egli ebbe sotto gli occhi in questo elemento non un vero trombocito, ma un eritroblasto. Si noti di fatto a conferma di questa mia credenza, che, mentre egli vide distintamente nelle altre osservazioni quei mutamenti caratteristici che succedono assai presto nei veri trombociti, in questo invece non osservò nulla di simile. " Zwei Spindelkörper in Gesichtsfelde mit deutlichen " Kernen, halten sich etwa fünf Minuten ganz unverändert. Allmälig verkurzen " sie sich ..... „. A questo raccorciamento ed al passaggio ad una forma a contorno irregolare si riducono tutti i cambiamenti che potè osservare in questi corpi fusiformi: " In den zwölften Minute sind beide zu unregelmässig begrenzten Körpern " umgestaltet ..... Von da ab Veränderungen kaum nennenswerth „.

E veniamo alla questione più importante e più discussa: alla presenza o mancanza di emoglobina in questi elementi. Io non ho mai visto il corpo dei veri trombociti, cioè di cellule che presentino i caratteri or ora indicati, impregnato di emoglobina. Ho fatto delle ricerche in proposito non solo su elementi fissati sul vetrino e colorati con l'azzurro di metilene che potrebbero aver perso l'emoglobina eventualmente contenuta, ma anche su elementi freschi e appena tolti dal corpo, e su

altri, preparati in vari modi. Vero è che su quelli freschi non è sempre facile riconoscere se la cellula che si osserva è un vero trombocito, perchè quei caratteri che ne lo distinguono ci sono quasi tutti velati, ma in quei casi, in cui ebbi in qualche modo la certezza di osservare indiscutibilmente un trombocito, non vi ho mai potuto scorgere traccia di emoglobina che ne impregnasse il protoplasma. Mi venne bensì fatto di scorgere un trombocito contenente emoglobina e l'ho disegnato: essa però non ne impregnava il corpo, come fa nei corpuscoli rossi, ma era in forma di frammenti di eritrociti ai due poli della cellula, penetrativi semplicemente per opera del suo fagocitismo, che vedremo essere una proprietà fisiologica altamente sviluppata in questi elementi del sangue (fig. 23).

Sulla mancanza di una vera membrana cellulare nei trombociti sono gli autori quasi tutti d'accordo; non già che essi la neghino in modo assoluto, ma per lo meno non ne parlano. Però il Mondino (31) non solamente ammette la presenza di una vera membrana in questi elementi, ma la dice anche robusta: " ..... mai non riesce " il nucleo a separarsi dall'elemento grazie alla robusta membrana cellulare della " quale si vede bene l'immagine nella tav. I, fig. 5, n. 1 „ (p. 149). Devesi qui ricordare che il contorno di questi elementi non alterati è sempre ben netto per quanto delicato ed il Mondino lo interpretò come una vera membrana cellulare. Ma io non ho potuto venire a questa conclusione nelle mie ricerche. In tutti quanti i trombociti osservati non ho mai potuto scorgere non solo un differenziamento, ma neppure un'accumulazione periferica del protoplasma che mi portasse a sospettare semplicemente della presenza di una membrana. Del resto, contro all'opinione del Mondino sta poi ancora il fenomeno del fagocitismo così sviluppato, così costante e indiscutibile in queste cellule, ma ignoto ancora quando il Mondino scriveva il suo lavoro. Fenomeno, che si può quasi ritenere incompatibile con la presenza di una membrana vera in quelle cellule che lo presentano.

Dei centrosomi, che si possono ritenere costanti in questi elementi, dirò più oltre.

***

Caratteri fisiologici. — Ai caratteri dei trombociti finora esposti, che diremo morfologici, altri se ne possono aggiungere che possiamo chiamare fisiologici e che, se non sono di importanza capitale, perchè non ancora ben noti, non devono tuttavia essere trascurati. Intendo dire: 1° di quella proprietà di radunarsi in mucchi, tanto nei vasi per formare i trombi bianchi, quanto fuori di essi; 2° della partecipazione loro nella coagulazione; 3° del fagocitismo eminentemente sviluppato.

Per non eccedere i limiti che mi sono imposto in questo lavoro non mi fermerò sulle due prime proprietà. Dirò solamente che quasi tutti son d'accordo nell'ammettere che i mucchi bianchi di cellule fusiformi sono quasi unicamente costituiti di cellule fusiformi incolore, cioè di veri trombociti. Lo stesso Hayem nega che gli ematoblasti contenenti emoglobina posseggano quella viscosità che è tanto caratteristica degli altri ematoblasti incolori, e in più occasioni asserisce che solo alcuni se ne possono trovare qua e là impigliati nei mucchi bianchi formati preva-

lentemente da quelli non colorati dall'emoglobina. Io non ho ripetuto tutti gli esperimenti tanto noti fatti dall'Hayem e dal Bizzozero, dagli Ebertii e Schimmelbuscii e da altri su tale quistione: dirò solamente, come anch'io ho osservato che quei mucchi di elementi che qua e là in ogni preparato si incontrano, sono sempre costituiti quasi unicamente di quelle cellule che per tutti i caratteri morfologici finora descritti si riconoscono infallibilmente per trombociti.

Della seconda proprietà fisiologica, cioè della compartecipazione che i trombociti possono avere nella coagulazione del sangue, non tengo parola e rimando ai lavori dell'Hayem, del Bizzozero e di altri. La quistione è molto più complicata di quanto appaia a tutta prima, e d'altronde non ha per lo scopo che mi prefiggo in questo lavoro un'importanza capitale, giacchè questa proprietà non può essere un carattere per riconoscere i trombociti dagli eritroblasti.

La terza proprietà invece, quella del fagocitismo, sia perchè da poco nota, sia ancora perchè, pur essendo una proprietà fisiologica, può diventare per così dire anche morfologica, potendosi riconoscere in quegli elementi che la posseggono dei mutamenti morfologici indottivi colla penetrazione in essi di corpi estranei, è della massima importanza.

Alla conclusione, che i trombociti delle rane possedessero uno spiccato fagocitismo io era già stato forzatamente condotto prima ancora che si pubblicasse il recente lavoro del Ramon y Cajal (41). Non raramente mi avveniva durante le osservazioni di incontrare dei trombociti contenenti, o all'uno, o ai due poli, certi corpi che si dovevano ritenere estranei affatto alla cellula stessa. E poichè questi corpi estranei erano evidentemente di natura ben diversa l'un dall'altro, veniva spontaneo e naturale l'ammettere che essi vi fossero penetrati per fagocitismo dello stesso trombocito. Ho disegnato parecchi di questi elementi, che si vedono rappresentati nelle fig. 7, 12, 13, 21, 22, 23, 25, 26, 27. In taluni i corpi estranei sono evidentemente delle masse più o meno grandi di pigmento (fig. 21, 26, 27): in un altro sono frammenti di corpuscolo rosso (fig. 23); in altri ancora sono microorganismi (fig. 13, 22, 25) o granuli di cromatina (fig. 7, 12) provenienti da nuclei di altri elementi disaggregatisi. Si noti come in tutti questi casi i corpi estranei si trovano costantemente ai poli del trombocito, e se, esiste un centrosoma, la posizione loro sta tra il centrosoma ed un polo del nucleo.

Dai disegni uniti ai lavori di Mondino e Sala (30) e del Mondino (36), si può scorgere che anch'essi avevano visto nelle piastrine nucleate certi corpi di cui non conobbero la natura. Taluni di essi sono forse quei granuli brillanti di cui quegli autori fanno parola nel testo del loro lavoro; ma così non si può dire di certi altri, come quelli indicati nelle fig. IIII, V (30), e nelle fig. IV (31) che per la forma molto irregolare ricordano per l'appunto quelle masse di pigmento che io ho rappresentato nelle mie figure. Se quegli istologi non li seppero riconoscere ciò è forse dovuto al procedimento tenuto nelle osservazioni, che non ne mise bene in evidenza la natura speciale.

Ho poi ragione di credere che sia anche di pigmento quella piccola massa nera che il Dekhuyzen (3) disegnò nel trombocito della fig. 18 all'uno dei poli del nucleo. Ma, avendo egli usato nella fissazione degli elementi del sangue un liquido a base di acido osmico che annerisce, come si sa, i grassi, credette che quella piccola massa

nera fosse di grasso e provenisse da degenerazione di uno di quei corpicciuoli brillanti così frequenti nei trombociti.

Ma il primo che ha dimostrato sperimentalmente il fagocitismo in questi elementi è il Ramon y Cajal (41) in questi ultimissimi tempi. Egli fu condotto alla conclusione che la funzione dei trombociti sia quella di depurare il circolo sanguigno dai corpuscoli estranei che vi si possano accidentalmente trovare.

A me premeva invece di osservare, se il fagocitismo era anche una facoltà dei trombociti che mancasse agli eritroblasti e potesse perciò insieme agli altri diventare un carattere distintivo. Per ciò ho fatto una iniezione sottocutanea di inchiostro di china in una rana in cui prima aveva già notato in circolazione parecchi eritroblasti: e vidi che i soli trombociti avevano inglobato i granuli di inchiostro di china, mentre gli eritroblasti non ne presentavano assolutamente alcuna traccia.

I tromboblasti nella rana.

Con il nome di tromboblasti il Dekhuyzen (3) vuole indicare le forme giovani dei trombociti " mit wenig Protoplasma, welches aber hohe Grade amöboider Bewe- " glichkeit besitzt „ (p. 98). Io ho creduto opportuno di accettare la denominazione proposta.

Se è facile riconoscere i trombociti adulti ed i tromboblasti più giovani, i primi per i caratteri testè menzionati, questi ultimi per certe qualità che ora descriverò, non è altrettanto agevole segnare i limiti di separazione dall' una forma all' altra, poichè il passaggio si fa così gradatamente che i caratteri dell'adulta compaiono a poco a poco e quasi insensibilmente.

Quasi sempre in uno stesso preparato è possibile scorgere tutte le forme che conducono da un tromboblasto giovanissimo ad un trombocito adulto. Quella forma più semplice, che si può ritenere come un tromboblasto nel suo stadio più giovane, è rappresentata da una cellula, in cui il nucleo è appena leggermente ovale ed il protoplasma è alquanto più accumulato ai suoi due poli (fig. 2, 3, 4).

Chiunque osservi una di queste forme, o in un preparato di sangue, o, meglio ancora, in un preparato fatto secondo il mio metodo non potrà far a meno di convenire che esiste tra questa forma di tromboblasto ed un leucoblasto una grande somiglianza, non solo nelle dimensioni, ma anche nella struttura sì del nucleo che del protoplasma.

Questa analogia nella struttura del nucleo non sfuggì al Loewit (24): " Ein- " zelne dieser Spindelzellen stimmen in der Struktur ihres Kernes vollständig mit " den soeben beschriebenen kleinen weissen Blutzellen überein, von denen sie sich " nur durch die Spindelformen unterscheiden „ (p. 369), egli scrive e questa somiglianza lo condusse anzi ad affermare più tardi che la forma a fuso di questi elementi non fosse che affatto accidentale.

Sia che il Müller non abbia incontrato nei suoi preparati alcuno di questi tromboblasti giovanissimi, sia che con i suoi metodi di colorazione la somiglianza del loro nucleo con quello dei leucoblasti non appaia molto evidente, fatto sta che egli

nega recisamente (36) che i trombociti possano in qualche modo legarsi con altri elementi del sangue: " Es unterscheiden sich die eigenartigen Recklinghausen'schen " Spindelzellen von allen übrigen Zellen des Blutes und es gelingt nicht, einen si- " cheren Zusammenhang derselben mit den weissen oder rothen Blutkörperchen " nachzuweisen „ (p. 252).

Ma questa somiglianza colpì invece il Neumann che ce la fa rilevare chiaramente nel suo lavoro (37) per legittimare sull' origine di questi elementi una sua opinione che io condivido pienamente. Così nel ricercare fra le cellule del midollo osseo quelle che possono essere considerate come un punto di partenza per la formazione dei trombociti, così scrive: " Die einzige Zellart, welche möglicherweise " den Spindelzellen durch gewisse Umbildungsprocesse den Ursprung geben könnte, " sind die kleineren, durch äusserst spärliches, den runden Kern als dünner Mantel " umhüllendes Protoplasma charakterisirten, oftmals selbst als freie Kerne erschei- " nenden Leukocyten dieselben Zellen, welche Stricker in seiner citirten Abhand- " lung, aus dem circulirenden Blute als " weniger bewegliche, einkernige, farblose " Zellen „, Hayem als erste Varietät der Leukocyten, H. F. Müller als " einkernige " Leukocyten „, Löwit als " Leukoblasten anführt „ (p. 268). E poco più oltre descrive precisamente quelle che egli ritiene come forme di passaggio e che corrispondono appunto a quelli che io or ora ho chiamato tromboblasti nel loro stadio più giovane di sviluppo: " Was zunächst die äussere Form betrifft, so zeigen gut fixirte " ..... Präparate des Markblutes neben den langgestreckten Spindelzellen und den " kuglig abgerundeten, zum Theil als freien runde Kerne sich darstellenden Lym- " phociten sehr häufig Formen, welche bei geringem Ueberwiegen des Längendurch- " messers entweder eiförmig abgerundet sind oder als spitze, kurze Spindeln er- " scheinen: in dem einen Falle umgiebt ein schmaler, meistens sichelförmiger Zelleib " den Kern, in anderen sind es zwei kleine, zipfelförmige Protoplasmaanhänge, welche " den beiden Kernpolen anhaften. Auch in Bezug auf ihre Grösse nehmen diese Zellen " eine mittlere Stellung zwischen Lymphocyten und Spindelzellen ein „ (p. 270-271).

E per quanto riguarda la struttura e le proprietà del nucleo è ancora altrettanto esplicito: " Eben so wenig habe ich an den Kernen durchgreifende Unterschiede " constatiren können. Zwischen der langlichen Form des Kerns der ausgebildeten " Spindelzellen und der runden der Lymphocytenkerne giebt es alle Zwischenstufen, " namentlich an den erwahnten ovoiden und kurzspindelförmigen Elementen. Das im " Innern enthaltene Kerngerüst habe ich nach den verschiedensten Methoden ge- " prüft, ohne auch hier specifische Verschiedenheiten wahrzunehmen ..... „ (p. 271).

I mitocromi, quelle striscie di cromatina che abbiam visto essere caratteristiche dei trombociti, mancano nelle forme giovanissime di tromboblasti e non sono ancora così ben formate in quelle altre, che, pur essendo molto giovani, hanno già percorso tuttavia un certo tratto della loro evoluzione. Così che la cromatina dei tromboblasti più giovani è, come nei leucoblasti, distribuita in pochi ma grossi granuli sferici riuniti fra di loro da scarsi e poco distinti filamenti (1), mentre in quelli

(1) Questi grossi granuli sferici di cromatina sono da taluni chiamati anche *nucleoli* per l'aspetto che presentano all'osservazione. Senza alcun dubbio intende parlare di essi il Neumann (37) quando (p. 273-274) tratta la questione della presenza dei nucleoli nei leucoblasti e nei tromboblasti.

che sono già alquanto progrediti nello sviluppo i granuli cromatinici mostrano una spiccata tendenza a disporsi in fila, preludiando così alla formazione dei veri mitocromi dell'adulto. Si noti frattanto che, mentre questa avviene, il nucleo va diventando a poco a poco sempre più ellittico fino ad assumere quella forma allungata, caratteristica del trombocito adulto, mostrando così quella che il Dekhuyzen (3) chiama " ausgesprochene Polarität „.

Questo stesso autore asserisce che i mitocromi sono sempre presenti in questi elementi anche nelle forme più piccole: " Bei den Thromboblasten ist die Schlei- " fenform gewöhnlich weniger deutlich ausgebildet als bei den Thrombocyten, die " longitudinalen Streifen aber sind noch bis zu den kleinsten Formen erkennbar „ (p. 98-99). Ma, insieme al Neumann, faccio anch'io notare che a queste parole non corrispondono perfettamente le figure, poichè i nuclei dei tromboblasti disegnati nelle fig. 11, 12 mostrano una notevole somiglianza con quelli dei leucoblasti delle fig. 23, 24, appunto perchè non presentano ancora alcun accenno ai mitocromi. Del resto, aggiungerò ancora, che lo stesso Dekhuyzen ammette poco più oltre che i mitocromi possano mancare nei tromboblasti più giovani: " So sind z. B. bei manchen jüngsten " Thromboblasten die Mitochrome kaum oder nicht ausgebildet..... „ (p. 103), venendo così a contraddire leggermente a quanto asserisce poco prima.

Un altro carattere che contribuisce ancora a rendere molto somiglianti i nuclei dei tromboblasti a quelli dei leucoblasti è quella proprietà del succo nucleare di colorarsi pur esso intensamente con l'azzurro di metilene, sì da mascherare quasi o da rendere almeno poco distinte le masse di cromatina. Questa proprietà, per quanto di poca importanza, come io stesso lo riconosco, non deve essere tuttavia trascurata; perchè è anch'essa uno dei mezzi, pur troppo scarsissimi, di cui l'istologia dispone per trar giudizi sulla natura delle varie sostanze che cadono nell'osservazione microscopica.

Un vero nucleolo, nel significato che io do a questo vocabolo, manca nei tromboblasti, come anche nei leucoblasti. Parrebbe a tutta prima che io sia qui in evidente contraddizione con il Neumann (37) poichè egli afferma che esistono in questi elementi dei nucleoli. Ma ciò non è. Il Neumann usa questa parola in un senso che oggidì dovrebbe essere abbandonato: nella descrizione del nucleo dei leucoblasti (p. 273-274) si scorge ad evidenza che egli chiama nucleoli le grandi masse sferiche di cromatina che appaiono quasi isolate, cioè non riunite da filamenti cromatinici. Io invece, come già ebbi occasione di dire, chiamo nucleolo quella sfericciuola che in certi nuclei è di sostanza diversa dalla cromatina, di paranucleina o pirenina, sostanza poco conosciuta se si vuole, per quanto sia stata battezzata con un nome speciale, ma che tuttavia è possibile distinguere dalla cromatina, perchè, mentre questa preferibilmente si tinge con colori basici di anilina, quella mostra una predilezione per i colori acidi, quali l'eosina, la fucsina acida ecc. Un vero nucleolo dunque di pirenina manca nei leucoblasti e nei tromboblasti.

La somiglianza dei leucoblasti e dei tromboblasti giovanissimi è poi evidente non solo nella struttura del nucleo, ma anche in quella del protoplasma. Con il metodo di colorazione all'azzurro di metilene suddescritto è facile scorgere che nei leucoblasti il protoplasma circonda il nucleo sotto forma di uno strato molto sottile che talora è uniformemente distribuito tutt'attorno, ma di frequenti è invece pre-

ponderante da una parte, e che si distingue dal nucleo per la tinta azzurro di Prussia uniforme che ha preso con l'azzurro di metilene.

Questo protoplasma, che si tinge in tal modo caratteristico, è per l'appunto quello che io dico più propriamente citoplasma, perchè non manca mai in una cellula, a meno che per una evoluzione speciale esso abbia dovuto subire una trasformazione ulteriore. È precisamente questo il caso dei corpuscoli rossi, ne' quali dapprima, alla fase di eritroblasti, esiste anche un distinto citoplasma che si tinge nello stesso modo di questo dei leucoblasti, ma più tardi a poco a poco scompare perchè si trasforma in quella sostanza elastica che forma poi lo stroma del corpuscolo rosso adulto, quell'anello che deve dare all'eritrocito l'elasticità necessaria e la sua forma propria, come in un mio precedente lavoro (14) ho descritto.

Nei leucoblasti adunque il citoplasma appare omogeneo e la sua struttura fibrillare, che più tardi diventerà evidente, è ancora mascherata dalla sua stessa compattezza. Granuli di sorta non vi si scorgono assolutamente. La facoltà di emettere pseudopodi è ancora poco spiccata.

Or bene, nei tromboblasti più giovani si riscontra tale una somiglianza con questi leucoblasti che si potrebbero con tutta facilità scambiare con essi, se il nucleo leggermente ovale ed il protoplasma accumulato ai due poli non ce li facessero riconoscere. Anche in questi tromboblasti il protoplasma è costituito unicamente di quello che io dico citoplasma; i granuli che diventeranno abbondanti nelle forme adulte, mancano ancora affatto.

La comparsa di questi granuli è però abbastanza precoce. In quegli elementi che si possono ritenere forme di passaggio dai tromboblasti più giovani ai trombociti essa avviene quando la cellula ha appena assunto la forma di fuso ed il nucleo quella ovale. I primi granuli compaiono, direi quasi costantemente, ai due poli del nucleo proprio vicino ad esso, e vanno allogandosi fra i filamenti di citoplasma a mano a mano che si formano, concorrendo così, come già dissi, ad aumentare la massa di protoplasma alle due estremità del trombocito.

Gli eritroblasti nella rana.

Siccome lo scopo principale di questo lavoro è dimostrare che i trombociti e gli eritroblasti si possono distinguere benissimo per vari altri caratteri, indipendenti dalla forma e dalla mancanza o presenza dell'emoglobina, così credo opportuno far seguire anche una minuta descrizione degli eritroblasti per stabilire un rigoroso confronto tra gli uni e gli altri. Premetto tuttavia che, per non eccedere i limiti che mi sono imposti, mi terrò qui ad una semplice descrizione di questi elementi, senza alcuna discussione dei numerosi lavori che la letteratura di questo argomento possiede, a meno che essi abbiano una troppo diretta attinenza con la questione che ci occupa.

Non è difficile trovare degli eritroblasti nel sangue in circolazione della rana comune, specialmente se le osservazioni si fanno nei mesi d'estate, stagione in cui si fa normalmente la rigenerazione del sangue in questi animali, oppure se si pro-

voca artificialmente la loro produzione col cagionare grandi emorragie. D'inverno, parecchie volte avviene che essi sieno molto rari, o che manchino anche affatto.

Ho già detto, come sia possibile riconoscerli nello stesso sangue fresco. Essi appaiono come cellule o fusiformi od ellittiche od ovali, od anche circolari, con il corpo cellulare così trasparente ed uniforme che, se ancora non è ben tinto dall'emoglobina, non si può scorgere se non per un contorno tenuissimo che lo delimita ad una certa distanza tutt' intorno al nucleo. Questo è sferico od ellittico ed appare granuloso, ma non mostra mai quelle striscie più o meno allungate che furono paragonate da Hayem a delle virgole, e che sono i mitocromi di Dekhuyzen.

Caratteristici degli eritroblasti nel sangue fresco sono quei granuli che io dico emoglobigeni e che, non mai molto numerosi, si scorgono però chiaramente sempre quando il corpo dell'elemento non sia già troppo ricco di emoglobina. In quest'ultimo caso, come ho già detto altrove (13, 14), l'emoglobina presenta una rifrangenza così prossima a quella dei granuli stessi che li maschera affatto o quasi. I granuli emoglobigeni si muovono nel corpo dell'eritroblasto con movimenti oscillanti simili a quelli browniani, ma più limitati e più lenti. Ciò contribuisce a renderli più evidenti ed anche a farceli riconoscere da certi altri granuli che si possono trovare anche in altri elementi.

Così abbiamo visto che negli stessi trombociti si trovano quasi sempre due, tre od anche quattro granuli molto brillanti, la cui natura non ci è ancora nota. La loro confusione con i granuli emoglobigeni non è però possibile, poichè essi mancano affatto di qualunque visibile movimento oscillatorio e, se avviene che cambino di posizione nella cellula, ciò non è già perchè abbiano un moto loro proprio, ma semplicemente perchè accompagnano il corpo cellulare in quei lenti moti che il Dekhuyzen ritiene come movimenti ameboidi.

Ma in un preparato colorato col metodo sopra descritto i veri caratteri si possono meglio mettere in evidenza.

Il nucleo degli eritroblasti si distingue subito e facilmente da quello dei trombociti per l'aspetto datogli dalla disposizione della cromatina. Questa, assai abbondante, è sempre distribuita in granuli perfettamente o quasi sferici, molto numerosi, in parte addossati alla membrana del nucleo, che è ben visibile, e legati tutti fra di loro da filamenti cromatinici, tenui sì ma ad ogni modo ben visibili e distinti. Anzi questi filamenti stessi che solo più tardi scompariranno, quando il corpuscolo rosso sarà divenuto adulto, sono così abbondanti che rilegando insieme i granuli di cromatina formano un reticolo che contribuisce a dare al nucleo degli eritroblasti un aspetto caratteristico. I granuli di cromatina dunque sono sempre sferici in tutte le fasi di sviluppo del corpuscolo rosso, o, se anche la forma sferica non è perfetta, ad ogni modo non si osservano mai nè le striscie di cromatina, i mitocromi così ben distinti nei trombociti, nè qualche struttura che possa anche lontanamente farci sospettare una simile disposizione (fig. 34-36).

Un vero nucleolo, — nel significato che do a questo vocabolo, cioè di un granulo sferico che mostri proprietà diverse dalla cromatina quale è quella di colorarsi preferibilmente con i colori acidi di anilina: eosina, fucsina acida, ecc. — esiste nel nucleo degli eritroblasti, almeno per quanto riguarda quelli della rana e del rospo comuni. L'azione dell'acido osmico o dell'alcool ad $^1/_3$, secondo Ranvier, come già

si sa, lo mette in evidenza. Una doppia colorazione, convenientemente usata, prima con una sostanza colorante la cromatina, poi con uno dei colori acidi di anilina sopra menzionati, lo fa distinguere meglio ancora e ci mostra la sua differenza di natura dalla cromatina stessa. Con il metodo di colorazione all'azzurro di metilene anche il nucleolo si tinge press'a poco come la cromatina e perciò non appare evidente. Ma, non ostante la mancanza di questo carattere, la distinzione degli eritroblasti dai trombociti è facilissima per mezzo delle altre qualità che sono sufficienti allo scopo.

Così anche il succo nucleare stesso degli eritroblasti mostra una proprietà opposta a quella dei trombociti. Esso si colora pochissimo con l'azzurro di metilene: ragione per cui i granuli di cromatina spiccano e si distinguono assai più facilmente all'osservazione microscopica. Se l'eritroblasto è giovanissimo, — ciò che si può riconoscere di solito dalla forma ancora sferica del nucleo, — il succo nucleare è abbondante, ed i granuli di cromatina sono perciò più spaziati l'un dall'altro ed il reticolo cromatinico è anche più visibile. Ma, — come già altrove feci notare (**14**) — a mano a mano che quello progredisce nell'evoluzione, col diventare ellittico il nucleo, anche il succo nucleare diminuisce, i granuli di cromatina si avvicinano sempre più, e si arriva così allo stadio ultimo di sviluppo, all'eritrocito, in cui il succo nucleare è quasi interamente scomparso ed i granuli cromatinici sono così avvicinati l'uno all'altro, così pigiati, che sembrano a tutta prima riuniti in una massa unica.

Come il nucleo dei tromboblasti, anche quello degli eritroblasti, mostra, ciò che il Dekhuyzen chiama una " ausgesprochene Polarität „: una spiccata polarità nel senso che anch'esso, dapprima sferico, ben presto si allunga e diventa ellittico, assumendo così quella forma che fu causa principale della confusione finora fattasi tra queste due sorta di elementi. Ma già prima, nel dire dei trombociti, ho fatto notare, come, il più delle volte, è possibile la distinzione anche dalla semplice forma ellittica del nucleo, quando si ponga bene attenzione alle proporzioni del grande e del piccolo asse dell'ellisse. Nel nucleo degli eritroblasti, — almeno in questi anfibi, — la differenza tra il grande ed il piccolo asse dell'ellisse, o — per dirla in altre parole, — tra la lunghezza e la larghezza del nucleo, non è mai grande. Essa raggiunge il suo massimo negli eritrociti adulti, ma chiunque può agevolmente scorgere che, anche in questi, tal differenza è ben lungi dal raggiungere quel valore a cui invece arriva quasi sempre nei trombociti adulti. In altre parole e più semplici: il nucleo degli eritroblasti, sebbene anch'esso ellittico, anzi più schiettamente ellittico di quello dei trombociti, non è mai tuttavia così allungato.

Anche nel corpo cellulare le differenze sono assai notevoli.

Esaminiamo perciò gli eritroblasti nelle varie loro fasi di sviluppo e vediamo se sia possibile distinguerli dai trombociti e dai tromboblasti per altri caratteri che non sieno quelli del nucleo o della presenza dell'emoglobina. Anche in questo caso il metodo di colorazione descritto, che tinge bene il corpo protoplasmatico, ci è di grande aiuto.

Il protoplasma degli eritroblasti si presenta unicamente costituito di citoplasma, nel significato che io do a questa parola. Intendo dire che, come quello dei leucoblasti, si tinge in uno schietto e puro azzurro di Prussia, senza rivelare la presenza

di granuli di sorta, che ci ricordino quelli caratteristici dei leucociti a nucleo polimorfo o dei trombociti. Se l'eritroblasto contiene già alcuni granuli emoglobigeni, questi con la loro presenza non influiscono sulla colorazione dell'insieme del protoplasma, perchè sono sempre scarsi, relativamente alla grande abbondanza di quelli dei trombociti, e sovra tutto poi ancora perchè rimangono affatto incolori, a somiglianza di quelli, di natura ben diversa, delle cellule eosinofile.

Se l'eritroblasto è giovanissimo, il citoplasma forma intorno al nucleo uno strato non molto largo, ma abbastanza compatto, sì da nasconderci ancora la sua struttura fibrillare, o da lasciarcela appena intravedere. Ma, se è più avanzato nello sviluppo, questa diventa sempre più distinta, finchè appare chiara ed evidente, quando l'eritroblasto ha raggiunto quella fase ultima che precede immediatamente il passaggio allo stato di eritrocito (fig. 35, 36, 45, 51, 52).

Nel primo caso, cioè nell'eritroblasto molto giovane, appunto perchè la struttura fibrillare del citoplasma non è ancora evidente, non è possibile scorgere una speciale disposizione delle sue fibrille. Esse sono ancora così avvicinate l'una all'altra che, perfino ai più forti ingrandimenti, non si lasciano discernere, e pertanto l'aspetto con cui si presenta l'elemento, in cui il nucleo è ancora sferico, è molto somigliante a quello di un leucoblasto. Ma la confusione con questo non è assolutamente possibile, quando solo si badi all'aspetto del nucleo. S'aggiunge poi la mancanza di pseudopodi, carattere che ho trovato costante negli eritroblasti, sebbene Dekhuyzen (3), contrariamente a quanto generalmente si ammette, affermi che essi sono presenti, sebbene corti, in questa specie di elementi del sangue.

Nel secondo caso, quando si tratti di eritroblasti più vecchi, le fibrille del citoplasma, non solo si fanno a mano a mano più distinte, ma prendono anche una disposizione caratteristica raggiata (1), tutta propria di questi elementi e che fu da me già descritta altrove (14). In quegli eritroblasti in cui il nucleo da sferico incomincia a diventare ellissoideo, il citoplasma lo ravvolge ancora da ogni lato, talora con un contorno irregolare, più sovente con una spiccata tendenza alla forma ovale, ellittica od a pera; ma vi si scorge ad evidenza che lo strato che esso forma intorno al nucleo è assai più largo e non è più così compatto come nel primo caso;

---

(1) Druebin (4) descrisse pure nei corpuscoli rossi della rana una simile disposizione raggiata dei filamenti citoplasmatici, ma l'attribuì agli eritrociti adulti. Qui appunto io non sono d'accordo con lui. La struttura raggiata non si vede più nei corpuscoli rossi adulti, la cui parete, — che io chiamo anello, — è affatto omogenea e di natura propria, derivata da una speciale trasformazione chimica del citoplasma. La disposizione a raggi dei fili citoplasmatici è visibile solamente negli eritroblasti o corpuscoli rossi giovani, i quali non hanno ancora subìto tutta la loro evoluzione, e che facilmente si riconoscono dagli adulti anche per altri caratteri, specialmente del nucleo. Del resto, che sieno solo gli eritroblasti così costituiti lo prova il fatto, che gli elementi a simile struttura raggiata si trovano abbondanti quando il sangue è in rigenerazione normale o provocata, e sono rarissimi o mancano affatto in altra epoca.

Il dire poi, come taluno potrebbe obbiettare, che questi filamenti sieno prodotti di alterazione perchè nell'elemento fresco non si scorgono, non è un'obbiezione seria. Quante cose, io dico con il Flemming (10), non è possibile vedere nelle cellule in vita! Le nozioni più elementari dell'ottica ci dimostrano che una uguale rifrangenza e colorazione sono sufficienti a sottrarci alla visione molti oggetti di natura diversa e realmente esistenti!...

che i filamenti di citoplasma incominciano a rendersi distinti ed a prendere una disposizione raggiata dal nucleo alla periferia, dove pare che il citoplasma abbia tendenza ad accumularsi per formarvi una sorta di membrana protoplasmatica. Si direbbe insomma — questo almeno si è tratti ad arguire, confrontando fra di loro i vari eritroblasti di età diversa — che la cellula è naturalmente gonfiata, e che il citoplasma, pur rimanendo nella stessa primitiva quantità, si è semplicemente disteso, aumentando la superficie, il volume e perciò la capacità stessa dell'elemento. In poche parole: l'eritroblasto diventa sempre più vescicoloso, e le pareti della vescica aumentano e si distendono a spese del citoplasma primitivo.

Questo fenomeno del resto è ancora più evidente se l'eritroblasto che si osserva è già vicino al suo trasformarsi in eritrocito, alla formazione cioè di quella parte che considero come lo stroma del corpuscolo rosso e che ho denominato l'anello (14). In tal caso, l'elemento, se non è stato deformato nella preparazione, presenta un contorno ellittico regolare, ben netto e ben limitato da una sottilissima membrana ed i filamenti citoplasmatici si veggono raggiare distintamente dal nucleo verso la periferia, formando uno strato tanto largo quanto è l'alone emoglobinico dei corpuscoli rossi adulti, ma di una tenuità veramente estrema. In questo stadio, le sole differenze che passano tra l'eritrocito adulto e l'eritroblasto sono: che il nucleo dell'eritroblasto è alquanto più vescicoloso perchè più ricco in succo nucleare, e più specialmente poi che nell'eritrocito vi è mancanza assoluta di quei filamenti citoplasmatici raggianti. Su questa differenza per l'appunto è basata la mia affermazione: essere la parete dell'anello, che si può mettere in evidenza nell'eritrocito adulto, derivata, come prima la membrana, da una speciale trasformazione di quei filamenti raggianti dell'eritroblasto, unico residuo del citoplasma primitivo della cellula.

Del resto, queste mie conclusioni furono già altrove esposte (14) e non credo opportuno di ritornare qui su quell'argomento. Solo qui mi preme di far notare come, indipendentemente dalla forma che l'eritroblasto può presentare e che in certi casi è sufficiente a non permettere la confusione con i trombociti, anche la struttura speciale del protoplasma e la disposizione tutta propria dei filamenti di citoplasma sono talmente diverse da quelle dei trombociti che i due elementi, anche sotto questo aspetto, sono assolutamente distinti gli uni dagli altri.

A questi caratteri morfologici un altro se ne può aggiungere, puramente fisiologico, ma di non minore importanza. Voglio dire: la mancanza assoluta di fagocitismo. Non mi è mai avvenuto di incontrare in condizioni normali alcun eritroblasto che contenesse in sè qualche corpicciuolo, come pigmento od altro, che si potesse arguire penetrato non per virtù propria, ma per effetto di vero fagocitismo dell'eritroblasto. Quei parassiti stessi endoglobulari, i *Drepanidium*, così comuni e numerosi nelle rane, si incontrano prevalentemente nei corpuscoli rossi adulti, molto raramente invece nei giovani. Non è improbabile che a questa mancanza di fagocitismo non sia estranea la presenza della membrana che, per quanto poco differenziata, tuttavia si forma molto presto in questi elementi.

Del resto, lo stesso esperimento fatto per dimostrare il fagocitismo nei trombociti, valse a convincermi della sua mancanza assoluta negli eritroblasti. Una delle rane in cui feci l'iniezione di inchiostro di china aveva nel sangue in circolazione una grande quantità di eritroblasti ad ogni stadio di sviluppo. Or bene: mentre quasi tutti i

trombociti contenevano almeno uno o più granuli dell' inchiostro, non un solo eritroblasto ne conteneva la minima traccia.

Premesse così queste descrizioni minute dei due elementi, trombociti ed eritroblasti, mi piace nello specchietto seguente riunirne sommariamente i caratteri distintivi sì che dalla loro contrapposizione risulti meglio la loro diversa natura. Il carattere della presenza o mancanza di emoglobina appositamente non vi è accennato (1).

Trombociti.	*Eritroblasti.*
Nucleo ellitico, sovente molto allungato.	Nucleo sferico od ellittico, in questo caso non mai molto allungato.
Cromatina, almeno in parte, riunita in masse a mo' di striscie, i mitocromi. Reticolo cromatinico poco distinto.	Cromatina sempre in granuli perfettamente o quasi sferici, riuniti fra loro da un reticolo cromatinico ben distinto.
Succo nucleare che si tinge assai intensamente con l'azzurro di metilene.	Succo nucleare che si tinge appena con l'azzurro di metilene.
Manca un vero nucleolo.	Esiste un vero nucleolo.
Protoplasma formato di una parte filare, il vero citoplasma, e di granuli numerosi, quasi preponderanti sulla massa totale.	Protoplasma formato di una parte filare, il vero citoplasma, e dei granuli emoglobigeni, sempre più scarsi.
I granuli nei preparati di sangue fresco sono immobili, e nei preparati colorati all'azzurro di metilene si tingono in roseo giacintino.	I granuli emoglobigeni si muovono oscillando nei preparati di sangue fresco e in quelli colorati all'azzurro di metilene rimangono incolori.
I filamenti di citoplasma decorrono quasi concentricamente tutti intorno al nucleo, fuorchè ai due poli, dove sono fra loro irregolarmente intrecciati.	I filamenti di citoplasma, fuorchè negli elementi giovanissimi, hanno una disposizione distintamente raggiata dal nucleo alla periferia.
Manca la membrana cellulare.	Esiste la membrana cellulare, sebbene sottilissima.
Fagocitismo eminentemente sviluppato.	Mancanza assoluta di fagocitismo.
Forma ellittica od a fuso, sovente molto allungata.	Forma ellittica, a fuso, sovente anche circolare od a pera.
Si riuniscono insieme a mucchi.	Non si riuniscono a mucchi.
Si alterano facilmente cambiando molto di forma.	Si alterano difficilmente e non cambiano molto di forma.
Si trovano costantemente nel sangue.	Si trovano solo nel sangue in rigenerazione.

(1) A questi caratteri differenziali devo qui aggiungerne un altro che ho scoperto accidentalmente in certe mie ricerche, dopo che il presente lavoro era già dato alle stampe. In una soluzione di cloruro di sodio a 0,8 0/0, dove sciolsi a saturazione del rosso neutrale (Neutralroth), misi in seguito del sangue di una *Rana esculenta* nel quale verificai esservi in circolazione dei corpuscoli rossi giovani, cioè degli eritroblasti. Dopo 15 minuti circa portai una goccia del liquido sul vetrino porta-oggetti e osservai direttamente. Gli elementi sono tutti ben conservati. I corpuscoli rossi si riconoscono immediatamente da tutti gli altri elementi perchè il loro nucleo è tinto in rosso dalla sostanza colorante: quelli giovani (eritroblasti) la cui forma può essere a fuso, a pera, romboidale si distinguono per lo stesso carattere e perchè contengono numerosi granuli emoglobigeni pur essi tinti in rosso come il nucleo: i trombociti ed anche i corpuscoli bianchi rimangono affatto incolori. Una leggera ed imperfetta colorazione del loro nucleo non incomincia che molto tardi, a quanto pare quando stanno per morire.

Sinonimia.

Stabilito così che i trombociti e gli eritroblasti si possono distinguere per molti altri caratteri che non sono quelli della presenza o mancanza di emoglobina, vediamo se ci sia possibile riconoscerli ne' vari autori che finora si occuparono di questi elementi, e che in grado maggiore o minore li confusero insieme, condotti a ciò dalla loro somiglianza di forma, e dalla mancanza di mezzi di osservazione che permettessero di mettere in evidenza tutti i caratteri differenziali or ora accennati.

Le cellule bianche fusiformi che Recklinghausen (43) chiamò " spindelförmige " farblose Zellen „ sono realmente dei trombociti, e si riconoscono dal fatto che egli le vide riunite in ammassi piatti e bianchi a formare quelle che egli disse: " platten inseln „, e dall'altro carattere, che loro si conviene, della sostanza cellulare granulosa e brillante. Però quando egli parla di altri elementi simili, ma a sostanza cellulare uniforme ed omogenea, allude ai veri eritroblasti, ed in questi per l'appunto vide il corpo colorato dall'emoglobina.

Quelle cellule fusiformi che lo Schklarewski (45) distingue col nome di " feinkörnige Spindelzellen „ perchè il loro nucleo appare finamente granuloso, sono quasi certamente degli eritroblasti che presentano precisamente un nucleo simile. E mi conferma in quest'opinione ciò che poco oltre egli dice: " Die ersten (feinkörnige " Spindelzellen)..... sind in geringer Zahl in normalen, bedeutend vermehrt im sich " regenerirenden Blut vorhanden „, il che è proprio degli eritroblasti. Sono invece veri trombociti quelle altre cellule che, sempre dall'aspetto del nucleo, egli chiama: " grobkörnige und homogene Spindelzellen „.

Delle cinque sorta di " Spindelzellen „ che Golubew (17) descrive, quelle indicate con *a*) sono eritroblasti e per le loro dimensioni e per l'omogeneità e la lucentezza del corpo cellulare e per il nucleo molto granuloso. Le fig. 26, 27 ne sono poi anche una conferma.

Sono invece veri trombociti quelle descritte sotto *b*), di cui una è disegnata nella fig. 28. Si riconoscono per la forma e le dimensioni. Ma non è possibile riconoscere con certezza quelle che indica con *c*) perchè, nè la descrizione, nè le figure sono sufficienti. Mentre, indipendentemente dalla colorazione, si possono con certezza ritenere per eritroblasti quelle indicate con *d*) e per la forma a disco simile a quelle *a*) e per le dimensioni, e per la forma del nucleo e per la omogeneità della sostanza cellulare. Ed infine si debbono ritenere come eritroblasti, visti di profilo, quegli altri elementi designati con *e*).

Dalla forma circolare, sferoidale o leggermente appiattita, ovale e nettamente appiattita, od anche a racchetta, è possibile riconoscere che quasi tutte le cellule incolore descritte da Vulpian (47) sono veramente eritroblasti. Dalle poche parole con cui descrive quelle a forma di fuso non si può giudicare con certezza se siano proprio dei trombociti.

Sia dalla fig. 47, *p*, sia ancora dalla descrizione, sebbene breve, che Ranvier dà delle cellule fusiformi incolore che ritiene provenienti dall'endotelio dei vasi, e

specialmente poi dalle parole: " Ces cellules sont incolores et granuleuses „ si può ritenere per certo che quelle sono dei veri trombociti.

Quelle cellule che lo Zahn (48) vide avere la parte principale nella formazione dei trombi bianchi non possono essere certamente altro che trombociti e si riconoscono del resto nelle parole: " farblose, spindelförmige Zellen, mit deutlich ovalem " Kern und einer bis zwei kleinen Vacuolen „, dove egli allude, col nome di vacuoli, molto probabilmente a quei granuli brillanti caratteristici dei trombociti.

Per riconoscere gli elementi descritti dallo Stricker (46) col nome di " spindelförmigen farblosen Blutkörpern „ nelle sue osservazioni sulle loro alterazioni fuori dei vasi, siam costretti a servirci solamente del carattere della maggiore o minore facilità di alterarsi, e perciò la determinazione è alquanto incerta. Possiamo tuttavia ritenere quelli descritti sotto i numeri 1, 3, 5, facilmente alterabili, come veri trombociti; quelli invece dei numeri 2, 4 quali eritroblasti. In uno di questi ultimi, e non negli altri, egli vide di fatto il corpo cellulare alquanto colorato dall'emoglobina.

Nei lavori dell' Hayem non è sempre facile poter riconoscere i veri trombociti dagli eritroblasti negli elementi diversi che egli descrive sotto la comune denominazione di ematoblasti, poichè egli, in certi punti, parla promiscuamente degli uni e degli altri, rendendo così impossibile lo sceverare di quali intenda dire. Tuttavia in parecchie occasioni la distinzione si può fare, se non con sicurezza assoluta, almeno con grande probabilità di non errare.

Così riconosciamo che allude ai trombociti veri quando (19), nel descrivere alcuni ematoblasti, dice che il loro nucleo sovente è più allungato di quello dei globuli rossi, poichè, come dissi, solo il nucleo dei trombociti presenta questo carattere, mentre quello dei veri eritroblasti è più grosso sì, ma non più allungato di quello dei corpuscoli rossi adulti. Dei veri eritroblasti parla invece quando, nel dire della seconda fase di sviluppo dei suoi ematoblasti, accenna alla loro forma netta discoide ed alla mancanza di viscosità. In questi di fatto, e non nei primi, egli vide il corpo impregnato d'emoglobina. Altrettanto facile ci è pure riconoscere i veri trombociti in quegli eritroblasti di cui Hayem (20) descrive la viscosità, la proprietà di radunarsi in mucchi, le alterazioni caratteristiche, e la struttura del nucleo con quelle granulazioni " qui " sont moins centrales que le nucléole, et qui, à un fort grossissement, ressemblent, " dans les éléments les moins altérés, à des petites virgules disposées d'une manière " régulière, simulant une sort de striation „. È chiaro che queste non sono altro che i mitocromi, proprii, come dimostrai, dei trombociti. È bensì vero che egli parla contemporaneamente di nucleolo che ho asserito non esistere nei trombociti. Ma si deve notare che egli dà a questa parola un significato diverso da quello che le do io, e uguale invece a quello con cui la usò, anche recentemente, il Neumann. Egli indica molto probabilmente col nome di nucleolo una massa grande, sferica di cromatina, apparentemente isolata nel nucleo, non già un granulo di quella sostanza, la pirenina, che mostra proprietà diverse dalla cromatina, come dissi più sopra.

Ma quando egli provoca artificialmente con forti emorragie la rigenerazione del sangue " pour étudier facilement les formes intermédiaires entre les hématoblastes " et les hématies „ (p. 44) descrive poi dei veri eritroblasti, che egli stesso, sebbene

li consideri come un'ulteriore fase dell'evoluzione dei primi, è tuttavia condotto a distinguere come una seconda varietà, distinta per caratteri suoi proprii.

Nel gran lavoro riassuntivo sul sangue dello stesso Hayem (21) la distinzione dei due elementi diventa più difficile e talora impossibile perchè qua e là le descrizioni degli uni e degli altri sono così frammischiate che alcune volte attribuisce ad un elemento le qualità dell'altro e viceversa. Però in certi casi è possibile la ricognizione: così sono certamente veri trombociti quegli ematoblasti in cui disegna ed afferma la presenza di quei granuli brillanti proprii di questi elementi, quelli che descrive come molto viscosi, o molto allungati, o che insieme si radunano a formare dei mucchi, o il cui nucleo presenta quelle granulazioni già prima descritte a mo' di virgole. Hayem stesso afferma che questa varietà di ematoblasti non manca mai nel sangue normale; ed è costretto a riconoscere che quelle forme invece intermedie tra questi ematoblasti ed i corpuscoli rossi, non si incontrano se non quando il sangue è in via di rigenerazione, in seguito a forti emorragie provocate, oppure nei mesi d'estate quando quella rigenerazione avviene normalmente. E sono appunto queste forme intermedie che per la forma ovale, o anche circolare, od a pera, per la grossezza del nucleo e per la mancanza di quelle proprietà caratteristiche dei veri trombociti si riconoscono per veri eritroblasti. Queste ultime forme, e non quelle prime di ematoblasti, l' Hayem afferma e può asserire recisamente che contengono emoglobina.

Dalla brevissima descrizione che il Fuchs (12) ci dà delle sue " farblose Zellen „ non è possibile riconoscere se intenda parlare dei trombociti: certo però con la denominazione di " farblose Blasen „ indica i veri eritroblasti, riconoscibili al contorno netto, liscio, uniforme, all'omogeneità del contenuto e più specialmente poi a quei granuli che si muovono nel loro interno e che sono precisamente quelli che io dico granuli emoglobigeni.

Quanto alle piastrine nucleate del Bizzozero (2) è facile scorgere che unicamente corrispondono ai veri trombociti, e così pure si dica delle " spindelförmige farblose Zellen „ di cui parlano Eberth e Schimmelbusch nel loro studio sulla trombosi, e delle piastrine di cui Sala e Mondino (30, 31) descrissero uno speciale modo di mitosi.

Con grande sicurezza si può anche stabilire che sieno veri trombociti quegli elementi che Müller (36) chiama " Spindelzellen „ adottando la prima denominazione usata dal Recklinghausen, e che descrive e figura in modo tale che non è possibile non riconoscerli: e con altrettanta certezza si possono ritenere come tali quegli elementi che Dekhuyzen (3) propone giustamente di chiamare trombociti.

Il Luzet (26) descrive nel piccione due forme di elementi che servono secondo lui alla rigenerazione del sangue. Quelli che egli dice " hématoblastes „ corrispondono veramente ai trombociti come si può riconoscere dalla descrizione e specialmente poi dalla fig. 1. Questi contengono quei granuli brillanti che si possono dire quasi costanti nei trombociti ed in questi egli dice che il protoplasma è " *complètement incolore* „. Ma quegli altri che egli chiama " éléments intermédiaires „ non sono più trombociti, ma veri eritroblasti; questo almeno è certo per taluni e specialmente per quelli disegnati nella fig. 10. Si noti del resto che in questi elementi intermedi che egli dice contenenti emoglobina, i granuli brillanti non vi sono più, e la forma

è talvolta sferica. Due caratteri, come si vede, che non si convengono ai veri trombociti. Le altre figure che egli dà hanno l'aspetto di elementi più o meno alterati: certamente però non sono forme intermedie tra gli uni e gli altri.

Macallum (27) chiamò invece " fusiform cells „ i nostri trombociti ed " hematoblasts „ i veri eritroblasti.

Quanto all'interessante lavoro del Marquis (29) è facile riconoscere in tutto il suo scritto ed anche dai disegni annessi, che quegli elementi che descrive col nome di " Spindelzellen „ e che sono i corpuscoli rossi giovani, corrispondono unicamente ai veri eritroblasti, e non ai trombociti.

Da quei vari caratteri che il Neumann (37) enumera e descrive minutamente per le " Spindelzellen „ del sangue normale, si vede chiaramente che questi elementi di cui parla corrispondono ai veri trombociti. La struttura del nucleo con i mitocromi, la presenza di due granuli brillanti nel corpo della cellula ed altre particolarità non ci lasciano alcun dubbio sulla loro identità. Ma non sono più veri trombociti quegli altri elementi che egli descrive come forme intermedie tra i corpuscoli rossi e le " Spindelzellen „; prova ne sia che egli stesso non vi sa più riscontrare quei caratteri che prima ha indicato come proprii delle cellule fusiformi. Egli scrive di fatto: " Dabei präsentiren sie sich ebenso, wie die ursprünglichen Spindelzellen, " entweder an beiden Polen oder einseitig zugespitzt, in letzterem Falle birn-, keu- " len- oder mandelförmig, die am meisten entwickelten können eine abgerundete " Gestalt angenommen haben und eiförmig oder auch annähernd kuglig geworden " sein „ (p. 253). Ora, io ho fatto osservare come i veri trombociti non assumono mai la forma sferica, che invece sovente presentano gli eritroblasti. Ma, se anche vogliamo escludere il carattere della forma che sappiamo già molto fallace, possiamo trovare nel lavoro del Neumann altre parole che ci convinceranno ancor meglio. Egli di fatto così continua: " Der Zelleib behält stets sein homogenes " Aussehen, die erwähnten kleinen, hellglänzenden Körnchen, die in vielen Spin- " delzellen zu sehend sind, verschwinden alsbald „ (p. 253). Ora l'omogeneità del corpo cellulare, che nei trombociti veri sappiamo invece esser granuloso, e la mancanza dei granuli brillanti stanno a provare che questi elementi non sono più i trombociti prima descritti. Ma più ancora ci può convincere quella diversità nella struttura del nucleo che colpì lo stesso Neumann: " Die Kernstruktur „ — egli soggiunge — " scheint nur insofern eine Veränderung zu erleiden, als das " sehr zarte, durch einige stärkere Längsbalken ausgezeichnete Chromatinnetz der " Spindeln allmählich sich dichter und gleichmässiger gestaltet und in den Netzknoten " kleine Verdickungen auftreten „ (p. 253). Dunque non più mitocromi, ma una rete cromatinica più fitta e più uniforme, con nodi più piccoli che corrispondono a quelli da me detti i granuli sferici di cromatina. Come non si può qui riconoscere il nucleo di un eritroblasto? Per tutte queste ragioni io concludo adunque che queste dal Neumann chiamate " Uebergangsformen zwischen Spindelzellen und rothen Blutkör- " perchen „ non sono trombociti, ma veri eritroblasti.

Infine si scorge chiaramente che sono trombociti quelle forme che il Marchesini (28) vide nel sangue di tritone, e che, non avendole riconosciute, ritiene come " raggi di certe cellule bianche stellate staccatisi e fattisi liberi mediante una tutta " speciale divisione diretta „!

Così che in base a questi caratteri, come si fa nella biologia sistematica, ci è possibile presentare nello specchietto seguente la sinonimia de' due elementi, trombociti ed eritroblasti, con quelle indicazioni che si riferiscono ai principali lavori su questo argomento.

Trombociti Dekhuyzen, Giglio-Tos.

Recklinghausen (43): *spindelförmige farblose Zellen* (partim).
Schklarewski (45): *grobkörnige und homogene Spindelzellen*, p. 866.
Golubew (17): *Spindelzellen:* p. 567, *b*) fig. 28.
Vulpian (47): *cellules incolores fusiformes?* p. 1281.
Stricker (46): *spindelförmigen farblosen Blutkörpern*, p. 14-16, n° 1, 3, 5.
Ranvier (42): *cellule fusiforme incolore qui provient très probablement de l'endothélium vasculaire*, p. 191, fig. 47, *p: cellules fusiformes* ecc., p. 192, nota.
Zahn (48): *farblose, spindelförmige Zellen.*
Hayem (19): *hématoblastes* (partim).
Hayem (20): *hématoblastes:* p. 44; quelli della 1ª varietà.
Hayem (21): *hématoblastes:* p. 125, fig. 39, *a*, *d*, *e*; p. 126, fig. 40, *d*; p. 127-128, fig. 41; p. 129 e seguenti.
Fuchs (12): *farblose Zellen?*
Bizzozero (2): *piastrine nucleate.*
Eberth e Schimmelbusch (5): *spindelförmige farblose Zellen.*
Mondino e Sala (30): *piastrine dei vertebrati ovipari, piastrine nucleate.*
Müller (36): *Spindelzellen von r.* Recklinghausen.
Dekhuyzen (3): *Thrombocyten.*
Luzet (26): *hématoblastes*, fig. 1.
Macallum (27): *fusiform cells.*
Sacerdotti (44): *piastrine nucleate.*
Neumann (37): *Spindelzellen* (partim).
Marchesini (28): *raggi di certe cellule bianche del sangue a forma di stella, staccatisi e fattisi liberi mediante una speciale divisione diretta* (p. 94), fig. A. 7.
Eisen (6): *fusiform cells.*

Eritroblasti Löwit, Giglio-Tos.

Recklinghausen (43): *spindelförmige farblose Zellen* (partim).
Schklarewski (45): *feinkörnige Spindelzellen*, p. 866.
Golubew (17): *Spindelzellen:* p. 567, *a*), fig. 26, 27; p. 568, *d*), fig. 37; *e*).
Vulpian (47): *cellules incolores arrondies, ovalaires, en raquette*, p. 1281.
Stricker (46): *spindelförmigen farblosen Blutkörpern*, p. 15-16, n° 2, 4.
Hayem (19): *hématoblastes* (partim).
Hayem (20): *hématoblastes:* p. 44: quelli della 2ª varietà.
Hayem (21): *hématoblastes:* p. 555 e seguenti.

Fuchs (12): *farblose Blasen.*
Luzet (26): *éléments intermédiaires,* fig. 10.
Macallum (27): *hematoblasts.*
Marquis (29): *Spindelzellen.*
Neumann (37): *Uebergansformen zwischen Spindelzellen und rothen Blutkörperchen,* p. 253.

Considerazioni.

Rimarrebbe a confutare adesso quell'opinione unicamente sostenuta dal Löwit che essi sieno comuni corpuscoli bianchi che abbiano assunto accidentalmente una tale forma a fuso. Ma la minuta descrizione che precede mi pare sufficiénte a dimostrarci che ciò non è ammissibile. Non la forma sola, come vedemmo, ma anche la struttura e le proprietà sono diverse. Dunque possiamo concludere che i trombociti costituiscono una specie a sè di cellule del sangue. Che essi poi sieno elementi costanti è cosa di cui ognuno può convincersi facilmente.

Risolto così il primo quesito impostoci, passiamo al secondo che riguarda la loro origine.

Sull'origine. — Donde derivano i trombociti? Il primo che abbia emesso una ipotesi qualsiasi per rispondere a questa domanda è lo Schklarewski (45) il quale, negando quanto il Recklinghausen aveva affermato sulla loro trasformazione in globuli rossi, propende piuttosto a credere che essi derivino " entweder durch Spros- " senbildung aus farblosen Blutzellen oder durch eigenthümliche Umwandlung der " rothen Blutkörperchen „.

La prima di queste ipotesi non ha fondamento su nessun fatto, perchè non ci è possibile trovare nel sangue alcuna forma di corpuscolo bianco che ci autorizzi in certo modo a credere possibile questa derivazione. Se questa così avvenisse, noi dovremo di fatto incontrare qua e là, fra le cellule bianche del sangue, qualcuna di esse nell'atto di questa speciale gemmazione. Questa ipotesi perciò fu considerata da tutti quelli che seguirono non degna assolutamente di considerazione, e per conseguenza del tutto abbandonata. E non avrei neppur io fatto anche una sola parola per confutarla, se in questi ultimissimi tempi non fosse comparso il già citato lavoro del Marchesini (28) dove questi, senza conoscere l'ipotesi ed il lavoro dello Schklarewski e dimostrando pure di non ravvisare quegli elementi che hanno da vent'anni a questa parte sollevato tante discussioni, emette sulla loro origine un'opinione press'a poco simile. Egli descrive e disegna certe cellule bianche del sangue di tritone a forma di stella, che interpreta come leucociti in via di una speciale divisione diretta, per cui " la cellula si suddivide in raggi ed in ognuno di essi si avanza " una porzione di nucleo „ (p. 91-92). I raggi quindi si distaccano e si hanno così libere quelle porzioni di cellula che, secondo lui, sono destinate a trasformarsi in globuli rossi. Ma chiunque osservi le fig. A, 5, 6 del suo lavoro riconosce subito che i pretesi leucociti a forma di stella non sono altro che quei comuni ammassi di trombociti che accidentalmente hanno preso una tale disposizione.

Anche l'altra ipotesi dello stesso Schklarewski, che i trombociti possano derivare da una speciale trasformazione di corpuscoli rossi, non fu presa in seria considerazione e venne pur essa affatto dimenticata. Ma dieci anni più tardi il Mosso (32), indipendentemente dalle opinioni dello Schklarewski, il cui lavoro — a quanto pare — non conobbe, fu portato dalle sue osservazioni press'a poco alle stesse conclusioni affermando che " gli ematoblasti di Hayem e le piastrine di Bizzozero sono " precisamente questi nuclei (dei corpuscoli rossi degli uccelli) che qualche volta " sono circondati da frammenti e frangie della parte corticale ". — E prosegue: " Non tutti i corpuscoli del sangue alterandosi dànno origine a delle piastrine: ma " posso affermare che le piastrine sono prodotte da un'alterazione dei corpuscoli " rossi " (p. 255). E in un'altra nota (34): " Che gli ematoblasti sieno delle forme " alterate lo si conosce facilmente dalle estremità acuminate, stirate come lacrime " di vetro: noi vedremo che questa è una forma assai comune nei corpuscoli rossi " che si alterano per una ragione qualsiasi. Questi elementi fusiformi che hanno " delle code lunghe con un nucleo ovale omogeneo o rotondo, che qui appaiono sco- " lorate, le vedremo abbondanti in altri animali e perfettamente colorate in giallo: " l'essere scolorate è un grado maggiore di alterazione e non un carattere per farne " un elemento speciale. Infatti anche in questo sangue si vedono tutti i passaggi " dalle forme gialle a quelle scolorate " (p. 441-442).

Con queste ultime parole il Mosso ci fa giustamente sospettare che egli abbia visto nel sangue i veri trombociti incolori ed i veri eritroblasti leggermente già colorati dall'emoglobina, e confondendoli insieme per la forma del loro corpo somigliantissima, come già avevano fatto Hayem ed altri precedentemente, sia stato portato a quella sua conclusione sulla loro origine e sul loro significato morfologico. La qual cosa è molto probabilmente dovuta anche ai metodi usati per le osservazioni, mancando al Mosso quei reagenti necessari per mettere in evidenza la struttura diversa del nucleo e del corpo cellulare di questi due elementi, che, come abbiam visto, differiscono tanto l'uno dall'altro.

Anche le opinioni del Mosso non trovarono approvazione fra gli istologi, e furono ben presto dimenticate. Ma in questi ultimi anni Macallum in un lavoro sul sangue del *Necturus lateralis* e delle larve di *Amblystoma punctatum* (27) — lavoro che, pur troppo, non ho potuto conoscere che dalla recensione che se ne può leggere nella " Zoologischer Jahresbericht " del 1892 — venne anch'egli ad una conclusione sull'origine di questi elementi che, se non è quella stessa del Mosso, è però ad essa molto somigliante.

Secondo il Macallum le sue " fusiform cells " sono resti di corpuscoli rossi, i quali per un processo speciale di dissoluzione hanno perduto la membrana e la maggior parte del protoplasma. La stessa opinione fu anche dall'Eisen (6) recentissimamente accettata.

In qual modo questi due autori abbiano potuto essere condotti a quest'ipotesi sull'origine dei trombociti mi è stato possibile, direi quasi, di scoprire, mediante l'osservazione di alcuni preparati del sangue di *Batrachoseps attenuatus* che l'Eisen ebbe la squisita cortesia di inviarmi. In quei preparati ciò che colpisce anzitutto è la presenza di una grande quantità di corpuscoli rossi di forme e dimensioni diverse, ma privi di nucleo. Questi corpuscoli rossi senza nucleo sono, secondo me, non altro

che frammenti derivati da merotomia di corpuscoli rossi nucleati e normali, frammenti che forse in parte si staccano normalmente nel sangue stesso circolante, come in molti altri vertebrati avviene, e come io stesso ho descritto, ma in parte sono anche probabilmente dovuti al modo con cui il sangue fu disteso sul vetrino.

L'Eisen invece, a quanto pare, considera questi corpuscoli rossi privi di nucleo come corpuscoli intieri in cui il nucleo sia fuoruscito portando con sè una parte del protoplasma. Questi nuclei fuorusciti con residuo di protoplasma dei corpuscoli rossi sarebbero precisamente le cellule fusiformi.

Ora a tal modo di vedere si oppongono tre fatti di cui l' Eisen non ha tenuto il dovuto conto: anzitutto, se così fosse, il numero delle cellule fusiformi dovrebbe essere uguale o press'a poco a quello degli eritrociti senza nucleo; in secondo luogo la struttura del nucleo dovrebbe essere la medesima e nei corpuscoli rossi nucleati, e nelle cellule fusiformi: infine, poichè questa pretesa fuoruscita avviene nel sangue circolante, si dovrebbero trovare delle forme di passaggio che in qualché modo ci autorizzassero ad ammetterla. Ora, nè queste forme si trovano, nè la struttura del nucleo delle cellule fusiformi è uguale a quella degli eritrociti nucleati, nè tanto meno il numero delle cellule fusiformi è uguale a quello dei corpuscoli rossi senza nucleo; chè anzi gli è di molto inferiore.

A ciò ancora si aggiunga che negli altri Anfibi, dove i corpuscoli rossi senza nucleo sono molto rari, non sono con ciò meno rari, ma anzi più numerosi i trombociti.

Per queste ragioni adunque mi pare evidentemente dimostrato che le opinioni del Macallum e dell' Eisen non abbiano ad essere accettate.

Ranvier (42) e Zahn (48), tutti e due contemporaneamente, nello stesso anno 1875, vollero invece spiegare la presenza di questi elementi ben diversamente da quanto fin allora si era detto. Colpiti dalla somiglianza apparente che essi mostrano con le cellule dell'endotelio dei vasi, anche esse allungate e fusiformi, credettero che fossero di fatto queste stesse cellule endoteliali staccatesi e cadute nella corrente sanguigna. Ranvier si esprime in proposito abbastanza esplicitamente: " Il " y a tout lieu de croire „ — egli scrive — " que ce sont là des cellules endothé- " liales de la paroi vasculaire qui sont tombées dans le torrent circulatoire „ (p. 192, nota). Ma lo Zahn è invece più prudente nelle sue espressioni: " Diese Zellen möchte " ich ihrem Erscheinem, sowie Aussehen nach für gelockerte oder losgelöste Gefäss- " endothelien halten ohne dass ich mich vollständig hätte überzeugen können, dass " es wirklich solche sind, indem sie sehr bald dadurch der Beobachtung entzogen " werden, dass mit dem Strom herbeigeführte farblose Blutkörperchen an und " zwischen ihnen festhaften und einen sich stetig vergrössernden Zellhaufen bilden „ (pag. 88).

Del resto questa somiglianza tra le cellule fusiformi del sangue e quelle endoteliali dei vasi era già stata notata dal Golubew fin dal 1869 (18).

Le idee del Ranvier e dello Zahn non trovarono seguaci in quelli che dopo di loro studiarono quest'argomento e sarebbero state affatto abbandonate, se in questi ultimi anni il Marquis (29) non le avesse richiamate in vigore per spiegare l'origine di quegli elementi che egli chiama " Spindelzellen „, che contengono emoglobina e che diventano più tardi corpuscoli rossi adulti. Ora io ho già prima dimostrato come

per vari caratteri si possa ritenere per certo che le " Spindelzellen „ del Marquis sono unicamente e semplicemente dei veri eritroblasti e che perciò non hanno alcuna attinenza con i nostri trombociti.

Così stando le cose, non è nello scopo del mio lavoro il combattere un'opinione che si riferisce ad elementi diversi da quelli che ora stiamo studiando; tuttavia mi piace qui ricordare quanto il Neumann, che ripetè le osservazioni del Marquis, scrive in proposito: " Von einer Proliferation der endothelialen Zellen der Markgefässe in " der Zeit der lebhaften Blutbildung habe ich aber bei meinen Präparaten eben so " wenig mich überzeugen können, als überhaupt von irgend einer Veränderung der- " selben; ich muss sogar jede Aehnlichkeit zwischen Endothel und Spindelzellen " bestimmt in Abrede stellen und, wenn bereits vor Marquis einige Autoren (Go- " lubew, Ranvier, Zahn) ebenfalls einen Vorgleich zwischen beiden anstellten, so " beruht das wohl auf der damals noch sehr unvollkommenen Kenntniss der ächten " Hayem'schen Spindelzellen „ (p. 263).

Dal canto mio poi aggiungerò che non ho potuto trovare fra le cellule endoteliali dei vasi e quelle che ho descritto come trombociti altro che una somiglianza nella forma allungata ed a fuso, somiglianza certamente non sufficiente per indurci a ritenerle identiche, come insufficiente è pure per giudicare dolla loro identità con gli eritroblasti.

Nel 1888 Mondino e Sala (30), per provare che le piastrine nucleate dei vertebrati ovipari sono veramente elementi autonomi, siccome aveva affermato e sostenuto il Bizzozero, si diedero alla ricerca delle mitosi di queste cellule e vollero vedere in certe forme di piastrine, di cui vennero riprodotte fedelmente le figure nei loro lavori accennati (30, 31), le fasi di uno speciale processo cariocinetico.

Giova notare che, quando questi istologi pubblicarono il loro lavoro, Hayem aveva bensì già fatto cenno di quella speciale disposizione della cromatina nel nucleo di certi ematoblasti, disposizione che egli paragonò talora a delle virgole, talora ad una sorta di striatura, ma non aveva dato a questo carattere quell'importanza che esso si merita e perciò era quasi passato inosservato. I lavori poi del Müller (36) e del Dekhuyzen (3), dove è specialmente richiamata l'attenzione su quelle masse allungate di cromatina che quest'ultimo autore denominò mitocromi, non erano per anche pubblicati. Onde non fa stupire se Mondino e Sala, interpretando quei cordoni di cromatina come le vere anse cromatiche, preludianti alla mitosi, credettero di vedere in alcune delle piastrine disegnate degli elementi preparantisi a questa divisione e in quelle altre allungate e stirate, — che a me paiono piuttosto forme alterate — degli elementi nell'atto appunto in cui avviene la divisione del nucleo.

Ma io ho già nelle pagine precedenti dimostrato che queste, che appaiono come anse cromatiniche, non sono tali in realtà e che sono piuttosto da considerarsi come cordoni di masse cromatiniche disposte longitudinalmente e fuse più o meno perfettamente insieme, si da assumere quell'aspetto caratteristico. Si aggiunga che non fu mai possibile, nè a me, nè ad altri prima di me, di trovare alcuni di questi elementi con il nucleo in quella fase di spirema, che, come si sa, deve precedere la formazione delle anse.

Del resto, se la presenza dei mitocromi preludiasse veramente alla mitosi prossima di questi elementi, noi dovremo trovare nel sangue almeno qualche trombocito

in una ulteriore fase attiva: ed anzi, non qualcuno solamente, ma parecchi se ne dovrebbero riscontrare, poichè numerosissimi oltre ogni dire sono quelli che li presentano. Ora ciò non avviene. Nè Müller, nè Dekhuyzen, nè Sacerdotti, nè il Neumann riuscirono a trovare quelle forme che Mondino e Sala interpretarono come piastrine nucleate in cariocinesi. Ed io non fui più fortunato di quelli.

Adunque, se la mitosi dei trombociti non si può negare in modo assoluto, non si può nemmeno finora accettare come certa ed ha bisogno di essere riconfermata.

Rimane ora un'ultima ipotesi sulla loro origine, quella che accoglie tutte le mie approvazioni, che fu recentemente propugnata dal Neumann (37), ma che corrisponde press'a poco a quella già emessa dal Vulpian (47) e dal Pouchet (40): che questi elementi cioè derivino da quei corpuscoli bianchi che Pouchet chiamò " noyaux d'origine „, i più dicono " linfociti „ ed altri " leucoblasti „.

Nel descrivere precedentemente i tromboblasti ho detto che sovente in uno stesso preparato di sangue è possibile scorgerne taluni, che per la mancanza di veri mitocromi nel nucleo e di granuli nel protoplasma, per la forma appena ellittica del nucleo, e del loro corpo cellulare stesso, per la proprietà del succo nucleare di tingersi intensamente con l'azzurro di metilene sono talmente somiglianti ai leucoblasti da non potersene distinguere se non per la forma e per l'accumulazione del citoplasma ai due poli del nucleo. Questi tromboblasti io ho trovato specialmente abbondanti nelle osservazioni fatte nei mesi di estate.

Il Neumann, che fu pure colpito dalla loro grande somiglianza con i leucoblasti, — da lui detti linfociti — a questo proposito così scrive: " Lässt sich also — vor " diese Frage sehen wir uns gestellt — mit Hayem u. A. eine strenge Scheidung " der Lymphocyten und der Spindelzellen durchführen oder kommen Uebergangs- " formen zwischen beiderlei Zellarten vor, welche dafür sprechen, dass " aus den Lymphocyten Spindelzellen werden können? Ich glaube, diese " Frage bejahen zu dürfen „ (p. 268).

Ed anch'io credo che a tale domanda si debba rispondere di sì.

La presenza nel sangue di queste forme intermedie, la loro innegabile somiglianza con l'una e con l'altra delle due sorta di cellule non hanno forse da avere una certa importanza nella soluzione del quesito sull'origine dei trombociti? Possiamo noi attribuire semplicemente al caso o ad una mera coincidenza quell'uguaglianza di caratteri che presentano i giovani tromboblasti con i leucoblasti? Oppure non è forse più razionale legare quelli da una parte con i leucoblasti e dall'altra con i trombociti adulti?

Il Dekhuyzen (3) non è di questo parere. Egli, dopo aver descritto gli elementi del sangue negli Anfibi, così scrive: " Sind die fünf aufgezälten Blutzellenreihen " ebenso viele ganz verschiedene Arten? Ich glaube für die Spezifizität derselben " eintreten zu müssen und zwar aus dem Grunde, dass es mir nicht gelungen ist, " unzweifelhafte Uebergangs- oder Zwischenformen zu beobachten „ (p. 102); e poco più oltre (p. 103): " Bei den feinkörnigen Leukoblasten und Thromboblasten kom- " men in den jüngsten Stadien einzelne Zellen zur Beobachtung, deren Zugehörigkeit " mehr oder weniger unsicher ist. Wir dürfen jedoch nicht jede Zelle, dessen Platz in " System wir nicht mit Sicherheit feststellen können, als eine Uebergangsform be- " zeichnen! „. E venendo poi a dire in modo speciale dei trombociti si mostra anche

esplicitamente contrario alla loro origine dai leucoblasti: " Die Schwierigkeit und " Unsicherheit der Unterscheidung der allerjungsten Stadien ist noch kein genügender " Grund für die Annahme das Thrombocyten und Leukocyten, zwischen denen doch " gewiss ein beträchtlicher morphologischer und physiologischer Gegensatz besteht, " aus denselben indifferenten Elementen hervorgehen. In den nächsten Entwicke- " lungsstadien sucht man vorgeblich nach Uebergangsformen und nach Zeichen einer " Verwandschaft der beiden Zellen „.

Questa opinione del Dekhuyzen, questa riluttanza a far derivare i tromboblasti dai leucoblasti, nonostante certi fatti da cui inevitabilmente si vede tuttavia sospinto a riconoscerne l'affinità, anche non volendolo, dipende, secondo me, da due suoi concetti che non mi paiono troppo giusti: l'uno sulle forme intermedie o di passaggio, l'altro sulla specificità delle varie cellule del sangue.

Che si scorgano nel sangue certi elementi che non si possono dire con sicurezza leucoblasti a granuli fini, o tromboblasti; che i tromboblasti più giovani non abbiano mitocromi e solo si possano riconoscere dai leucoblasti per il loro nucleo appena sferico, o per la loro polarità — come chiama il Dekhuyzen quella tendenza alla forma ellittica od a fuso che si presenta già negli elementi giovanissimi — sono cose che il Dekhuyzen stesso non nega e le fig. 11, 12, 23, 24, già sopra citate, confermano. Ma egli nega che queste cellule, la cui posizione nel sistema non può essere stabilita sicuramente, debbano ritenersi come forme di passaggio, poichè — egli dice — la difficoltà e l'incertezza della distinzione non è una base sufficiente per stabilire una comunanza di origine fra due elementi di proprietà così diverse.

Ma quella stessa difficoltà ed incertezza nella distinzione — io soggiungo a mia volta — non è forse una conseguenza diretta, necessaria della grande somiglianza di struttura e di carattere degli elementi? E se così è, perchè non dovremo noi considerare le forme incerte come intermedie e di passaggio?

Contro a tal modo di vedere le cose, parmi che si opponga nel Dekhuyzen l'altro concetto, sulla specificità degli elementi. Ed anche questo non mi pare che sia proprio giusto. Forsechè la specificità di un elemento dipende dalla sua origine? Forsechè due elementi, pur derivando da una fonte unica, non possono essere specificamente diversi? Il Dekhuyzen non vorrà, io spero, affermare questo, ma converrà con me nell'ammettere che la specificità degli elementi istologici non è già data dalla loro origine, ma semplicemente dalla forma, dalla struttura e dalla funzione che essi assumono quando hanno compiuto la loro evoluzione, quando sono adulti. Cessano forse di essere specificamente diversi gli esseri viventi perchè hanno avuto una origine comune? E tutte le cellule di un organismo non appartengono forse a specie diverse, sebbene in origine derivino tutte da un'unica cellula, la cellula uovo?

Io sono perfettamente d'accordo col Dekhuyzen nell'ammettere la diversa specificità dei trombociti e dei leucociti a granuli fini; io ne sostengo e ne propugno le differenze notevoli e morfologiche e fisiologiche, ma non credo di nuocere proprio in alcun modo a questa specificità ammettendo, che gli uni e gli altri per una graduale evoluzione derivino dagli stessi elementi, dai leucoblasti.

È un'evoluzione che, incominciando da un elemento comune, il leucoblasto, si compie per due vie divergenti che terminano l'una al trombocito adulto, l'altra al

leucocito a granuli fini ed a nucleo polimorfo. La prima è caratterizzata principalmente dal passaggio del nucleo dalla forma sferica all'ellittica, dalla formazione dei mitocromi, dall'accumularsi del protoplasma ai due poli, e dalla produzione dei granuli speciali dei trombociti. La seconda ha invece per caratteri principali: l'ingrossamento del nucleo, il suo cambiar di forma od il suo frammentarsi fino a quel polimorfismo che ne lo distingue, e la comparsa dei granuli fini, detti neutrofili. Del resto, o si ammette questa evoluzione e allora le varie forme di tromboblasti e di trombociti e di leucociti a granuli neutrofili si collegano fra di loro come termini di passaggio dal leucoblasto a quelle più differenziate, a quelle adulte: oppure l'ipotesi di questa trasformazione graduale non si accetta e allora si è in obbligo di distinguere in ispecie differenti tutte quelle svariate forme di questi elementi che ci cadono sott'occhio all'osservazione microscopica.

Ora, non c'è dubbio che la prima opinione è più accettabile e più razionale e in suo favore sta anche il fatto, non dico di mancanza assoluta, ma certo di una rarità estrema di mitosi, in quelle forme che si possono con sicurezza ritenere per adulte. Chè, se poi anche si vuol proprio ammettere la mitosi in certi elementi, ciò non è ancora sufficiente ad escludere la loro origine dai leucoblasti, ma sta semplicemente ed unicamente a provarci che anche in quello stadio esse possono dividersi per cariocinesi. In ogni caso rimarrebbero sempre a spiegarsi: la presenza nel sangue di quelle altre forme che non sono ancora adulte e quei loro caratteri intermedi che ne rendono incerta la posizione.

Sulla funzione. — La quistione della funzione dei trombociti è, a mio parere, ancora più complicata di quella della loro origine.

Qui ci si presenta anzitutto quell'ipotesi che fu il perno di quelle vivaci discussioni svoltesi negli anni decorsi dalla scoperta del Recklinghausen fino ai giorni nostri e che è ancora vivissima tuttodì; quella che i trombociti siano destinati a trasformarsi in corpuscoli rossi.

La paternità di questa ipotesi risale fino allo scopritore stesso delle cellule fusiformi, al Recklinghausen. Ma chi facendo sua, per così dire, l'ipotesi del Recklinghausen, si diede proprio a tutt'uomo a sostenerla fu l'Hayem, che ne fece argomento di suoi numerosi lavori. Contro di essa si schierarono bensì Bizzozero ed i suoi seguaci dimostrando erronea l'ipotesi dell'Hayem, ma gli argomenti da questi addotti, a quanto pare, non convinsero tutti. Così che vediamo, e per il lavoro del Marquis (29) e specialmente poi per quello recentissimo del Neumann (37), risollevarsi più viva che mai la questione, e ritornare in vigore l'ipotesi dell'Hayem della trasformazione dei suoi ematoblasti in corpuscoli rossi.

Recklinghausen, Golubew, Pouchet, Hayem, Neumann ed altri sostenitori dell'evoluzione dei trombociti in eritrociti furono condotti, come già dissi, in questa opinione dalla notevole somiglianza nella forma del nucleo e del corpo cellulare che innegabilmente si scorge tra i veri eritroblasti ed i trombociti. E la discussione potrebbe protrarsi su queste semplici basi fino alle calende greche! È bensì vero che Müller e specialmente Dekhuyzen dimostrarono che i nuclei dei veri trombociti si distinguono dagli altri anche per una struttura loro speciale, per i mitocromi in una parola; ma a questo carattere non si volle dare l'importanza dovuta, e

Neumann stesso, pur riconoscendolo, ammette tuttavia che non sia costante e perciò ritiene per trombociti anche quegli elementi che non lo presentano, quali sono i veri eritroblasti. Per troncare la questione era necessario dimostrare che, oltre che per i mitocromi, i trombociti si possono anche riconoscere infallantemente per altri caratteri, e del nucleo stesso, e del protoplasma, e che non è possibile trovare assolutamente alcuna forma che possa essere considerata come intermedia fra gli uni e gli altri. Ciò che io spero appunto di aver ottenuto con le mie osservazioni e con il mio metodo di colorazione. I trombociti non solo differiscono dagli eritroblasti per i mitocromi, ma ancora per le proprietà del succo nucleare, per la presenza di granuli speciali, e sovratutto poi per la struttura ben diversa del loro citoplasma, per lo spiccato fagocitismo, e per altri caratteri di minore importanza che si possono trovare nella descrizione che ne ho data nelle pagine precedenti.

Se a ciò si aggiunge che non ho mai incontrato nelle mie osservazioni alcun trombocito il cui corpo fosse impregnato, anche solo menomamente, di emoglobina, nè alcun elemento che potesse in qualche modo, sia pure incerto, considerarsi come intermedio tra i trombociti e gli eritroblasti e perciò come una forma di passaggio da quelli a questi, resta dimostrato all'evidenza che l'ipotesi dell'Hayem e del Neumann non regge, che i trombociti e gli eritroblasti son due elementi sempre ben distinti, e che perciò i primi non diventano mai corpuscoli rossi (1).

Escluso così che i trombociti debbano servire alla rigenerazione degli elementi rossi del sangue, rimane a cercare quale possa essere la loro funzione.

Naturalmente io entro qui in un argomento che non è di mia assoluta spettanza e non è perciò mia intenzione il trattarlo. Tuttavia non mi paiono inopportune alcune considerazioni che hanno stretta attinenza con la struttura stessa dei trombociti.

Sono certamente noti gli esperimenti del Bizzozero e dell'Hayem e di altri ancora per dimostrare l'importanza di questi elementi nella coagulazione del sangue. Io non li ho ripetuti, perchè esorbitanti dal mio scopo, nè voglio in alcun modo fare alcuna considerazione in merito. Solo faccio osservare — cosa d'altronde che tutti ed anche quegli stessi due istologi ammettono — che, data e concessa a queste cellule del sangue una parte, sia pure capitale, nella coagulazione, non potrà tuttavia essere considerata come loro normale funzione questa, che si manifesta solo in una condizione di cose certamente patologica.

Noi ci possiamo perciò sempre domandare: Qual'è la vera funzione dei trombociti? Qual è l'ufficio loro nell'economia generale dell'organismo durante le sue condizioni normali?

Ramon y Cajal, con i suoi esperimenti sulla fagocitosi di queste cellule, è venuto in questi ultimissimi tempi alla conclusione, che essi siano incaricati della pulizia del circolo sanguigno e linfatico, sottraendo al plasma quei corpuscoli estranei che accidentalmente vi sieno portati. Ma ognuno scorge di leggieri che, se questa è — e non lo si può negare — una loro funzione secondaria, non deve però, per

(1) Ho già detto precedentemente come gli elementi che il Marquis chiama " Spindelzellen " non corrispondano ai trombociti, ma ai veri eritroblasti. L'affermazione dunque di cotest'autore: che le sue cellule fusiformi sieno corpuscoli rossi giovani, è perfettamente giusta.

la stessa ragione ora detta, essere considerata come la principale. La penetrazione nel circolo sanguigno e linfatico di corpi estranei non è certamente un fatto, nè frequente, nè tanto meno normale, ma senza dubbio patologico. Ora, è razionale lo ammettere che elementi così abbondanti e costanti nel sangue non abbiano altra funzione che quella della pulizia del circolo?

Ben più importante mi pare che debba essere la loro funzione, per quanto io non possa, pur troppo, anche lontanamente intravederla. Però non posso trattenermi dall'esporre alcune mie congetture, non già con la pretesa di risolvere sì arduo quesito, ma semplicemente con la speranza che possano essere un punto di partenza per ulteriori osservazioni ed esperimenti.

Fra i caratteri morfologici dei trombociti è da annoverarsi la presenza di quei granuli, che ricordano, come già il Müller disse, e com'io confermai, i granuli fini neutrofili dei leucociti a nucleo polimorfo. Donde provengono questi granuli? Si noti che i tromboblasti più giovani, ancora molto somiglianti ai leucoblasti, né sono assolutamente privi; che gli altri alquanto più vecchi ne contengono in scarsa quantità e che invece i trombociti adulti ne sono ricchissimi. È necessario dunque l'ammettere che essi si formino a poco a poco durante l'evoluzione del trombocito.

In questa produzione non pare che il citoplasma abbia alcuna importanza. Di fatto, con il metodo di colorazione sopra descritto, si può facilmente scorgere che i filamenti di citoplasma colorati in azzurro di Prussia non sono diversi da quelli che si osservano nei tromboblasti privi di granuli, e si può anche arguire che la massa totale del citoplasma non è diminuita nel trombocito adulto. Adunque possiamo escludere che i granuli sieno dovuti ad una degenerazione del citoplasma.

Potrebbe dubitarsi che, trattandosi di elementi dove il fagocitismo è tanto sviluppato, essi potessero esservi penetrati dall'esterno. Ma, se così fosse, noi dovremo trovare almeno alcuni di questi stessi granuli, sparsi nel plasma del sangue, fuori dei trombociti. Il che non avviene.

Non ci rimane che considerarli come dovuti al metabolismo della cellula. E — poichè il citoplasma, come ho detto, non pare che vi abbia alcuna parte — ad una proprietà secretrice, ad uno speciale metabolismo del nucleo. Ed in favore di quest'ultima supposizione sta il fatto: che la prima comparsa di questi granuli si fa per l'appunto proprio in vicinanza del nucleo, o tutt'attorno ad esso, o preferibilmente ai suoi due poli, dove pare che l'attività della cellula si esplichi maggiormente o vi sia più concentrata, come lo dimostrano non solo la grande abbondanza di granuli, ma anche la posizione polare dei centrosomi e dei corpuscoli estranei penetrativi per fagocitismo.

Il che si vede poi ancora più distintamente nei trombociti del *Batrachoseps attenuatus*, dove, come l'Eisen ha disegnato, e come io stesso ho potuto vedere, i granuli si producono unicamente ai due poli del nucleo e vicinissimi ad esso, formando quella massa che l'Eisen chiamò la granosfera.

Io credo pertanto che questi granuli, prodotti dal nucleo, si alloghino tra i fili di citoplasma e sieno poi spinti verso l'esterno a poco a poco da quelli nuovi che si vanno formando continuamente. Giunti alla periferia del trombocito escono dalle maglie del citoplasma e si sciolgono nel plasma del sangue. Non è impossibile che quelle goccioline ialine che Bizzozero ed Hayem videro uscire da questi elementi

nel principio delle loro alterazioni estravasali abbiano precisamente una stretta attinenza con questi granuli. Gioverà del resto notare che io ho parlato finora di granuli, perchè tali mi apparvero nei trombociti fissati e perciò coagulati. Ma è molto probabile che sieno più probabilmente goccioline di una speciale sostanza albuminoide, che coagulatesi, ci appaiono come granuli.

A questo punto si può domandare a che cosa servano queste goccioline, senza che io sia in grado di poter dare una risposta soddisfacente. Tuttavia non mi pare questo un argomento contrario alla mia supposizione. Noi sappiamo pur troppo ben meschine cose su quella intricata miscela di composti a struttura molecolare tanto complicata e di natura così diversa, che è il plasma del sangue!

Non si dovrebbe tuttavia mai dimenticare nello studio dei fenomeni biologici che le reazioni chimiche, composizioni e decomposizioni, per quanto di natura speciale sono tuttavia il fondamento delle manifestazioni vitali, e che esse — se anche si vuole ammettere che si compiano in virtù di una forza tutta propria ed ignota — non si possono però sottrarre alle leggi generali che governano gli altri fenomeni chimici. Pertanto, affinchè la vita di una cellula sia possibile, si richiede un determinato ambiente dal quale essa possa togliere quelle certe sostanze di cui ha bisogno ed al quale cederà quelle altre che saranno dovute alla sua secrezione, conseguenza necessaria dell'assimilazione stessa. Ora, le diverse cellule del sangue non mi pare che si sottraggano a questa legge generale: esse si devono considerare come speciali organismi viventi, ed il plasma sanguigno come l'ambiente necessario alla loro vita. Perciò, mentre il plasma per una parte cede loro quelle sostanze che devono venire assimilate, per altra parte ne può ricevere da loro stesse delle altre che saranno bensì prodotti di secrezione delle cellule, ma che potranno tuttavia avere una importanza grandissima nell'economia generale di tutto l'organismo.

Su questo principio è appunto basata quella mia ipotesi, altrove esposta (13, 14), sulla formazione dell'emoglobina nei corpuscoli rossi. Poichè il corpuscolo rosso deve vivere nel plasma sanguigno per compiere la sua funzione, quella di produrre l'emoglobina, è evidente che in questo plasma ha da trovare quella o quelle sostanze che si richiedono per tale produzione. E, se questa sostanza si trasforma in emoglobina, questo non potrà certo avvenire senza che essa si congiunga con qualcun'altra, che sarebbe precisamente quella che ho chiamato emoglobigena e che si trova costantemente in tutti i corpuscoli rossi. L'emoglobina dunque è un prodotto di secrezione del corpuscolo rosso; un prodotto di secrezione, che è la conseguenza della vitalità di queste speciali cellule, ma che non viene espulso dal loro corpo. In certo qual modo insomma si potrebbe paragonare un corpuscolo rosso sanguigno ad una cellula grassa, dove il grasso è pur esso dovuto ad uno speciale metabolismo della cellula e vi rimane rinchiuso. Con questa differenza però: che l'emoglobina può compiere tuttavia la sua speciale funzione rimanendo sempre chiusa nel corpuscolo rosso, mentre il grasso, per servire all'organismo, deve subire ulteriori trasformazioni ed essere espertato sotto altra natura dalla cellula che l'ha prodotto.

I trombociti sono pur essi cellule del sangue: in esso vivono, in esso si sviluppano, dunque dal plasma suo devono trarre quelle sostanze che sono loro necessarie per la vita, che devono essere assimilate. Quali sieno queste sostanze noi ancora non lo sappiamo, ma dobbiamo però ammettere che, anche in questi elementi,

la loro assimilazione porti come conseguenza necessaria una secrezione, e questa ci si presenti per l'appunto sotto forma di quei granuli che, come or ora ho dimostrato, sono in grande abbondanza prodotti dai trombociti.

Così che nello stato attuale della scienza noi possiamo solamente arguire che la funzione veramente normale dei trombociti sia di sottrarre al plasma del sangue una certa sostanza per restituirgliene un' altra di natura diversa. Questi due fatti, considerati solo in rapporto ai trombociti, sono da ritenersi l'uno come l' assimilazione, l'altro come la secrezione, insomma come semplici e comuni manifestazioni vitali di questa specie di cellule; considerati invece in rapporto con tutto l'organismo assumono una grande importanza potendo avere una parte capitale in quelle intricatissime ed incessanti reazioni chimiche speciali, su cui è principalmente basato il fenomeno della vita.

I trombociti nel Triton cristatus.

Nei trombociti di quest'altra specie di anfibio non vi è sostanzialmente una differenza notevole da quelli descritti nella *Rana esculenta*. I mitocromi però non vi sono così ben distinti e quella disposizione in fila dei grossi granuli di cromatina che, secondo me, preludia alla loro formazione, vi è abbastanza chiara. Le due figure di un tromboblasto giovanissimo e di un trombocito servono meglio di una descrizione a darci un'idea della loro struttura. In ogni caso, la distinzione tra i trombociti e gli eritroblasti è, anche in questo animale, sempre facilissima (fig. 37, 38).

I trombociti nei pesci.

Ho scelto in questa classe di vertebrati il *Cobitis taenia*, pesciolino assai comune nei dintorni di Torino. Gli elementi morfologici del sangue sono assai piccoli e perciò l' osservazione diventa più difficile che negli Anfibi. I trombociti presentano però ad un di presso gli stessi caratteri già menzionati per la rana. Il nucleo è ellittico e talora anche molto allungato e stretto. I mitocromi qualche volta sono ben distinti, più sovente però appena accennati. Il succo nucleare si tinge intensamente. Anche qui il corpo protoplasmatico è formato di una parte filare, il citoplasma, tinto in azzurro di Prussia, e dei granuli. Questi si colorano meno schiettamente in roseo, ed i filamenti citoplasmatici sono meno visibili a cagione della minutezza della cellula. Il centrosoma od i centrosomi stanno generalmente all'uno dei poli della cellula (fig. 39-43).

I tromboblasti più giovani somigliano molto ai leucoblasti. Ancora non posseggono granuli e perciò sono costituiti di solo citoplasma. Si riconoscono per la forma già alquanto allungata.

Non prolungo più oltre la descrizione per non eccedere i limiti impostimi, ed anche perchè sarebbe una ripetizione di quanto già dissi. Basti notare che, anche in questi vertebrati, i trombociti presentano una struttura affatto analoga a quella della rana; che si possono sempre facilmente riconoscere dagli eritroblasti; che per le loro

proprietà, per l'aspetto, per le dimensioni si possono ritenere derivati per una graduale evoluzione dai leucoblasti, a cui sono legati da una serie non interrotta di forme intermedie.

I trombociti di questo pesce posseggono pure la facoltà del fagocitismo, come ho potuto arguire, semplicemente dai corpi eterogenei che non di rado vi ho trovato inglobati. Anch'essi poi mostrano fra gli altri alcuni granuli più rifrangenti e più grandi.

I trombociti nei rettili.

In una lucertola (*Zootoca vivipara*) i trombociti presentano la stessa tipica struttura di quelli degli Anfibi. I mitocromi vi sono talora ben distinti, ma altre volte la cromatina è divisa in granuli numerosi, sì che il nucleo presenta una certa somiglianza con quello degli eritroblasti. Tuttavia la distinzione è sempre possibile quando si badi alla particolare struttura del protoplasma. Qui i granuli loro speciali vi sono ben distinti e sovente alcuni, due, tre od anche quattro più grandi, più rifrangenti la luce ricordano quelli consimili che si incontrano nei trombociti della rana ed anche dei pesci. I filamenti di citoplasma non presentano differenze notevoli nella loro disposizione da quella descritta per gli Anfibi. La facoltà del fagocitismo vi è anche ben sviluppata, come ne fanno prova numerosi trombociti contenenti corpicciuoli eterogenei, talora molto grandi (fig. 47-49).

In un' altra lucertola (*Lacerta muralis*) ebbi la fortuna di trovare nel sangue numerosi eritroblasti in diversi stadi del loro sviluppo, mentre nella prima non ne aveva visto traccia. Tuttavia ambedue furono uccise nello stesso giorno (23 gennaio 1898). Ciò mi permise di notare come la struttura di questi eritroblasti si presenti affatto somigliante a quella descritta per la rana, astrazione fatta, ben inteso, delle dimensioni, e come pertanto la distinzione loro dai trombociti sia sempre molto facile (fig. 44-46).

I trombociti negli uccelli.

Esaminai il sangue del piccione. Anche qui la piccolezza degli elementi rende difficile l'osservazione della minuta struttura del corpo dei trombociti. Il nucleo è ellittico: i mitocromi talora ben distinti, il più delle volte brevi e ridotti a masse di cromatina appena un po' allungate. Il succo nucleare si tinge pure intensamente. Il corpo protoplasmatico è ricchissimo di granuli che si tingono di un bel giacintino. Vi sono quasi costanti due, tre od anche quattro di quei granuli brillanti che si trovano pure negli altri trombociti. I filamenti del citoplasma sono perciò quasi mascherati dall'abbondanza dei granuli. Il centrosoma è generalmente uno: sta all'uno dei poli, circondato da una centrosfera quasi sempre ben distinta perchè incolora (fig. 53-56).

Il Luzet (26) descrive nel sangue di piccione certi elementi, gli ematoblasti, che sono sempre molto numerosi. La presenza dei granuli brillanti, la loro forma, e quale è descritta, e quale è disegnata nella fig. 1, 2, fanno tosto riconoscere i veri

trombociti. Il loro protoplasma è assolutamente incoloro, così egli stesso afferma. Come elementi intermedii egli poi descrive altre forme che, in parte almeno, senza alcun dubbio sono eritroblasti, e questi naturalmente contengono emoglobina e non posseggono i granuli brillanti. Ma su quale fatto egli si fonda per affermare che i primi si trasformino nei secondi? Sulla struttura reticolare " en losanges „ della cromatina nucleare. Ora questo carattere non è sufficiente di per sè solo a legittimare una tale asserzione.

Io ho avuto occasione di osservare nel mese di ottobre 1897 il sangue di un piccione in cui numerosi erano gli eritroblasti e pure numerosi i trombociti. Non ho potuto vedere una sola forma che per caratteri intermedii potesse farmi supporre probabile il passaggio dagli uni agli altri. Tutti i singoli elementi dell'una e dell'altra specie erano perfettamente discernibili per i caratteri loro proprii già prima descritti (fig. 50-52).

Parallelo.

Non posso qui trattenermi dal fare alcune considerazioni di indole morfologica relative a questi elementi nelle varie classi di Vertebrati.

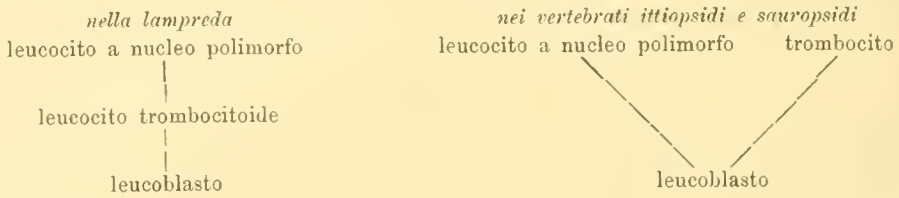
Nel mio lavoro sulle cellule del sangue della lampreda (13) io ho fatto nota la scoperta di certi elementi, fin'allora sconosciuti, che rappresentano in quel vertebrato inferiore i trombociti dei sauropsidi e degli ittiopsidi e le piastrine dei mammiferi. Quegli elementi sono riconoscibili per il modo di comportarsi, riunendosi pur essi in ammassi come i trombociti e le piastrine, e per altri caratteri morfologici, fra cui primeggiano: la forma tutta propria del nucleo sempre più o meno ricurvo a ferro di cavallo, a semicerchio e talora anche a cerchio, intero o diviso in due metà, la presenza di pseudopodi lobiformi, e di granuli che si producono da principio nella insenatura del nucleo, le dimensioni intermedie tra quelle dei leucoblasti e quelle dei leucociti a nucleo polimorfo.

Io aveva allora supposto che alla divisione diretta nucleare, che si può facilmente constatare in parecchi di questi elementi, tenesse dietro la divisione della cellula e che, questa avvenuta, il leucocito continuasse nella sua evoluzione e diventasse un leucocito a nucleo polimorfo. Ma questa supposizione potrà da taluni non essere accettata ed io anche l'abbandono per tenermi il più strettamente possibile a quel rigore scientifico che è tanto desiderabile in queste ricerche. Io ho ripetuto le osservazioni sul sangue della lampreda ed, avendo rivolto di nuovo particolare attenzione su questi elementi, fui anche questa volta tratto alla conclusione, a cui allora era già venuto, che cioè essi non sono lo stadio ultimo evolutivo di uno speciale elemento, ma semplicemente rappresentano un periodo nello sviluppo di quelli che, provenendo da un leucoblasto, giungono fino alla fase ultima di leucociti a nucleo polimorfo.

Questa mia convinzione proviene dal fatto, che non è possibile nei preparati trovare una separazione netta fra i leucoblasti, i leucociti che rappresentano i trombociti ed i leucociti a nucleo polimorfo, ma tutti sono invece legati in una serie continua da forme che si debbono ritenere veramente come intermedie.

Se è così, noi abbiamo, in questo vertebrato inferiore a tutti gli altri, un esempio evidente di una minor divisione del lavoro fisiologico, in quanto che quella funzione dei trombociti, sia pure ignota, ma certamente importante che negli altri vertebrati è compiuta da un elemento speciale, nella lampreda si compie invece da uno dei comuni elementi del sangue ma in una speciale fase del suo sviluppo. Questa fase io propongo di chiamare *fase trombocitoide* e *leucociti trombocitoidi* dico quei leucociti che la presentano.

E poichè tanto i leucociti trombocitoidi della lampreda, quanto i trombociti ed i leucociti a nucleo polimorfo dei vertebrati ittiopsidi e sauropsidi si possono ritenere derivati dai leucoblasti, come ce lo provano tutte le forme intermedie così frequenti e comuni, si può schematicamente rappresentare questa derivazione nel seguente modo:



Intanto, dal punto di vista morfologico, devesi notare che le ricerche anatomiche ed embriologiche più recenti hanno ormai dimostrato come i ciclostomi debbano venir separati per più ragioni dai veri Pesci; come i pesci, gli anfibi, i rettili e gli uccelli mostrino fra loro una notevole omogeneità di struttura; come infine i mammiferi costituiscano un gruppo abbastanza naturale e ben distinto dagli altri. Or bene, questa divisione, fatta in base a caratteri morfologici, è perfettamente confermata e convalidata da due caratteri istologici: la struttura dei corpuscoli rossi e la struttura di questi speciali elementi bianchi del sangue.

Io ho di fatto dimostrato altrove (13, 14) come i corpuscoli rossi della lampreda siano quegli eritrociti che io dico granulosi: come quelli dei vertebrati ittiopsidi e sauropsidi sieno gli eritrociti anellati con nucleo, fra di loro perfettamente equipollenti per la struttura: come infine quelli dei mammiferi sieno gli eritrociti anellati senza nucleo, ben diversi e dagli uni e dagli altri. Se ora, al carattere istologico della diversa struttura dei corpuscoli rossi, aggiungiamo anche quello che si riferisce ai trombociti, possiamo con questi caratteri, che dirò isto-morfologici, dividere tutti i vertebrati cranioti nel seguente modo:

Ciclostomi: eritrociti granulosi; leucociti trombocitoidi.

Ittiopsidi e Sauropsidi: eritrociti anellati con nucleo; trombociti.

Mammiferi: eritrociti anellati senza nucleo: piastrine.

I centrosomi (1).

Il primo che abbia fatto parola di centrosomi in questi speciali elementi è il Dekhuyzen (3) il quale tuttavia non lo segnalò che nei tromboblasti: " Die jüngsten " (Thromboblasten) sind fast freie Kerne, von birnförmiger Gestalt, am stumpfen Pol " liegt das Centrosoma in einer kleinen Dellen und umgeben von einer geringen " Menge körnigen Protoplasmas ..... „ (p. 99).

Più tardi il Marchesini (28) propose un suo speciale metodo per metterlo in evidenza nei leucociti del tritone, ma devo dire francamente che quelle figure 5 e 6 del suo lavoro che mi interessano direttamente, perchè senza dubbio rappresentano cinque trombociti riuniti per i loro poli, ma che egli interpretò come leucociti a forma di stella, non mi persuadono interamente, stante che i granuli che egli rappresenta intorno alla sfera d'attrazione potrebbero anche essère semplicemente quei certi granuli brillanti che sappiamo essere quasi caratteristici dei trombociti. D'altra parte nella fig. 7 che rappresenta due trombociti liberi non è segnata menomamente alcuna traccia di sfera attrattiva!

Più recentemente l'Eisen (6) li descrisse ai due poli dei trombociti nel *Batrachoseps attenuatus*, ed ammise che i centrosomi con la relativa sfera, circondati da una parte del protoplasma, si distaccassero dalla cellula e formassero quei nuovi elementi morfologici che egli chiamò *plasmociti*. Non posso qui fermarmi a discutere sulla natura di questi corpi certo molto interessanti e curiosi. Solo mi preme di far noto che, avendomi l'Eisen inviato con vera e squisita cortesia alcuni suoi preparati, potei convincermi che essi non sono, come credetti (15), dei leucoblasti o trombociti alterati dal metodo seguìto nella preparazione, ma corpuscoli speciali sulla cui natura spero di poter fra poco pronunciarmi decisamente. Qui mi basti di dimandare pubblica scusa all' Eisen per la critica che feci al suo lavoro, condottovi da certe alterazioni che aveva notato in preparati fatti con il suo metodo e che presentavano

---

(1) In questi giorni il Flemming (11), a fine d'evitare confusioni, propose di non seguire più la denominazione di centrosomi e di centrosfere quale finora è stata comunemente usata. Il nome di centrosoma, introdotto dal Boveri, non indica solo il " corpuscule central „ del van Beneden, ma anche la " zone médullaire „ di questo stesso autore: (Centrosom Bov. = Corpuscule centrale + Zone médullaire van Bened.). L'archoplasma di Boveri corrisponde alla " zone corticale „ di van Beneden (Archoplasma Bov. = Zone corticale van Bened.). Perciò il Flemming propone di non chiamare più centrosoma il corpicciuolo dentro la sfera attrattiva, ma corpo centrale (in tedesco Centralkörper). L'intenzione è lodevole e sarebbe desiderabile che nella scienza non avvenissero mai simili confusioni. Ma la proposta del Flemming pur troppo non mi pare che possa oggi essere accolta. Ormai quasi tutti i citologi indicano col nome di centrosoma il corpuscolo centrale e con quello di centrosfera o sfera d'attrazione, o solo sfera, la zona midollare, e il voler abbandonare questa denominazione invalsa nell'uso comune porterebbe inconvenienti maggiori di quelli che si vogliono evitare. Perciò io, non ostante il consiglio di un' autorità qual'è il Flemming, non mi so decidere a seguire la nuova denominazione proposta, e indico in questo lavoro con centrosoma il corpuscolo centrale, con centrosfera la zona midollare, tanto più che per noi italiani la parola centrosoma torna molto comoda per indicare con un solo vocabolo ciò che i tedeschi dicono Centralkörper.

certo una grande somiglianza con i suoi plasmociti. Scusa che domando tanto più volontieri in quanto che l'Eisen accolse la mia critica con serenità di vero scienziato, e non la volle vedere, come di fatto non era, una manifestazione di rancore personale.

Nell'osservazione dei centrosomi in questi elementi l'esperienza mi ha dimostrato che conviene andare molto guardinghi. Varie sono le cause che possono condurre in errore.

Qualche volta gli stessi granuli brillanti che sappiamo essere quasi costanti nel corpo cellulare, in vicinanza al nucleo e di solito all'uno dei poli, possono, a tutta prima, scambiarsi per sfere attrattive, tanto più che in certe posizioni dell'obbiettivo microscopico mostrano, in apparenza, nel loro centro un punticino più scuro simulante un centrosoma. È facile accorgersi che si tratta solamente di un fenomeno ottico e non di altro.

Ma il discernimento può diventare più difficile in altri casi.

Ho detto che in questi elementi è straordinariamente sviluppata la facoltà del fagocitismo, il che fa sì che assai frequentemente nel loro protoplasma si trovino inclusi granuli eterogenei, di cui non sia sempre facile riconoscere la natura. Uno sguardo alle mie figure 7, 12, 13, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29-31, 33 è sufficiente per darcene un'idea, e ci mostrerà anche che la posizione che questi corpicciuoli di solito prendono nel trombocito è precisamente quella che generalmente presentano i centrosomi.

Ora, la possibilità e la facilità di riconoscere e distinguere questi corpicciuoli diversi dipende in massima parte dal metodo di colorazione usato. Perciò appunto, sebbene per controllo abbia anche fatto uso del metodo dell'Heidenhain all'ematossilina ferrica (23) e ne abbia avuto un buon risultato, tuttavia ho creduto bene di non usarlo nelle mie ricerche. Come si sa, con il metodo suddetto tutte le parti della cellula, cromatina, centrosomi, si colorano della stessa tinta nera, ed il differenziamento non si ottiene che sottraendo più o meno la sostanza colorante. Supponiamo ora che in un trombocito sieno penetrati per fagocitismo o un granulo di cromatina (fig. 7, 12), o granuli di pigmento (fig. 21, 26) oppure corpicciuoli di natura diversa, probabilmente microorganismi (fig. 13, 22, 25). Come sarà in tali casi possibile la distinzione certa di questi corpuscoli dai centrosomi, se tutti appariranno colorati in nero? Sicuramente che molte volte le dimensioni stesse del corpuscolo potranno essere un criterio sufficiente per evitare un errore; ma questo non avverrà sempre. Ed ho creduto pertanto opportuno di non far uso dell'eccellente metodo dell' Heidenhain per scansare ogni causa di possibile errore.

Tanto più che con il mio metodo all'azzurro di metilene, ottenni, anche per questo scopo, dei resultati che mi parvero eccellenti. Di fatto questo colore di anilina, come già feci notare, cambia molto facilmente di tono ed anche di tinta a seconda delle sostanze a cui si unisce. Ed è in questo modo appunto che ci permette di riconoscere o per lo meno di arguire della natura diversa dei corpuscoli contenuti nei trombociti.

Dalle numerose osservazioni che ho fatto, ho pertanto potuto conchiudere che i veri centrosomi si tingono esclusivamente in azzurro di Prussia, e che qualunque altro granulo a loro somigliante non si deve ritenere tale, se presenta una colorazione che non sia quella.

Naturalmente, non in tutti i trombociti io ho potuto scorgere il centrosoma e la sua sfera. Il che non può essere ritenuto come una prova della loro mancanza, giacchè, come giustamente fanno osservare e il Flemming (8) ed altri, tanto il nucleo quanto i granuli contenuti nella cellula ci possono nascondere facilmente un corpicciuolo di tanta minutezza.

Ma nei casi in cui la sua presenza non era dubbia, esso mi apparve come un granulo minutissimo, quasi sempre sferico, di struttura affatto omogenea, e, — si noti questo — tinto in azzurro di Prussia, vale a dire precisamente della stessa tinta dei fili di citoplasma, sebbene alquanto più intensa.

L'opinione sostenuta dal Flemming (7, 8, 9), dall'Heidenhain (23) e da altri: che i centrosomi si trovino costantemente presenti nella cellula anche allo stato di riposo, trova in questo caso una conferma quale non si potrebbe desiderare migliore. Sappiamo di fatto, che in questi elementi non è stato possibile finora incontrare alcun caso non dubbio di mitosi, ed ho prima dimostrato che quelle forme interpretate dal Mondino come in via di divisione indiretta non si devono ritenere come tali. Eppure la presenza dei centrosomi in queste cellule è altrettanto e forse anche più costante e certa che nei leucociti o in altre cellule dell'organismo.

Il Dekhuyzen (3) dice che il centrosoma sta al polo ottuso del trombocito. Ora, se si dà uno sguardo alle mie figure si potrà scorgere che la posizione dei centrosomi non corrisponde perfettamente a quella indicata dal Dekhuyzen. Se si eccettuano quei casi in cui la forma della cellula è tale da non sapersi dire schiettamente quale sia il polo più ottuso, è certo però che nella massima parte i centrosomi stanno al polo meno ottuso. E poichè la forma di questi elementi è quasi sempre così fatta, che il nucleo non occupa una posizione mediana, ma sta più verso l'uno dei poli, si può in linea generale conchiudere che i centrosomi si trovano da quella parte dell'elemento dove più abbondante è accumulato il protoplasma.

Come già l'Heidenhain (22) osservò nei leucociti, essi non sono però sempre in vicinanza diretta del nucleo. Molte volte ne sono anzi notevolmente lontani e rinchiusi nel protoplasma.

Ma all'affermazione fatta dall' Heidenhain (23): che i centrosomi nei leucociti sieno sempre almeno due, io non oso interamente sottoscrivere stando alle mie osservazioni. Non posso però far a meno di convenire con lui che sovente essi sono due ed anche più riuniti insieme a formare quel gruppo che egli dice un microcentro.

Il più delle volte però il centrosoma è uno solo. Talora non è circondato dalla sua sfera, ma solo presenta alcuni fili citoplasmatici disposti a raggi o tutt'intorno (fig. 4) o dalla sola parte del nucleo (fig. 5); talvolta anche questa disposizione raggiata non appare ben evidente (fig. 8, 9). Quasi sempre però la centrosfera o zona midollare del van Beneden vi è ben distinta, e si presenta affatto incolora (fig. 10, 17, 18, ecc.), oppure anch'essa tinta leggermente in azzurro di Prussia (fig. 6, 14, 20), più sovente sferica, raramente ellittica od a mezzaluna (fig. 14, 13). Talora poi dai suoi margini i filamenti di citoplasma irradiano assai distintamente (fig. 6, 10, 18, 20), ma molte volte una simile disposizione non è assolutamente visibile, forse perchè mascherata o guasta dai granuli dei trombociti, che con la loro presenza obbligano i filamenti di citoplasma a deviare dalla loro direzione normale.

Nel caso che si presentino più centrosomi, il loro numero può variare da due a sei.

Nel leucoblasto della fig. 1 i centrosomi sono tre, dei quali uno maggiore, uno mediano, ed uno minore, disposti in triangolo. Qui troviamo una perfetta corrispondenza con quanto ha descritto e figurato l' Heidenhain nel suo classico lavoro sui centrosomi (23). Il centrosoma più piccolo è quello che egli chiamò già " Nebenkörperchen „ e che poi considerò della stessa natura degli altri centrosomi e denominò " Centrosomation „, ritenendolo come il più giovane e più recentemente derivato per gemmazione dai precedenti. Un fatto consimile si scorge anche nelle fig. 15, 41, 42: però nel leucoblasto della fig. 41 i tre centrosomi non sono disposti a triangolo, ma in linea retta. Qui devo tuttavia avvertire che nel preparato essi non si presentavano giacenti sullo stesso piano, così che non sarebbe impossibile che la loro disposizione in linea retta non fosse che apparente.

Notevole è la fig. 16 dove i centrosomi sono pure tre; il più piccolo occupa il centro della sfera incolora, e gli altri due più grandi e più avvicinati fra di loro stanno invece al suo margine. Si noti in questo caso che la forma dei due maggiori non è perfettamente sferica, ma quasi ovale, o meglio a mo' di due chicchi di caffè come quelli già ricordati dal Flemming (9) nei leucociti (p. 707). Si direbbe quasi che questa deformazione sia dovuta ad una reciproca pressione dei due centrosomi, per cui la parete di mutuo contatto sia appiattita.

Nei casi in cui i centrosomi sono solamente due, di solito stanno avvicinati l'uno all'altro e rinchiusi in una sola sfera (fig. 11, 30, 38, 47), ma altre volte sono assai distanti l'uno dall'altro e ognuno in una propria sfera (fig. 22).

La ipotesi dell' Heidenhain, che i centrosomi derivino da un unico centrosoma primitivo per gemmazione, trova anche in questi elementi una conferma, se si vuole accettare l'interpretazione di quell'autore su quella sostanza che talvolta li congiunge insieme. Nelle fig. 11 e 15 si hanno due casi evidenti di ciò che egli chiama " *pri-* " *märe Centrodesmose,* eine primäre Verkettung der Centrosomen „.

Nelle fig. 11, 17, 18, 19, 24, 28 si hanno esempi di ciò che lo stesso Heidenhain chiama microcentro, cioè di una sostanza omogenea che riunisce insieme i centrosomi in una sola centrosfera. Questa sostanza con il mio metodo di colorazione si è tinta pur essa in azzurro di Prussia, ma assai più debolmente dei centrosomi. Nelle fig. 17, 24, 28 i centrosomi sono quattro ed ho potuto nei preparati convincermi che essi stavano alternatamente in due piani diversi, ai quattro vertici di un tetraedro.

Interessanti poi sono le fig. 18 e 19 dove il microcentro contiene sei centrosomi disposti a rosetta. Anche in questo caso però essi non giacevano tutti sullo stesso piano.

A questi disegni altri molti avrei potuto aggiungerne, ma mi son tenuto pago a presentare solamente quelli in cui non aveva alcun dubbio sull'autenticità dei centrosomi e che più mi parevano dimostrativi o importanti.

Ma qui io sono in coscienza obbligato a domandare a me stesso: Sono realmente centrosomi quelli che ho descritto come tali? Si conoscono presentemente dei caratteri che si possano ritenere distintivi di questa parte della cellula?

A questa domanda pur troppo non possiamo rispondere in modo assolutamente affermativo.

I mezzi di colorazione di cui finora dispone l' istologia non sono sufficienti a

risolvere la questione. Per quanto ogni scopritore di metodi più o meno adatti a mettere in evidenza i centrosomi si sforzi di sostenere l'utilità del suo proprio e di farne risaltare i vantaggi, non si può nascondere che siamo oggidì ancora ben lungi dal disporre di una sostanza che colori in modo caratteristico i centrosomi, a somiglianza di quelle altre che si usano per tingere la cromatina. Non già che io voglia con ciò menomare l'importanza di alcuno dei vari metodi finora proposti, ma intendo semplicemente di tener desta nei citologi la massima circospezione nell'accettare per centrosomi ogni sorta di granuli che si incontrino nelle cellule.

L'osservazione di questi speciali elementi che qui ho studiato mi fu molto proficua, perchè servì a dimostrarmi che in queste cellule — e, come in queste, probabilmente anche in altre — possono trovarsi, o corpuscoli estranei affatto al loro corpo: o granuli speciali del protoplasma e che potrebbero facilmente scambiarsi per centrosomi, se il metodo di colorazione usato non fosse tale da svelarcene la natura speciale. Il mio metodo stesso all'azzurro di metilene, di cui ho già fatto notare il grande pregio nel colorare con tinte diverse i corpicciuoli penetrati nella cellula per fagocitismo, non fu tuttavia tale da togliermi ogni dubbio in tutti i casi. Non oserei per esempio giurare che quei granuli disposti a rosetta nelle fig. 18 e 19 sieno realmente centrosomi e non per avventura 6 microorganismi riuniti insieme in una piccola colonia! Ciò che mi indusse ad accogliere piuttosto la prima opinione si fu semplicemente la loro tinta di azzurro di Prussia uguale a quella assunta da altri granuli, che per la loro posizione e il loro aspetto aveva ragione di ritenere per veri centrosomi.

Anche la posizione del centrosoma non è tale da poterci servire come carattere distintivo di esso. Poichè, se per qualche tempo si ritenne che il centrosoma stesse sempre in diretta vicinanza del nucleo, i lavori del Flemming e specialmente dell'Heidenhain dimostrarono che il più delle volte esso ne è assai lontano. Del resto possiamo scorgere dalle fig. 7, 12, 13, 21, 22, 25, come i corpuscoli penetrati nella cellula per fagocitismo, di qualunque natura sieno, vanno ad occupare precisamente la stessa posizione che di solito è tenuta dal centrosoma.

E nemmeno la presenza di una zona incolora o quasi che circondi il centrosoma, formando quella che comunemente dicesi sfera, o centrosfera, o zona midollare del van Beneden, non può essere ritenuta come una prova irrefragabile della sua natura. Anzitutto perchè ormai si è dimostrato da parecchi che non è sempre distinta. In secondo luogo perchè una simile zona incolora ho visto che si forma anche intorno a corpicciuoli che con il centrosoma non hanno nulla di comune. Uno sguardo alle fig. 7, 12, 13, 22, 29, 33 è sufficiente a convincerci di quanto ora ho detto.

Un carattere di valore un po' maggiore è forse quello della disposizione raggiante dei fili di citoplasma intorno al centrosoma. Ma anche questo non deve essere inteso in modo assoluto. E ciò per due ragioni: la prima, perchè non sempre essa si mostra evidente: la seconda, perchè una disposizione simile raggiata dei fili citoplasmatici io ho potuto vedere talvolta anche intorno ai corpicciuoli estranei, come ho rappresentato appunto nella fig. 12.

In conclusione: io non nego già che la presenza dei centrosomi nelle cellule sia in certi casi indiscutibile ed evidente, ma intendo però di far notare ai citologi, come il più delle volte sia molto arduo problema quello della loro interpretazione, e come

si presentino frequenti le occasioni in cui è facile assai l'incorrere in errori, che potrebbero, con grave danno della scienza, fuorviare le ricerche e le ipotesi intorno a questa parte della cellula finora, pur troppo, ancora molto enigmatica.

Il centrosoma è, secondo me, un organo che esiste *primitivamente* in ogni cellula, ma che può anche scomparire in seguito ad una speciale evoluzione che quella sia destinata a seguire. Il Flemming e con lui parecchi altri sostengono che esso sia sempre presente e formi un organo costante *in ogni sorta di cellule,* anche allo stato di riposo. Io non posso però accogliere in modo assoluto questa affermazione, fino a tanto che non sia stata dimostrata con i fatti. Ora è certo che finora in parecchie sorta di cellule il centrosoma non è ancora stato scoperto, e in altre poi sono stati descritti o segnalati come centrosomi certi corpicciuoli che ho buone ragioni per ritenere che sieno di tutt'altra natura.

Sta il fatto, per esempio, che negli stessi preparati dove con il mio metodo all'azzurro di metilene riuscii a metter bene in evidenza i centrosomi nei trombociti, nei leucoblasti, nei leucociti, non ottenni lo stesso effetto nè per gli eritroblasti nè tanto meno per gli eritrociti, dove assolutamente non scoprii nulla che potesse essere ritenuto come il centrosoma della cellula. È vero che il Brehmer descrisse i centrosomi negli eritrociti di certe testuggini americane; ma chiunque osservi le figure che accompagnano il suo lavoro potrà facilmente accorgersi, che i suoi pretesi centrosomi lasciano molto a dubitare sulla loro autenticità e che più probabilmente invece sono da ritenersi come parassiti endoglobulari. Anche il Dehler segnalò i centrosomi negli eritrociti dell'embrione di pollo, ma pure questi ho ragione di dubitare che forse non sieno tali. Del resto ho altrove dimostrato — e meglio ancora dimostrerò in un prossimo lavoro — che gli eritrociti di un giovane embrione di pollo non sono paragonabili a quelli della rana adulta e degli altri vertebrati adulti fuorchè con quelli della lampreda.

Il centrosoma è, a mio parere, in istretta relazione coll'attività funzionale della cellula e specialmente del suo protoplasma, e non è perciò impossibile che nelle cellule in cui questo protoplasma subisce speciali trasformazioni perdendo interamente la sua primitiva natura, anche il centrosoma scompaia perchè divenuto affatto inutile nella nuova particolare funzione assunta dalla cellula (1).

Non è ormai il nucleo ritenuto come un organo comune a tutte le cellule? Eppure noi vediamo che in talune di queste, gli eritrociti dei mammiferi adulti, esso subisce tale una modificazione da perdere tutti i caratteri morfologici del nucleo e da non potersi più riconoscere con quei mezzi che di solito servono per questo scopo.

Non bisogna mai dimenticare nello studio delle varie cellule di un organismo, che esse si devono considerare come altrettanti individui di specie diverse di esseri unicellulari, ognuno dei quali vive di una vita sua propria, sebbene non indipendente,

(1) Mi si permetta qui un esempio. Supponiamo che il centrosoma presieda principalmente alle funzioni di assimilazione e di divisione cellulare, e consideriamo gli eritrociti dei vertebrati. È facile convincersi — ed io ho altrove dimostrato — che questi elementi, quando sono adulti, non si possono più dividere nè posseggono nel protoplasma — che è in modo speciale interamente trasformato — la facoltà vera dell'assimilare. V'è dunque a stupire se in loro anche il centrosoma è scomparso? A qual cosa servirebbe ancora la sua presenza nella cellula così modificata nelle sue funzioni?

ma legata a quel reciproco influsso che gli uni esercitano sugli altri e dal cui equilibrio risulta la vita dell'organismo superiore che essi compongono. Che tutte le diverse specie di cellule di un organismo pluricellulare hanno origine da elementi fra loro dapprima uguali, ma che per una diversa evoluzione si differenziano in seguito ognuna per una propria via, in istretta relazione con la funzione che devono compiere. Che pertanto, se tutte queste multiformi cellule sono fra di loro uguali e presentano le stesse parti nel loro stato primitivo, in quel momento cioè in cui si inizia la loro evoluzione, altrettanto non si può *a priori* asserire quando esse avranno compiuto il loro ciclo evolutivo, avendo le primitive loro parti potuto subire così notevoli modificazioni o trasformazioni, da non rendere più possibile nè razionale un loro reciproco confronto. Che insomma, nel generalizzare quelle particolarità svelateci dalle ricerche sulla struttura della cellula, fa d'uopo distinguere sempre almeno due stadi principali nella vita delle cellule: lo stadio primitivo, in cui tutte presentano una grande somiglianza, se non una uguaglianza di struttura; ed uno stadio adulto, in cui spiccano quelle differenze su cui noi fondiamo appunto i caratteri per la loro distinzione.

E su queste considerazioni appunto, sebbene io ritenga il centrosoma un organo della cellula altrettanto importante quanto il nucleo, non oserei tuttavia finora affermare che esso si trovi in tutte le cellule *in qualunque periodo della loro evoluzione*. Il che non nuoce, io credo, per nulla al concetto della sua generalità.

Quanto alla sua natura fu da taluni sostenuto che esso sia una parte del nucleo ed a questo in origine appartenga; da altri che sia invece di natura protoplasmatica; e da altri ancora, come l' Heidenhain afferma, che sia costituito di una sostanza speciale che non si trovi in alcuna altra parte della cellula. Ma, è d'uopo confessarlo, tutte queste diverse opinioni non sono suffragate da prove molto convincenti. Non sarà perciò presunzione che anch' io, in base alle mie ricerche, emetta in proposito un parere. Poichè ho notato nei miei preparati che il centrosoma si colorava della stessa tinta, azzurro di Prussia, presentata dai fili di citoplasma e di essi così caratteristica, non mi pare assurdo l'ammettere che la sua costituzione chimica non sia molto diversa da quella del citoplasma stesso. Io son condotto perciò a ritenere il centrosoma, non già come semplicemente dovuto ad un incrocio dei fili citoplasmatici in un punto della cellula, ma come un organo speciale di essa, di natura non troppo diversa dal citoplasma stesso, intorno a cui si esplica maggiormente l'attività cellulare e dal quale in certo modo questa stessa attività dipende ed è diretta. E credo di poter aggiungere ancora, che l'influsso esercitato dal centrosoma sulle altre parti della cellula e sul protoplasma circostante può essere maggiore o minore secondo le circostanze. Ce ne dànno un esempio i fenomeni della cariocinesi, durante i quali il centrosoma esplica, per dir così, tutta la sua attività direttrice.

Nè posso a questo proposito lasciar di notare quanto ho osservato in taluni trombociti, in cui erano penetrati per fagocitismo alcuni corpicciuoli estranei. Nelle fig. 7, 13, 22, si scorge facilmente come quei corpicciuoli si trovino compresi tra il centrosoma ed il nucleo. Nella fig. 30 la disposizione è alquanto cambiata, probabilmente per la enorme quantità di inchiostro di china penetrato nel trombocito. Naturalmente queste osservazioni sono troppo scarse perchè io mi permetta di dedurne delle conclusioni generali.

Quanto alla zona midollare del VAN BENEDEN, o sfera, o centrosfera, io credo che essa sia semplicemente dovuta al differenziarsi di quel citoplasma che direttamente circonda il centrosoma. La sua presenza, e la maggior distinzione ed estensione sono dovute probabilmente alla maggiore attività del centrosoma. E così si dica pure della disposizione più o meno raggiata dei fili citoplasmatici che contribuiscono alla formazione di quella che è detta dal VAN BENEDEN la zona corticale, e dal BOVERI l'arcoplasma. Ricorderò qui che la formazione di una zona incolora di protoplasma e di una disposizione raggiata di fili citoplasmatici si forma anche intorno ai corpicciuoli estranei penetrati nella cellula e che con i centrosomi non hanno nulla di comune. Molto probabilmente ciò avviene perchè la presenza di un corpo estraneo nel protoplasma ne provoca in quel punto una maggior attività, e perciò una modificazione di struttura e fors'anco di composizione chimica ed una disposizione che si avvicina probabilmente a quelle provocate dai centrosomi.

Ritornando ora alla struttura di questi speciali elementi, ripeterò che la natura filamentosa di quello che io dico citoplasma è anche qui altrettanto evidente che negli eritroblasti. Nella fig. 32 io ho voluto appunto rappresentare schematicamente una di queste cellule. I fili citoplasmatici, in azzurro di Prussia, irradiano dalla centrosfera, cingono tutto il nucleo e si intrecciano fra di loro ai due poli, racchiudendo nelle maglie i granuli specifici di questi elementi. La disposizione teoricamente raggiata dei fili vi è naturalmente guasta dalla presenza dei granuli stessi che li obbligano a deviare dalla loro direzione primitiva.

La sostanza filare è certo il vero citoplasma, poichè non manca mai, anche negli elementi più giovani; mentre i granuli che non compaiono che più tardi nella vita della cellula, sono già un prodotto di essa dovuto probabilmente al metabolismo del suo nucleo, come già prima ho dimostrato.

Si noti ancora la eccentrica posizione presa dal nucleo in questi elementi adulti e che è più o meno visibile in tutte le figure, facendo contrasto con quella centrale del nucleo degli eritroblasti e degli eritrociti. Si direbbe quasi che nei trombociti si possa distinguere una parte anteriore, dove più abbondante è il protoplasma, più numerosi i granuli, dove risiede il centrosoma, dove maggiore è l'attività della cellula, ed una parte posteriore, a quella opposta, dove manca il centrosoma, è minore il protoplasma, minore anche l'attività vitale.

CONCLUSIONI

1° I trombociti (piastrine nucleate) degli ittiopsidi e dei sauropsidi sono un elemento speciale morfologico del sangue.

2° I trombociti negli ittiopsidi e nei sauropsidi sono omologi tra di loro e presentano una perfetta somiglianza di struttura. Le piastrine dei mammiferi rappresentano i trombociti, ma non sono loro omologi nè hanno con essi somiglianza di struttura. Ciò concorre a confermare sempre più quella affinità tra gli ittiopsidi ed i sauropsidi che gli altri caratteri morfologici hanno già dimostrato.

3° I trombociti dagli eritroblasti, a cui possono essere somiglianti nella forma, si distinguono sempre, non solo per caratteri del nucleo, ma per caratteri speciali del protoplasma e per alcune proprietà fisiologiche.

4° I trombociti non si trasformano mai in corpuscoli rossi.

5° Il centrosoma è un organo costante in tutti i periodi vitali di queste cellule.

6° Probabilmente i trombociti derivano dagli stessi leucoblasti per una speciale evoluzione.

7° Come quella degli eritrociti — secondo quanto ho dimostrato altrove — così anche la struttura di questi elementi speciali del sangne costituisce un buon carattere isto-morfologico per la divisione dei vertebrati cranioti in tre distinti gruppi: 1° Ciclostomi; 2° Ittiopsidi e Sauropsidi, 3° Mammiferi.

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

(1) Bizzozero G. e Torre A., *Sulla produzione dei globuli rossi del sangue,* in " Archivio per le scienze mediche „, vol. IV, 1882, n° 18, p. 1-26.

(2) Bizzozero J., *D'un nouvel élément morphologique du sang et de son importance dans la thrombose et dans la coagulation,* in " Arch. ital. de Biologie „, T. III, 1883, p. 1-44.

(3) Dekhuyzen M. C., *Ueber das Blut der Amphibien,* in " Verhandlung. d. Anat. Gesellsch. auf d. sechsten Versammlung in Wien „, 1892, " Ergänzungsheft zum Anat. Anz. „, Jahrg. VII, 1892, p. 90-103.

(4) Druebin S., *Ueber Blutplätchen des Säugetieres und Blutkörperchen des Frosches,* in " Arch. f. Anat. u. Phys. „, " Phys. Abth. „, " Suppl. „, 1893.

(5) Eberth J. C. u. Schimmelbusch C., *Ueber Thrombose beim Kaltblüter,* in " Virchow's Arch. f. pathol. Anat. „, Bd. 108, 1887, p. 357-381.

(6) Eisen G., *Plasmocytes: The survival of the Centrosomes and Archoplasm of the Nucleated Erithrocytes, as Free and Independent Elements in the Blood of Batrachoseps attenuatus* Esch., in " Proceed. California Acad. of Scien. „, 3ª Ser. Zool., vol. I, n° 1, 1897, p. 1-72.

(7) Flemming W., *Attractionssphären und Centralkörper in Gewebszellen und Wanderzellen,* in " Anat. Anz. „, Bd. VI, 1891, p. 78-81.

(8) Id., *Ueber Theilung und Kernformen bei Leukocyten und über deren Attractionssphären,* in " Arch. f. Mikrosk. Anat. „, Bd XXXVII, 1891, p. 249-298.

(9) *Neue Beiträge zur Kenntniss der Zelle,* II Theil, in " Arch. f. Mikrosk. Anat. „, Bd XXXVII, 1891, p. 685-751.

(10) Id., *Zelle,* in " Ergebnisse der Anat. u. Entwickel. „ von Merkel u. Bonnet, III Bd., 1893 (1894).

(11) Id., *Morphologie der Zelle,* in " Ergebnisse der Anat. u. Entwickel. „, von Merkel u. Bonnet, Bd. VI, 1896 (1897).

(12) Fuchs E., *Beitrag zur Kenntniss des Froschblutes und der Froschlymphe,* in " Virchow's Arch. f. path. Anat. „, Bd. 71, 1877, p. 78-107.

(13) Giglio-Tos E., *Sulle cellule del sangue della lampreda,* in " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino „, Ser. II, T. XLVI, 1896, p. 219-252.

(14) Id., *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei Vertebrati,* in " Memorie R. Acc. Scienze di Torino „, Ser. II, T. XLVII, 1896, p. 39-101.

(15) Id., *I plasmociti di* Eisen, *Critica,* in " Anatom. Anzeiger „, Bd. XIV, n^{i} 2-3, 1897, p. 82-88.

(16) Id., *Un metodo semplice di colorazione del sangue nei Vertebrati ovipari,* in " Zeitschr. f. wiss. Mikrosk., Bd. XIV, 1897, p. 359-365.

(17) Golubew A., *Ueber die Erscheinungen, welche elektrische Schläge an den sogenannten farblosen Formbestandtheilen des Blutes hervorbringen,* in " Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch., Wien, Bd. LVII, II Abth., 1868, p. 555-572.

(18) Id., *Beiträge zur Kenntniss des Baues und der Entwickelungsgeschichte der Capillargefässe des Frosches,* in " Arch. f. Mikrosk. Anat. „, 1869, Bd. V, p. 49-86.

(19) Hayem G., *Sur l'évolution des globules rouges dans le sang des vertébrés ovipares,* in " Compt. Rend. Acad. Scien. Paris, T. 85, 1877, p. 907-909.

(20) Id., *Note sur les caractères et l'évolution des Hématoblastes chez les ovipares,* in " Gazette médicale de Paris „, 5e Ser., T. VII, 1878, p. 15-17; 43-45.

(21) Id., *Du sang et de ses altérations anatomiques,* Paris, 1889.

(22) Heidenhain M., *Ueber die Centralkörperchen und Attractionssphären der Zellen,* in " Anat. Anzeiger „, Bd. VI, 1891, p. 421-427.

(23) Id., *Neue Untersuchungen über die Centralkörper und ihre Beziehungen zum Kern- und Zellenprotoplasma,* in " Arch. f. Mikrosk. Anat., Bd. XLIII, 1894, p. 423-758.

(24) Löwit M., *Ueber die Bildung rother und weisser Blutkörperchen,* in " Sitzungsber. k. Akad. d. Wissensch. „, Wien, Bd. 88, Abth. III, 1884, p. 356-401.

(25) Id., *Ueber Neubildung und Zerfall weisser Blutkörperchen,* in " Sitzungsber. k. Akad. d. Wissensch. „, Wien, Bd. 92, Abth. III, 1886, p. 22-141.

(26) Luzet C., *Étude sur la régénération du sang après saignée chez les oiseaux (l'érythrocyte et l'hématoblaste),* in " Arch. de Physiol. norm. et pathol. „, Ser. V, T. III, 1891, p. 455-468.

(27) Macallum A. B. *Studies on the Blood of Amphibia,* in " Trans. Canad. Inst. Toronto „, Vol. II, 1892, p. 45-80.

(28) Marchesini R., *Centrosomi e sferule attrattive nelle cellule bianche del sangue di Tritone osservati con un nuovo metodo di tecnica,* in " Bollettino della Società romana per gli studi zoologici „, Roma, Vol. V, 1896, p. 89-96.

(29) Marquis C., *Das Knochenmark der Amphibien in den verschiedenen Jahreszeiten,* " Inaug. Diss. „, Dorpat, 1892.

(30) Mondino C. e Sala L., *Sulla produzione delle piastrine nel sangue dei vertebrati ovipari,* in " Giornale di Scienze naturali ed economiche „, Palermo, Vol. XIX, 1888, p. 113-124.

(31) Mondino C., *Sulla genesi e sullo sviluppo degli elementi del sangue nei vertebrati,* in " Giorn. di Scienze nat. ed econom., Palermo, Vol. XIX, 1888, p. 137-172.

(32) Mosso A., *Alterazioni dei corpuscoli rossi del sangue,* Nota I, in " Rendic. Acc. Lincei „, Ser. IV, Vol. III, 1887, p. 252-257.

(33) Id., *Alterazioni cadaveriche dei corpuscoli rossi e formazione del coagulo,* Nota III, in " Rendic. Acc. Lincei „, Ser. IV, Vol. III, 1887, p. 315-322.

(34) Id., *Il sangue nello stato embrionale e la mancanza dei leucociti,* Nota XI, in " Rendic. Acc. Lincei „, Ser. IV, Vol. IV, 1888, p. 434-442.

(35) Id., *Il sangue embrionale di Scyllium catulus,* Nota XII, in " Rendic. Acc. Lincei „, Ser. IV, Vol. IV, 1888, p. 489-497.

(36) Müller H. F., *Zur Frage der Blutbildung,* in " Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften „, XCVIII Bd., Abtheil. III, Wien, 1889, p. 219-294.

(37) Neumann E. *Hämatologische Studien, I — Ueber die Blutbildung bei Fröschen,* in " Virchow's Arch. f. path. Anat. „, Bd. 143, 1896, p. 225-278.

(38) Pouchet, *Sur les leucocytes et la régénération des hématies,* in " Gazette médic. Paris „, 5e Sér., T. VII, 1878, p. 33-34.

(39) Id., *Note sur l'évolution des éléments du sang des ovipares,* in " Gazette médic. Paris „, 5e Sér., T. VII, 1878, p. 316.

(40) Pouchet, *Évolution et structure des noyaux des éléments du sang chez le Triton,* in " Journal de l'Anat. et de la Physiol. „, Vol. 15. 1879, p. 9-34.

(41) Ramon y Cajal S., *Sobre la fagocitosis de las plaquetas,* in " Rev. trimestr. microgr. „, Vol. I, 1896, Fasc. 1, p. 31-37.

(42) Ranvier L., *Traité technique d'Histologie,* Paris, 1875.

(43) Recklinghausen (von), *Ueber die Erzeugung von rothen Blutkörperchen,* in " Arch. f. Mikrosk. Anatom. „, Bd. II, 1866, p. 137-139.

(44) Sacerdotti C., *Intorno alle piastrine,* in " Archivio per le scienze mediche „, Vol. XVII, N° 2, 1893, p. 35-55.

(45) Schklarewski A., *Beiträge zur Histogenese des Blutes,* in " Centralbl. f. d. med. Wiss. „, 1867, N° 55, p. 865-869.

(46) Stricker S., *Beobachtungen über die Entstehung des Zellkernes,* in " Sitzungsber. k. Akad. d. Wissensch. „, Wien, Bd. 76, 1877, p. 7-28.

(47) Vulpian A., *De la régénération des globules rouges du sang chez les grenouilles à la suite d'hémorrhagies considérables,* in " Compt. rend. Acad. Sciences de Paris „, Vol. 84, 1877, p. 1279-1284.

(48) Zahn W., *Untersuchungen über Thrombose. Bildung der Thromben,* in " Virchow's Arch. f. path. Anat. „, Bd. 62, 1875, p. 81-124.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tutte le figure sono state disegnate alla camera lucida di Abbe; ocul. 4, obb. apocr. 1,5^{mm}, apert. 1,30, lunghezza del tubo 165^{mm}. Tutte sono ingrandite 2000 volte, per presentare meglio all'occhio la rispettiva proporzione degli elementi nei diversi vertebrati esaminati.

NB. — La fig. 32 è schematica. Nelle altre ho tentato di riprodurre nel miglior modo possibile l'aspetto dei trombociti. Il fondo roseo-giacintino rappresenta la parte granulosa ed i filamenti azzurro Prussia i fili di citoplasma. I granuli brillanti dei trombociti non vi sono rappresentati (salvo che nella fig. 8), perchè nei preparati con il mio metodo diventano di solito meno evidenti.

Fig. 1-31. *Rana esculenta.* — Fig. 1: un leucoblasto per mostrare la sua somiglianza con i tromboblasti. Il protoplasma è omogeneo. In alto un microcentro con tre centrosomi. — Fig. 2: un tromboblasto giovanissimo: il nucleo è già alquanto allungato, i mitocromi accennano già a formarsi. Il citoplasma non contiene ancora alcuni granuli. — Fig. 3: un tromboblasto un po' più vecchio: ai due poli sono gia comparsi alcuni granuli. Il protoplasma emette ancora alcuni pseudopodi. — Fig. 4 e 5: due trombociti ancora giovani: i mitocromi vi sono già meglio accennati: i granuli ai poli sono più abbondanti. I centrosomi sono all'uno dei poli ed i fili di citoplasma vi sono disposti intorno alquanto raggiati. — Fig. 6: un altro trombocito: il centrosoma è circondato da una evidente centrosfera appena leggermente colorata: intorno ad essa i filamenti raggianti di citoplasma. — Fig. 7: un altro trombocito: ad un polo un grosso granulo di cromatina penetratovi per fagocitosi dell'elemento: intorno ad esso una zona chiara e al margine di questa il centrosoma. — Fig. 8: un trombocito: ad un polo in alto il centrosoma: ai due poli del nucleo un po' di fianco due granuli più evidenti e più grandi. — Fig. 9 e 10: due altri trombociti: nella fig. 10 il centrosoma è circondato da una centrosfera incolora ben evidente. — Fig. 11: un trombocito un po' alterato: ad un polo, in basso, un microcentro di due centrosomi fra loro congiunti da un filo (sono in via di divisione?). — Fig. 12: un trombocito contenente un grosso granulo di cromatina, circondato da una zona chiara e al margine di essa un granulo di inchiostro di china penetratovi per fagocitismo in seguito ad una iniezione. Si noti la posizione presa e si confronti con la fig. 7. — Fig. 13: un trombocito: ad un polo un corpuscolo estraneo circondato da un alone chiaro: più in basso il centrosoma nella centrosfera. — Fig. 14: un trombocito con un centrosoma e la centrosfera ellittica e leggermente colorata. — Fig. 15: un trombocito: al polo, in alto, un microcentro di tre centrosomi congiunti da filamenti, di cui uno maggiore, racchiusi in una sola centrosfera. — Fig. 16: un altro trombocito: ad un polo, in basso, un centrosoma in una centrosfera: alla periferia di questa due altri centrosomi. — Fig. 17: un trombocito: ad un polo e un po' lateralmente un microcentro di 4 centrosomi in una centrosfera incolora. Si noti che i quattro centrosomi giacciono alternatamente in due piani diversi, cioè ai quattro vertici di un tetraedro, ciò che nella figura non ho naturalmente potuto rappresentare. — Fig. 18: un trombocito con una grossa centrosfera racchiudente un microcentro di 6 centrosomi. — Fig. 19: come la fig. 18: la centrosfera ed i centrosomi sono più piccoli. — Fig. 20: un trombocito con centrosoma e centrosfera: i fili di citoplasma sono alquanto raggiati. — Fig. 21: un trombocito: ai due poli due grosse masse di pigmento. — Fig. 22: un trombocito: all'uno dei poli vicino al nucleo un corpuscolo estraneo (micrococco?) in una zona chiara: al margine di questa il centrosoma nella centrosfera: più in alto e a destra un altro centrosoma con centrosfera. — Fig. 23: un trombocito con frammenti di eritrocito ai due poli. — Fig. 24: un trombocito giovane: in alto un centrosoma con una piccola centrosfera e d'accanto, a destra, un microcentro di 4 centrosomi;

anche qui, come nella fig. 17, i centrosomi stavano ai due vertici di un tetraedro. — Fig. 25: un trombocito con un corpuscolo estraneo (micrococco?). — Fig. 26 e 27: due trombociti con masse di pigmento. — Fig. 28: un trombocito con un microcentro di 4 centrosomi, come la fig. 17. Vedasi l'osservazione fatta alla fig. 17. — Fig. 29, 30, 31, 33: quattro trombociti due giorni dopo una iniezione sottocutanea di inchiostro di china: i granuli introdottisi per fagocitismo degli elementi sono numerosissimi e in taluni deformano il corpo del trombocito: si noti la zona chiara che circonda le masse inglobate. Nella fig. 30 è visibilissimo all'uno dei poli del nucleo un microcentro di due centrosomi.

Fig. 32. Una figura schematica di un trombocito per mostrare la struttura del nucleo e del corpo cellulare. I granuli in rosso sono racchiusi in maglie dai fili di citoplasma che raggiando dalla centrosfera abbracciano il nucleo e circondano i granuli.

Fig. 34-36. *Rana esculenta.* — Eritroblasti in diversi stadi di sviluppo, per mostrare la struttura del nucleo a granuli di cromatina sferici e reticolo cromatinico ben distinto, e quella del citoplasma in filamenti tennissimi raggianti dal nucleo verso la periferia. Fra questi fili si vedono alcuni granuli emoglobigeni rimasti incolori. — Fig. 34: un eritroblasto giovane e perciò a nucleo e corpo cellulare ancora sferici. — Fig. 35 e 36: due altri eritroblasti più avanzati nello sviluppo. Il citoplasma è divenuto meno denso, ma più estesa è la sua zona intorno al nucleo, e la struttura raggiata più evidente. Il nucleo è già ellittico. L'eritroblasto fusiforme della fig. 36 ricorda molto la forma di un trombocito.

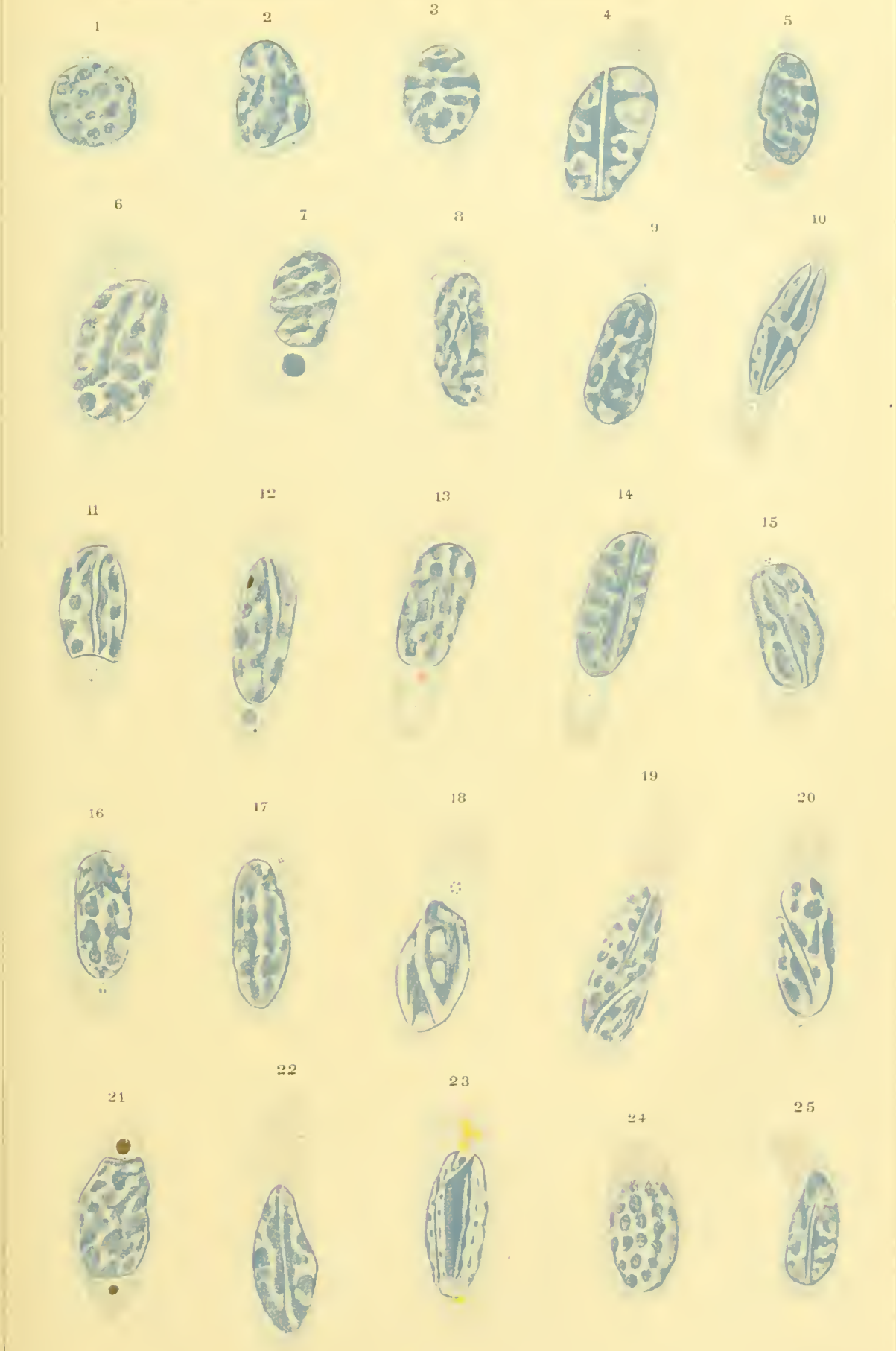
Fig. 37-38. *Triton cristatus.* — Fig. 37: un trombocito: ad un polo il centrosoma. I mitocromi del nucleo sono poco distinti. — Fig. 38: un tromboblasto giovanissimo: ad un polo, in basso, due centrosomi. Il tromboblasto ricorda ancora molto un leucoblasto.

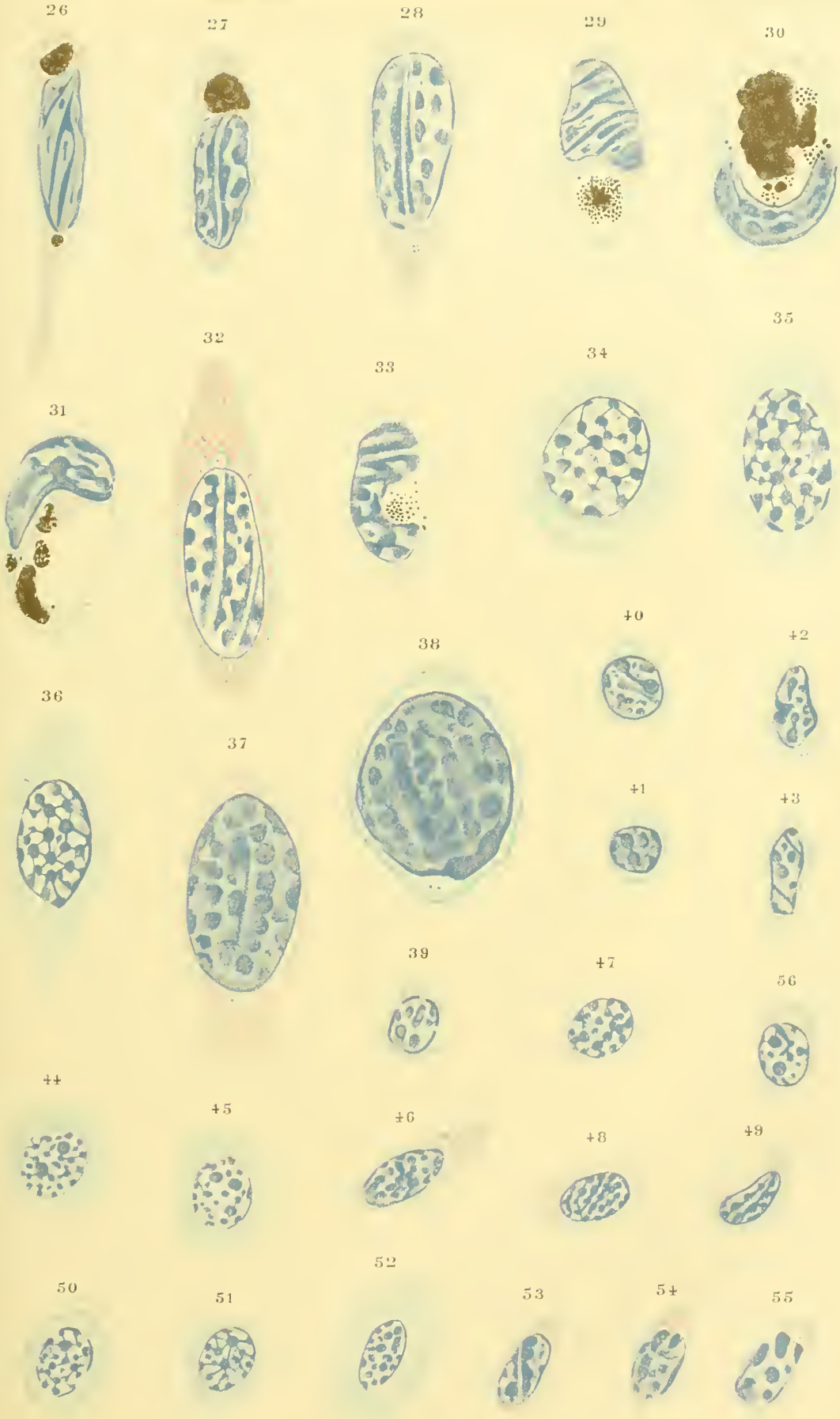
Fig. 39-43. *Cobitis taenia.* — Fig. 40-41: due leucoblasti: in uno (40) un solo centrosoma, nell'altro tre centrosomi. — Fig. 39: un tromboblasto giovanissimo: ad un polo un centrosoma in una centrosfera ben distinta. — Fig. 42: un trombocito: ad uno dei poli, in basso, tre centrosomi. — Fig. 43: un trombocito: ad un polo un centrosoma. I mitocromi del nucleo sono distinti.

Fig. 44-46. *Lacerta muralis.* — Fig. 44: un eritroblasto. — Fig. 45: un altro eritroblasto più vecchio. La struttura raggiata del citoplasma vi è evidente. I granuli emoglobigeni non sono rappresentati. — Fig. 46: un trombocito, con centrosoma.

Fig. 47-49. *Zootoca vivipara.* — Tre trombociti: quello della fig. 47 è più giovane, e presenta ad uno dei poli due centrosomi: gli altri due presentano un solo centrosoma con centrosfera ben distinta: i mitocromi in questi ultimi due sono ben accennati.

Fig. 50-56. *Piccione.* — Fig. 50-52: tre eritroblasti: il primo (Fig. 50) più giovane: i granuli emoglobigeni vi sono disegnati, perchè in questo stadio più evidenti: gli altri due gradatamente più vecchi: quello della fig. 52 si trova nello stadio precedente la formazione dell'anello, cioè il passaggio all'eritrocito. In questi due i granuli emoglobigeni non vi sono disegnati perchè poco evidenti: la struttura raggiata e filamentosa del citoplasma vi è molto distinta. — Fig. 53-56: quattro trombociti con centrosoma: in quello della fig. 53 i mitocromi sono evidenti.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25



E. Giglio-Tos dis.

CONTRIBUZIONE ALL'ANATOMIA

DELL'

HYPECOUM PROCUMBENS

MEMORIA

DEL

Prof. EDOARDO MARTEL

Approvata nell'Adunanza del 29 Maggio 1898.

Il gen. *Hypecoum*, da taluni classificato fra le Papaveracee, da altri fra le Fumariacee, si scosta dalle prime pel perianzio e pel numero degli stami; dalle seconde, specialmente per la composizione dell'Androceo.

Il fiore dell'*Hypecoum*, osservato nei suoi caratteri superficiali, pare regolarissimo e comprende 6 verticilli dimeri, disposti nel seguente ordine:

1°	Verticillo	2 Sepali	ant. post.
2°	id.	2 Petali	trasversi.
3°	id.	2 id.	ant. post.
4°	id.	2 Stami	trasversi.
5°	id.	2 id.	ant. post.
6°	id.	2 Carpelli	trasversi.

Tav. I, fig. 1. Fiore nel suo complesso.
Tav. I, fig. 2. Proiezione orizzontale del fiore.
Tav. I, fig. 14. Diagramma del fiore.

Siccome le relazioni, che passano fra l'*Hypecoum* e le Fumariacee e indi fra queste e le Crocifere sono strettissime; siccome lo scopo finale, cui tendono le mie osservazioni, è quello di stabilire definitivamente il diagramma delle Crocifere, ne segue che lo studio dell'*Hypecoum*, che ora presento, quantunque, secondo me indispensabile, ha importanza soltanto relativa. Siffatto studio mira essenzialmente: 1° a porre in evidenza il significato morfologico, che si deve attribuire alle singole unità florali, deducendoli specialmente dalla innervazione; 2° a preparare il materiale necessario alla determinazione dei tratti di affinità, che legano l'*Hypecoum* alle

piante dei gruppi vicini: e finalmente a cercare se, accanto al diagramma empirico, ricavato direttamente dall'esame superficiale, non ve ne sia un'altro teorico, capace di ricondurre il piano del fiore a un tipo fondamentale.

A raggiungere convenientemente la meta, che mi son prefissa, l'esame isolato dell'*Hypecoum* è insufficiente, ed è necessario estendere le osservazioni alle Fumariacee ed alle Crocifere, ed è quello appunto che mi riservo di fare a suo tempo.

L'armatura del fiore dell'*Hypecoum*, considerata dalla base del ricettacolo florale, ha origine da 4 gruppi vascolari fondamentali, di cui due sono di orientazione ant. post. e due trasverse. Da ciascun di questi gruppi si dipartono apparentemente i vari fasci, che formano l'intera travatura del ricettacolo e indi l'innervazione maestra dei vari organi florali (Tav. II, 1ª serie dalla fig. 1 in là).

Ognuno dei 4 gruppi fondamentali, esaminato mediante preparati schiariti, si vede gradatamente allargarsi, mentre procede nel ricettacolo dal basso in alto e dal centro alla periferia, epperciò l'insieme dei 4 gruppi in proiezione orizzontale assume approssimativamente l'aspetto di una Croce di Malta (Tav. II, fig. 19).

Vedremo più in là in qual modo i vari fasci innervatori dei singoli organi florali si staccano dai gruppi fondamentali: per ora mi limiterò a constatare che il fiore dell'*Hypecoum* ha due soli piani di simmetria, che sono quelli dei gruppi fondamentali, poichè da questi hanno origine i vari organi florali. Le osservazioni anatomiche compiute sulle Fumariacee e le Crocifere conducono allo stesso risultato.

Stabilito questo primo punto, passerò ora in rassegna successivamente le varie unità florali componenti i singoli verticilli.

I due sepali ant. post. (Tav. I, fig. 4), quantunque poco sviluppati, pur non di meno, contrariamente a quanto si verifica nelle Fumariacee in genere, persistono durante l'intera fioritura. Essi sono interi, ellittici ed hanno una innervazione alquanto misera se la si pone a confronto con quella dei petali trasversi, del verticillo seguente. Tale innervazione è ridotta ad una costola mediana, dalla quale si staccano due deboli costole secondarie oblique: mancano del tutto quelle nervature di 3° ordine, che nei petali trasversi sono così numerose e causa della trilobatura della foglia (Tav. I, fig. 5).

Il fascio innervatore della costola mediana nell'interno del ricettacolo, penetra a guisa di cuneo fra due fasci innervatori del petalo ant. post. che sta innanzi e con essi si fonde per finire nel gruppo fondamentale (Tav. II, fig. 5-4-3).

Non credo necessario di fermarmi più a lungo sui sepali ant. post.: però prima di passare oltre, noterò che, mentre in genere le foglie florali vanno crescendo in robustezza dall'androceo al calice, i sepali dell'*Hypecoum* sembrano fare eccezione alla regola, e per la loro meschina innervazione nonchè per la delicatezza del loro parenchima, rivestono caratteri di organi in via di atrofia. Questo modo di considerare i sepali si trova avvalorato dal fatto, che nel gruppo vicino delle Fumariacee l'atrofia dei sepali ant. post. va facendosi evidente.

I due petali trasversi del secondo verticillo differiscono dai sepali per uno sviluppo straordinariamente maggiore, pel colore, per la forma e per l'innervazione più potente. Quest'ultima si compone di tre costole maestre: una mediana e due secondarie. Mentre la prima è solo ramificata in alto, le due secondarie lo sono, sin dalla base, ed allo sviluppo delle ramificazioni delle costole secondarie, deve il pe-

talo di essere trilobato (Tav. I, fig. 5). Il lobo medio del petalo è nello stato adulto leggermente ricurvo a cucchiaio alla sua estremità, il che va attribuito alla ramificazione della costola mediana in quella regione. Ora è notevole che siffatto fenomeno si ritrova esagerato in alcune Fumariacee ch' ebbi occasione di esaminare (Dicentra).

Il fascio innervatore della costola mediana di ciascun dei petali trasversi nel piegarsi all'infuori, per uscire dal ricettacolo, si dilata in una piccola insenatura sulla quale viene a poggiare il fascio innervatore dello stame di stessa orientazione (Tav. I, fig. 5 *a*).

I fasci innervatori delle costole secondarie, giunti al livello superiore del ricettacolo, invece di congiungersi immediatamente colla costola media, da cui dipendono, prosieguono ancora per un certo tratto nell'interno stesso del ricettacolo ai lati di essa, ed in quel tratto vengono a contatto coi fasci di origine dei petali ant. post. Non v'ha dubbio alcuno che questi siano interni relativamente ai petali trasversi; ma la distanza che separa gli uni dagli altri nel ricettacolo è così piccola da permettere questo contatto. Vedremo che nelle Crocifere si nota un contatto analogo fra le costole secondarie dei sepali trasversi e quelle dei sepali ant. post.

I petali ant. post. del 3° verticillo non sono più come i precedenti semplicemente trilobi, ma addirittura trisecti (Tav. 1, fig. 6), ed anzi nel boccio i segmenti rimangono così distinti da sembrare parti indipendenti.

Dei tre segmenti il medio è quasi quadrangolare, frangiato sui margini (fig. 6 *l*) e si scosta dai due laterali per incurvarsi fortemente all'avanti. Per causa di questo incurvamento, il lobo medio, dopo di essere passato al disopra dello stame, che gli sta dinnanzi, va a poggiare di contro alle pareti dell'ovario (Tav. I, fig. 7 e 7 bis *aa'*). Questo carattere al quale pochi, che io sappia, diedero importanza, non è certo da trascurarsi, quando si tratti di valutare i legami di affinità fra il genere di cui mi occupo ora e le Fumariacee, poichè in queste ultime, l'incurvamento dei petali ant. post. non solo esiste come nell'*Hypecoum*, ma si esagera.

I due segmenti laterali, interi oblunghi, si dispongono obliquamente e la posizione, che assumono relativamente ai petali trasversi, è diagonale ossia analoga a quella che nelle Crocifere i petali assumono relativamente ai sepali trasversi (Tav. I, fig. 2 *lll*).

L'armatura fibro-vascolare dei petali trasversi prende origine da due fasci posti ai lati di quello che servì alla innervazione del sepalo (Tav. I, fig. 6 *aa'* e Tav. II, 1ª serie, fig. 3-4-5). Quei due fasci di origine, mentre da una parte convergono così da incontrarsi nel piano di simmetria ant. post. per formare la costola mediana (Tav. I, fig. 6 *b*), dall'altra danno nascita a due rami, che vanno nel lobo medio a disporsi ai due lati della costola mediana (Tav. I, fig. 6 *cc'*); epperciò il segmento medio comprende tre costole; una mediana e due secondarie, esattamente come già si verificò pei petali trasversi. Mentre però in questi ultimi ciascuna delle costole secondarie dà origine a un numero tale di nervature di 3° ordine (Tav. I, fig. 5 *cc'*), da costituire un reticolato fitto nell'angolo compreso fra le nervature secondarie stesse e l'orlo inferiore del petalo; nei petali ant. post. invece ognuna delle costole secondarie produce un ramo unico, così sviluppato e così divergente da determinare una fortissima soluzione di continuità fra il parenchima ch'esso innerva e quello del

lobo medio sostenuto dalle tre costole maestre. Ciò spiega perchè mentre il lembo dei petali trasverso è continuo e semplicemente trilobo, quello dei petali ant. post. è trisecto.

Nei petali ant. post. le costole secondarie si trovano approssimativamente sul prolungamento dei fasci d'origine, mentre la costola media deriva dall'unione di quei fasci stessi, i quali dovettero mutare direzione, per convergere nel piano di simmetria ant. post. (Tav. I, fig. 6 *b cc'*).

Trattandosi di foglie isolate quali sono i petali, la classificazione delle costole non presenta difficoltà di specie ed è impossibile scambiare l'una per l'altra. La difficoltà però potrebbe nascere, qualora due foglie, innervate nel modo ora descritto pei petali ant. post., si saldassero fra loro lungo i rispettivi margini per formare una cavità chiusa. In un caso simile le pareti di quella cavità, sarebbero percorse da 4 cordoni vascolari, di cui due opposti dorsali corrispondenti alle costole mediane delle due foglie, e due altri pure opposti, risultanti dalla saldatura delle costole secondarie, due per due. Siccome allora ognuno dei 4 cordoni deriva dalla fusione di due fasci, ne risulta che, se non si porta tutta l'attenzione necessaria, è possibile scambiare i cordoni di una specie per quelli dell'altra. Avrò occasione di tornare su quest'argomento discorrendo dell'ovario, il quale, più che le altre parti del fiore, si presta a tale confusione.

Passerò ora all'esame dell'androceo.

L'androceo, come appare dall'esposizione fatta in principio, risulta da 4 stami disposti ortagonalmente fra loro.

Se gli autori s'accordano nel riconoscere l'esistenza apparente di due verticilli, fra loro discordano profondamente riguardo al significato da attribuire agli stami trasversi relativamente a quelli ant. post. (1).

Parlando dei petali trasversi, notai che il fascio innervatore degli stami ad essi opposti prima di liberarsi dal ricettacolo descrive una curva che lo pone a contatto colla costola media del petalo che lo precede (Tav. I, fig. 5 *a* e fig. 12 *aa'*).

Il contatto fra le due parti è così intimo, che se il taglio fatto per metterlo in evidenza non è condotto in modo da seguire il fascio staminale nel suo decorso inferiore, v'è pericolo di attribuire allo stame il significato di semplice appendice del petalo. È facile dimostrare che il fatto qui ricordato non è isolato, ma si verifica pure in modo spiccatissimo nelle Crocifere. Siccome gli stami ant. post. pure aderiscono, vascolarmente parlando, coi petali che le precedono, e siccome questi sono evidentemente interni ai trasversi, così si deve ammettere che non solo superficialmente, ma anche anatomicamente gli stami trasversi sono esterni agli ant. post.

La innervazione per gli stami di ambo i verticilli si fa nello stesso modo. Il filamento tanto negli uni che negli altri è attraversato in tutta la sua lunghezza da due fascetti che separati alla base, più in alto convergono per procedere parallelamente sino al livello dell'antera. Mentre però i fascetti degli stami trasversi giungono ad avvicinarsi fra loro al punto di confondersi, quelli degli stami ante-

(1) Si veda Filippo Parlatore, *Monografia delle Fumariacee*, Firenze, 1844. — Gay, " Acc. Sc. Nat. „, T. 18, 2ª serie 1842. — Eichler, *Bluten diag.*, II, p. 195. — Van Tieghem, *Traité de botanique*, 1884, p. 405. — Lignier O., *Explication de la fleur des Fumariacées*, p. 226.

riori rimangono generalmente distinti ed anzi in alcuni casi lo spazio, che rimane interposto fra loro, è così largo da provocare una scissione parziale (Tav. I, fig. 8) o totale (fig. 9) del parenchima, che riempie quello spazio, e da ciò risulta uno sdoppiamento che porta il numero degli stami a 6 come nelle Crocifere; con questa differenza però che mentre in questo gruppo tutti gli stami sono muniti di antere complete, gli stami dimezzati dell'*Hypecoum* le hanno ridotte a metà.

Trattandosi dell'*Hypecoum procumbens*, il filamento degli stami trasversi si avvicina sensibilmente per forma a quello degli ant. post. Nell'*H. grandiflora*, mentre il filamento degli stami trasversi è piegato longitudinalmente in corrispondenza al fascio innervatore, quello degli stami ant. post. rimane piano (Tav. I, fig. 11-15-16).

Questa differenza nel modo di comportarsi dei filamenti negli stami dei due verticilli si ritrova, come lo vedremo nella *Dicentra* (Fumariacee) fra lo stame medio di ogni falange e gli stami laterali, e potrà servire di argomento per assicurare l'affinità fra le parti dell'androceo dell'uno e dell'altro genere.

Rimaneva da accertarmi se fra gli stami trasversi ed ant. post. intercedesse qualche relazione vascolare, cosa che sin dal principio mi pareva difficile, stante la posizione delle due specie di stami su verticilli diversi. A scanso però di errore feci a questo riguardo tutte le indagini possibili, procedendo sia per via di preparati schiariti e di sezioni trasversali condotte a serie.

Dopo di avere esaminato un numero veramente straordinario di esemplari, mi convinsi che fra i fasci innervatori degli stami trasversi e quelli degli stami ant. post., v'è la più completa indipendenza, rimanendo gli uni assolutamente isolati dagli altri. Posso anzi aggiungere che non v'è altra regione del fiore in cui la indipendenza delle parti sia così spiccata (Tav. I, fig. 8-12).

L'esame delle serie (Tav. II, serie 1ª, dalla fig. 13 *sa sa' stt stt'* risalendo alla fig. 1) dimostra chiaramente che gli stami delle due specie hanno origine completamente diversa.

Per riassumere credo di poter asserire:

1° Che i 4 stami dell'*Hypecoum*, tanto esternamente che anatomicamente, appartengono a 2 verticali diversi;

2° Che ognuno degli stami, costituisce da se unità florali indipendenti;

3° Che il dimezzamento degli stami ant. post. è fenomeno, che non implica relazione vascolare fra essi e gli stami trasversi.

Non v'è nessuno fra quelli che studiarono il gruppo delle Crociflore che non si sia accorto della somiglianza fra il perianzo dell'*Hypecoum* e quello delle Fumariacee per quanto riguarda la disposizione delle parti e la forma. In altra memoria mi propongo anzi di dimostrare che questa somiglianza si estende ai caratteri anatomici. Se però dal perianzio si passa all'androceo, le differenze che separano l'uno dalle altre sembrano tali da creare un ostacolo insuperabile a chi voglia derivare l'*Hypecoum* e le Fumariacee da un tipo unico.

Nel primo infatti gli stami sono, come si disse, 4 ed appartengono a due verticilli diversi. Nelle Fumariacee gli stami sono 6 disposti in due falangi di 3 ognuna. Dei 3 stami componenti ciascuna delle falangi, il medio porta un'antera completa, i due laterali una mezza.

A spiegare il passaggio dell'androceo dell'*Hypecoum* a quello delle Fumariacee vennero proposte due teorie.

Nella prima si suppone che il fiore delle Fumariacee abbia teoricamente 4 stami, ortogonali al pari di quello dell'*Hypecoum*, ma che di questi 4 stami, i due ant. post. dimezzandosi, le due parti risultanti da questo dimezzamento, si rovescino a destra ed a sinistra, così da adagiarsi ai lati dei due stami trasversi, ed in questo modo costituire tanto a destra che a sinistra due falangi di tre stami, i cui laterali sono naturalmente provvisti di antera unilocolare, poichè rappresentati da un mezzo stame solamente. Se la semplicità del concetto bastasse perchè una teoria fosse accolta favorevolmente, è certo che quella or ora esposta si troverebbe nelle migliori condizioni per esserla; disgraziatamente ad essa si oppone il fatto: 1° che gli stami ant. post. per venire ad occupare il posto che la teoria assegna loro, non solo dovrebbero trovarsi sullo stesso verticillo dei trasversi, ma anzi su di un verticillo esterno ad essi, il che non è; 2° è difficile spiegarsi il dimezzamento costante della costola mediana delle due foglie staminali ant. post., nel mentre siffatto fenomeno non si verifica mai per le trasverse e che io sappia neppure, se non in via eccezionalissima, per le foglie ordinarie; 3° occorrerebbe finalmente perchè i due stami unilocolari, collocati da una stessa parte delle due falangi opposte, derivassero da una stessa unità ant. post., che venissero fra loro a ricongiungersi nel piano di simmetria ant. post.; ora dimostrerò a suo tempo che ciò non è.

Gli autori che formolarono la teoria ora esposta si dipartono dall'*Hypecoum*, per venire alle Fumariacee mentre con quella che sto per esporre, gli autori procedettero in modo diametralmente opposto. In questa seconda teoria sostenuta prima da Eichler e più recentemente da Lignier (op. cit.) si vuole che i due stami ant. post. dell'*Hypecoum*, derivino ciascuno dalla connessione e dalla saldatura nel piano di simmetria ant. post. di due stami unilocolari, appartenenti alle falangi opposte del fiore delle Fumariacee.

Pei sostenitori di questa teoria ciascuna delle falangi delle Fumariacee avrebbe il significato di una foglia; mentre però per gli uni quella foglia sarebbe trisezionata e sarebbero i segmenti laterali quelli che si sposterebbero onde incontrarsi coi loro omologhi della foglia opposta; per altri, la foglia sarebbe intera ma accompagnata da due stipole (Lignier, op. cit.) e sarebbero queste che col loro spostamento darebbero origine agli stami ant. post. dell'*Hypecoum*.

A mio modo di vedere, questa teoria quantunque più recente della prima non la supera certo in logica.

Anzitutto questa al pari della precedente esige che gli stami ant. post. siano esterni ai trasversi e ciò come già dissi è inammissibile.

In secondo luogo è da osservarsi che se gli stami ant. post. derivano dalla connessione nel loro piano di simmetria di stipole o di segmenti di foglie trasverse, è impossibile che manchi *del tutto, e sempre,* una qualsiasi relazione vascolare fra essi e le foglie rappresentate dagli stami trasversi.

Ora questa relazione, come dissi prima, non esiste affatto. Il Lignier al pari di me conviene che nello stato adulto manchi la relazione in parola, ma però, asserisce ch'essa esiste nei primordi della vita del fiore. Peccato che l'asserzione non sia confermata da nessuna prova materiale.

In terzo luogo questa teoria coll' ammettere l' esistenza di sole due foglie staminali (falangi) di orientazione trasversa ha il difetto di trovarsi in contrasto colla legge di alternanza per quanto riguarda le relazioni fra l'androceo ed il pistillo, ma su di ciò tornerò fra poco. Non insisto, per ora, sull'ipotesi che alcuni fanno di considerare ognuna delle falangi come foglie munite di stipole e mi limiterò ad osservare che questi organi sono rari nel gruppo delle Crociflore.

A dimostrare i legami di affinità fra l'androceo dell'*Hypecoum* e quello delle Fumarie è superfluo mettere a cimento la propria immaginaziene, basta l' osservazione diretta dell'armatura comparata dell'uno e delle altre.

Passo al pistillo.

L'ovario dell'*Hypecoum,* oblungo, leggermente appuntato al vertice, termina superiormente in due linguette stigmatifere di posizione trasversa (Tav. I, fig. 13 e fig. 13 *bis*). L'aspetto che l'ovario, possiede in quelle figure è quello di un insieme di due carpelli trasversi, i quali mentre rimangono fra loro uniti sino all' origine delle linguette, da quel punto si rendono liberi, divergendo in uno stesso piano, uno a destra, a sinistra l'altro.

Questo modo di concepire la composizione dell'ovario si trova ampiamente giustificato dalla innervazione che per ciascuna metà di esso corrisponde, salvo pochi particolari, a quella già descritta pei petali ant. post. (Si pongano in paragone le due fig. 6 e 13 della Tav. I).

Da ciascuno dei gruppi fondamentali trasversi (Tav. I, fig. 13 *r*) si dipartono due fascetti *aa'* i quali nel mentre salgono nell'interno del ricettacolo, si dirigono obliquamente verso il piano di simmetria ant. post., per cui, giunti che sono alla base dell'ovario, formano con quelli che provengono dalla parte opposta un complesso di 4 fasci disposti in croce intorno al centro (Tav. II, 1ª serie dalla fig. 2 alla fig. 6 *kkkk*).

Alla base stessa dell'ovario, i due fasci originati da uno stesso gruppo fondamentale, nel mentre s'incurvano onde convergere nel piano di simmetria trasverso ed insieme fusi, costituire la costola dorsale dei carpelli, o, quello ch'è lo stesso, uno dei cordoni trasversi dell'ovario (Tav. I, fig. 13 e 13 bis *b*), dall'altra, si continuano ognuno in un ramo che s'innalza verticalmente a lato del piano di simmetria ant. post. Di contro a ognuno di questi rami viene naturalmente ad appoggiarsi l'omonimo di origine opposta, cosicchè, oltre alle due costole dorsali, ciascuna delle quali risulta dall'unione di due fasci di stessa origine, vi sono poi nelle stesse pareti ovariche, due altri cordoni ant. post., che risultano dalla saldatura di due fasci di origine diversa, provenienti cioè da gruppi fondamentali opposti (Tav. II, fig. 12-13 *kk'-dd'*) e le figure che precedono risalendo alla fig. 1. Chiamo l'attenzione del lettore sulla varia modalità, che presiede alla formazione dei cordoni vascolari ant. post. e trasversi, perchè ad essa dovrò fra poco ricorrere onde potere determinare la orientazione dei carpelli.

La connessione fra i fascetti che formano i cordoni ant. post. cessa però all'origine delle linguette (Tav. I, fig. 13 bis *d* e fig. 5 Tav. II, 2ª serie). A questo livello ciascun dei due fasci fra loro connessi, divergendo onde raggiungere nel piano di simmetria trasverso quello di stessa origine del cordone opposto e così formare insieme ad esso e alla costola dorsale, l'armatura della linguetta stigmatifera (Tav. I, fig. 13 bis *ll'*. Tav. I. fig. 3).

L' armatura dell' ovario, quale l' ho descritta or ora, corrisponde appuntino a quella, che si otterrebbe, se si saldassero fra loro mediante le costole secondarie due foglie di struttura analoga a quella dei petali ant. post., esclusione fatta però dei fasci di 3° ordine che mancano nei carpelli.

La fig. 17, Tav. I, rappresenta una sezione dell'ovario condotta per la base di esso e prima che la cavità interna principii. I 4 cordoni spiccano in mezzo ad un parenchima quasi omogeneo.

Nella fig. 18 la cavità ovarica fa la sua apparizione sotto l'aspetto di una fessura diretta nel piano di simmetria ant. post. Nelle fig. 18 e 19 la cavità va raggiungendo le sue dimensioni normali e si scorge l'inserzione ant. post. di un ovolo. La fig. 20, Tav. 11, rappresenta un taglio dell'ovario a mezz'altezza.

Quelli che al pari di Eichler sostengono riguardo all'*Hypecoum*, che l'androceo comprende teoricamente due sole foglie staminali di orientazione trasversa nel mentre assegnano ai due carpelli una orientazione uguale, si trovano in opposizione colla legge di alternanza.

Il Lignier (op. cit.) però per ossequio a quella legge, suppongo, nella formola florale, ch'egli dà dell'*Hypecoum* e delle Fumariacee, ammette l'esistenza di due carpelli ant. post.; per cui i cordoni vascolari, ai quali ho attribuito il significato di costole dorsali, diventano pel Lignier cordoni marginali, e viceversa quelli che per me sono cordoni marginali (gli ant. post.) diventano pel Lignier cordoni dorsali o, se si vuole, costole mediane di carpelli.

Se il lettore si ricorda ciò che dissi un po' prima sulla costituzione dei 4 cordoni vascolari, egli potrà persuadersi che l'opinione del Lignier riguardo all'orientazione dei carpelli non regge alla discussione, poichè se le cose fossero quali il Lignier desidera che siano, le costole dorsali risulterebbero dalla connessione di fasci di origine diversa, mentre le costole marginali da fasci di origine comune; il che è insostenibile.

Come spiega poi il Lignier la scissione dei due cordoni ant. post. all' origine delle linguette (Tav. I, fig. 13 bis *d*), se quei cordoni sono per lui costole mediane, e come poi spiegare la posizione trasversa delle linguette stigmatifere nonchè la direzione ant. post. della cavità ovarica (Tav. II, fig. 16), e l'orientazione ant. post. degli ovoli ?

Sono persuaso che il Lignier avrebbe modificato il suo modo di pensare riguardo alla costituzione del pistillo, se nei suoi studi, anzichè prendere per punto di partenza l'ovario complicato delle Crocifere, avesse scelto quello semplicissimo dell'*Hypecoum*.

A schiarimento di quanto precede dirò adesso alcune parole intorno al modo di segmentarsi dei gruppi vascolari fondamentali, e dei sotto gruppi che derivano da quella prima segmentazione, onde dare origine ai vari fasci innervatori degli organi florali.

La Tav. II, serie 1ª, contiene un complesso di figure schematiche destinate a mettere in rilievo la segmentazione in discorso ed il modo di aggrupparsi fra loro delle varie parti, che risultano di quella segmentazione.

La fig. 1 rappresenta una sezione orizzontale del ricettacolo presa alla base di esso. Vi si scorgono i 4 gruppi fondamentali *aa'* ant. post., *bb'* trasversi.

Modificazioni che subiscono i due gruppi trasversi *bb'*.

Fig. 2. Ciascun dei gruppi *bb'* accenna a trisegmentarsi.

Fig. 3. La segmentazione si compie.

Fig. 3 bis. Dei tre segmenti, il medio rimane in posizione mentre i laterali *k'k k'k'* si portano verso il centro.

Fig. 7. I 4 segmenti *kkk'k'* hanno raggiunto il centro.

Fig. 4. Il segmento medio rimasto a posto accenna a trisegmentarsi.

Fig. 5-6. La segmentazione si compie.

Fig. 7-8-9. Dei tre sottosegmenti, il medio si porta alla periferia per innervare il sepalo trasverso, i due laterali si riuniscono per innervare lo stame trasverso.

Tornando ai quattro segmenti che si portarono al centro *kkkk'* (Vedi dalla fig. 2 alla fig. 7).

Fig. 10. Da ciascun dei segmenti si stacca una parte necessaria alla formazione della costola dorsale dei carpelli *bb'*.

Fig. 11-12-13. Le parti che avanzano, insieme si riuniscono due per due, onde formare i cordoni ant. post.

Modificazioni che subiscono i gruppi fondamentali ant. post. *aa'* (fig. 1).

Fig. 3. I due gruppi accennano a trisegmentarsi.

Fig. 4. La segmentazione si compie.

Fig. 5. Il segmento medio si porta alla periferia per innervare il sepalo ant. post.

Fig. 6. I due segmenti laterali si avvicinano per fondersi in un solo.

Fig. 7. Il gruppo risultante dalla fusione dei due segmenti precedenti tende a tripartirsi.

Fig. 8, 9, 10. La parte media rimane a posto onde innervare il petalo ant. post., mentre le parti laterali si spingono all'avanti ed insieme si fondono per innervare lo stame ant. post.

Esaminando la Tav. II pare strano il fatto che i gruppi fondamentali siano di minore mole alla base. di quello che lo diventino più in alto e cioè al livello della loro segmentazione in gruppi di 2° ordine. Questi poi a loro turno sembrano dilatarsi quando si segmentano in gruppi di 3° ordine. e così via discorrendo.

La spiegazione di questa apparente anomalia è semplice.

L'osservazione su preparati schiariti e poi colorati, insegna che i fasci considerati isolatamente vanno gradatamente scemando di robustezza, procedendo dall'insù all'ingiù e ciò a tal segno che, oltrepassato una certa profondità, riesce difficile seguirne il decorso, per vedere il punto in cui terminano. Questo decrescimento in robustezza nel senso discendente indica che la formazione dei fasci procede in via centripeta.

Nel parlare dei gruppi fondamentali, quando ripetute volte dissi che dànno origine a gruppi di ordine inferiore e questi a fasci, adoprai pensatamente una espressione impropria dapoichè lo svolgimento degli organi essendo centripeto, non sono i gruppi vascolari fondamentali quelli che dànno origine agli altri di ordine inferiore, ma bensì da questi i primi si formano. Se credetti usare un linguaggio scientificamente improprio si è perchè, con esso le relazioni fra le varie parti di cui avevo da discorrere, risaltano con maggior chiarezza senza che per ciò l'esattezza della descrizione avesse a soffrirne.

Dall'esame della Tav. II, serie 1ª, fig. 1 e seguenti si vede chiaramente che all'infuori delle costole mediane dei sepali, le armature di tutti gli altri organi, petali, stami e carpelli, risultano tutte dall'unione di due fasci in origine, variamente separati l'un dall'altro; e si comprende come la convergenza fra le parti si effettua tanto più facilmente, e le parti vengono tanto più facilmente a contatto quanto più i punti di origine sono fra loro vicini. Se ora poniamo a paragone l'origine degli stami trasversi e di quelli ant. post. vedremo che mentre i fasci di origine dei primi sono solo separati da quello che si reca ai sepali trasversi, i fasci di origine degli stami ant. post. sono fra loro separati in principio non solo da quello che serve alla innervazione del sepalo di stessa orientazione, ma anche dai fasci destinati ai petali ant. post. Ciò spiega come in alcuni casi la convergenza fra i fasci destinati alla innervazione di quei stami, rimane incompiuta, donde possibile dimezzamento.

Osserverò finalmente che il modo con cui la innervazione degli stami avviene, esclude ogni relazione fra quelli trasversi e gli ant. post. poichè fra i fasci innervatori degli uni e degli altri, si trovano in origine i fasci *kk.k'k'* che nulla hanno di comune con essi.

Riassumendo dirò che nell'*Hypecoum*:

1° I sepali hanno i caratteri di organi in via di atrofizzazione;

2° I lobi laterali dei petali ant. post. corrispondono per innervazione a quella parte dei petali trasversi, che è sostenuta dai fasci di 3° ordine;

3° Gli stami appartengono a due verticilli distinti e ciascun di essi ha il valore morfologico di unità florale indipendente;

4° I carpelli sono in numero di due ed hanno orientazione trasversa.

Concludendo, dirò: che il diagramma teorico e l'empirico dell'*Hypecoum* si fondono in un solo (Tav. I, fig. 14), il quale, perchè semplicissimo e regolarissimo, deve di necessità servire di base a quello più complicato delle altre Crociflore.

Questa fu la ragione che m'indusse a occuparmi dell'anatomia dell'*Hypecoum*, prima di quella delle altre piante della stessa serie.

La formola florale rimane per me

$$S2\,P2 + 2\,A2 + 2\,G2.$$

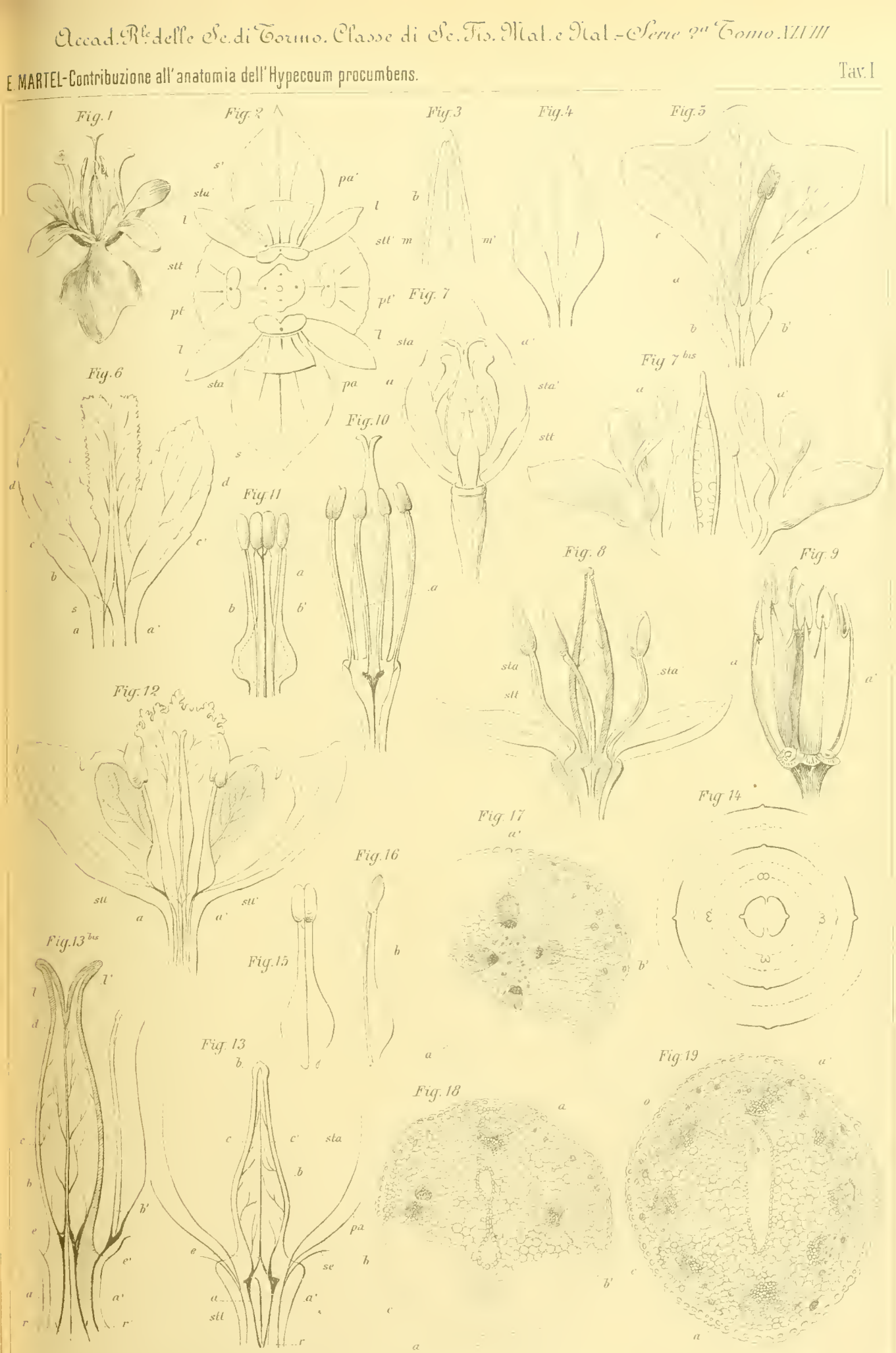


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 7 bis
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 13 bis
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

Fig. 1. — Fiore nel suo complesso.

Fig. 2. — Proiezione orizzontale del fiore - *ss'* sepali - *pt pt'* petali trasversi - *pa pa'* petali ant. post. - *stt stt'* stami trasversi - *sta sta'* stami ant. post. - *o* ovario. — Le 4 appendici oblique ai lati degli stami ant. post. segnati colla lettera *l* sono i lobi laterali dei petali ant. post.

Fig. 3. — Innervazione di una linguetta stigmatifera - *b* costola dorsale - *mm'* costole marginali.

Fig. 4. — Innervazione di uno dei sepali.

Fig. 5. — Petalo trasverso con stame di uguale orientazione il cui fascio innervatore si salda colla costola mediana.

Fig. 6. — Petalo ant. post. *aa'* fasci di origine, posti ai lati del fascio *s* che si reca al sepalo ant. post. I due fasci *aa'* convergono per formare la costola mediana *b* e dànno lateralmente origine alle costole secondarie *cc'*. — Da queste ultime si dipartono i fasci di 3° ordine *dd'* che innervano i lobi laterali.

Fig. 7 (ricavata da Baillon, *Hist. des pl.*, VIII, p. 122). — *aa'* lobi medi dei petali ant. post. che passano sugli stami di stessa orientazione - *sta sta'* stami ant. post. - *stt* stame trasverso, per venire a poggiare di contro all'ovario.

Fig. 7 bis (stessa provenienza della prec.). — *aa'* lobi medi dei petali ant. post.

Fig. 8. — Mostra i fasci *sta sta'* degli stami ant. post. a contatto con i fasci dei petali di uguale orientazione ma completamente isolati dall'armatura dell'ovario e del fascio *stt* di uno degli stami trasversi.

Fig. 9 (ricavata da Baillon, *Hist. des pl.*, Vol. III, p. 122). — Mostra la biforcazione degli stami ant. post. alla loro estremità superiore.

Fig. 10. — Stame ant. post. *a*, in segmentazione completa.

Fig. 11. — *a* stame ant. post. - *bb'* stami trasversi le due curve punteggiate indicano il contorno dello stame *a* il cui filamento è piano, mentre quello degli stami *bb'* è piegato. Vedi fig. 15 e 16.

Fig. 12. — Taglio longit. del fiore parallelamente al piano di simmetria trasverso - *stt stt'* fasci innervatori degli stami trasversi che nel portarsi alla periferia aderiscono alle costole medie *aa'* dei petali che le precedono.

Fig. 13. — Innervazione dell'ovario. Il piano della figura è quello ant. post. - *r* gruppo fondamentale trasverso - *stt* fascio staminale trasverso - *aa'* fasci d'origine d'un carpello. — In *e* i due fasci *aa'* convergono per formare la costola dorsale *b* e dànno origine ai due fasci marginali *mm'* i quali alla estremità superiore del carpello, convergono fra loro nella linguetta *l* - *sta* stame ant. post. - *pa* petali ant. post. - *se* sepali - *stt* stami trasversi. — La fig. mette in rilievo l'indipendenza degli stami ant. post. dai trasversi.

Fig. 13 bis. — Innervazione dell'ovario. — Il piano della figura è quello trasverso - *aa'* fasci d'origine dei carpelli che si dipartono da gruppi fondamentali *rr'* opposti. Ognuno di essi al livello *ee'* dà origine alle costole dorsali *bb'* dei carpelli e ad un fascetto che si unisce al suo omologo del lato opposto per formare il cordone ant. post. *c*. Gli elementi di questo carpello, raggiunto il livello *d* si separano per recarsi nelle linguette stigmatifere *ll'*.

Fig. 14. — Diagramma florale.

Fig. 15. — Stame ant. post. del H. grandiflora.

Fig. 16. — Stame trasverso id.

Fig. 17-18-19. — Sezioni operate alla base della cavità ovarica *c* - ovolo *o* - cordoni ant. post. *aa'* - cordoni dorsali *bb'*.

Tavola II.

Prima serie di Sezioni trasversali condotti dalla base del ricettacolo all'insù.

Fig. 1. — I quattro gruppi vascolari fondamentali *aa'* ant. post. - *bb'* trasversi.
Fig. 2. — I due gruppi trasversi si trisegmentano.
Fig. 3. — La segmentazione di quei gruppi è compiuta, principia quella dei gruppi *aa'*.
Dalla fig. 3 alla fig. 9 i quattro fasci *kkk'k'* derivanti dalla trisegmentazione dei gruppi *bb'* si portano al centro.
Dalla fig. 3 alla fig. 8 si vede come dai segmenti medi derivanti dalla trisegmentazione dei gruppi fondam. *bb'* hanno origine i sepali trasversi *st st'* e gli stami trasversi *stt stt'* (fig. 8).
Dalla fig. 1 alla fig. 9 si vede il modo con cui dalla trisegmentazione dei due gruppi fondam. ant. post. *aa'* hanno origine successivamente i sepali ant. post. *se se'* - i petali ant. post. *pa pa'* e gli stami ant. post. *sta sta'* (fig. 9).
Dalla fig. 9 alla fig. 13 si vedono i quattro fasci *kkkk'* derivanti dalla trisegmentazione dei gruppi fondam. dare origine alle due costole dorsali *bb'* e ai due cordoni ant. post. *aa'*.
Fig. 13. — Riassume l'innervazione del fiore - *se se'* sepali - *pt pt'* petali trasversi - *pa pa'* petali ant. post. - *stt stt'* stami trasversi - *sta sta'* stami ant. post. - *aa'* cordoni ant. post. dell'ovario - *bb'* cordoni dorsali delle valve.

Seconda serie. Sezioni trasversali dell'ovario dai $^2/_3$ circa della sua altezza sino all'origine delle linguette stigmatifere.

Dalla fig. 1 alla fig. 4 sezioni a $^2/_3$ dell'altezza - *aa'* cordoni ant. post. - *bb'* cordoni dorsali.
Fig. 5. — I due cordoni ant. post. *aa'* si scindono nei loro fasci.
Dalla fig. 7 alla 11 si vede l'ovario segmentarsi in due valve trasverse.
Fig. 11. — Sezione delle linguette stigmatifere che sono la continuazione delle valve. — All'infuori delle due serie che precedono.
Fig. 20. — Sezione dell'ovario con cavità, nelle sue dimensioni normali.
Fig. 21. — I 4 gruppi fondamentali visti in proiezione orizzontale.

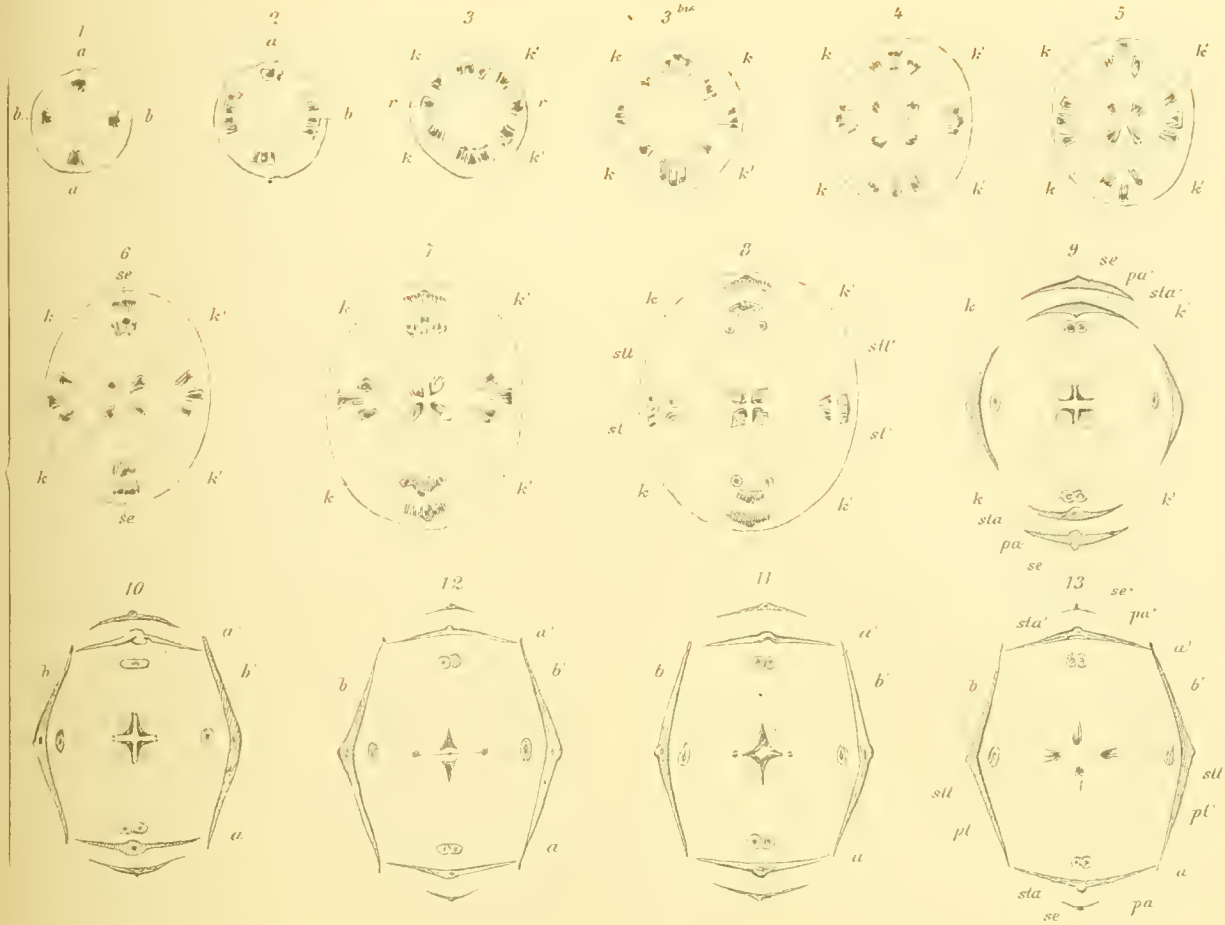


Fig. 20

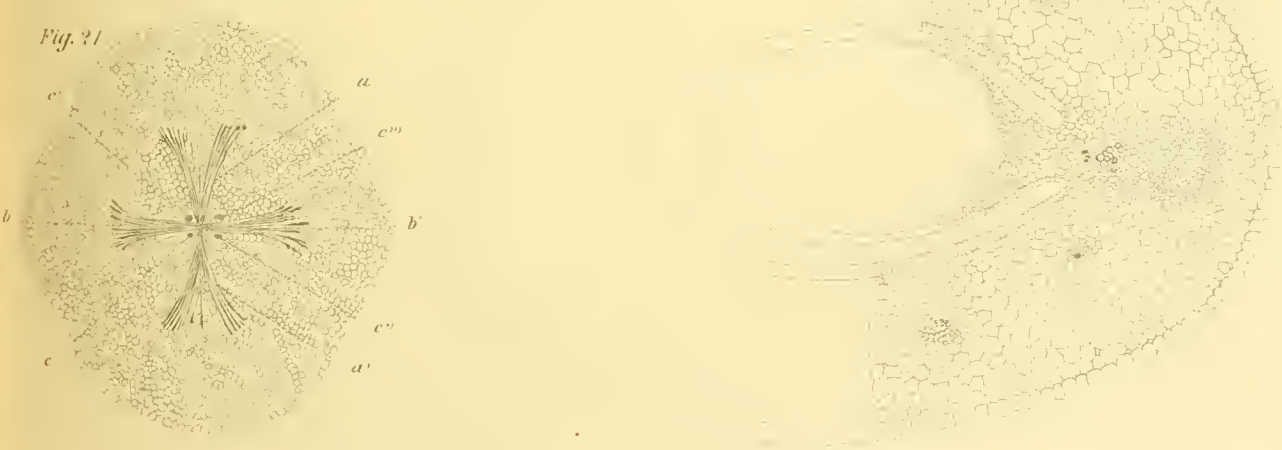


Fig. 21

I

GRUPPI DI JONQUIÈRES GENERALIZZATI

MEMORIA

DI

GINO FANO

Approvata nell'Adunanza del 15 Maggio 1898.

1. — La classificazione dei *gruppi continui di trasformazioni cremoniane dello spazio* è stata iniziata dal Sig. Enriques e da me in una nostra comune Memoria [1], nella quale abbiamo dimostrato che questi gruppi possono tutti ridursi birazionalmente a gruppi di una delle categorie seguenti:

a) gruppi proiettivi;

b) gruppi di trasformazioni conformi (ossia che mutano le sfere in sfere);

c) gruppi che abbiamo chiamati " *di Jonquières generalizzati* „, ossia che trasformano in sè stesso un fascio di piani, ovvero una stella di rette;

d) due gruppi ∞^3 semplici, transitivi, ben determinati, di trasformazioni del 3° o rispett. del 7° ordine.

In particolare, i gruppi *primitivi* si riducono tutti a gruppi delle categorie *a)* e *b)*; e quelli *imprimitivi* a gruppi della categoria *c)*, fatta solo eccezione per i gruppi ∞^3, semplici, transitivi, nei quali le operazioni che lasciano fisso un punto generico dello spazio formano un gruppo finito oloedricamente isomorfo a uno dei tre gruppi dei poliedri regolari (tetraedro, ottaedro, icosaedro): questi gruppi si riducono rispett. a tre tipi ben determinati, vale a dire un gruppo conforme ∞^3 (caso *b*)), e i due gruppi del caso *d*).

Per completare la classificazione dei gruppi cremoniani continui dello spazio — ossia la determinazione di tutti i tipi birazionalmente distinti a cui tali gruppi possono ricondursi — rimarrebbero da assegnare i vari gruppi tipici appartenenti a ciascuna

(1) " Annali di Matem. „, Ser. 2ª, t. 26. Per brevità indicherò d'ora in poi questa Memoria colle lettere EF.

delle categorie *a*), *b*), *c*). Per le prime due categorie, la questione è relativamente semplice, trattandosi soltanto di trovare tutti i sottogruppi contenuti in un gruppo ben determinato, rispett. ∞^{15} o ∞^{10}, del quale è nota in ambo i casi la composizione. Si aggiunga che, fra i vari gruppi (tipici) proiettivi e conformi, noi possiamo limitarci a considerare quelli *primitivi*, potendosi gli altri (imprimitivi) far rientrare nella categoria *c*) — ad eccezione del gruppo conforme ∞^3 del tipo tetraedrico —. E questi gruppi primitivi, sia proiettivi che conformi, furono testè assegnati nella mia Nota: " *I gruppi continui primitivi di trasformazioni cremoniane dello spazio* „ (1), indipendentemente anche dal risultato che, insieme al Sig. Enriques, avevo già ottenuto.

Rimangono perciò a determinarsi soltanto *i tipi birazionalmente distinti di gruppi di Jonquières generalizzati*. La determinazione di essi (o almeno dei gruppi tipici " completi „, nei quali tutti gli altri risultano contenuti come sottogruppi) è appunto oggetto della presente Memoria.

Noi dimostreremo precisamente che *Ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane dello spazio il quale muti in sè stesso un fascio di piani si può ridurre birazionalmente a uno dei gruppi tipici seguenti (o a un loro sottogruppo)* (2):

1°, 2°, 3° *Gruppi che trasformano in sè un fascio di piani e una stella di rette, i cui sostegni (asse e centro) non si appartengono, e che possono perciò generarsi componendo un gruppo di trasformazioni proiettive di quel fascio con un gruppo cremoniano di questa stella* (considerata come forma fondamentale di 2ª specie). Si hanno *tre* diversi gruppi tipici completi (rispett. ∞^{11}, ∞^{9}, ∞^{n+7}, dove n è numero intero qualsiasi, e composti di trasformazioni rispett. quadratiche, cubiche, e di ordine n), secondo che il gruppo cremoniano subordinato nella stella invariante è equivalente a un gruppo di trasformazioni proiettive, di trasformazioni quadratiche, o di trasformazioni di Jonquières di ordine $n-1$;

4°, 5°, 6° *Gruppi di trasformazioni di un certo ordine n che mutano in sè stesso un sistema lineare di superficie (monoidi) di ordine n, aventi a comune un punto* $(n-1)^{\text{plo}}$ *col relativo cono tangente (di ordine* $n-1$*) e, eventualmente, altri elementi ancora*. Questi gruppi sono *equivalenti a gruppi proiettivi sopra coni a tre dimensioni di prima specie;* proprietà che ne rende facile la costruzione. Essi trasformano in sè in ogni caso la stella delle rette uscenti dal punto base $(n-1)^{\text{plo}}$ del sistema lineare invariante: e possono trasformare in sè uno più fasci di piani appartenenti a questa stella, ovvero anche un fascio di superficie che non vi appartiene (ma che è trasformabile birazionalmente in un fascio di piani; cfr. n° 14). Anche in questo caso si hanno *tre* diversi tipi di gruppi completi, corrispondentemente ai diversi gruppi che possono venir subordinati nella stella di rette invariante;

7° *Gruppo* ∞^{2n+9} *delle trasformazioni di ordine n che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^{n+2} *dei coni di ordine n aventi una data generatrice* $(n-1)^{\text{pla}}$ — asse di un fascio di piani invariante — *e gli stessi* $n-1$ *piani tangenti lungo questa generatrice* (potendo il vertice variare comunque sulla detta generatrice). *Questo gruppo è*

---

(1) " Atti della R. Acc. di Torino „, vol. XXXIII; 1898.

(2) E poichè, come vedremo al n. 9, ogni gruppo integrabile è riducibile a uno dei tipi 4°, 5°, 6°, così per tutti gli altri gruppi tipici potremo limitarci alla considerazione dei sottogruppi non integrabili.

equivalente al gruppo di tutte le trasformazioni proiettive sopra un cono razionale normale di 2^a specie di ordine n;

8° *Gruppo ∞^7 delle trasformazioni di un certo ordine $m+n-1$ che mutano in sè il sistema lineare ∞^{m+n+1} delle superficie di ordine $m+n-1$ aventi due date rette sghembe* — assi entrambe di fasci di piani invarianti — *come multiple di ordini rispett. $m-1$ e $n-1$, e gli stessi $m-1$ e rispett. $n-1$ piani tangenti lungo queste rette.* Per queste stesse trasformazioni risulta invariante la congruenza lineare di rette avente le due rette nominate per direttrici. *Questo gruppo è equivalente al gruppo di tutte le trasformazioni proiettive sulla varietà luogo delle rette che si appoggiano a due curve razionali normali di ordini m, n, contenute in spazi indipendenti;*

9° *Gruppo di dimensioni $p\binom{n+1}{2}-n+p+5$ delle trasformazioni di ordine np che mutano in sè un sistema lineare di superficie di ordine np con un dato punto $(np-1)^{\text{plo}}$, una retta $(np-n)^{\text{pla}}$ passante per questo punto, e $p-1$ rette n^{ple} infinitamente vicine alla precedente;* sistema che verrà definito completamente al n° 26. Rispetto a questo gruppo sono invarianti la stella di rette avente il centro nel punto $(np-1)^{\text{plo}}$, e il fascio di piani avente per asse la retta $(np-n)^{\text{pla}}$ del sistema lineare nominato: in quella stella viene subordinato un gruppo di Jonquières di ordine p, in ciascun piano di questo fascio un gruppo di Jonquières di ordine n;

10° *Gruppo ∞^3, semplice, intransitivo, delle trasformazioni di ordine n che lasciano fisso ogni piano di un dato fascio, e mutano pure in sè stesso il sistema lineare ∞^{n+2} delle superficie di ordine n aventi la retta asse di quel fascio come multipla di ordine $n-2$, gli stessi $n-2$ piani tangenti fissi lungo questa retta, e passanti ancora per una data curva piana di ordine n.* Sopra ogni piano del fascio invariante questo sistema lineare sega il sistema (che sarà pure invariante) delle coniche passanti per due punti fissi.

Fra questi gruppi, soltanto il 7° e il 10° non trasformano in sè nessuna stella di rette (o una congruenza equivalente). Gli altri compariranno perciò tutti di nuovo nell'enumerazione dei gruppi tipici con una stella di rette invariante. Ecco pertanto il risultato relativo a questi ultimi gruppi (il quale, insieme al precedente, completa la classificazione dei gruppi di Jonquières generalizzati):

Ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane dello spazio il quale muti in sè stessa una stella di rette può ridursi birazionalmente a uno dei gruppi tipici testè enumerati — esclusi soltanto il 7° e il 10° — e loro sottogruppi, oppure a uno dei gruppi seguenti (senza che per questi occorra tener conto anche dei sottogruppi):

11° *Gruppo ∞^8 delle trasformazioni cubiche che mutano in sè stesso il sistema lineare ∞^7 (di grado 6) delle superficie di 3° ordine aventi un dato punto doppio* — centro di una stella di rette invariante — *e passanti ancora per una cubica sghemba che contiene questo punto.* Questo gruppo subordina nella stella invariante il gruppo proiettivo totale ∞^8 di questa stessa forma;

12° *Gruppi tipici ∞^3, semplici, transitivi, corrispondenti al caso diedrico di un ordine qualsiasi $2n$* (tali cioè che le operazioni che lasciano fisso un punto generico dello spazio formino un gruppo finito diedrico di ordine $2n$ — essendo $n \geq 2$ —; cfr. EF, § 23). *Questi gruppi tipici sono:*

per $n=2$, *il sottogruppo ∞^3 del precedente gruppo ∞^8 ottenuto coll'imporre come fisso un cono quadrico di rette della stella invariante;*

per $n \geq 3$, *il gruppo* ∞^3 *delle trasformazioni di ordine* $2n-5$ *che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^n *delle superficie di ordine* $2n-5$ *aventi una data cubica sghemba come curva* $(n-3)^{pla}$, *passanti per le* $\binom{n-3}{2}$ *corde di questa cubica che congiungono* $n-3$ *punti di essa a due a due, e tangenti in ogni punto della cubica stessa agli* $n-3$ *piani che dalla retta ivi tangente alla cubica proiettano i detti* $n-3$ *punti di questa curva.*

La stella di rette invariante è qui sostituita dalla congruenza delle corde della cubica. Per $n=3$ si ha il gruppo proiettivo ∞^3 che trasforma questa cubica in sè stessa; per $n>3$ si ha un gruppo equivalente al gruppo di tutte le trasformazioni proiettive sulla varietà delle corde di una C^n razionale normale (EF, § cit.).

Ciascuno di questi gruppi tipici risulterà definito — come appare già da questi enunciati — mediante un sistema lineare di superficie invariante rispetto ad esso: e sarà perciò equivalente (come in qualche caso si è pure accennato) a un gruppo proiettivo sulla varietà a tre dimensioni rappresentata dal detto sistema lineare (supposto semplice). Di ciascun gruppo assegneremo altresì una legge di generazione — ossia il modo di costruirne l'operazione più generale —; e ne daremo pure le equazioni (finite) [1].

Riunendo pertanto i risultati ottenuti in EF e in questa mia Memoria, diremo: *Ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane dello spazio (dipendente da un numero finito di parametri) può ridursi con un'ulteriore trasformazione cremoniana a un gruppo proiettivo, a un gruppo di trasformazioni conformi, a uno dei dodici gruppi qui enumerati e loro sottogruppi, ovvero ai gruppi tipici* ∞^3 *del caso ottaedrico e icosaedrico che sono assegnati in* EF, §§ 26-27.

In tutto sono dunque *sedici* gruppi tipici completi (mentre nel piano se ne hanno soltanto tre); oltre al gruppo proiettivo, abbiamo *due* gruppi di trasformazioni quadratiche (il gruppo conforme, e il 1° della nostra enumerazione), *tre* gruppi di trasformazioni cubiche (2°, 11°, e gruppo ∞^3 ottaedrico), *uno* di trasformazioni del 7° ordine (gruppo ∞^3 icosaedrico), mentre per gli altri *nove* è determinato il tipo, ma l'ordine può assumere qualsiasi valore (e può anzi dipendere da due, o anche da tre numeri interi positivi arbitrari).

Infine, per quanto si riferisce alla *irriducibilità* di questi vari gruppi tipici (completi), possiamo osservare anzitutto che i gruppi 1°, 2° e 3° sono i soli che contengano un sottogruppo invariante doppiamente intransitivo il quale operi in modo ∞^3 sulle singole traiettorie (fisse): essi si distinguono poi fra loro per i gruppi rispett. subordinati nelle congruenze (invarianti) formate da queste traiettorie. Altrettanto dicasi dei gruppi 4°, 5° e 6°, colla sola differenza che i loro (analoghi) sottogruppi invarianti operano in modo ∞^2 sulle proprie traiettorie (senza che questi nuovi gruppi siano o possano ridursi a sottogruppi dei precedenti). Infine, fra i gruppi tipici che rimangono (e che neppure sono o possono ridursi a sottogruppi di quelli già considerati), i gruppi corrispondenti ai casi 11° e 12° (dei cui sottogruppi non occorre

---

[1] In una prossima Nota mi propongo di mettere in relazione queste mie ricerche con quelle del sig. Lie sulla classificazione dei gruppi continui di trasformazioni puntuali dello spazio (*Theorie der Transformationsgruppen*, vol. III, cap. 8, p. 141 e seg.); e darò pure i simboli delle trasformazioni infinitesime mediante le quali i gruppi tipici qui enumerati possono generarsi.

tener conto) sono i soli che non trasformino in sè nessun fascio di superficie; il 7°, 9° e 10° ammettono un solo fascio invariante di superficie, e si distinguono fra loro per i gruppi rispett. subordinati sopra queste superficie; e l'8° trasforma in sè due diversi fasci di superficie, senza poter essere sottogruppo di nessuno dei tre ultimi — e non potrebbe esserlo tutt'al più che del 9° — perchè non sono contenuti l'uno nell'altro i gruppi da essi subordinati sulle dette superficie.

2. — Anche in questa Memoria (come pure in EF, e nella mia Nota cit. sui gruppi primitivi) ci varremo continuamente della possibilità di ridurre birazionalmente ogni gruppo cremoniano continuo dello spazio S_3 a un gruppo proiettivo sopra una varietà M_3 di un certo spazio S_r — ossia di costruire, per ogni gruppo cremoniano proposto, una varietà M_3 la quale possa rappresentarsi sopra S_3 in modo che a questo gruppo corrisponda su di essa un gruppo proiettivo — (cfr. EF, § 2).

Accenniamo ora brevemente la via che ci proponiamo di seguire nella determinazione dei vari gruppi tipici testè enumerati.

Nel cap. I ci occuperemo di quei gruppi che trasformano in sè, in pari tempo, un fascio di piani e una stella di rette i cui sostegni (asse e centro) *non* si appartengono (di modo che ogni punto dello spazio potrà individuarsi come intersezione di un piano e di un raggio appartenenti rispett. a queste due forme). Troveremo così *tre* gruppi tipici completi, che incontreremo anche più volte in seguito, ma che è bene studiare fin d'ora a parte, per metterne in evidenza l'accennato carattere comune. Daremo anche alcuni criteri che si dimostreranno sufficienti per affermare che un dato gruppo può ridursi a uno di questi tipi.

Nel cap. II ci occuperemo di un altro caso, che è anche bene studiare da principio, per poterne poi prescindere ogni qual volta questo ci riescirà opportuno: il caso dei *gruppi integrabili*. Noi dimostreremo che ogni gruppo continuo integrabile di trasformazioni cremoniane dello spazio è equivalente a un gruppo proiettivo sopra un cono (razionale, a tre dimensioni) di prima specie [1]: e vedremo anzi subito come si possano costruire tutti i gruppi, anche non integrabili, equivalenti a gruppi proiettivi siffatti.

Dopo di ciò passeremo a classificare ordinatamente *tutti i gruppi cremoniani continui che trasformano in sè un fascio di piani*. Partendo dalla considerazione del gruppo subordinato in un piano generico di questo fascio, vedremo (cap. III) che questi gruppi cremoniani sono birazionalmente equivalenti a gruppi proiettivi sopra varietà (razionali) M_3 di opportuni spazi S_r, le quali (corrispondentemente al fascio di piani invariante in S_3) contengono una serie razionale ∞^1 di piani, di quadriche (a due dimensioni), o di coni. Dovremo perciò esaminare separatamente questi tre casi, dei quali i primi due (cap. IV e V) si esauriranno facilmente; mentre invece il terzo (cap. VI: varietà luoghi di ∞^1 coni) richiederà considerazioni più lunghe, se non più complicate.

Ci resteranno infine da studiare quei gruppi pei quali è invariante (soltanto) una stella di rette, potendosi ora supporre che non sia contemporaneamente invariante

[1] O considerabile come tale: ossia eventualmente anche di seconda specie, purchè il gruppo, di cui si tratta, lasci fisso almeno un punto della retta asse.

nessun fascio di piani appartenente questa stella. Dalla nota classificazione dei gruppi cremoniani continui del piano [1] (ossia di una forma di 2ª specie) segue pertanto che *il gruppo (cremoniano) subordinato in questa stella invariante potrà supporsi proiettivo.* E anzi, fra i gruppi proiettivi di questa stella, potremo limitarci a considerare i seguenti (che soli non lasciano fisso alcun fascio di piani) [2]:

1° *I gruppi primitivi* (ossia il gruppo totale ∞^8, e i gruppi ∞^6 e ∞^5 con *un* piano fisso);

2° *Il gruppo* ∞^3 *con un cono quadrico fisso.*

Basterà dunque che ci occupiamo di quei gruppi cremoniani di S_3 che, nella stella di rette invariante, subordinano un gruppo proiettivo primitivo (cap. VII), oppure il gruppo proiettivo ∞^3 con un cono quadrico fisso (cap. VIII).

CAPITOLO I.

Gruppi che trasformano in sè una stella di rette e un fascio di piani non appartenente a questa stella.

3. — Ogni trasformazione cremoniana dello spazio la quale muti in sè stesso un fascio di piani di asse a e una stella di rette il cui centro P non stia su a, è completamente individuata dalla trasformazione proiettiva ch' essa subordina nel fascio a e dalla trasformazione cremoniana subordinata nella stella P (e risulta precisamente da una *composizione* di queste due). Segue da ciò che anche ogni *gruppo* di trasformazioni cremoniane rispetto al quale siano invarianti il fascio di piani a e la stella di rette P potrà ottenersi per composizione di un gruppo proiettivo di quel fascio e di un gruppo cremoniano di questa stella: l'uno e l'altro di questi gruppi potendo venir assegnato completamente ad arbitrio.

La nota classificazione dei gruppi cremoniani del piano (ossia di una forma di 2ª specie) ci conduce pertanto a distinguere in questo caso *tre* diversi gruppi tipici (coi relativi sottogruppi), secondo che il gruppo subordinato nella stella P può ridursi birazionalmente — e noi lo supporremo già ridotto — a un gruppo proiettivo, a un gruppo di trasformazioni quadratiche (con due fasci di piani invarianti), oppure a un gruppo di Jonquières di un dato ordine (con *un* fascio di piani invariante).

4. — Se nella stella P viene subordinato un gruppo proiettivo (al più ∞^8), avremo nello spazio un gruppo cremoniano di dimensione ≤ 11, rispetto al quale saranno invarianti il fascio di piani a, e anche la *stella di piani* P: quindi il sistema lineare (completo) somma di questi due, ossia il sistema lineare ∞^5 delle quadriche passanti per la retta a e per il punto P.

---

[1] Enriques, " Rend. Acc. dei Lincei „, maggio 1893. Dei gruppi tipici — proiettivi, conformi e di Jonquières — i primi sono i soli che possano non trasformare in sè alcun fascio di rette.

[2] Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, vol. III, p. 94: Lie-Scheffers, *Vorlesungen über continuirliche Gruppen*, p. 276.

Abbiamo dunque, come primo tipo di gruppo completo, *il gruppo* ∞^{11} *delle trasformazioni quadratiche che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^5 *delle quadriche passanti per una retta fissa e per un punto fisso non appartenente a questa retta* (1). Un'operazione generica di questo gruppo fa corrispondere ai piani dello spazio le quadriche del nominato sistema ∞^5 che hanno a comune anche una seconda retta incidente alla prima (2). — L'intero gruppo ∞^{11} è equivalente al gruppo di tutte le trasformazioni proiettive della varietà M_3^3 di S_5 (contenente una serie ∞^1 razionale normale di piani, e ∞^2 direttrici rettilinee) rappresentata da quello stesso del sistema ∞^5 di quadriche.

Assunti, in coordinate cartesiane non omogenee, il punto P e la retta a rispett. come punto all'infinito dell'asse z e come retta all'infinito del piano xy, il gruppo totale ∞^{11} sarà rappresentato dalle equazioni:

$$x' = \frac{ax + by + c}{a_2 x + b_2 y + c_2}; \qquad y' = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2}; \qquad z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}$$

colle condizioni $[ab_1 c_2] = 1$, $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$. E sarà allora invariante il sistema lineare ∞^5 di paraboloidi iperbolici:

$$z(ax + by) + cx + dy + ez + f = 0.$$

5. — Supponiamo ora che nella stella P venga subordinato un gruppo (al più ∞^6) di trasformazioni quadratiche, con due fasci di piani invarianti. Sostituendo alla considerazione della stella di rette P quella di questi due fasci, potremo dire che il nostro gruppo cremoniano di S_3 è completamente definito dal trasformare in sè ciascuno di *tre* fasci di piani, cogli assi comunque disposti, perchè non passanti tutti per uno stesso punto; e in particolare anche disposti secondo i lati di un triangolo. Questo gruppo potrà quindi determinarsi per composizione di altrettanti gruppi proiettivi comunque assegnati nei tre fasci invarianti. Esso dipenderà da 9 parametri al più, e trasformerà in sè il sistema lineare somma dei tre fasci considerati, ossia il sistema lineare ∞^7 delle superficie cubiche passanti per le rette assi dei fasci medesimi, e aventi un punto doppio in ciascun punto nel quale eventualmente si incontrino due di questi assi. (I vari casi che così si ottengono non sono birazionalmente distinti.)

Fissandoci sul caso dei tre assi disposti secondo i lati di un triangolo, potremo assumere come secondo tipo di gruppo completo *il gruppo* ∞^9 *delle trasformazioni cubiche che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^7 *delle superficie del 3° ordine aventi tre dati punti doppi.* Un'operazione generica del gruppo trasforma i piani in super-

(1) È questo appunto uno dei cinque *gruppi continui di trasformazioni quadratiche dello spazio*, già enumerati dal signor NOETHER (*Ueber continuirliche Gruppen von Cremona-Transformationen*, " Jahresber. d. Deut. Matem.-Ver. „, 1896).

(2) E, in tutto, hanno perciò a comune una conica (degenere) e un punto fuori di questa conica. Questi sistemi omaloidici di quadriche furono già considerati nelle Memorie del Prof. CREMONA (" Rend. Ist. Lomb. „, t. 4°, 1871; " Annali di Matem. „, S. 2ª, t. 5°, 1872).

ficie di questo sistema lineare, le quali avranno ancora a comune una cubica sghemba passante per i tre punti doppi. — L'intero sistema lineare ∞^7 di superficie cubiche rappresenta una varietà M_3^3 dello spazio S_7, a curve sezioni ellittiche (1), sulla quale al nominato gruppo ∞^9 corrisponderà un gruppo proiettivo.

Assunti i tre punti basi doppi del sistema lineare invariante di superficie cubiche come punti all'infinito dei tre assi coordinati, il sistema stesso sarà rappresentato dall'equazione:

$$axyz + byz + czx + dxy + ex + fy + gz + h = 0$$

e le equazioni del gruppo totale ∞^9 assumeranno la forma semplicissima:

$$x' = \frac{a_1 x + b_1}{c_1 x + d_1} \; ; \qquad y' = \frac{a_2 y + b_2}{c_2 y + d_2} \; ; \qquad z' = \frac{a_3 z + b_3}{c_3 z + d_3}$$

colle tre condizioni $a_i d_i - b_i c_i = 1$ (2).

6. — Supponiamo infine che nella stella di rette P venga subordinato un gruppo di Jonquières di un certo ordine $n - 1$, il quale trasformi perciò in sè, entro questa stella, un fascio di piani di asse b (certo distinto dal fascio a), e il sistema lineare ∞^n dei coni di ordine $n - 1$ (Γ^{n-1}) aventi b come generatrice $(n - 2)^{\text{pla}}$ o toccati lungo questa retta da uno stesso gruppo di $n - 2$ piani.

Oltre alla stella di rette P, sarà pure invariante il sistema ∞^2 delle rette intersezioni di due piani variabili appartenenti rispett. ai fasci a e b, vale a dire, secondo che le stesse a, b sono sghembe o si incontrano, la congruenza lineare di direttrici a, b, oppure la stella di rette di centro ab. In ciascun piano del fascio b verrà subordinato un gruppo di trasformazioni quadratiche, rispetto al quale saranno invarianti i due fasci di rette aventi i centri rispett. in P e nell'intersezione del piano stesso con a: invece in ciascun piano del fascio a verrà subordinato un gruppo di Jonquières di ordine $n - 1$.

Il gruppo proposto, trasformando in sè il fascio di piani a e il sistema ∞^n di coni Γ^{n-1} della stella P (già definito), dovrà mutare in sè stesso anche il sistema lineare di superficie di ordine n somma dei precedenti. Dalla considerazione degli elementi basi si deduce facilmente che questo sistema lineare ha la dimensione $2n + 1$ e il grado $3(n - 1)$. Così pure, essendo $= n + 4$ la dimensione massima del gruppo (di ordine $n - 1$) subordinato nella stella P, ne segue che la dimensione massima del nostro gruppo di S_3 (per un dato n) sarà $= (n + 4) + 3 = n + 7$.

Il terzo gruppo tipico completo di questa prima categoria è pertanto *il gruppo* ∞^{n+7} *delle trasformazioni cremoniane di ordine n che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^{2n+1}

(1) Enriques, " Rend. Acc. dei Lincei „, giugno 1894, p. 536 e seg.

(2) Queste trasformazioni rientrano come caso particolare in quelle (pure del 3° ordine) che si possono rappresentare analiticamente con tre equazioni bilineari, e furono studiate dal sig. Noether nella Memoria: *Ueber die eindeutigen Raumtransformationen...* (" Math. Ann. „, vol. III). La sestica fondamentale di genere 3 è qui spezzata in una cubica sghemba, e in tre rette di uno stesso piano.

(*di grado* $3(n-1)$) *delle superficie di ordine* n *aventi a comune un punto* $(n-1)^{\text{plo}}$, *una retta* $(n-2)^{\text{pla}}$ *passante per questo punto, gli* $n-2$ *piani tangenti lungo questa retta, e infine una retta* (*semplice*) *non passante per il punto* $(n-1)^{\text{plo}}$ (1). Se però questa retta semplice (a) si appoggia all'altra $(n-2)^{\text{pla}}$ (b), il loro punto d'incontro deve anche essere $(n-1)^{\text{plo}}$ per queste superficie.

Il sistema lineare ∞^{2n+1} testè considerato rappresenta una varietà $M_3^{3(n-1)}$ di uno spazio S_{2n+1}, sulla quale ai piani del fascio a corrispondono coni Γ^{n-1} (di spazi S_n) e ai piani del fascio b quadriche (di spazi S_3). Ai coni γ^{n-1} della stella P corrispondono rigate razionali $R^{3(n-1)}$ di spazi S_{2n-1} con ∞^1 direttrici minime di ordine $n-1$. La varietà $M_3^{3(n-1)}$ può generarsi riferendo proiettivamente il fascio delle direttrici minime di una tal rigata a una punteggiata il cui sostegno non incontri lo spazio S_{2n-1} della rigata stessa, e proiettando ciascuna di quelle direttrici dal punto corrispondente di questa punteggiata. Si hanno così precisamente gli ∞^1 coni Γ^{n-1}.

I gruppi cremoniani di questo terzo caso saranno equivalenti a gruppi proiettivi su questa $M_3^{3(n-1)}$ di S_{2n+1}. La veduta rappresentazione spaziale di questa varietà $M_3^{3(n-1)}$ nasce da un'opportuna sua proiezione sopra S_3; e questo permette di stabilire come sia costituito il sistema omaloidico che determina una trasformazione generica del gruppo. Se le rette a e b non si incontrano, si ottiene un tale sistema prendendo quelle superficie del sistema complessivo ∞^{2n+1} che passano ancora: 1°) per una C^{n-1} piana intersezione di un piano per a con un cono γ^{n-1}; 2°) per $n-2$ generatrici di questo cono le quale formino sul cono stesso (per $n-2 \geq 4$) un gruppo proiettivo a quello degli $n-2$ piani tangenti fissi ai coni γ^{n-1} lungo b. Se a e b si incontrano, quel cono γ^{n-1} e la sua sezione piana C^{n-1} si spezzano rispett. in piani passanti per b e in rette uscenti dal punto ab.

Si hanno così esempi di sistemi omaloidici di superficie di un ordine qualunque n, e precisamente di *monoidi* (anzi, se a e b si incontrano, monoidi in due modi diversi). Questi sistemi differiscono da quelli di De Paolis (1) — i soli, ch'io sappia almeno, finora considerati —, perchè il cono tangente a una superficie generica del sistema nel punto $(n-1)^{\text{plo}}$ P non è fisso, ma comprende un piano variabile.

Per scrivere le equazioni del sistema lineare invariante e del gruppo totale ∞^{n+7}, possiamo mandare all'infinito le rette a e b, ad es. sui piani xy e yz, e far coincidere fra loro (e precisamente col piano all'infinito) gli $n-2$ piani tangenti fissi lungo quest'ultima retta (il che non costituisce una particolarità del punto di vista birazionale). Il punto P sia poi il punto all'infinito dell'asse z. Allora il sistema lineare ∞^n dei coni γ^{n-1} potrà rappresentarsi coll'equazione $y = f_{n-1}(x)$, essendo f_{n-1} un polinomio arbitrario di grado $n-1$ in x. E il sistema lineare invariante ∞^{2n+1} di monoidi, somma del sistema precedente e del fascio di piani $z = \text{cost.}$, sarà rappresentato dall'equazione:

$$ay + f_{n-1}(x) + bzy + z \cdot \varphi_{n-1}(x) = 0$$

---

(1) Per $n=2$ si ritrova un sottogruppo del gruppo completo considerato al n° 4.

(1) " Giornale di Matem. „, vol. XIII (1895). Cfr. anche la Nota del Bianchi nel vol. XVI dello stesso Periodico.

contenente $2n + 2$ parametri omogenei, cioè a, b e i $2n$ coefficienti dei due polinomi f_{n-1} e φ_{n-1}. Le equazioni del gruppo ∞^{n+7} saranno allora le seguenti:

$$x' = \frac{a_1 x + b_1}{c_1 x + d_1} ; \qquad y' = \frac{\lambda y + \psi_{n-1}(x)}{(c_1 x + d_1)^{n-1}} ; \qquad z' = \frac{a_2 z + b_2}{c_2 z + d_2}$$

colle condizioni $a_1 d_1 - b_1 c_1 = a_2 d_2 - b_2 c_2 = 1$, ed essendo $\psi_{n-1}(x)$ ancora un polinomio qualunque di grado $n - 1$ in x.

7. — Ai gruppi tipici finora incontrati si possono ridurre tutti i gruppi cremoniani che trasformano in sè un fascio di superficie razionali e una congruenza del 1° ordine di curve unisecanti queste superficie, bastando perciò riferire quel fascio proiettivamente a un fascio di piani e questa congruenza birazionalmente (in modo opportuno) a una stella di rette (il cui centro non stia sull'asse di quel fascio).

Diremo perciò: *Ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane dello spazio, il quale muti in sè stesso un fascio di superficie razionali e una congruenza del 1° ordine di curve unisecanti queste superficie, può ridursi birazionalmente a uno dei seguenti gruppi completi, o a un loro sottogruppo:*

1° *Gruppo* ∞^{11} *delle trasformazioni quadratiche che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^5 *delle quadriche passanti per una retta fissa e per un punto fuori di questa retta;*

2° *Gruppo* ∞^9 *delle trasformazioni cubiche che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^7 *delle superficie del 3° ordine aventi tre punti doppi fissi;*

3° *Gruppo* ∞^{n+7} *delle trasformazioni di ordine n che mutano in sè stesso il sistema lineare* ∞^{2n+1}, *di grado* $3(n-1)$, *delle superficie di ordine n aventi due dati punti* $(n-1)^{\text{pli}}$, *gli stessi* $n-2$ *piani tangenti fissi lungo la retta* (necessariamente $(n-2)^{\text{pla}}$) *che congiunge questi due punti, e contenenti ancora una retta (semplice) passante per uno di questi punti* [1].

Ora, vi sono alcuni casi in cui, dal fatto che è invariante una congruenza di linee soddisfacente a certe condizioni, si può concludere senz'altro che deve essere invariante anche un fascio di superficie (razionali) unisecanti le linee di questa congruenza, oppure inversamente. È notevole ad es. la proposizione seguente, della quale dovremo valerci in seguito:

Un gruppo cremoniano G *il quale trasformi in sè ogni curva di una certa congruenza* (Γ) *e subordini sopra ciascuna di queste curve* ∞^3 *trasformazioni diverse, deve trasformare in sè anche un fascio di superficie unisecanti queste stesse curve.*

Infatti la congruenza Γ potrà certo trasformarsi birazionalmente in una stella di rette [2], e il gruppo G quindi in un gruppo G_1, il quale dovrà lasciar fisso ogni raggio a, e perciò anche ogni piano α di questa stella. In ciascuno di questi piani risulterà così subordinato un gruppo *intransitivo, non integrabile;* dal che si trae che questo stesso gruppo vi ammetterà, oltre al fascio di raggi a, un secondo fascio inva-

[1] Le rette a e b del n° prec. sono qui supposte incidenti.

[2] Cfr. EF, § 8.

riante di curve p, unisecanti le a. (Ciò perchè il gruppo stesso deve essere equivalente al gruppo proiettivo ∞^3 di una quadrica di S_3, sulla quale si siano fisssate tutte le generatrici di un dato sistema; queste generatrici corrisponderebbero alle a, quelle dell'altro sistema alle p). Le ∞^1 curve p uscenti da un punto qualunque dello spazio (e contenute rispett. negli ∞^1 piani α che passano per questo punto) avranno per luogo una superficie π unisecante l'intera stella delle a, la quale risulterà invariante quando sia tale quel punto. A punti di uno stesso raggio a corrisponderanno superficie π formanti un fascio, il quale sarà invariante rispetto al gruppo G_1; anzi questo fascio sarà sempre lo stesso, qualunque sia il raggio a che si considera, perchè il fascio invariante di curve che ne viene segato sopra ogni piano α non può essere distinto da quello delle p, sicchè ogni superficie π dovrà contenere tutte le p uscenti da uno qualunque dei suoi punti, e risulterà perciò già individuata da quest'unico suo punto (arbitrario). Anche il gruppo G dovrà dunque trasformare in sè un fascio di superficie unisecanti le curve proposte: *esso sarà perciò un gruppo semplice* ∞^3 (*doppiamente intransitivo*).

Più generalmente, potremo dire che rientrano nei tipi già considerati anche *tutti i gruppi cremoniani che trasformano in sè una congruenza di linee, e contengono un sottogruppo (necessariamente invariante) che lascia fissa ciascuna di queste linee, subordinando su di essa* ∞^3 *trasformazioni diverse.* Sarà infatti invariante anche rispetto al gruppo complessivo quel fascio (unico) di superficie unisecanti queste linee che è trasformato in sè dal sottogruppo (∞^3) considerato. — È chiaro che si trovano in queste condizioni *tutti i gruppi cremoniani che trasformano in sè una congruenza di linee, subordinano in questa congruenza un gruppo imprimitivo, e operano in modo* ∞^3 *sulle singole linee della stessa congruenza.* Infatti, imposta come fissa una generica di queste linee, risulterà subordinato sopra questa linea un gruppo semplice ∞^3, e nella congruenza un gruppo integrabile; si potranno dunque staccare dal sottogruppo così ottenuto ulteriori sottogruppi invarianti entro di esso e di dimensioni decrescenti di un'unità per volta, fino a un ultimo gruppo, contenuto invariantivamente anche nel gruppo proposto, il quale lascerà fisse tutte le linee della congruenza considerata, operando su di esse ancora in modo ∞^3.

Vi sono anche alcuni criteri analoghi, i quali dall'esistenza di un fascio invariante di superficie soddisfacente a certe condizioni permettono di dedurre quella di una congruenza, pure invariante, di linee unisecanti queste superficie: ma non ci fermiamo ad esporli, perchè non avremo occasione di applicarli.

CAPITOLO II.

Gruppi integrabili.
Gruppi equivalenti a gruppi proiettivi sopra coni.

8. — È noto (cfr. EF, § 9) che *ogni gruppo continuo integrabile di trasformazioni cremoniane dello spazio può ridursi birazionalmente a un gruppo trasformante in sè una stella di rette.*

Sia pertanto G un gruppo cremoniano integrabile trasformante in sè una stella di rette di centro P. Tra gli infiniti sistemi lineari di superficie invarianti rispetto

ad esso costruiamone uno (Σ) composto di monoidi, ossia di superficie di un certo ordine n aventi il punto P come $(n-1)^{plo}$; basta perciò applicare la generazione di sistemi lineari invarianti esposta in EF, § 2, a un qualunque monoide o sistema di monoidi (i quali siano tali rispetto al punto P). Indichiamo con k la dimensione di questo sistema lineare, e con k' ($\leq k-1$) quella del massimo sistema lineare di coni (Σ') in esso contenuto (la quale al pari di k, può ritenersi grande a piacere).

Ciò posto, se $k > k'+1$, il gruppo G (che si suppone integrabile) oltre ai sistemi Σ e Σ' dovrà trasformare in sè (almeno) una serie di sistemi lineari, a due a due appartenentisi e tutti contenenti Σ' e contenuti in Σ, di dimensioni crescenti di un'unità per volta da k' a k. Fra questi ve ne sarà uno di dimensione $= k'+1$, il quale potrà ritenersi individuato da $k'+1$ coni indipendenti contenuti in Σ', e da una $(k'+2)^{ma}$ superficie la quale non sia più un cono di vertice P; dal che si trae che tutte le superficie di questo sistema $\infty^{k'+1}$ avranno come cono tangente in P lo stesso cono (di ordine $n-1$) che è ivi tangente a quest'ultima superficie.

Diremo pertanto: *Il gruppo* G, *supposto integrabile, deve trasformare in sè un sistema lineare di superficie di un certo ordine n aventi a comune un punto* $(n-1)^{plo}$ *col relativo cono tangente, e, eventualmente, altri elementi ancora.*

Si aggiunga che questo sistema lineare invariante può supporsi semplice, bastando perciò che sia tale il sistema Σ' come sistema di coni nella stella P (ossia che questo sistema non appartenga ad alcuna involuzione di raggi della stella medesima). Indicatane pertanto con $r = k'+1$ la dimensione, esso rappresenterà una varietà M_3 di uno spazio S_r, contenente ∞^2 rette (corrispondenti ai raggi della stella P) e incontrata da tutti gli iperpiani (di un sistema lineare ∞^{r-1}, ossia) passanti per un certo punto secondo rigate aventi le generatrici fra quelle ∞^2 rette: tale M_3 sarà pertanto un cono col vertice in questo punto. Concludiamo perciò:

Ogni gruppo continuo integrabile di trasformazioni cremoniane dello spazio è equivalente a un gruppo proiettivo sopra un cono (*a tre dimensioni*) *di un certo spazio* S_r (e precisamente sopra un cono di prima specie, o che almeno possa considerarsi come tale: sia cioè eventualmente anche di seconda specie, purchè soltanto il gruppo di cui si tratta vi ammetta un punto unito fisso sopra la retta asse).

9. — Viceversa è anche facile vedere come si possano costruire tutti i gruppi cremoniani di S_3 equivalenti a gruppi proiettivi sopra coni razionali di spazi S_r (i quali siano, o possano considerarsi come di prima specie). Fra essi saranno certo compresi tutti i gruppi integrabili.

Partiamo perciò dal sistema lineare ∞^r rappresentativo di un tal cono, il quale, facendo corrispondere alle generatrici del cono medesimo rette di una stella P, risulta appunto composto di superficie di un certo ordine n aventi il punto P come $(n-1)^{plo}$ e uno stesso cono tangente in questo punto; più, eventualmente, altri elementi ancora a comune. Si tratta ora di costruire il massimo gruppo cremoniano trasformante in sè questo sistema lineare (Σ), e così pure il sistema lineare ∞^{r-1} (Σ') dei coni di vertice P in esso contenuti. (Questa seconda condizione è conseguenza della prima se il cono di S_r considerato non è luogo di ∞^1 piani). Per determinare pertanto la trasformazione più generale di questo gruppo, si cominci coll'assegnare ad arbitrio nella stella P una trasformazione cremoniana la quale muti in sè il si-

stema lineare (di coni) Σ': trasformazione che dipenderà da un certo numero $s\,(\geq 0)$ di parametri. Dopo di ciò si facciano ancora corrispondere fra loro due qualunque superficie F, F′ del sistema Σ, non contenute in Σ' (con che verremo a disporre di r ulteriori parametri). Allora, indicato con Γ un cono (certo esistente) del sistema Σ' il quale sia invariante rispetto alla trasformazione assegnata nella stella P, dovranno corrispondersi proiettivamente (entro Σ) i due fasci $\Gamma\,.\,F$ e $\Gamma\,.\,F'$; e per individuare questa corrispondenza (di cui si conosce già l'elemento unito Γ e la coppia F, F′) occorrerà un nuovo $(r+s+1)^{mo}$ parametro. Risulterà così individuata una trasformazione cremoniana dello spazio — composta mediante la trasformazione assegnata nella stella P e la proiettività fra i fasci $\Gamma\,.\,F$ e $\Gamma\,.\,F'$ — la quale evidentemente muterà in sè il sistema Σ (e così pure Σ'), e sarà anche la più generale fra le trasformazioni che godono di questa proprietà. Concludiamo perciò:

Ogni sistema lineare ∞^r *del tipo indicato* (Σ) *è invariante rispetto a un gruppo cremoniano* ∞^{r+s+1}, *dove* $s\,(\geq 0)$ *è la dimensione del massimo gruppo cremoniano della stella* P *che muta in sè stesso il sistema lineare* ∞^{r-1} *dei coni di questa stella contenuti nel sistema proposto* (∞^r).

Il gruppo ∞^{r+s+1} ottenuto in S_3 è integrabile sempre e solo quando è tale quest'ultimo gruppo ∞^s (oppure quando, per generare il primo, se ne consideri soltanto un sottogruppo integrabile).

Ora, questo gruppo ∞^s subordinato dal gruppo complessivo G nella stella di rette P può sempre supporsi ridotto:

a un gruppo proiettivo;

a un gruppo di trasformazioni quadratiche, trasformante in sè due diversi fasci di piani (i cui assi indicheremo con p, q); — ovvero:

a un gruppo di trasformazioni di Jonquières di un certo ordine m, trasformante in sè stesso il sistema lineare ∞^{m+1} dei coni di ordine m che hanno una data generatrice p come $(m-1)^{pla}$ e gli stessi $m-1$ piani tangenti $(\pi_1, \pi_2, \ldots)$ lungo di essa.

In ciascuno di questi casi sappiamo che G dovrà trasformare in sè stesso un sistema lineare ∞^r (Σ) di superficie di un certo ordine n colla multiplicità $n-1$ nel punto P, e contenente un sistema lineare ∞^{r-1} (Σ') di coni di vertice P. Supponiamo ora che lo stesso gruppo G trasformi in sè, oltre a Σ', anche un sistema lineare più ampio Σ'_0 (contenente il precedente) di coni di vertice P, aventi lo stesso ordine n; e la dimensione di quest'ultimo sistema si indichi con $k-1$ $(\geq r)$. Allora i due sistemi lineari Σ e Σ'_0, composti entrambi di superficie di ordine n, saranno contenuti in uno stesso sistema lineare ∞^k (Σ_0), il quale sarà pure invariante rispetto a G (e sarà dello stesso tipo di Σ).

Nel primo caso — quando cioè G opera proiettivamente sulla stella P — si può assumere come sistema Σ_0' il sistema lineare di *tutti* i coni di ordine n appartenenti alla stella P.

Nel secondo caso il sistema Σ' — comprendendovi eventualmente il piano (fondamentale) pq contato un certo numero di volte [1] — si comporrà di coni di un certo

[1] Nel qual caso questo piano dovrà intendersi aggiunto uno stesso numero di volte, come parte fissa, a tutto il sistema Σ.

ordine $m+n$ avente le rette p e q come multiple di ordini rispett. m e n; e allora potremo assumere come sistema Σ'_0 quello di tutti i coni di ordine $m+n$ aventi queste stesse multiplicità lungo p e q.

Nel terzo caso infine, se i coni del sistema Σ' incontrano i piani del fascio p secondo n rette variabili, questi stessi coni, comprendendovi eventualmente i piani fondamentali π_i con opportune multiplicità, dovranno avere le rette infinitamente vicine a p in questi stessi piani come multiple di ordine n, e quindi la p come multipla di ordine $\geq (m-1)n$; e poniamo sia di ordine $= (m-1)n + l$, essendo allora $mn + l$ l'ordine dei coni medesimi. Allora assumeremo come sistema Σ'_0 il sistema di tutti i coni di ordine $mn + l$ aventi le accennate multiplicità lungo p e le altre rette ad essa infinitamente vicine.

Per la rappresentazione analitica, possiamo supporre di mandare il punto P all'infinito sull'asse z, e di far coincidere nel secondo caso il piano pq e nel terzo caso tutti i piani π_i col piano all'infinito. Di più, si supponga scelto il sistema Σ in modo che il cono tangente P_∞ alle superficie di esso, e quindi anche a tutte le superficie di Σ_0, si riduca pure al piano all'infinito, contato un numero opportuno di volte [1].

Allora, nel primo caso, il sistema lineare invariante Σ_0 sarà rappresentato dall'equazione semplicissima:

$$z = F_n(x\,y)$$

dove F_n è un polinomio affatto arbitrario di grado n in x, y; tale sistema ha la dimensione $r = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$, ed è invariante rispetto al gruppo rappresentato dalle equazioni:

$$x' = \frac{ax + by + c}{a_2x + b_2y + c_2}; \quad y' = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}; \quad z' = \frac{z + \Phi_n(x,y)}{(a_2x + b_2y + c_2)^n}$$

dove Φ_n è anche un polinomio arbitrario di grado n nelle variabili x, y; questo gruppo dipende da $\frac{(n+1)(n+2)}{2} + 9$ parametri.

Nel secondo caso, se i due fasci di piani di assi p, q si assumono rispett. come fasci $x = \text{cost.}$, $y = \text{cost.}$, il sistema Σ_0 sarà rappresentato da un'equazione del tipo:

$$z = F_{m+n}(x\,y)$$

nel cui secondo membro x e y entrino a gradi rispett. $\leq m$ e $\leq n$; possiamo perciò scrivere:

$$z = x^m f_0(y) + x^{m-1} f_1(y) + \ldots + f_m(y)$$

dove le f sono tutte polinomi di grado n in y. La dimensione r di questo sistema

[1] La riduzione di questo cono tangente a un piano multiplo può sempre ottenersi con un'opportuna proiezione del cono a tre dimensioni rappresentante il sistema Σ.

vale $(m+1)(n+1)$; e il sistema stesso è invariante rispetto al gruppo (di dimensione $(m+1)(n+1)+7$):

$$x' = \frac{a_1x+b_1}{c_1x+d_1}\ ; \quad y' = \frac{a_2y+b_2}{c_2y+d_2}\ ; \quad z' = \frac{\lambda z + x^m\varphi_0(y) + x^{m-1}\varphi_1(y) + \ldots + \varphi_n(y)}{(c_1x+d_1)^m(c_2y+d_2)^n}$$

dove le φ sono polinomi di grado n in y, e si può ritenere $a_1d_1 - b_1c_1 = a_2d_2 - b_2c_2 = 1$.

Nel terzo caso infine il sistema lineare (di coni) Σ'_0 sarà la somma del fascio di piani di asse p — e sia il fascio $x = \text{cost.}$ — contato l volte, e di un sistema lineare del tipo $y = \psi_m(x)$ contato n volte: perciò il sistema Σ_0 sarà rappresentato da un'equazione del tipo:

$$z = y^n f_l(x) + y^{n-1} f_{l+m}(x) + \ldots + f_{l+mn}(x)$$

dove le f sono polinomi in x di gradi eguali ai rispettivi indici. La dimensione r di questo sistema vale $m\binom{n+1}{2} + (n+1)(l+1)$. E poichè in questo caso si ha $s = m+5$, così il detto sistema sarà invariante rispetto a un gruppo dipendente da

$$m\binom{n+1}{2} + (n+1)(l+1) + m + 6$$

parametri, il quale si rappresenterà colle equazioni:

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d}\ ; \quad y' = \frac{\lambda y + \mathrm{F}_m(x)}{(cx+d)^m}\ ; \quad z' = \frac{uz + y^n\varphi_l(x) + y^{n-1}\varphi_{l+m}(x) + \ldots + \varphi_{l+mn}(x)}{(cx+d)^{l+mn}}$$

dove F_m e le φ sono sempre polinomi arbitrari, di gradi eguali ai rispettivi indici, e si può ritenere $ad - bc = 1$.

Questi gruppi tipici completi sono tutti *non integrabili*. Però dal secondo e dal terzo si staccano sottogruppi integrabili imponendo come fissi rispett. un raggio della stella o un piano dell'unico fascio invariante; e nel primo di essi il massimo sottogruppo integrabile si ottiene imponendo come fissi un raggio e un piano della stella invariante i quali si appartengano.

CAPITOLO III.

Un teorema generale sui gruppi cremoniani con un fascio invariante di piani.

10. — Premessi i casi più semplici che formano oggetto dei precedenti Cap. I e II, cominciamo ora lo studio ordinato di tutti i diversi tipi di gruppi di Jonquières generalizzati, e, per prima cosa, di quei gruppi G che trasformano in sè un fascio di piani (π). Dimostreremo a tal uopo la proposizione seguente, la quale ci condurrà a una prima classificazione di questi gruppi:

Ogni gruppo cremoniano continuo dello spazio S_3 *il quale trasformi in sè un fascio di piani è equivalente a un gruppo proiettivo sopra una varietà* M_3 *di uno spazio* S_r, *la quale* (corrispondentemente a quel fascio invariante di piani) *contiene:*

I. *o una serie* ∞^1 (*razionale, normale*) *di piani;*

II. *oppure una serie razionale* ∞^1 (*fascio*) *di quadriche* (*a due dimensioni*);

III. *oppure una serie razionale* ∞^1 (*fascio*) *di coni* (*razionali, normali, di un certo ordine* n).

Questi tre casi corrispondono evidentemente ai tre tipi di gruppi cremoniani che possono venire subordinati da G nei singoli piani π.

Per dimostrare la proposizione enunciata basterà costruire in S_3 un sistema lineare di superficie (Σ), semplice e invariante rispetto a G, il quale sopra ogni piano π seghi o una rete omaloidica, oppure un sistema lineare equivalente a quello delle coniche passanti per due punti fissi, ovvero anche un sistema equivalente a quello delle curve di un certo ordine n aventi a comune un punto $(n-1)^{plo}$ colle relative tangenti. E la costruzione di questo sistema Σ si riconduce a sua volta ad individuare sopra ciascun piano π il sistema lineare di curve φ che deve esserne segato; poichè, conosciuto quest'ultimo (per ogni piano π), si potrà tosto costruire Σ applicando la generazione esposta in EF, § 2 a una superficie o sistema di superficie già incontranti i piani π secondo curve φ. È chiaro altresì che, fra i sistemi così ottenibili (e la cui dimensione può essere grande a piacere), ve ne saranno di quelli semplici, completi, e seganti anche sopra ciascun piano π l'intero sistema lineare proposto di curve φ (così risulteranno normali la varietà rappresentativa di Σ e le superficie che su di essa corrispondono ai piani π).

Ciò posto, si costruisca un sistema lineare qualunque (T) di superficie, invariante rispetto a G; questo sistema segherà sopra ogni piano π un sistema lineare di curve ψ, invariante rispetto al gruppo subordinato da G in detto piano. Questo stesso gruppo (del piano π) trasformerà in sè anche ciascuno dei successivi aggiunti puri del sistema delle ψ, l'ultimo dei quali sarà un determinato sistema lineare, almeno ∞^1, composto di curve ψ' *razionali* o *ellittiche*.

Supponiamo anzitutto che queste curve siano razionali. In tal caso il loro sistema, supposto di dimensione > 1 [1]:

a) o è una rete omaloidica, e allora esso può assumersi senz'altro come sistema lineare di curve φ (atto a costruire il sistema Σ);

b) oppure è trasformabile birazionalmente nel sistema lineare ∞^5 di tutte le coniche del piano; e allora come sistema lineare di curve φ può assumersi la rete omaloidica (ben determinata) che contemporaneamente si trasforma nel sistema ∞^2 delle rette;

c) o infine esso è il sistema rappresentativo di una certa rigata razionale normale, e allora si potranno assumere come curve φ quelle che corrispondono alle direttrici di questa rigata di ordine immediatamente superiore alle direttrici minime. Queste curve (che potrebbero anche essere le stesse ψ') formano infatti un sistema lineare rappresentante una quadrica o un cono razionale normale (di ordine ≥ 1), e certo invariante rispetto al gruppo subordinato da G in ogni singolo piano π.

---

[1] Noether, " Mathem. Ann. „, vol. III, V; Guccia, " Rend. di Palermo „, 1886.

Rimane il caso in cui le curve (razionali) ψ' formino in ciascun piano π soltanto un fascio. Allora, fra gli infiniti sistemi lineari completi di curve unisecanti le ψ' (quindi anche razionali) e invarianti rispetto al gruppo subordinato in questo piano, se ne prenda uno di dimensione minima (purchè >1). Questo sistema lineare $|\xi|$, rappresenterà ancora una quadrica o un cono (di ordine >1), e potrà perciò assumersi come sistema lineare di curve φ ogni qual volta esso sia *unico* (con quella data dimensione) nel proprio piano, ovvero anche qualora, essendovene altri, esso possa staccarsi razionalmente da questi — descriva cioè, al variare del proprio piano, un sistema ∞^1 non contenente questi altri —. *Dico che, se ciò non avviene, il gruppo* G *è necessariamente integrabile* (e equivalente quindi a un gruppo proiettivo sopra un cono, sul quale al fascio dei piani π corrisponderà un fascio invariante di coni a due dimensioni; sicchè il teorema enunciato sarà vero anche in questo caso).

Per dimostrare che G è integrabile, basterà far vedere ch'esso subordina un gruppo integrabile tanto nel fascio dei piani π, quanto in ciascuno di questi piani. Ora, al variare di un piano π, uno qualunque dei sistemi $|\xi|$ in esso contenuti descrive una serie ∞^1, della quale dobbiamo supporre che ciascun piano π contenga due o più elementi; in questa serie nasce così un'involuzione invariante rispetto a G, sicchè G stesso non potrà operare su di essa, e quindi sul fascio dei piani π, che in modo al più ∞^1. — D'altra parte in ciascun piano π viene subordinato un gruppo equivalente a un gruppo proiettivo sopra una quadrica o cono, su cui deve ancora risultare invariante un sistema lineare identico a quello delle sezioni (iper)piane, ma da esso distinto. E un tal gruppo è certo integrabile; perchè in nessuno dei casi — tutti noti — di gruppi proiettivi non integrabili sopra le dette superficie esiste un siffatto (ulteriore) sistema lineare invariante.

Supponiamo infine che le curve ψ' costruite in ogni singolo piano π siano ellittiche. Il loro sistema sarà allora birazionalmente equivalente a uno dei sistemi seguenti: [1]

a) sistema lineare di quartiche con due punti basi doppi;

b) sistema lineare di cubiche;

c) fascio di curve di ordine $3r$ con 9 punti basi r^{pli}.

Nel caso *a)*, insieme al sistema lineare delle ψ', sarà pure invariante in π quel sistema lineare ∞^3 di grado due (corrispondente al sistema di coniche cogli stessi due punti basi) di cui il primo è *doppio:* questo potrà allora assumersi come sistema lineare di curve φ.

Nei casi *b)* e *c)* risulta invariante in π almeno una rete omaloidica [2]. Se questa è unica, o può staccarsi razionalmente dalle altre pure invarianti, la assumeremo come sistema delle φ; in caso contrario, lo stesso ragionamento di poc'anzi prova che il gruppo G deve ancora essere integrabile.

Risulta pertanto vero in ogni caso il teorema enunciato al principio di questo n°. Per determinare tutti i tipi di gruppi cremoniani continui trasformanti in sè un

---

[1] Bertini, " Annali di Matem. „, S. 2ª, vol. 8°; Guccia, " Rend. di Palermo „, 1887.

[2] Enriques, " Rend. Acc. dei Lincei „, maggio 1893; p. 470. In questa Nota è anzi applicato l'intero ragionamento di cui qui ci siamo valsi alla riduzione dei gruppi cremoniani continui del piano a tipi determinati.

fascio di piani basterà pertanto esaminare tutti i possibili gruppi proiettivi sopra varietà M_3 contenenti un fascio (serie razionale ∞^1 d'indice uno) di piani, di quadriche, e di coni (razionali normali). È quello che noi faremo appunto nei prossimi tre capitoli.

CAPITOLO IV.

Gruppi equivalenti a gruppi proiettivi sopra varietà contenenti una serie ∞^1 razionale normale di piani.

11. — La determinazione dei diversi gruppi tipici di questa categoria si effettua assai facilmente in base al teorema seguente:

Ogni gruppo proiettivo sopra una varietà contenente una serie ∞^1 razionale normale di piani è equivalente a un gruppo anche proiettivo sopra un'analoga varietà razionale normale di piani la quale sia:

o una M_3^3 di S_5 (con ∞^2 direttrici rettilinee);

oppure un cono (di prima o di seconda specie).

È stato infatti dimostrato dal Sig. Segre [1] che ogni varietà M_3^n contenente una serie ∞^1 razionale normale di piani appartiene a uno spazio S_{n+2}, e, quando non sia un cono, deve ammettere:

o un sistema ∞^2 di direttrici (minime) di ordine $\frac{n}{3}$, formanti una congruenza del primo ordine;

oppure una sola, o anche un sistema ∞^1 di direttrici minime di un certo ordine $m < \frac{n}{3}$, formanti in quest'ultimo caso una rigata minima di ordine $2m$.

D'altra parte, un gruppo proiettivo sopra una tale M_3^n di S_{n+2} deve sempre trasformare in sè, oltre al sistema lineare delle sezioni iperpiane di questa varietà, anche il sistema residuo di esso rispetto a un numero qualunque di piani (ossia il sistema lineare segato dagli S_{n-1} passanti per questi piani). — Ora, se vi sono ∞^2 direttrici minime di ordine $\frac{n}{3}$, gli S_{n+1} passanti per $\frac{n}{3} - 1$ piani qualunque segheranno sulla M_3^n un sistema lineare ∞^5, rappresentante una varietà di piani con ∞^2 direttrici rettilinee; e questa varietà sarà appunto una M_3^3 (non conica) di S_5: (per $n = 3$, la M_3^n sarebbe essa stessa una tale M_3^3). Ogni gruppo proiettivo sulla M_3^n sarà allora equivalente a un gruppo anche proiettivo su questa M_3^3.

Se invece la M_3^n contiene almeno una direttrice di ordine $m < \frac{n}{3}$, gli S_{n+1} passanti per m sui piani arbitrari l'incontreranno ulteriormente secondo un sistema lineare di grado $n - 3m$ e dimensione $n - 3m + 2$ (perciò almeno ∞^3) di rigate di ordine $n - m$. Perciò ogni gruppo proiettivo sulla data M_3^n sarà equivalente a un

---

[1] *Sulle varietà normali a tre dimensioni composte di serie semplici razionali di piani* (" Atti della R. Acc. di Torino ,, vol. XXI, 1885).

gruppo anche proiettivo sulla varietà M_3^{n-3m} di S_{n-3m+2} rappresentata da quest'ultimo sistema (e che sarà ancora varietà normale di piani). E poichè il passaggio per una direttrice C^m della M_3^n non impone alle superficie (rigate) del detto sistema lineare che una sola condizione, così si conclude che alle stesse C^m dovranno corrispondere sulla M_3^{n-3m} altrettanti punti comuni agli ∞^1 piani; vale a dire questa M_3^{n-3m} sarà un cono, di prima o seconda specie (con un unico vertice cioè, o con una retta asse) secondo che la M_3^n conteneva una sola direttrice C^m, oppure un sistema ∞^1 di tali curve.

Il teorema enunciato è dunque completamente dimostrato; e nella determinazione dei gruppi tipici di questa categoria noi possiamo perciò limitarci a considerare i gruppi proiettivi sulle M_3^3 di S_5 e sui coni contenenti ∞^1 piani.

12. — Ora, ogni gruppo proiettivo sopra una M_3^3 di S_5 (contenente ∞^1 piani e ∞^2 direttrici rettilinee) è equivalente a un gruppo al più ∞^{11} di trasformazioni quadratiche del tipo incontrato al n° 4.

E sappiamo pure che ogni gruppo proiettivo sopra un cono razionale, a tre dimensioni, di 1ª specie (composto o no di una serie ∞^1 di piani) è equivalente a un gruppo di trasformazioni cremoniane di un certo ordine n di uno dei tipi incontrati al n° 9.

Resta soltanto a vedere come si rappresentino sullo spazio S_3 i coni razionali normali di 2ª specie, e quali trasformazioni cremoniane vengano così a corrispondere alle trasformazioni proiettive su di essi.

Per rappresentare birazionalmente sopra S_3 un cono Γ^n di S_{n+2} (di 2ª specie), possiamo proiettarlo da $n-1$ suoi punti, presi su altrettanti piani distinti (più generalmente, da un S_{n-2} che l'incontri (soltanto) in $n-1$ punti, i quali potrebbero anche essere, tutti o in parte, infinitamente vicini). I piani del cono Γ^n si proiettano allora in piani di un fascio; e le sue ∞^{n+2} sezioni iperpiane si proiettano in coni di ordine n col vertice sull'asse r di quel fascio, e con quest'asse come generatrice $(n-1)^{\text{pla}}$. Lungo questa generatrice i detti coni saranno tutti tangenti agli stessi $n-1$ piani (immagini dei centri di proiezione su Γ^n). Da queste condizioni il sistema lineare ∞^{n+2} rappresentativo di Γ^n è già completamente individuato, perchè vi sono appunto ∞^{n+1} coni soddisfacenti alle condizioni stesse e aventi il vertice in un punto arbitrario della r.

Alle trasformazioni proiettive del cono Γ^n corrisponderanno in S_3 trasformazioni cremoniane, le quali dovranno mutare in sè stesso questo sistema ∞^{n+2} di coni. Il gruppo più ampio di tali trasformazioni — ossia il gruppo di tutte le trasformazioni proiettive sopra un cono Γ^n di S_{n+2} di seconda specie — dipende da $2n+9$ parametri. (Infatti, fissando un punto della retta asse, il che equivale a una sola condizione, devono restar disponibili, secondo il risultato del n° 9, $r+s+1$ parametri, essendo precisamente $r=n+2$, $s=n+5$; onde $r+s+1=2n+8$). Per $n=1$ si ha il gruppo proiettivo ∞^{11} con una retta fissa; per $n=2$ si ha un gruppo ∞^{13} di trasformazioni quadratiche, di cui è fatto cenno nella comunicazione cit. del Sig. Noether (cfr. n° 4).

Diremo perciò: *I gruppi cremoniani equivalenti ai gruppi proiettivi sopra coni di 2ª specie si riducono birazionalmente a gruppi (di dimensione* $\leq 2n+9$) *di trasforma-*

zioni di ordine n, che lasciano invariato il sistema lineare ∞^{n+2} *dei coni di ordine n aventi a comune una generatrice* $(n-1)^{\text{pla}}$ *coi relativi* $n-1$ *piani tangenti.*

Fissando un punto qualunque della retta r, generatrice $(n-1)^{\text{pla}}$ comune di questi ∞^{n+2} coni e asse del fascio di piani invariante, risulta pure fissa la stella di raggi avente quel punto per centro, e in questa stella il gruppo complessivo ∞^{2n+9} subordina un gruppo ∞^{n-3} di trasformazioni di Jonquières di ordine n, completamente definito dal sistema lineare ∞^{n+1} di coni della stella medesima (contenuto nel sistema totale ∞^{n+2}) che deve risultare invariante. Componendo i gruppi ∞^{n+5} subordinati in *due* stelle siffatte — coll'avvertenza di comporre soltanto trasformazioni subordinanti la medesima omografia nel fascio di piani (invariante) comune alle stelle medesime — si ha in S_3 un gruppo cremoniano di dimensione $2(n+5)-3=2n+7$; e, al variare della coppia di stelle considerata, si hanno tutte le ∞^{2n+9} trasformazioni del gruppo totale.

Assunta la retta r come retta $x_1=x_2=0$, e indicata con $f_{n-1}(x_1\,x_2)=0$ l'equazione complessiva degli $n-1$ piani tangenti lungo di essa ai coni del sistema invariante ∞^{n+2}, quest'ultimo sistema sarebbe rappresentato dall'equazione seguente:

$$(\lambda x_3+\mu x_4)\,f_{n-1}(x_1\,x_2)+f_n(x_1\,x_2)=0$$

con $n+3$ parametri omogenei, vale a dire λ, μ e gli $n+1$ coefficienti della forma f_n.

Le equazioni del gruppo totale ∞^{2n+9} possono allora mettersi sotto la forma:

$$x'_1=ax_1+bx_2$$

$$x'_2=cx_1+dx_2$$

$$x'_3f_{n-1}(x'_1,x'_2)=(\alpha x_3+\beta x_4)f_{n-1}(x_1,x_2)+\varphi_n(x_1,x_2)$$

$$x'_4f_{n-1}(x'_1,x'_2)=(\gamma x_3+\delta x_4)f_{n-1}(x_1,x_2)+\psi_n(x_1,x_2)$$

ovvero

$$x'_3=\frac{(\alpha x_3+\beta x_4)f_{n-1}(x_1x_2)+\varphi_n(x_1,x_2)}{f_{n-1}(ax_1+bx_2,\,cx_1+dx_2)}\qquad x'_4=\frac{(\gamma x_3+\delta x_4)f_{n-1}(x_1x_2)+\psi_n(x_1\,x_2)}{f_{n-1}(ax_1+bx_2,\,cx_1+dx_2}$$

con $2n+10$ parametri, vale a dire a, b, c, d, α, β, γ, δ e i $2(n+1)$ coefficienti delle forme φ_n e ψ_n; sono parametri omogenei gli ultimi $2n+6$ fra questi e le potenze n^{sime} delle a, b, c, d.

In coordinate cartesiane non omogenee:

$$x=\frac{x_3}{x_2},\qquad y=\frac{x_4}{x_2},\qquad z=\frac{x_1}{x_2}.$$

facendo coincidere gli $n-1$ piani $f_{n-1}(x_1x_2)=0$ col piano all'infinito, risulterebbe invariante il sistema lineare ∞^{n+2} di cilindri:

$$\lambda x+\mu y+f_n(z)=0$$

colle generatrici tutte parallele al piano xy. E le equazioni del gruppo totale sarebbero:

$$x' = \frac{\alpha x + \beta y + \varphi_n(z)}{(cz+d)^n}\ ; \qquad y' = \frac{\gamma x + \delta y + \psi_n(z)}{(cz+d)^n}\ ; \qquad z' = \frac{az+b}{cz+d}\ .$$

Dal sistema invariante ∞^{n+2} di coni si possono estrarre i sistemi omaloidici determinanti le diverse trasformazioni del gruppo, prendendo quei coni che passano per $n-1$ punti i quali, se $n > 5$, vengano proiettati da r secondo un gruppo di piani proiettivo al gruppo dei piani tangenti fissi lungo r medesima. Questi sistemi omaloidici, e le relative trasformazioni cremoniane, furono studiati recentemente dal Sig. Del Pezzo (1).

Concludiamo pertanto:

I gruppi cremoniani equivalenti a gruppi proiettivi sopra varietà contenenti una serie ∞^1 di piani si riducono tutti birazionalmente a uno dei seguenti casi tipici:

1° *Gruppi al più ∞^{11} di trasformazioni quadratiche da noi incontrati al n° 4;*

2° *Gruppi di trasformazioni monoidali di un certo ordine n incontrati al n° 9* (anzi casi particolari di questi);

3° *Gruppi al più ∞^{2n+9} di trasformazioni coniche di un certo ordine n costruiti in questo stesso n° 12.*

Ciascuno di questi gruppi opera *proiettivamente* sui singoli piani del fascio invariante.

CAPITOLO V.

Gruppi equivalenti a gruppi proiettivi sopra varietà contenenti un fascio di quadriche.

13. — A partire da questo momento ci conviene introdurre l'ipotesi (che non risultava ancora necessaria nel cap. prec.) che *il gruppo proposto sia non integrabile.* E possiamo introdurla, avendo già determinati nel cap. II tutti i tipi di gruppi integrabili.

Indichiamo con μ_3 una varietà a tre dimensioni di uno spazio S_r contenente un fascio di quadriche Q, e con G un gruppo (non integrabile) di trasformazioni proiettive sopra questa varietà. — È importante per noi la considerazione del gruppo (proiettivo) g subordinato da G sopra una Q generica. Dico che *ogni qualvolta g non coincida precisamente col gruppo proiettivo ∞^3 che lascia fissa una conica (non degenere) della quadrica* Q, *sempre il gruppo* G *è equivalente a uno dei gruppi cremoniani tipici di S_3 da noi già incontrati* (e possiamo quindi prescindere dall'occuparcene ulteriormente).

Anzitutto, se il gruppo g si suppone integrabile, esso (o eventualmente il massimo suo sottogruppo continuo) dovrà lasciar fissa sulla quadrica Q almeno una generatrice di ciascun sistema, e quindi almeno un punto: perciò anche la rete oma-

(1) *Le trasformazioni coniche dello spazio* (" Rend. Acc. di Napoli „ 1896).

loidica delle sezioni piane della Q passanti per questo punto. Di qui si trae (ripetendo il ragionamento del n° 10) che il gruppo G deve esssere equivalente a un gruppo anche proiettivo sopra una varietà contenente una serie ∞^1 di piani (cap. IV), purchè soltanto quella rete omaloidica possa staccarsi razionalmente dalle altre pure invarianti eventualmente esistenti sulla stessa Q. E allo stesso n° 10 si è pure veduto che questo deve esser possibile ogni qual volta il gruppo G sia non integrabile.

Supponiamo ora che anche il gruppo g sia non integrabile. Risulta allora dall'enumerazione di tutti i possibili gruppi proiettivi (non integrabili) sopra una Q [1] (e lo si vedrebbe anche direttamente) che g stesso contiene certo un sottogruppo invariante ∞^3 il quale lascia fisse tutte le generatrici a di un determinato sistema sulla Q — e opera perciò in modo ∞^3 sopra queste generatrici —, a meno che esso non coincida precisamente col gruppo ∞^3 (continuo o misto) delle trasformazioni proiettive che lasciano fissa sopra Q una certa conica (non degenere) q.

Escludiamo pertanto quest'ultima ipotesi. Allora il gruppo G dovrà anch'esso subordinare su ciascuna di quelle generatrici a (ossia su ciascuna generatrice di almeno un determinato sistema sopra ogni Q) ∞^3 trasformazioni diverse. D'altra parte il gruppo subordinato da G nella congruenza delle a è imprimitivo (poichè nella congruenza stessa è invariante il sistema ∞^1 delle schiere rigate giacenti sulle singole Q). Ciò basta per concludere (in base all'ultimo enunciato del n° 7) che la congruenza delle a (è del 1° ordine [2], e) ammette un fascio di superficie unisecanti, invariante rispetto a G. Questo gruppo potrà perciò ricondursi a uno dei tipi studiati nel Cap. I (e precisamente nei n^i 5 e 6).

14. — Basterà dunque esaminare il caso in cui sopra ogni Q viene subordinato da G *il gruppo proiettivo* ∞^3 *con una conica fissa* (q).

Imposta come fissa una quadrica Q generica, occorrono al più due condizioni per render fisse anche le rimanenti, e staccare così da G un sottogruppo invariante intransitivo (G_1), il quale muti in sè stessa ciascuna delle Q. — Questo gruppo G_1 dovrà subordinare su quella prima (e quindi sopra ogni) Q un sottogruppo invariante del gruppo ∞^3 colla conica q fissa, e contenente al più due parametri di meno di quest'ultimo (dunque almeno ∞^1). Tale sottogruppo dovrà dunque coincidere con quello stesso gruppo ∞^3 (che è privo di sottogruppi invarianti di dimensione > 0); e perciò concludiamo: *Il gruppo* G, *se transitivo, contiene tuttavia un sottogruppo invariante intransitivo* G_1, *il quale muta in sè stessa ogni quadrica* Q, *subordinandovi ancora tutte le* ∞^3 *trasformazioni che lasciano fissa la conica* q.

Dico ora che *questo gruppo* G_1 *è esso stesso un gruppo semplice* ∞^3. Ciò sarebbe evidente qualora le coniche q delle diverse quadriche Q fossero tutte coincidenti; perchè, fissando tre e quindi tutti i punti di questa conica, si avrebbe l'identità su ogni Q, e quindi su μ_3. Se invece le q non coincidono, ma hanno per luogo una certa superficie φ, il gruppo G_1 subordinerà sopra questa superficie un gruppo pro-

---

[1] Cfr. ad es. Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, vol. III, cap. 10°.

[2] E perciò i due sistemi di rette di ciascuna Q descrivono, al variare di questa Q, due congruenze distinte (del 1° ordine). La congruenza cui sopra si accenna è appunto una di queste due.

iettivo, non integrabile e intransitivo; il che basta per concludere che questo stesso gruppo (subordinato sopra φ) è equivalente al gruppo proiettivo di una quadrica sulla quale siano fisse tutte le generatrici di un determinato sistema. A questo sistema di generatrici corrisponderanno sopra φ le coniche q; all'altro sistema corrisponderà un fascio, pure invariante, di curve f unisecanti le q (e ciascuna delle quali si ridurrebbe a un punto, se le q coincidessero). Con tre sole condizioni si potrà dunque render fissa ogni curva f, e quindi anche ogni punto di φ e della varietà μ_3.

Ora, le generatrici delle ∞^1 quadriche Q potranno formare o due distinte congruenze del 1° ordine, contenenti rispett. le due diverse schiere rigate delle singole Q, oppure una congruenza unica (irriducibile) del 2° ordine. Nel primo caso, entro ciascuna delle due congruenze, quelle generatrici che si appoggiano a una medesima curva f formeranno una rigata (R, R') la quale, al variare della f, descriverà un fascio invariante rispetto a G. Ogni punto di μ_3 potrà perciò individuarsi come intersezione (unica) di tre superficie Q, R, R' descriventi ciascuna un determinato fascio. Ricadiamo così nel gruppo tipico già incontrato al n° 5.

Se invece le generatrici delle Q formano una congruenza unica (irriducibile, del 2° ordine), le schiere rigate delle stesse Q formeranno un unico sistema ∞^1 (irriducibile), entro il quale sarà invariante l'involuzione (quadratica, razionale) delle coppie di schiere coniugate (contenute cioè in una stessa Q). Di qui si trae che, se il gruppo G è transitivo (più ampio cioè di G_1), esso dovrà operare in modo soltanto ∞^1 sul detto sistema di schiere rigate, e quindi anche sul fascio delle Q; esso sarà perciò un gruppo (precisamente) ∞^4. In questo caso il sistema ∞^1 delle schiere rigate delle Q sarà certo razionale, mentre invece se G è intransitivo (e perciò $\equiv G_1$) esso potrà essere iperellittico di genere qualunque.

Se G è transitivo e ∞^4, possiamo ridurlo molto facilmente a un gruppo proiettivo di S_3. Consideriamo perciò in S_3 un fascio di quadriche Σ mutuamente tangenti lungo una conica (non degenere) s; e riferiamo proiettivamente:

1° Il fascio di curve f contenuto nella superficie φ dianzi considerata al sistema dei punti della conica s;

2° Il sistema (razionale) ∞^1 delle schiere rigate delle quadriche Q all'analogo sistema sulle Σ, in modo che si corrispondano le involuzioni delle coppie di schiere coniugate.

Componendo queste due proiettività, otteniamo una determinata corrispondenza birazionale fra le due congruenze di 2° ordine formate rispett. dalle generatrici delle Q e delle Σ. Infatti ogni retta della prima (seconda) congruenza appartiene a una determinata schiera rigata di una Q (di una Σ), e si appoggia a una determinata f (passa per un determinato punto di s). — E poichè a ogni coppia di rette della prima congruenza incontrantisi in un punto generico di μ_3 (e contenute perciò in schiere diverse di una stessa Q) corrisponde una coppia di rette della seconda congruenza (contenute in schiere diverse di una stessa Σ, e perciò) incontrantisi in un punto pure generico di S_3, avremo così rappresentata birazionalmente la varietà μ_3 sopra S_3. — Dalla legge di generazione del gruppo G, la cui operazione generica può ottenersi componendo una proiettività arbitraria nel fascio delle f sopra φ e una proiettività opportuna nel sistema ∞^1 delle schiere rigate delle Q (e precisamente una delle ∞^1 proiettività che mutano schiere coniugate in schiere

coniugate), segue immediatamente la legge di generazione del gruppo corrispondente in S_3: e quest'ultimo gruppo viene precisamente a coincidere col gruppo proiettivo ∞^4 che trasforma in sè il fascio delle quadriche Σ (ossia la conica base di questo fascio, e il polo comune del piano di essa rispetto a tutte le Σ).

Rappresentato il fascio delle quadriche Σ coll'equazione:

$$x_3^2 - x_2 x_4 = k x_1^2$$

questo gruppo tipico ∞^4 sarebbe a sua volta rappresentato dalle equazioni seguenti:

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 \\ x'_2 &= a^2 x_2 + 2ab x_3 + b^2 x_4 \\ x'_3 &= ac x_2 + (ad + bc) x_3 + bd x_4 \\ x'_4 &= c^2 x_2 + 2cd x_3 + d^2 x_4 \end{aligned}$$

coi parametri a, b, c, d tutti indipendenti. Questo gruppo trasforma in sè la stella di rette avente per centro il punto $(x_1 \neq 0,\ x_2 = x_3 = x_4 = 0)$, e può quindi considerarsi come (equivalente a) un gruppo proiettivo sopra un cono di 1ª specie (di ordine 1). Esso rientra precisamente come sottogruppo nel 1° tipo del n° 9 (per $n = 1$).

Se G è intransitivo, ma il sistema ∞^1 delle schiere rigate delle Q è ancora razionale, potrà G stesso ridursi al sottogruppo invariante ∞^3 del gruppo tipico precedente (ottenibile col porre $ad - bc = 1$). Se invece questo sistema non è razionale, occorre un'altra rappresentazione spaziale della varietà μ_3, la quale potrà tuttavia applicarsi anche al caso precedente.

15. — Se il gruppo G è intransitivo, le coniche q e i loro piani saranno tutti invarianti rispetto ad esso; e la varietà μ_3 si proietterà perciò da uno qualunque di questi piani (supposti non coincidenti) in una varietà analoga, sulla quale a G corrisponderà ancora un gruppo proietttivo. Questa proiezione sarà certo univoca (essendo tale per l'intera varietà normale M_4 luogo degli spazi S_3 delle quadriche Q), e si potrà ripetere finchè i piani delle q non vengano tutti a coincidere [1]; sicchè noi possiamo supporre addirittura che sopra μ_3 questi piani (e queste coniche) coincidano, e gli spazi S_3 delle Q formino perciò un cono (razionale, normale) di 3ª specie. — Avvertiamo ancora che il piano dell'unica conica q si può supporre non contenuto in μ_3 — in altri termini, si può supporre che nessuna Q si riduca a questo piano contato due volte — potendo il sistema lineare invariante (Σ) costruito al n° 10 esser scelto in modo da segare sopra ogni piano π (senza eccezioni) un sistema lineare completo ∞^3 (anzichè soltanto ∞^2) equivalente a un sistema di coniche.

L'ordine della varietà μ_3 sarà quindi doppio di quello del cono di 3ª specie for-

---

[1] Ciascuna di queste proiezioni riduce di un'unità l'ordine delle curve f considerate al n° prec.°, dopo che queste si saranno ridotte a rette, un'ultima proiezione farà coincidere i piani di tutte le q, e anzi queste stesse coniche.

mato dagli spazi S_3 delle quadriche Q, e poniamo sia $= 2(n-1)$. La varietà stessa apparterrà allora a uno spazio S_{n+2}; e possiamo supporre $n \geq 2$, se no si ricadrebbe nel gruppo proiettivo del n° prec.).

Per rappresentare questa varietà μ_3 sullo spazio S_3 possiamo anzitutto proiettarla da un punto qualunque P della (unica) conica q in un cono razionale normale, a tre dimensioni, di seconda specie, di ordine $n-1$, i cui piani saranno rispett. immagini delle quadriche Q; e poi proietteremo ancora questo cono, come già al n° 12, da $n-2$ suoi punti, tracce ad es. di altrettante generatrici del cono $\gamma^{2(n-1)}$ formato da quelle rette (di ambo i sistemi) delle quadriche Q che escono dal punto P. Alle quadriche Q corrisponderanno così in S_3 i piani passanti per una certa retta r; e alle sezioni iperpiane di μ_3 corrisponderanno superficie F di ordine $2(n-1)-(n-2)=n$, aventi la retta r come $(n-2)^{pla}$, e $n-2$ piani tangenti fissi lungo questa retta. Queste stesse superficie conterranno ancora la curva (piana) φ^n immagine del cono $\gamma^{2(n-1)}$ (la quale avrà un punto $(n-2)^{plo}$, con tangenti ben determinate, nell'intersezione del proprio piano colla retta r). In particolare alle sezioni iperpiane di μ_3 passanti per il punto P corrisponderanno superficie di ordine n contenenti come parte fissa il piano della curva φ^n; e astraendo da questo piano rimarrà un cono di ordine $n-1$, variabile entro un sistema lineare ∞^{n+1} identico a quello considerato al n° 12 (1).

L'analisi fatta in questo cap. V ci conduce dunque a aggiungere ai casi già noti un solo gruppo tipico: *il gruppo ∞^3 intransitivo delle trasformazioni di un certo ordine n, che mutano in sè tutti i piani di un certo fascio, e un sistema lineare ∞^{n+2} di superficie di ordine n, aventi la retta asse di questo fascio come multipla di ordine $n-2$, più $n-2$ piani tangenti fissi lungo questa retta, e passanti ancora per una data curva piana di ordine n.*

La congruenza (unica) delle generatrici delle Q viene così rappresentata dalla congruenza del 2° ordine delle rette che si appoggiano alla r e alla curva φ^n (la quale ultima ha sopra r un punto $(n-2)^{plo}$); alle schiere rigate delle Q corrispondono i fasci di rette contenuti in questa congruenza, e i centri di questi fasci hanno per luogo la curva iperellittica φ^n.

Ogni operazione del nostro gruppo tipico continuo ∞^3 lascia fisso ciascuno di questi fasci di rette. Per costruire quindi la più generale di queste operazioni basta assegnare ad arbitrio una proiettività sulla retta r, e comporre, in ciascuno dei piani passanti per questa retta, le proiettività che risultano determinate per proiezione entro ciascuno dei due fasci di rette della congruenza contenuti nel piano stesso.

Assumendo r come retta $x_1 = x_2 = 0$, e supponendo la curva φ^n contenuta nel piano $x_3 = 0$ e ivi rappresentata dall'equazione

$$x_4^2 f_{n-2} + x_4 f_{n-1} + f_n = 0$$

dove le f contengono le sole coordinate x_1, x_2, si vede facilmente che il sistema lineare ∞^{n+2} delle superficie F si potrà rappresentare coll'equazione:

$$x_3([\alpha x_3 + \beta x_4] f_{n-2} + \varphi_{n-1}) = x_4^2 f_{n-2} + x_4 f_{n-1} + f_n \qquad (1)$$

(1) Per $n=2$ la varietà μ_3 è una quadrica di S_4, la quale viene semplicemente proiettata sopra S_3 da un suo punto P.

nella quale sono parametri variabili (non omogenei) α, β, e gli n coefficienti della forma $\varphi_{n-1}(x_1\ x_2)$, mentre invece sono costanti i coefficienti di tutte le f.

Per trovare le equazioni del gruppo ∞^3, possiamo osservare che deve essere trasformato in sè stesso il sistema ∞^1 (d'indice due) dei coni che dai vari punti di r proiettano la curva φ^n. L'equazione di questo sistema ∞^1 di coni è la seguente:

$$(x_4 + kx_3)^2 f_{n-2} + (x_4 + kx_3) f_{n-1} + f_n = 0 \tag{1}$$

ovvero:

$$k^2 . x_3^2 f_{n-2} + kx_3(2x_4 f_{n-2} + f_{n-1}) + (x_4^2 f_{n-2} + x_4 f_{n-1} + f_n) = 0 \tag{1'}$$

Il nostro gruppo ∞^3 subordinerà in questo sistema ∞^1 tutte le possibili ∞^3 trasformazioni proiettive, le quali si rappresenteranno analiticamente mediante sostituzioni lineari del parametro k. Alle singole superficie del sistema (1) o (1') corrisponderanno pertanto, in una qualunque operazione del gruppo, le superficie:

$$\left(x_4 + \frac{ak+b}{ck+d} x_3\right)^2 f_{n-2} + \left(x_4 + \frac{ak+b}{ck+d} x_3\right) f_{n-1} + f_n = 0 \tag{2}$$

ottenute rispett. per gli stessi valori di k, e per valori delle a, b, c, d variabili da un'operazione all'altra e che possiamo supporre legati dalla relazione $ad - bc = 1$. Se dunque le equazioni (1) e (2) — quest'ultima moltiplicata per $(ck+d)^2$ — si mettono rispett. sotto la forma:

$$k^2 \mathrm{F} + 2k\mathrm{F}' + \mathrm{F}'' = 0$$

$$k^2 \Phi + 2k\Phi' + \Phi'' = 0$$

dovranno queste, come equazioni di secondo grado in k, dare per k gli stessi valori ogni qual volta in esse si sostuiscano rispett. le coordinate di due punti omologhi in una data operazione (definita dai valori particolari delle a, b, c, d); e dovrà perciò essere, per ogni operazione del gruppo:

$$\frac{\mathrm{F}}{\Phi} = \frac{\mathrm{F}'}{\Phi'} = \frac{\mathrm{F}''}{\Phi''} .$$

Introducendo pertanto in luogo di F e F', Φ e Φ' le loro espressioni rispett. date dalla (1') e ricavabili dalla (2), dando gli apici alle coordinate in F e F', e dividendo queste due funzioni per $x'_3 f'_{n-2}$ e le Φ, Φ' per $x_3 f_{n-2}$, avremo, a meno eventualmente di uno stesso fattore:

$$x'_3 = \frac{1}{x_3 f_{n-2}} [(ax_3 + cx_4)^2 f_{n-2} + c(ax_3 + cx_4) f_{n-1} + c^2 f_n]$$

$$\left[x_4 + \frac{f_{n-1}}{2 . f_{n-2}}\right]' = \frac{1}{x_3 f_{n-2}} \Big[(ax_3 + cx_4)(bx_3 + dx_4) f_{n-2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \{ c(bx_3 + dx_4) + d(ax_3 + cx_4) \} f_{n-1} + cdf_n \Big]$$

dove il fattore omesso — sostituendo nell'equazione del sistema lineare invariante — si trova essere eguale all'unità, qualora si assuma $x'_1 = x_1$, $x'_2 = x_2$.

Con qualche trasformazione, e valendosi della relazione $ad - bc = 1$, si ha pure:

$$x'_1 = x_1 \qquad x'_2 = x_2$$

$$x'_3 = \frac{(ax_3+cx_4)^2 f_{n-2} + c(ax_3+cx_4) f_{n-1} + c^2 f_n}{x_3 f_{n-2}}$$

$$x'_4 = \frac{(ax_3+cx_4)(bx_3+dx_4) f_{n-2} + c(bx_3+dx_4) f_{n-1} + cd f_n}{x_3 f_{n-2}} .$$

Ponendo in queste equazioni $x_1 = x_2 = 0$, si ha il gruppo subordinato sulla retta r, che è appunto il gruppo proiettivo totale:

$$\frac{x'_3}{x'_4} = \frac{ax_3 + cx_4}{bx_3 + dx_4} .$$

Per $c = 0$ si ha un settogruppo ∞^2, composto delle omologie aventi $x_3 = 0$ come piano di punti uniti e il centro variabile sulla retta $x_1 = x_3 = 0$.

CAPITOLO VI.

Gruppi equivalenti a gruppi proiettivi sopra varietà contenenti un fascio di coni razionali.

16. — Indicheremo con μ_3 una varietà razionale a tre dimensioni di uno spazio S_r, la quale si componga di un fascio di coni razionali normali (Γ) di un certo ordine n. Indicheremo altresì con a una qualunque delle ∞^2 rette generatrici dei coni Γ^n, e con G un gruppo di trasformazioni proiettive sulla varietà μ_3. Dobbiamo determinare tutti i possibili tipi (birazionalmente distinti) di questi gruppi G, coi tipi di gruppi cremoniani di S_3 ad essi rispett. equivalenti (in cui cioè essi si trasformano mediante rappresentazioni spaziali della varietà μ_3). A tal uopo, ci sarà utile stabilire fin d'ora la proposizione seguente:

Se i coni (razionali normali) Γ^n *appartengono allo spazio complessivo* S_r *(se si ha cioè* $r = n+1$*), il gruppo* G *è certo integrabile* (e quindi riducibile a un gruppo cremoniano di categorie già note — cfr. n° 9 —; sicchè di questo caso potremo non occuparci ulteriormente).

Infatti, se G fosse un gruppo non integrabile, esso conterrebbe (almeno) un sottogruppo semplice ∞^3, e quest'ultimo conterrebbe a sua volta (almeno) un sottogruppo ∞^2 trasformante in sè un dato cono Γ^n (arbitrario). Ora, dall'esame dei vari gruppi proiettivi semplici ∞^3 dello spazio $S_r \equiv S_{n+1}$ [1], risulta facilmente che, fra questi gruppi, i soli che contengano un sottogruppo ∞^2 trasformante in sè stesso un cono razionale normale Γ^n sono il gruppo proiettivo di una C^{n+1}, e il gruppo semplice ∞^3 con un punto fisso e una C^n pure fissa e contenuta in un iperpiano non

[1] Cfr. la mia Memoria: *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè* (" Mem. Acc. di Torino ", Ser. 2ª, t. 46; 1896).

passante per quel punto. D'altra parte, in questo secondo caso l'unico cono Γ^n invariante per un qualsiasi sottogruppo ∞^2 è pure invariante per l'intero gruppo ∞^3; e, nel primo caso, il cono Γ^n invariante per un dato sottogruppo ∞^2 varia con questo sottogruppo, ma non descrive un fascio, bensì una serie d'indice due, sulla varietà delle corde della C^{n+1}. Concludiamo pertanto che nessun gruppo semplice ∞^3 di S_{n+1} può trasformare in sè una serie ∞^1 di coni Γ^n quale a noi occorre; sicchè, se la varietà μ_3 si compone di coni Γ^n appartenenti allo stesso suo spazio, il gruppo G non potrà contenere nessun sottogruppo semplice ∞^3, e sarà perciò appunto un gruppo integrabile.

17. — Supposto pertanto che il gruppo G sia non integrabile, i coni Γ^n dovranno stare in spazi minori (S_{n+1}) contenuti in S_r, e potremo considerare, entro quest'ultimo spazio, la varietà M_{n+2} luogo di tali S_{n+1}; varietà che sarà anche normale, se lo è la varietà μ_3. (Per $r = n + 2$, questa M_{n+2} sarebbe lo stesso S_r considerato come luogo di un fascio di iperpiani).

Il gruppo G trasformerà in sè anche questa M_{n+2}, e opererà proiettivamente su di essa. Ora, dalle proprietà delle direttrici minime delle varietà composte di serie semplici razionali di spazi si trae facilmente (con un ragionamento analogo a quello del n° 11) che ogni gruppo proiettivo sopra una tale M_{n+2} è equivalente a un gruppo anche proiettivo sopra un'analoga M_{n+2}, la quale

o contiene ∞^{n+1} direttrici rettilinee;

oppure è un cono (si compone cioè di spazi S_{n+1} aventi un certo S_h a comune, dove $0 \leq h \leq n$).

Alla varietà μ_3 proposta potremo dunque sostituire quella che così viene a corrisponderle sulla nuova M_{n+2} (la quale conterrà pure un fascio di coni Γ^n); in altri termini, potremo supporre che gli spazi S_{n+2} dei coni Γ^n formino già una M_{n+2} soddisfacente a una delle due condizioni accennate.

La prima ipotesi comprende il caso che ci si è già presentato al n° 6; la varietà μ_3 è allora luogo di ∞^2 direttrici della M_{n+2}, le quali punteggiano proiettivamente i coni Γ^n. — Escluso questo caso, gli ∞^3 punti di μ_3 dovranno distribuirsi sopra un egual numero (∞^3) di direttrici; e in questo sistema ∞^3 di rette verrà subordinato un gruppo oloedricamente isomorfo a G stesso (in senso gruppale). D'altra parte questo sistema ∞^3 di direttrici può considerarsi come una varietà analoga a μ_3 entro lo spazio Σ_{n+1} di tutte le direttrici rettilinee della M_{n+2}; e precisamente come una varietà μ_3 i cui coni (analoghi ai) Γ^n appartengono allo spazio complessivo Σ_{n+1}. Da ciò si trae che il gruppo subordinato nello stesso sistema ∞^3 di direttrici, e quindi anche G, è integrabile.

Concludiamo perciò: *Se il gruppo* G *non è integrabile, potremo supporre che i coni* Γ^n *appartengano a spazi minori* S_{n+1} *formanti un cono* (di dimensione $n + 2$), e aventi perciò uno spazio S_h a comune $(0 \leq h \leq n)$.

18. — Il gruppo G, essendo non integrabile, dovrà subordinare nella congruenza delle rette a un gruppo di trasformazioni anche non integrabile (1), ed equivalente

(1) Se no dovrebbe esservi un sottogruppo non integrabile per il quale risultino fisse tutte le rette a; il che non è possibile.

a un gruppo proiettivo sopra una quadrica o sopra un cono di un certo ordine $p \geq 1$. Nel primo caso esso, quindi anche ogni suo sottogruppo, trasformerà in sè, oltre al fascio dei coni Γ^n, anche un secondo fascio di rigate appartenenti alla congruenza delle α. Ciò avverrà in particolare per ogni sottogruppo semplice ∞^3 (G') contenuto in G; e ogni gruppo siffatto dovrà operare in modo ∞^3 sopra uno almeno di questi due fasci invarianti. Si può anzi supporre che vi sia un gruppo G' il quale operi in modo ∞^3 sul *secondo* fascio, e quindi in modo almeno ∞^2 sulla serie delle generatrici di ciascun cono Γ^n; perchè in caso contrario basterebbe supporre scambiati i due fasci, ossia ridotto il secondo a un fascio di coni $\Gamma^{n'}$ o di quadriche (cap. V) — indipendentemente dal fatto se ai coni Γ^n continuerebbero o no a corrispondere dei coni sulla nuova varietà —.

Invece se G opera sulla congruenza delle α come un gruppo proiettivo sopra un cono Λ^p, ogni suo sottogruppo semplice ∞^3 opererà in modo anche ∞^3 sul fascio dei coni Γ^n, e subordinerà un gruppo ∞^1 non parabolico nella serie delle generatrici di ciascuno di questi coni: di più, questo sottogruppo non trasformerà in sè nessun altro fascio di rigate appartenente alla detta congruenza.

Questi due casi ci condurranno rispett. a due nuovi gruppi cremoniani tipici (cfr. n^i 19-20 e 22-26).

19. — Cominciamo col supporre che G operi sulla congruenza delle α come un gruppo proiettivo sopra una quadrica (di S_3). Indicando allora con G' un suo sottogruppo semplice ∞^3, potremo ritenere che quest'ultimo gruppo operi in modo almeno ∞^2 sul sistema delle generatrici di ciascun cono Γ^n; e, per maggior chiarezza, distinguiamo il caso in cui esso opera su questo sistema in modo ∞^3 dal caso in cui vi opera in modo soltanto ∞^2.

Nella prima ipotesi ciascun cono Γ^n sarà già invariante per l'intero gruppo $(\infty^3)G'$; e, entro l'S_{n+1} cui esso appartiene, saranno fissi il punto vertice del cono stesso e un S_n non passante per questo punto (e non altri spazi minori). Lo spazio S_h che supponiamo comune agli S_{n+1} dei vari coni Γ^n (cfr. n° 17) sarà pertanto un punto o un S_n; anzi precisamente un S_n, se escludiamo (perchè già trattato al n° 9) il caso di cui gli ∞^1 coni Γ^n abbiano tutti lo stesso vertice, e μ_3 sia perciò anche un cono. Questo spazio fisso $S_h \equiv S_n$ dovrà evidentemente incontrare i vari coni Γ^n secondo una stessa curva C^n (razionale, normale) — perchè un gruppo proiettivo ∞^3 entro di esso non può trasformare in sè ∞^1 di queste curve —; e la varietà μ_3 sarà perciò luogo delle ∞^2 rette che si appoggiano a due curve razionali fisse: la C^n, e la curva γ luogo dei vertici dei coni Γ^n. Osserviamo inoltre che la C^n è normale e sta in un S_r non incontrante lo spazio cui appartiene γ (se no il gruppo G' non potrebbe operare su di essa in modo ∞^3); di qui si trae che, se μ_3 è normale (e tale possiamo supporla), sarà normale anche la curva γ (se no non sarebbe completo il sistema lineare di coni segato su μ_3 dagli iperpiani passanti per C^n).

Dico ora che la varietà μ_3 è di questo stesso tipo anche se il gruppo G' opera in modo soltanto ∞^2 sul sistema delle generatrici di ciascun cono Γ^n (e quindi in modo ∞^3 sul fascio dei coni stessi). Osserviamo intanto che le ∞^2 operazioni di G' che mutano in sè un dato cono Γ^n ne lasceranno fissa *una* generatrice, con tutti gli spazi osculatori al cono lungo di essa — i quali si apparterranno a due a due —;

ma non lasceranno fissi (nel relativo S_{n+1}) altri spazi minori passanti pel vertice del cono. Ora il gruppo G', oltre allo spazio S_h comune agli S_{n+1} dei coni Γ^n, dovrà lasciar fisso un S_{r-h-1} non incidente a questo S_h [1] e incontrante i detti S_{n+1} secondo spazi S_{n-h}; e anzi, se la curva γ luogo dei vertici dei coni Γ^n non è contenuta in quello spazio S_h (e appartiene perciò a uno spazio non incontrante affatto l'S_h medesimo) dovrà risultar fisso un S_{r-h-1} passante per tale curva (γ). Di qui si trae che il gruppo ∞^2 subordinato da G' nell'S_{n+1} di un cono Γ^n vi lascerà fissi due spazi minori indipendenti, un S_h e un S_{n-h}, uno dei quali passerà per il vertice del cono stesso; sarà dunque fisso anche lo spazio che da questo vertice proietta l'altro di quei due (supposto di dimensione $< n$); con che risulterebbero fissi in S_{n+1} due spazi (di dimensione > 0) uscenti dal vertice del cono Γ^n e aventi questo solo vertice a comune. Ma abbiamo visto poc'anzi che ciò, nelle ipotesi fatte, non può avvenire; dovranno dunque le due dimensioni h e $n - h$ essere eguali l'una a *zero* (corrispondentemente a uno spazio che si ridurrà al vertice del cono), l'altra a n; e anzi, se la varietà μ_3 non è un cono, sarà ancora, come nel caso precedente, $h = n$; ossia gli S_{n+1} dei coni Γ^n avranno a comune uno spazio S_n, che dovrà pure incontrare i coni stessi secondo una medesima curva C^n.

La varietà μ_3 è dunque, in qualsiasi caso non riducibile ai precedenti, *la varietà luogo delle ∞^2 rette che si appoggiano a due curve razionali normali C^m, C^n poste in spazi indipendenti entro un S_{m+n+1}*. Vediamo ora quale sia il massimo gruppo continuo di trasformazioni proiettive su di essa, e qual gruppo cremoniano corrisponda al detto gruppo proiettivo in un' opportuna rappresentazione spaziale della varietà medesima.

20. — La varietà μ_3 definita al n° prec. è di ordine mn, e negli ∞^1 punti di una qualunque delle sue rette (a) essa ammette uno stesso S_3 tangente: lo spazio determinato dai piani tangenti ai coni Γ^m e Γ^n in essa contenuti e passanti per la retta considerata.

Il gruppo G *di tutte le trasformazioni proiettive di questa varietà in sè stessa è evidentemente* ∞^7; queste trasformazioni mutano infatti in sè stessa ciascuna delle due direttrici C^m e C^n; e dopo aver imposti come fissi tutti i punti di queste direttrici, per il che occorrono $3 + 3 = 6$ condizioni, rimane ancora (soltanto) un gruppo ∞^1 di omografie rigate.

Per rappresentare questa varietà sullo spazio S_3 possiamo proiettarla dallo spazio Σ_{m+n-3} determinato da $m - 1$ punti $(A_1 \dots A_{m-1})$ della direttrice C^m e da $n - 1$ punti $(B_1 \dots B_{n-1})$ della C^n. Queste direttrici si proietteranno allora secondo due rette sghembe u, v, e la congruenza delle a secondo la congruenza lineare che ha queste due rette per direttrici: la proiezione di μ_3 sarà dunque univoca.

Poichè la varietà μ_3 è incontrata dallo spazio Σ_{m+n-3} secondo le $(m - 1)(n - 1)$ rette $A_i B_k$ (ma non ulteriormente), così le sue sezioni iperpiane si proietteranno in superficie F di ordine:

$$mn - (m - 1)(n - 1) = m + n - 1.$$

---

[1] Cfr. la mia Memoria cit., *Sulle varietà algebriche, ecc.*, § 2.

Queste superficie conterranno le rette u, v come multiple di ordini rispett. $n-1$, $m-1$, poichè ad es. ogni punto di u è immagine del gruppo delle $n-1$ rette a che congiungono un determinato punto della direttrice C^m ai vari punti B_k. Di più, gli spazi S_3 tangenti a μ_3 lungo le ∞^1 rette a uscenti da uno stesso punto B_k (o A_i) si proiettano tutti secondo un medesimo piano passante per u (o v), il quale risulterà perciò tangente a tutte le F lungo quest'intera retta. Questi $n-1$ (rispett. $m-1$) piani saranno quelli che da u (o v) proiettano gli $n-1$ (rispett. $m-1$) punti di v (o u) che corrispondono ai punti B_k di C^n (o A_i di C^m). Infine, le $(m-1)(n-1)$ rette intersezioni di questi due gruppi di piani dovranno ancora appartenere a tutte le F, avendo già con esse n intersezioni coincidenti sopra u e m sopra v.

Il sistema lineare rappresentativo della varietà μ_3 *si compone dunque delle superficie di ordine* $m+n-1$ *aventi due rette sghembe come multiple di ordini rispett.* $m-1$ e $n-1$, *e tangenti lungo queste rette agli stessi* $m-1$ *o rispett.* $n-1$ *piani fissi.* — Queste superficie contengono in conseguenza le $(m-1)(n-1)$ rette intersezioni di questi due gruppi di piani tangenti.

Il sistema lineare delle superficie F (che è di dimensione $m+n+1$, e di grado mn) risulta già completamente individuato dalle condizioni testè enunciate (come si può anche verificare direttamente).

Troviamo pertanto come nuovo gruppo tipico completo (corrispondente al 1° caso del n° 18) il *gruppo* ∞^7 *delle trasformazioni cremoniane di un certo ordine* $m+n-1$, *che mutano in sè stesso il sistema lineare (di dimensione* $m+n+1$, *e grado* mn) *delle superficie di ordine* $m+n-1$ *che hanno due date rette sghembe come multiple di ordini rispett.* $m-1$ *e* $n-1$, *e ammettono lungo queste rette gli stessi* $m-1$ *o rispett.* $n-1$ *piani tangenti fissi.*

In questo gruppo tipico alla stella di rette che dovrebbe risultare invariante è sostituita la congruenza lineare avente per direttrici le due rette (u, v) considerate.

Assumendo queste due direttrici u, v rispett. come rette $x_3=x_4=0$ e $x_1=x_2=0$ del sistema di coordinate, e indicando con $f_{n-1}(x_3x_4)=0$ e $f_{m-1}(x_1x_2)=0$ le equazioni complessive dei piani tangenti comuni alle superficie F lungo le rette stesse, l'equazione del sistema lineare ∞^{m+n+1} delle F sarebbe la seguente:

$$f_{m-1}(x_1x_2)\cdot\varphi_n(x_3x_4)+f_{n-1}(x_3x_4)\varphi_m(x_1x_2)=0 \qquad (1)$$

la quale contiene $m+n+2$ parametri omogenei, dati dagli $(n+1)+(m+1)$ coefficienti delle due forme binarie φ_n e φ_m.

Per costruire l'operazione più generale del gruppo possiamo anzitutto assegnare ad arbitrio una proiettività nella congruenza lineare di direttrici u, v [1] (il che implica 6 condizioni). Allora di ogni gruppo di piani $\varphi_n(x_3x_4)=0$ o $\varphi_m(x_1x_2)=0$ passanti per l'una o per l'altra di queste direttrici sarà determinato il gruppo di piani corrispondente $\varphi_n'=0$, $\varphi_m'=0$; e al fascio di superficie F

$$f_{m-1}\varphi_n+\lambda f_{n-1}\varphi_m=0$$

dovrà corrispondere il fascio:

$$f_{m-1}\varphi'_n+\mu f_{n-1}\varphi'_m=0.$$

[1] Ossia una trasformazione la quale muti, entro la congruenza, fasci di rette in fasci di rette, e precisamente fasci col centro sopra u o v in fasci aventi anche il centro rispett. sopra u o v.

Assegnando ancora, tra due fasci qualunque di questo tipo, una qualsiasi delle ∞^1 proiettività $\lambda = \text{cost.}$ μ, verremo a individuare nel modo più generale un'operazione del nostro gruppo ∞^7 (risultante dalla composizione di questa proiettività con quella assegnata nella congruenza di rette invariante).

Risulta pure da quanto si è detto che le equazioni di questo gruppo ∞^7 dovranno essere del tipo:

$$x'_1 = \xi(ax_1 + bx_2) \qquad y'_3 = \eta(\alpha x_3 + \beta x_4)$$
$$x'_2 = \xi(cx_1 + dx_2) \qquad x'_4 = \eta(\gamma x_3 + \delta x_4)$$

essendo ξ, η certe funzioni delle quali rimane a determinare il rapporto. Per determinarlo, sostituiamo queste espressioni nell' equazione del sistema lineare invariante (1); si ha allora (dividendo per $\xi^{m-1}\eta^{n-1}$):

$$\eta \cdot f_{m-1}(ax_1 + bx_2, cx_1 + dx_2)\varphi'_n(x_3x_4) + \xi \cdot f_{n-1}(\alpha x_3 + \beta x_4, \gamma x_3 + \delta x_4)\varphi'_m(x_1x_2) = 0$$

dove φ'_n e φ'_m sono nuovi polinomi analoghi rispett. a φ_n e φ_m. Perchè quest'equazione coincida colla (1) è necessario e sufficiente che sia:

$$\frac{\eta \cdot f_{m-1}(ax_1+bx_2, cx_1+dx_2)}{f_{m-1}(x_1x_2)} = \frac{\xi \cdot f_{n-1}(\alpha x_3+\beta x_4, \gamma x_3+\delta x_4)}{f_{n-1}(x_3x_4)}.$$

Si possono perciò prendere per ξ, η i valori che rendono queste frazioni eguali all'unità; e avremo allora le equazioni:

$$x'_1 = \frac{f_{n-1}(x_3x_4)}{f_{n-1}(\alpha x_3+\beta x_4, \gamma x_3+\delta x_4)}(ax_1 + bx_2); \quad x'_3 = \frac{f_{m-1}(x_1x_2)}{f_{m-1}(ax_1+bx_2, cx_1+dx_2)}(\alpha x_3 + \beta x_4)$$

$$x'_2 = \frac{f_{n-1}(x_3x_4)}{f_{n-1}(\alpha x_3+\beta x_4, \gamma x_3+\delta x_4)}(cx_1 + dx_2); \quad x'_4 = \frac{f_{m-1}(x_1x_2)}{f_{m-1}(ax_1+bx_2, cx_1+dx_2)}(\gamma x_3 + \delta x_4)$$

essendo $a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ otto parametri, tali che risultano parametri omogenei le potenze m^{sime} dei primi quattro e le potenze n^{sime} dei rimanenti.

In coordinate cartesiane (non omogenee) $x = \frac{x_1}{x_4}$, $y = \frac{x_2}{x_4}$, $z = \frac{x_3}{x_4}$, facendo coincidere gli $m-1$ piani $f_{m-1}(x_1x_2)=0$ col piano $x=0$ e gli $n-1$ piani $f_{n-1}(x_3x_4)=0$ col piano all'infinito, il sistema lineare invariante sarà rappresentato dall'equazione:

$$\varphi_m(xy) + x^{m-1}\varphi_n(z) = 0$$

dove φ_m è polinomio *omogeneo* di grado m nelle x, y. E le equazioni del nostro gruppo ∞^7 diventano allora:

$$x' = \frac{(ax+by)^m}{x^{m-1}\cdot(\gamma z+\delta)^n}; \quad y' = \frac{(ax+by)^{m-1}(cx+dy)}{x^{m-1}\cdot(\gamma z+\delta)^n}; \quad z' = \frac{\alpha z+\beta}{\gamma z+\delta}.$$

21. — *Gruppi ∞^3, semplici, transitivi del tipo ciclico.* Se sulla varietà μ_3 del n° prec. noi ci limitiamo a considerare quelle trasformazioni proiettive che mutano in sè una proiettività $\mathfrak{T}$, assegnata ad arbitrio, fra le direttrici C^m e C^n, e quindi la

rigata di ordine $m+n$ che ne risulta generata, veniamo a staccare dal gruppo complessivo ∞^7 un sottogruppo ∞^4, contenente a sua volta (come sottogruppo invariante) *un* gruppo semplice ∞^3, transitivo rispetto a μ_3.

Questo gruppo ∞^3 appartiene certamente al caso ciclico (EF, § 21), il solo nel quale possa risultare invariante qualche fascio di superficie. È interessante determinare di qual ordine sia il gruppo finito formato da quelle operazioni di esso che lasciano fisso un punto generico di μ_3.

Un tal punto *generico* P appartiene ad una retta a congiungente due punti A, B′ delle curve C^m e C^n, i quali non dovranno corrispondersi nella proiettività $\mathfrak{P}$. Imposto come fisso P, risulteranno pure fissi A e B′ coi loro corrispondenti A′ e B (rispett. su C^n e C^m); e sarà anche fisso ogni punto della retta APB′.

Ora, il sottogruppo ∞^1 per il quale sono punti uniti fissi A, B, A′, B′ (e non ancora P) può rappresentarsi con equazioni del tipo:

$$x'_0 = a^m x_0 \qquad x'_1 = a^{m-1} d x_1 \quad . \quad . \quad . \quad x'_m = d^m x_m$$
$$y'_0 = a^n y_0 \qquad y'_1 = a^{n-1} d y_1 \quad . \quad . \quad . \quad y'_n = d^n y_n$$

dove a, d sono parametri legati dalla relazione $ad = 1$, e A, B, A′, B′ sono i punti fondamentali per cui sono diverse da zero rispett. le coordinate x_0, x_m, y_0, y_n [1]. —

Possiamo quindi anche scrivere:

$$x'_0 = a^m x_0 \qquad x'_1 = a^{m-2} x_1 \quad . \quad . \quad . \quad x'_m = a^{-m} x_m$$
$$y'_0 = a^n y_0 \qquad y'_1 = a^{n-2} x_1 \quad . \quad . \quad . \quad y'_n = a^{-n} y_n .$$

Perchè dunque sia unito il punto P, e con esso ogni punto della retta AB′, è necessario e sufficiente che sia:

$$a^m = a^{-n} \qquad \text{ossia} \qquad a^{m+n} = 1$$

vale a dire *a deve essere una radice* $(m+n)^{\text{sima}}$ *dell'unità*. — Resta ora a vedere se queste $m+n$ radici dell'unità diano luogo, o meno, ad operazioni tutte distinte; se cioè sia o non sia possibile di avere l'identità su μ_3 anche per $a \neq 1$. È evidente (e fu anche osservato in EF, § 18) che ciò può avvenire soltanto quando sia $a^m = a^{m-2} = \ldots$, vale a dire $a^2 = 1$, e quindi $a = \pm 1$; ma, corrispondentemente al valore $a = -1$, si ha la trasformazione identica solo quando $m+n$ è numero pari (ossia m, n sono entrambi pari, o entrambi dispari). Invece se $m+n$ è dispari, per $a = -1$ si ha un'omografia rigata involutoria.

Avremo dunque un gruppo ciclico di ordine $\frac{m+n}{2}$ *se* $m+n$ *è numero pari; e di ordine* $m+n$ *se questo stesso numero è dispari.*

In quest'ultimo caso, e allora soltanto, il gruppo ∞^3 considerato è *di seconda specie* (EF, § 18) — contiene cioè un sottogruppo finito invariante d'ordine 2, ottenuto appunto per $a = \pm 1$ —; e vediamo così confermato che le operazioni che la-

---

[1] Cfr. la mia Memoria cit.: *Sulle varietà algebriche ecc.*, § 3 (" Mem. Acc. di Torino „, 1896).

sciano fisso un punto generico formano in questo caso un gruppo ciclico di ordine sempre *dispari* (EF, § 19). Possiamo perciò completare il risultato già ottenuto dicendo:

Se $m+n$ è numero dispari, abbiamo un gruppo ∞^3 di seconda specie, corrispondente al caso ciclico di ordine (dispari) $m+n$. Se $m+n$ è numero pari, abbiamo un gruppo di prima specie corrispondente al caso ciclico di ordine (pari o dispari) $\frac{m+n}{2}$.

Abbiamo così *esempi* di tutti i casi possibili (esclusi soltanto i gruppi di 2^a specie di ordine 1, che sappiamo già ridursi a gruppi conformi).

D'altra parte due gruppi cremoniani ∞^3 della stessa specie e appartenenti al caso ciclico di uno stesso ordine sono sempre fra loro equivalenti. Noi possiamo infatti riferirli biunivocamente in modo che si corrispondano entro di essi i gruppi finiti che lasciano fissi rispett. due punti generici P, P′; allora, assumendo come omologhi in S_3 due punti qualunque i quali nascano da P, P′ mediante operazioni corrispondenti dei gruppi (∞^3) medesimi, verremo a definire in S_3 una trasformazione birazionale che muterà questi due gruppi l'uno nell'altro.

Diremo quindi:

I gruppi ∞^3 di prima specie appartenenti al caso ciclico di ordine h sono riducibili birazionalmente a gruppi di trasformazioni di ordine $2h-1$ (in particolare, per $h=1$, a gruppi proiettivi).

I gruppi ∞^3 di seconda specie appartenenti al caso ciclico di ordine dispari $2i+1$ ($i>1$) sono riducibili birazionalmente a gruppi di trasformazioni di ordine $2i$.

Questi gruppi ∞^3 tipici lasciano tutti invariata una congruenza lineare di rette, e risultano completamente definiti dalle cose dette al n° prec. Le loro equazioni possono ottenersi da quelle scritte alla fine del n° prec. identificando i parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ rispett. con a, b, c, d, e ponendo fra questi la relazione $ad-bc=1$.

22. — Supponiamo ora che il gruppo G operi sulla congruenza delle a (cfr. n° 18) come un gruppo proiettivo sopra un cono Λ^p. Conviene distinguere due casi:

1° Lo spazio S_h comune agli S_{n+1} dei coni Γ^n (cfr. n° 17) contiene la linea γ luogo dei vertici di questi coni. *Dico che questa linea è allora una retta* (in quanto non sia μ_3 stessa un cono).

Vi è infatti in ogni sottogruppo semplice ∞^3 (G′) di G un sottogruppo ∞^1 (parabolico) che lascia fisso un (solo) cono Γ^n con tutte le sue generatrici; e quindi anche tutte le rette uscenti dal vertice C di questo cono e contenute nel relativo S_{n+1}. Fra queste rette vi sono in particolare quelle che da C proiettano i vertici (supposti distinti) degli altri coni Γ^n (poichè questi vertici stanno in S_h, e quindi nel detto S_{n+1}): perchè dunque tali rette risultino tutte invarianti senza che siano tali gli ∞^1 coni Γ^n, è necessario che le rette stesse coincidano, ossia che γ sia una retta, c. s. v. d. — *La varietà μ_3 si comporrà pertanto di ∞^1 coni Γ^n aventi i vertici su di una retta e contenuti in spazi S_{n+1} passanti per questa retta.* Di questo caso ci occuperemo al n° seg.

2° Lo spazio S_h non contiene la linea γ luogo dei vertici dei coni Γ^n. In tal caso ogni sottogruppo ∞^1 parabolico di un gruppo G′ lascerà fisso (se $h>0$) ogni punto di questo spazio (perchè, essendo fisse tutte le generatrici di un cono Γ^n, devono risultar fissi tutti i punti di ogni spazio invariante contenuto nell'S_{n+1} di questo cono e non passante pel vertice di esso). Di qui si trae che G′ non potrà più ope-

rare in modo ∞^3 sul sistema dei punti di detto S_h, e dovrà perciò lasciar fisso anch'esso ciascuno di questi punti. Saranno allora invarianti rispetto a G' anche un S_{r-h-1} non incontrante quell'S_h e contenente la linea γ, nonchè tutti gli S_{r-h} che da esso proiettano i singoli punti dell'S_h medesimo (1). Il gruppo G' risulterebbe perciò intransitivo rispetto a μ_3, e vi ammetterebbe tutto un fascio di rigate invarianti, appartenenti alla congruenza delle a, e contenute in spazi S_{r-h} per l'S_{r-h-1} considerato. E ciò è incompatibile coll'ipotesi fatta che G' operi sulla congruenza delle a come un gruppo proiettivo semplice ∞^3 sopra un cono (poichè un tal gruppo deve essere transitivo rispetto al cono stesso).

Rimane soltanto a esaminare il caso $h=0$; il caso cioè in cui gli spazi S_{n+1} dei coni Γ^n abbiano un solo punto P a comune (il quale non sia vertice di tutti questi coni). Questo caso si riduce ai precedenti mostrando come il punto P debba certo appartenere a ciascuno dei coni Γ^n. E infatti, se così avviene, la varietà μ_3 si proietterà univocamente da questo punto in una varietà analoga μ'_3, nella quale i coni Γ^n saranno sostituiti da coni, pure razionali normali, di ordine $n-1$; e al gruppo G verrà a sostituirsi un gruppo anche proiettivo sulla nuova varietà, sulla quale si potrà pertanto ragionare come su μ_3 (e il procedimento ha in ogni caso termine).

Gli spazi S_{n+1} dei coni Γ^n, formando (per ipotesi) una M_{n+2} normale, e non contenendo tutti la curva γ luogo dei vertici dei coni medesimi, dovranno incontrare lo spazio Σ_1 di questa curva secondo spazi minori formanti una varietà anche normale e invariante rispetto a G; e perciò, necessariamente, nei punti stessi di γ (soltanto). Le ∞^2 rette a della varietà μ_3 verranno perciò proiettate *univocamente* da Σ_1 secondo spazi S_{i+1}, i quali potranno considerarsi come elementi di una superficie φ, appartenente allo spazio lineare costituito da tutti gli S_{i+1} passanti per Σ_1; e dimostrare che il punto P appartiene alla varietà μ_3 equivarrà a dimostrare che lo spazio $\Sigma_1 P$ è un elemento di questa superficie (φ). Ora, sopra questa superficie ogni gruppo G' opererà (come sulla congruenza delle a, ossia) come un gruppo proiettivo semplice ∞^3 sopra un cono Λ^p; e di qui si può appunto dedurre che l'elemento (fisso) $\Sigma_1 P$ deve appartenere alla superficie φ. Noi lo dedurremo dalla determinazione di tutte le superficie che ammettono un gruppo siffatto (semplice, ∞^3) di trasformazioni proiettive; determinazione della quale dovremo occuparci al n° seg. (cfr. in particolare la nota alla fine del n° stesso). A parte questo, non ci resterà da esaminare che il caso 1° di questo n°.

23. — Supponiamo dunque che la varietà μ_3 contenga un fascio di coni Γ^n coi vertici sopra una retta b e gli spazi S_{n+1} passanti tutti per questa retta, e ricordiamo altresì che la varietà deve ammettere un gruppo continuo G di trasformazioni proiettive, operante sulla congruenza delle rette a (generatrici dei coni Γ^n) come un gruppo proiettivo non integrabile sopra un cono razionale normale Λ^p ($p \geq 1$).

Per trarre da quest'ultimo fatto le opportune conseguenze relative alla varietà μ_3, conviene fissare per ora l'attenzione, anzichè sulla congruenza stessa delle a, sulla

(1) Cfr. la mia Mem. cit.: *Sulle varietà algebriche ecc.*, § 2.

varietà ∞^2 dei piani che proiettano (univocamente) queste rette dalla b; varietà che può considerarsi come una superficie Φ dello spazio Σ_{r-2} costituito dai piani dello spazio complessivo S_r che passano per b stessa (1). Questa *superficie* risulterà così riferita al cono Λ^p in modo che alle trasformazioni su di essa determinate da G corrisponderanno trasformazioni proiettive di questo cono; e le generatrici di Λ^p saranno immagini di curve γ^{n-1} sopra Φ (costituite dai sistemi ∞^1 di piani che proiettano da b le generatrici dei singoli coni Γ^n).

Immaginiamo rappresentato il cono Λ^p sopra un piano mediante il sistema lineare delle curve di ordine p aventi a comune un punto $(p-1)^{plo}$ M e $p-1$ punti semplici N_i infinitamente vicini ad M (ossia le $p-1$ tangenti in M stesso). Alle sezioni iperpiane della superficie Φ — già riferita a Λ^p — corrisponderanno su questo piano delle curve φ incontranti i raggi del fascio M in $n-1$ punti variabili, e aventi in particolare la multiplicità $n-1$ in ciascuno dei punti N_i (che sono immagini di altrettante generatrici del cono Λ^p). Ne segue che la multiplicità del punto M per le φ sarà di ordine $\geq (n-1)(p-1)$, e si potrà perciò porre $=(n-1)(p-1)+l$, essendo allora $(n-1)p+l$ l'ordine delle φ medesime, e $l(\geq 0)$ l'ordine della curva di Φ che corrisponde al punto M del piano rappresentativo, ossia al vertice del cono Λ^p. Infine questo sistema lineare di curve φ deve essere completo — determinato cioè dai soli punti basi — perchè la superficie Φ risulta normale se è tale la varietà μ_3: e non può nemmeno avere altri punti basi (all'infuori dei punti M e N_i), perchè è invariante rispetto a un gruppo di Jonquières non integrabile, le cui trasformazioni non ammettono altri punti fissi (o fondamentali). Esso dovrà quindi comporsi di *tutte* le curve soddisfacenti alle condizioni accennate (aventi cioè le accennate multiplicità nei punti M e N_i). Si può dunque facilmente calcolarne la dimensione, che si trova $=p\binom{n}{2}+n(l+1)-1$. Tale sarà perciò la dimensione dello spazio cui appartiene la superficie Φ, e la dimensione dello spazio S_r della varietà μ_3 sarà del tipo $r=p\binom{n}{2}+n(l+1)+1$.

Ogni gruppo proiettivo semplice ∞^3 trasformante in sè la superficie Φ opererà in modo anche ∞^3 sul fascio delle curve γ contenute in Φ, e lascerà fisse sopra Φ stessa due diverse curve unisecanti le γ, e precisamente la curva di ordine l corrispondente al vertice del cono Λ^p e una curva corrispondente a una sezione iperpiana (irriducibile) di questo cono, il cui ordine risulta $=(n-1)p+l$. E poichè da quest'ultima curva la superficie Φ si proietta in una superficie dello stesso tipo, per la quale soltanto il numero n risulta diminuito di un'unità (sostituito cioè da $n-1$), così, ricordando anche le proprietà dei gruppi proiettivi semplici ∞^3 di uno spazio qualunque, si conclude facilmente che, nello spazio della superficie Φ (ma fuori di questa), saranno pure invarianti rispetto al gruppo ∞^3 considerato altre $n-2$ curve aventi ordini del tipo $ip+l$ per $1\leq i\leq n-2$. Su ciascuna di queste curve il gruppo stesso opererà in modo anche ∞^3; esse dovranno appartenere a spazi tutti indipendenti, e lo spazio cui appartiene Φ sarà il minimo spazio contenente questi ultimi

(1) La retta b, comune agli spazi S_{n-1} dei coni Γ^n, deve essere altresì generatrice comune di tutti questi coni, perchè se no (come facilmente si vede) la varietà ∞^2 di piani considerata (ossia la superficie Φ) non sarebbe normale, mentre invece deve esserlo se è tale la varietà μ_3.

e quelli delle due curve fisse sopra Φ medesima, come è anche confermato dal fatto che la somma delle dimensioni di questi spazi aumentate di un'unità eguaglia la dimensione $(r-2)$ dello spazio di Φ, aumentata anche di un'unità:

$$\sum_{i=0}^{n-1}(ip+l+1) = \binom{n}{2}p + n(l+1) \ (^1).$$

24. — Nello spazio $S_r \equiv [\binom{n}{2}p + n(l+1)+1]$ della varietà μ_3 saranno perciò invarianti, rispetto a ogni sottogruppo semplice ∞^3 (G') contenuto in G, altrettanti coni di seconda specie di ordini $ip+l$ aventi la retta b per asse, e quindi anche altrettante curve di questi stessi ordini, poste in spazi non incontranti la retta b e non incontrantisi nemmeno fra loro. (Anche questo segue dalle note proprietà dei gruppi proiettivi semplici ∞^3).

Ora il fatto che la varietà μ_3 deve contenere un fascio di coni Γ^n razionali normali (mentre finora questi avrebbero potuto essere coni anche non normali, purchè contenuti in coni razionali normali di 2^a specie di ordine $n-1$, aventi la retta b per asse) ci permette di concludere che il numero l (finora indeterminato) deve essere precisamente $=p-1$.

Ponendo per brevità $ip+l=k_i$ il gruppo G' potrà infatti rappresentarsi con equazioni del tipo (§ 3 della mia Mem. cit.):

$$\bar{x}_0 = \alpha x_0 + \beta x_1 \qquad \bar{x}_1 = \gamma x_0 + \delta x_1$$
$$\bar{y}_0^{(i)} = \alpha^{k_i} y_0^{(i)} + k_i \alpha^{k_i-1}\beta y_1^{(i)} + \ldots \ . \ . \ . \ . \ .$$

essendo $i=0, 1, \ldots n-1$; i parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ legati dalla relazione $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$; e la retta b il luogo dei punti per cui sono nulle tutte le coordinate y. Ponendo in queste equazioni $\gamma = 0 \ \left(\text{quindi } \delta = \frac{1}{\alpha}\right)$ si stacca da G' un sottogruppo ∞^2 (G'') rispetto al quale è invariante quel cono Γ^n il cui vertice B ha nulla anche la coordinata x_1 (e perciò soltanto $x_0 \neq 0$). Lo spazio S_{n+1} di questo cono sarà quello rappresentato dall'annullarsi di tutte le coordinate y meno le $y_0^{(i)}$. Perciò il sottogruppo (∞^1) subordinato da G'' nella forma ∞^n delle rette uscenti da B entro questo S_{n+1} sarà rappresentato dalle equazioni:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{\alpha}x_1; \qquad y_0^{(i)} = \alpha^{k_i} y_0^{(i)} = \alpha^{ip+l} y_0^{(i)}$$

dove ancora $i=0, 1, \ldots n-1$. Ora, perchè questo gruppo trasformi in sè uno, e quindi anche infiniti coni razionali normali di ordine n uscenti da B, è necessario (e sufficiente) che gli esponenti del parametro α:

$$-1 \qquad l \qquad p+l \qquad 2p+l \ . \ . \ . \ (n-1)p+l$$

(1) Essendo $p > 0$, il solo di questi spazi minori fissi che possa ridursi a un punto è quello che corrisponde al valore $i=0$; quello cioè che incontra Φ secondo la curva fissa di ordine l. Perchè esso si riduca effettivamente a un punto, occorre altresì che sia $l=0$; e questo punto sta allora sopra Φ. Risulta così dimostrato quanto avevamo asserito alla fine del n° prec.

siano in progressione aritmetica (1), il che richiede precisamente $l+1=p$, ossia $l=p-1$, c. s. v. d.

Di qui risulta pure confermato (cfr. la prima nota al n° 23) che i coni Γ^n conterranno tutti la retta b come generatrice, e sarà $l=p-1$ l'ordine del cono di 2^a specie formato dai piani tangenti ad essi lungo b stessa. E *lo spazio cui appartiene la varietà* μ_3 *sarà di dimensione* $r=\binom{n+1}{2}p+1$.

25. — Ci rimane ora a determinare l'ordine della varietà μ_3, e la dimensione del massimo gruppo G di trasformazioni proiettive su di essa (o almeno del massimo gruppo proiettivo trasformante in sè la congruenza delle a).

Quanto all'ordine di μ_3, possiamo considerare lo spazio di dimensione $p\binom{n}{2}+1$ contenente gli S_n osculatori a tutti i coni Γ^n lungo b, e osservare che la sezione determinata in μ_3 da un iperpiano qualunque passante per questo spazio deve comporsi (soltanto) di un certo numero di coni Γ^n. Questo numero non è altro che quello da noi già indicato con k_{n-1}, e perciò $=(n-1)p+l=np-1$. *La varietà* μ_3 *sarà perciò di ordine* $n(np-1)$.

Quanto alla dimensione del massimo gruppo G, osserviamo anzitutto che sulla congruenza delle a questo gruppo dovrà operare come il massimo gruppo proiettivo sul cono Λ^p, e quindi in modo ∞^{p+5}.

Rimane ora a vedere quante trasformazioni proiettive sopra μ_3 possano avere le a come traiettorie. Queste trasformazioni si ripartiranno in gruppi ∞^1 di omografie rigate paraboliche, ciascuno dei quali, avendo le traiettorie appoggiate alla retta b, dovrà lasciar fissi tutti gli iperpiani passanti per b stessa, e quindi anche tutti i punti di uno spazio S_{r-2} passante pure per b. Questo S_{r-2} dovrà incontrare gli S_{n+1} dei coni Γ^n secondo spazi S_n (in modo che detti S_{n+1} ne vengano proiettati univocamente secondo iperpiani di un fascio); esso starà perciò in un iperpiano (S_{r-1}) collo spazio S_{n+1} di un qualunque cono Γ^n. Inversamente, ogni iperpiano passante per un tale S_{n+1} segherà ulteriormente la M_{n+2} luogo degli stessi S_{n+1} secondo una varietà appartenente a uno spazio S_{r-2}, il quale sarà luogo di punti uniti per un gruppo ∞^1 di collineazioni assiali paraboliche, aventi le rette a per traiettorie, e trasformanti μ_3 in sè stessa. Il numero di tali S_{r-2} è perciò infinito di dimensione:

$$(r-1)-(n+1)=\binom{n+1}{2}p-n-1.$$

Sarà dunque questa, aumentata di un'unità, la dimensione del gruppo delle omografie rigate sulla varietà μ_3, e perciò *il gruppo di tutte le trasformazioni proiettive della varietà* μ_3 *in sè stessa sarà di dimensione* $\binom{n+1}{2}p-n+p+5$.

Un caso particolare molto semplice si ha per $n=2$, $p=1$. La varietà μ_3 è allora una quadrica non degenere di S_4, sulla quale si considera (soltanto) il gruppo ∞^7

(1) Se no ad es. i coni invarianti entro lo spazio a tre dimensioni $y_0^{(2)}=y_0^{(3)}=\ldots=y_0^{(n-1)}=0$ — le cui equazioni sarebbero $y_0^{(n)^{l+p+1}}=Cx_1^p y_0^{(1)^{l+1}}$ — non potrebbero essere (come qui occorre) coni quadrici. Per $l=p-1$ queste equazioni rappresentano invece gruppi di p coni quadrici.

delle trasformazioni proiettive che lasciano fissa una data retta (e che è appunto il massimo gruppo il quale trasformi in sè la congruenza delle rette della quadrica che si appoggiano a questa retta fissa).

26. — Si tratta ora di rappresentare sullo spazio S_3 la varietà μ_3 e il gruppo complessivo G delle trasformazioni proiettive su di essa.

In particolare, possiamo proporci di stabilire una rappresentazione tale che alle rette a corrispondano raggi di una stella, e alle rigate sezioni di μ_3 con iperpiani passanti per b corrispondano coni di questa stella formanti un sistema lineare identico a quello delle curve φ (di ordine $(n-1)p+l=np-1$), considerato al n° 23. — E poichè la rappresentazione piana della superficie Φ mediante il sistema delle φ poteva ottenersi con un'opportuna proiezione di questa superficie, così potremo ora rappresentare la varietà μ_3 nel modo richiesto, proiettandola da uno spazio Σ_{r-4} contenuto in un opportuno S_{r-3} passante per la retta b (e incontrante perciò esso stesso la b in un punto B). Questo S_{r-3} dovrà incontrare μ_3 secondo una rigata R, avente a comune con ogni cono Γ^n (all'infuori di b) $n-2$ generatrici, e avente perciò b stessa come direttrice $(n-2)^{pla}$, nonchè come generatrice multipla di ordine $l=p-1$. L'ordine di questa rigata si può facilmente calcolare, e si trova essere $=n(np-1)-np$; come pure si trova che lo stesso spazio S_{r-3} dovrà ancora incontrare μ_3 secondo altre $p-1$ rette (a) isolate. Tutto ciò si deduce facilmente, dalla rappresentazione piana della congruenza delle a mediante il sistema lineare delle curve φ, e dal fatto che all'intersezione di μ_3 col detto S_{r-3} deve corrispondere una curva residua di una retta generica rispetto al sistema delle stesse φ (curva che contiene necessariamente le $p-1$ rette fondamentali MN_i).

Lo spazio Σ_{r-4} (generico entro l'S_{r-3} considerato) incontrerà perciò μ_3 secondo una curva σ di ordine $n(np-1)-np$, più altri $p-1$ punti $C_1\, C_2 \ldots C_{p-1}$ fuori di questa curva. Con ogni cono Γ^n esso avrà comuni $n-1$ punti posti sopra σ, uno dei quali sarà sempre l'intersezione (unica) B di σ con b. Però ciascuno dei $p-1$ coni passanti rispett. per i punti C_i $(i=1,2 \ldots p-1)$ sarà incontrato da Σ_{r-4} in n punti (lo stesso C_i, e altri $n-1$ sopra σ).

La proiezione di μ_3 da un tale spazio Σ_{r-4} è univoca perchè ogni S_{r-2} condotto per questo spazio e per la retta b incontra ulteriormente μ_3 stessa secondo *una* retta a. Le rette a si proietteranno in raggi di una stella A; i coni Γ^n secondo piani α di un certo fascio (di asse a_0) entro questa stella.

Le sezioni iperpiane di μ_3 si proietteranno secondo superficie F di ordine

$$n(np-1)-[n(np-1)-np]=np$$

aventi a comune con ogni raggio della stella A un solo punto variabile, e incontranti i piani α secondo curve variabili di ordine n: tali superficie avranno perciò il punto A come multiplo di ordine $np-1$, e la retta a_0 come multipla di ordine $np-n=n(p-1)$.

I $p-1$ coni Γ^n passanti rispett. per i punti C_i si proietteranno secondo altrettante rette c_i (della stella A) infinitamente vicine alle a_0, le quali saranno multiple di ordine n per tutte le superficie F. E le generatrici di quel cono Γ^n che ha il ver-

tice in B (intersezione di Σ_{-4} con b) si proietteranno rispett. nei punti di una curva γ di ordine n, contenuta in un piano del fascio a_0, per la quale dovranno anche passare tutte le F.

Alla rigata R sopra μ corrisponderà nella stella A un cono di ordine $np-p-1$, avente la retta a_0 come generatrice $(n-1)(p-1)^{\text{pla}}$ e ciascuna delle c_1 come generatrice $(n-2)^{\text{pla}}$, il quale sarà tangente nel punto A a tutte le F. A questo cono si aggiungeranno, come piani tangenti in A alle F, i $p-1$ piani fissi che congiungono a_0 alle rette c_1 ad essa infinitamente vicine; e, infine, un piano α variabile (corrispondente a quel cono Γ^n, pel cui vertice passa la sezione di μ_3 che si proietta nella F considerata). — Il cono tangente complessivo in A (di ordine $np-1$) ha dunque la generatrice a_0 come multipla di ordine $n(p-1)+1$, e incontra perciò ogni piano α secondo $n-2$ rette, in generale distinte da a_0, le quali insieme ad a_0 stessa (contata una sol volta) sono le tangenti comuni in A alle curve di ordine n segate dalle F su quel piano.

Con due sole condizioni (ad es. imponendo come tangenti in A due diversi raggi non contenuti in uno stesso piano α) si viene a staccare dal sistema delle F un sistema lineare di coni, i quali, prescindendo dal piano della curva γ che ne risulta parte fissa, si riducono all'ordine $np-1$ ed hanno la multiplicità $np-n$ lungo a_3 e $n-1$ lungo le c_1. Questo sistema lineare di coni è appunto identico a quello delle curve φ considerate al n° 23.

Si può anche dimostrare che le condizioni enunciate individuano completamente il sistema lineare rappresentante la varietà μ_3.

Troviamo perciò come nuovo gruppo tipico completo (corrispondente al 2° caso del n° 18) *il gruppo delle trasformazioni cremoniane di un certo ordine np, dipendenti dap* $\binom{n+1}{2}-n+p+5$ *parametri, le quali mutano in sè stesso il sistema lineare di dimensione* $p\binom{n+1}{2}+1$ *delle superficie di ordine np che hanno a comune:*

1° *Un punto* $(np-1)^{\text{plo}}$ (A);

2° *Una retta multipla di ordine* $np-n$ *passante per questo punto* (a_3);

3° $p-1$ *rette* n^{ple} *passanti per lo stesso punto e infinitamente vicine alla precedente;*

4° *Un cono tangente fisso in* A *di ordine* $np-p-1$, *al quale vanno aggiunti* $p-1$ *piani fissi e un piano variabile passanti per* a_3 (i piani fissi essendo quelli che contengono rispett. le $p-1$ *rette* n^{ple});

5° *Una curva di ordine n contenuta in un piano per* a_0.

Queste trasformazioni lasciano pure invariato nella stella A il sistema lineare ∞^{p+1} dei coni V^p (di ordine p) aventi a_0 come generatrice $(p-1)^{\text{pla}}$ e passanti ancora per le $p-1$ rette c_1 infinitamente vicine ad a_0.

Una volta noto questo sistema lineare invariante (Σ) di superficie di ordine np, è facile costruire l'operazione più generale del gruppo totale di cui trattasi, e quindi il gruppo stesso.

Osserviamo perciò che, imponendo come piano tangente ulteriore alle F un determinato piano α (generico), noi veniamo a staccare dal sistema Σ (∞^r) un sistema lineare Σ' di dimensione $r-1$, contenente ancora tutti gli ∞^{r-2} coni di Σ stesso, e invariante per un sottogruppo integrabile del gruppo totale, contenente un solo

parametro di meno di quest'ultimo. Questo sottogruppo si può costruire colla regola generale data al n° 9 per i gruppi integrabili tipici, avvertendo tuttavia: 1° che nella stella A esso subordina soltanto le ∞^{p+4} trasformazioni che, oltre al sistema lineare dei coni V^p, lasciano fisso il piano α considerato; 2° che le superficie luoghi di punti uniti per quelle operazioni di questo sottogruppo che lasciano fisso ogni raggio della stella A non sono tutte quelle del sistema Σ, ma soltanto quelle fra esse che contengono come parte un piano α generico, ad es. il piano considerato — per il che occorrono $n+2$ ulteriori condizioni —.

Questo è confermato dal fatto che la dimensione del nominato gruppo integrabile risulta

$$= (p+4) + [p\binom{n+1}{2} - n - 1] + 1 = p\binom{n+1}{2} - n + p + 4.$$

Costruendo gli ∞^1 sottogruppi integrabili di questo tipo (trasformanti in sè i singoli piani α) si ha dal loro insieme il gruppo totale di cui trattasi.

Il gruppo complessivo G subordina nella stella di rette A un gruppo di Jonquières di ordine p, e in ogni piano α un gruppo di Jonquières di ordine n. Il primo può assegnarsi completamente ad arbitrio; quanto al secondo, rimangono ancora disponibili, per un certo numero di piani α, dei parametri in numero decrescente da $n-2$ a zero.

Per trovare infine l'equazione del sistema lineare Σ, assumiamo il punto A come punto $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, la retta a come retta $x_1 = x_2 = 0$, il piano della curva γ come piano $x_1 = 0$; sia inoltre $f(x_1, x_2) = 0$ l'equazione complessiva (di grado $p-1$) del sistema dei piani ac_i. Il sistema lineare dei coni V^p sarà allora rappresentato dall'equazione:

$$x_3 f(x_1 x_2) + F_p(x_1 x_2) = 0$$

nella quale si suppongono variabili i $p+1$ coefficienti di F_p. Formando di questo sistema lineare la potenza $(n-1)^{\text{sima}}$, e sommandovi il sistema di tutti i gruppi di $l = p-1$ piani del fascio a_0, abbiamo l'equazione generale:

$$(x_3 f)^{n-1}\varphi_{p-1} + (x_3 f)^{n-2}\varphi_{2p-1} + \ldots + \varphi_{np-1} = 0$$

la quale al variare di tutti i coefficienti delle forme φ (di gradi eguali ai rispettivi indici, e contenenti le sole x_1, x_2) rappresenterà il sistema lineare di tutti i coni (di ordine $np-1$) contenuti in Σ. L'equazione generale del sistema Σ sarà pertanto del tipo:

$$x_1 \sum_{i=1}^{n} [x_3 . f(x_1 x_2)]^{n-i}\varphi_{ip-1}(x_1 x_2)] = x_4(\alpha x_1 + x_2) . f(x_1 x_2) . \Phi_{np-p-1}(x_1 x_2 x_3) + \Psi_{np}(x_1 x_2 x_3)$$

essendo α un nuovo parametro, $\Phi = 0$ l'equazione del cono tangente comune alle F in A (astraendo dai piani ac_i), e Ψ una forma di grado np a coefficienti costanti, tale che sia $x_1 x_2 f\Phi + \psi = 0$ una superficie arbitraria del sistema Σ, tangente in A al piano $x_2 = 0$ (che è un piano generico del fascio a_0). D'altra parte l'equazione $\Psi = 0$

dovrà rappresentare un cono di vertice A e avente anche la retta a_0 come $(np-n)^{\text{pla}}$ e le c_1 come n^{ple} (ma non passante per τ); dal che si trae che sarà:

$$\Psi \equiv (x_3 f)^n + (x_3 f)^{n-1}\psi_p + \ldots + \psi_{np}$$

dove le ψ_{ip} contengono le sole x_1, x_2, e possono ridursi alle sole potenze x_2^{ip}, inglobando gli altri termini nei prodotti $x_1\varphi_{ip-1}$ al primo membro. L'equazione del sistema Σ potrà pertanto scriversi sotto la forma seguente:

$$x_1\sum_{i=1}^{n}[x_3 f(x_1x_2)]^{n-i}\varphi_{ip-1}(x_1x_2)] = x_4[\alpha x_1 + x_2]f(x_1x_2)\Phi(x_1x_2x_3) + \sum_{j=0}^{n} a_j[x_3 f(x_1x_2)]^{n-j}x_2^{jp} \quad (1)$$

dove le a_j si suppongono costanti, e i parametri (non omogenei) sono dati da α e dai coefficienti delle φ_{ip-1} in numero totale di $1+p\binom{n+1}{2}$.

Per semplificare quest'equazione, possiamo far coincidere fra loro i $p-1$ piani tangenti lungo a_0 ai coni V^p; di modo che, assunto quest'unico piano come piano $x_2=0$, sarà $f \equiv x_2^{p-1}$. Allora potremo anche far coincidere il cono $\Phi=0$ (di ordine $np-p-1$) con questo stesso piano, contato un numero opportuno di volte (onde $\Phi \equiv x_2^{np-p-1}$), bastando perciò scegliere in modo conveniente lo spazio Σ_{r-4} da cui deve proiettarsi la varietà μ_3 [1]. — Passando pertanto a coordinate non omogenee $x=\frac{x_1}{x_2}$, $y=\frac{x_3}{x_2}$, $z=\frac{x_4}{x_2}$, il sistema lineare Σ risulterà rappresentato dall'equazione:

$$x\{y^{n-1}\varphi_{p-1} + y^{n-2}\varphi_{2p-1} + \ldots + \varphi_{np-1}\} = (\alpha x+1)z + a_0y^n + a_1y^{n-1} + \ldots + a_n \quad (1')$$

dove le φ sono polinomi in x, di gradi eguali ai rispettivi indici.

Per trovare le equazioni del gruppo complessivo G, ci converrà considerare separatamente diverse schiere di trasformazioni in esso contenute, e scrivere le equazioni di queste, moltiplicando infine tali schiere l'una per l'altra.

Anzitutto, le trasformazioni — dipendenti da $p\binom{n+1}{2}-n$ parametri — rispetto alle quali sono invarianti tutti i raggi della stella A — ossia le rette $x=\text{cost.}$ $y=\text{cost.}$ —, si rappresentano ponendo:

$$x'=x; \qquad y'=y; \qquad z'=z+x\{y^{n-1}\xi_{p-2} + y^{n-2}\xi_{2p-2} + \ldots + \xi_{np-2}\}$$

dove le ξ sono ancora polinomi arbitrari nella sola x, di gradi eguali ai rispettivi indici: ciò segue immediatamente dal fatto che il luogo dei punti uniti di una tale trasformazione, insieme a un piano qualunque del fascio $x=\text{cost.}$, deve sempre formare una superficie (e precisamente un cono) del sistema Σ.

---

[1] Ricordiamo che questo spazio doveva essere proiettato dalla retta b (ad essa incidente) secondo un S_{r-3} incontrante μ_3 in una rigata di ordine $n(np-1)-np = n(np-p-1)$, più altre $p-1$ rette: quella rigata deve ora ridursi a un unico cono Γ^n contato $np-p-1$ volta, e queste $p-1$ rette devono coincidere con una medesima generatrice (distinta da b) dello stesso cono Γ^n.

Queste trasformazioni devono poi moltiplicarsi per altre ∞^{p+5}, le quali nella stella di rette $x = \text{cost.}$, $y = \text{cost.}$ devono subordinare il gruppo (pure ∞^{p+5}):

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d}\ ; \qquad y' = \frac{y+\eta_p(x)}{(cx+d)^p}$$

dove η_p è simbolo di polinomio affatto arbitrario di grado p (in x). Quest' ultimo gruppo può considerarsi come risultante dalla moltiplicazione delle tre schiere:

I $\qquad x' = ax \qquad y' = y + x \,.\, \eta_{p-1}(x)$

II $\qquad x' = \frac{x}{cx+d} \qquad y' = \frac{y+k}{(cx+d)_p}$

III $\qquad x' = x + b \qquad y' = y.$

Corrispondentemente alle equazioni I. il sistema (1') rimane invariato col porre semplicemente $z' = z$.

Le equazioni II lasciano invariato lo stesso sistema quando ad esse si aggiunga l'altra:

$$z' = \frac{1}{d(cx+d)^{np-1}}\left\{z + a_0y^n + a_1y^{n-1} + \ldots + a_n - [a_0(y+k)^n + a_1d^p(y+k)^{n-1} + \ldots + a_nd^{np}]\right\}.$$

E queste sono tutte trasformazioni che lasciano fisso il piano $x = 0$. Invece le operazioni a cui conducono le equazioni III mutano questo piano nel piano $x+b=0$, in modo precisamente che i punti della curva γ^n, contenuta nel piano $x = 0$, hanno per corrispondenti i raggi $y = \text{cost.}$ del piano $x + b = 0$, e corrispondono a lor volta ai raggi $y = \text{cost.}$ del piano $x - b = 0$. Supposto perciò di voler far corrispondere a sè stessa (il che è certo possibile) la superficie $z + a_0y^n + \ldots + a_n = 0$, dovremo scrivere che al sistema formato (in coordinate con apici) dalla superficie $z' + a_0y'^n + \ldots = 0$ e dal piano $x' - b = 0$ (ossia $x = 0$) corrisponde il sistema formato dalla superficie $z + a_0y^n + \ldots = 0$ e dal piano $x + b = 0$. Dovremo cioè porre:

$$z' + a_0y'^n + \ldots + a_n = \text{cost.}\,\frac{x+b}{x}\,(z + a_0y^n + \ldots + a_n)$$

e si trova allora che il sistema lineare (1') risulta invariante (per $x' = x + b$, $y' = y$) quando quest'ultima costante sia $= 1$, e perciò si ponga:

$$z' = \frac{x+b}{x}\,z + \frac{b}{x}\,(a_0y^n + a_1y^{n-1} + \ldots + a_n).$$

Componendo infine queste diverse schiere. dipendenti rispett. da $p\binom{n+1}{2} - n$, $p+1$, 3, e 1 parametro (in tutto dunque appunto $p\binom{n+1}{2} - n + p + 5$), si hanno le equazioni complessive del gruppo sotto la forma:

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d} \qquad y' = \frac{y+k+x\,.\,\eta_{p-1}(x)}{(cx+d)^p}$$

$$z' = \frac{1}{(cx+d)^{np-1}} \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{c} \dfrac{ax+b}{(ad-bc)x} \end{array} \right\} z + x[y^{n-1}\xi_{p-2} + y^{n-2}\xi_{2p-2} + \ldots + \xi_{np-2}] \\ \qquad + [a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + \ldots + a_n] - [a_0(y+k)^n + a_1 d^p (y+k)^{n-1} + \ldots + a_n d^{np}] \\ + \dfrac{d}{cx+d}\,[a_0(y+k+x.\eta_{p-1})^n + a_1(y+k+x.\eta_{p-1})^{n-1}(cx+d)^p + \ldots + a_n(cx+d)^{np}] \\ - \dfrac{1}{cx+d}\,[a_0(y+k+x.\eta_{p-1})^n + a_1(y+k+x.\eta_{p-1})^{n-1}(cx+d)^p + \ldots + a_n(cx+d)^{np}] \end{array} \right]$$

l'ultima delle quali può anche scriversi così:

$$z' = \frac{1}{(cx+d)^{np-1}} \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{c} \dfrac{ax+b}{(ad-bc)x} \end{array} \right\} z + x[y^{n-1}\xi_{p-2} + y^{n-2}\xi_{2p-2} + \ldots + \xi_{np-2}] \\ \qquad + [a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + \ldots + a_n] - [a_0(y+k)^n + a_1 d^p (y+k)^{n-1} + \ldots + a_n d^{np}] \\ + \dfrac{b}{(ad-bc)x}\,[a_0(y+k+x.\eta_{p-1})^n + a_1(y+k+x.\eta_{p-1})^{n-1}(cx+d)^p + \ldots + a_n(cx+d)^{np}] \end{array} \right]$$

CAPITOLO VII.

Gruppi con una stella invariante di rette, entro la quale viene subordinato un gruppo primitivo.

27. — Dobbiamo ora occuparci dei gruppi cremoniani che trasformano in sè una stella di rette, e subordinano in questa stella o un gruppo primitivo — che può supporsi proiettivo (∞^5, ∞^6, ∞^8) — oppure il gruppo proiettivo ∞^3 con un cono quadrico fisso. Cominciamo dal primo di questi due casi; dell'altro ci occuperemo al successivo Cap. VIII.

Indichiamo con A il vertice della stella invariante, con a e α rispettivamente un raggio e un piano generico di questa stella, e con G un gruppo cremoniano qualunque, il quale subordini nella stella A un gruppo proiettivo primitivo.

Costruiamo (come già al n° 8) un sistema lineare Σ di superficie unisecanti i raggi a (quindi di un certo ordine n, colla multiplicità $n-1$ nel punto A) il quale sia invariante rispetto a G: e da questo sistema stacchiamo quante più volte è possibile un piano α generico. Avremo nuovi sistemi lineari (residui) invarianti di dimensioni decrescenti. Ci arresteremo giungendo a un sistema Σ_1 (certo esistente) di dimensione >0, il quale:

a) non contenga più la stella dei piani α (non contenga cioè nessuna superficie contenente a sua volta [o coincidente con] un piano α generico); — oppure:

b) sia tale che il sistema residuo di un piano α generico (astrazion fatta da un'eventuale parte fissa) sia un sistema di soli coni (di dimensione ≥ 0).

L'ipotesi *a)* comprende in particolare i casi in cui l'accennata costruzione conduce ad un *fascio* o ad una *rete* (invariante) di superficie unisecanti le a. — Se è

invariante un fascio di tali superficie, il gruppo G si potrà ridurre a uno dei gruppi di trasformazioni quadratiche incontrati al n° 4. Si ha invece un tipo nuovo e interessante quando risulti invariante una rete di superficie unisecanti le a.

28. — Supposta invariante rispetto a G una rete di superficie π unisecanti le a, sarà pure invariante la congruenza (del 1° ordine) delle linee p intersezioni variabili di questa superficie; e quindi il sistema ∞^2 dei coni che da A proiettano le linee stesse. E poichè, nella stella A, il gruppo G non trasforma in sè nessun altro sistema ∞^2 di coni all'infuori del sistema dei piani α, così le linee p staranno rispettivamente in questi piani. Infine, poichè con *due* sole condizioni si può imporre come fissa una superficie π, e quindi il sistema ∞^1 dei piani α contenenti le relative curve p, così si conclude che questi ∞^1 piani formeranno sempre un fascio (unico sistema ∞^1 che possa rendersi invariante con due sole condizioni). In altri termini: Le superficie π sono luoghi delle curve p uscenti dai punti di uno stesso raggio a (e contenute perciò nei piani α che passano per questo raggio).

Il gruppo G è in questo caso oloedricamente isomorfo al gruppo (al più ∞^8) da esso subordinato nella stella A: infatti ogni operazione di esso la quale muti in sè ogni raggio a e ogni piano α lascierà pure fissa ogni curva p, e quindi ogni punto dello spazio. Possiamo anzi limitarci al caso in cui G sia un gruppo ∞^8 (isomorfo dunque al gruppo di tutte le omografie piane), perchè negli altri casi, essendo invariante (un piano α, e quindi) un sistema ∞^1 di fasci di piani α, sarebbe pure invariante un sistema ∞^1, e precisamente un fascio di superficie π; e si ricadrebbe quindi in uno dei gruppi quadratici del n° 4.

Possiamo ora procurarci facilmente un gruppo tipico ∞^8 al quale ridurre G.

Per il punto A, centro della stella invariante, facciamo passare una cubica sghemba s. Consideriamo poi la congruenza (del 1° ordine) delle corde c di questa cubica [1], e riferiamola (birazionalmente) alla congruenza delle p, facendo corrispondere fra loro due linee qualunque proiettate da A secondo (ossia contenute in) un medesimo piano α. Questa corrispondenza è a sua volta contenuta in una corrispondenza cremoniana dello spazio (di punti), determinata dall'ulteriore condizione di lasciar fisso ogni raggio a (e di mutare quindi ogni punto dello spazio, come intersezione di una p con un raggio a, nel punto intersezione dello stesso raggio a colla corda c corrispondente a quella p). Quest'ultima corrispondenza trasforma la rete delle superficie π in quella delle quadriche Q passanti per la cubica s, e quindi il gruppo G in un nuovo gruppo G' che opererà ancora proiettivamente sulla stella A, e trasformerà in sè la congruenza delle rette (corde) c, e la rete di quadriche Q.

Essendo pertanto invarianti rispetto a G la stella dei piani α e la rete delle quadriche Q, sarà pure invariante il sistema lineare (completo) somma di questi due,

[1] In luogo di questa congruenza si potrebbe anche considerare una congruenza lineare di rette. Ciò equivarrebbe a far spezzare la cubica s nelle due direttrici di quest'ultima congruenza e nella retta della congruenza stessa che passa per A. Si potrebbe anzi ricorrere, più generalmente, a qualsiasi congruenza del 1° ordine composta di curve contenute rispett. negli ∞^2 piani α e unisecanti i raggi a giacenti rispett. in questi piani.

ossia *il sistema lineare* ∞^7 *delle superficie del 3° ordine passanti per la cubica* S *e aventi in* A *un punto doppio.*

Il gruppo stesso si comporrà di trasformazioni cubiche, determinate da sistemi omaloidici di superficie contenute nel sistema anzidetto, e passanti ancora per una seconda cubica sghemba uscente da A.

Il nuovo gruppo tipico che ci si presenta è dunque *il gruppo* ∞^8 *delle trasformazioni cubiche che mutano in sè il sistema lineare* ∞^7 *(di grado 6) delle superficie di 3° ordine passanti per una cubica sghemba, e aventi un punto doppio fisso sopra questa curva.*

Per costruire l'operazione più generale di questo gruppo ∞^8 basta assegnare ad arbitrio una collineazione nella stella (invariante) A. Allora ai punti di un raggio qualunque a di questa stella dovranno corrispondere i punti del raggio a' ad esso omologo in quella collineazione; di più, considerate le quadriche (completamente determinate) che passano per la cubica s e rispettivamente per i due raggi a e a', si dovranno sempre corrispondere due punti P e P′ di questi raggi, tali che i piani ivi tangenti alle quadriche stesse risultino omologhi nella collineazione assegnata entro la stella A: questi piani tangenti proiettano infatti da A le corde di s passanti rispettivamente per P e P′.

Volendo trovare le equazioni di questo gruppo, possiamo assumere A come punto $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Abbiamo allora subito le prime tre equazioni:

$$\begin{aligned} x'_1 &= a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 x_3 \\ x'_2 &= a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 \\ x'_3 &= a_3 x_1 + b_3 x_2 + c_3 x_3 \end{aligned} \tag{1}$$

coi nove parametri omogenei a_i, b_i, c_i. La cubica s (passante per A) sia rappresentata dalle equazioni:

$$\begin{Vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{Vmatrix} = 0$$

e quindi la rete delle quadriche Q dall'equazione:

$$\lambda_1 (x_2 x'_4 - x_3^2) + \lambda_2 (x_2 x_3 - x_1 x_4) + \lambda_3 (x_1 x_3 - x_2^2) = 0 \tag{2}$$

la quale, per una data terna di valori delle λ_i, rappresenta precisamente quella quadrica (in generale unica) della rete che contiene il raggio (della stella A);

$$\frac{x_1}{\lambda_1} = \frac{x_2}{\lambda_2} = \frac{x_3}{\lambda}$$

ovvero, in coordinate u_i di piani nella stella medesima:

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = 0. \tag{3}$$

Ora il nostro gruppo ∞^3 deve operare sulla rete di quadriche (2) nello stesso modo in cui opera sul sistema lineare (3) — che è il sistema dei raggi della

stella A, considerati come inviluppi di piani —. Perciò i binomi $(x_2 x_4 \quad x_3^2)', \ldots$ (contenenti le coordinate cogli apici) si esprimeranno mediante gli analoghi $(x_2 x_4 - x_3^2), \ldots$ — a meno di un eventuale fattore comune — nello stesso modo in cui le u'_i si esprimono mediante le u_i. Limitandoci pertanto a considerare i rapporti dei detti binomi, indicando con A_i, B_i, C_i i subdeterminanti contenuti in $[a_1\ b_2\ c_3]$, e ponendo per brevità:

$$\Sigma_i = A_i(x_2x_4 - x_3^2) + B_i(x_2x_3 - x_1x_4) + C_i(x_1x_3 - x_2^2);$$

avremo:

$$\frac{(x_2x_4 - x_3^2)'}{(x_1x_3 - x_2^2)'} = \frac{\Sigma_1}{\Sigma_3}; \qquad \frac{(x_2x_3 - x_1x_4)'}{(x_1x_3 - x_2^2)'} = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_3}$$

e di qui ricaviamo subito per x'_4 due diverse espressioni, le quali coincidono perchè, eguagliate, conducono subito all'identità:

$$x'_1\,\Sigma_1 + x'_2\,\Sigma_2 + x'_3\,\Sigma_3 = 0.$$

Potremo quindi ritenere ad es.:

$$x'_4 = \frac{A_1(x_2x_4 - x_3^2) + B_1(x_2x_3 - x_1x_4) + C_1(x_1x_3 - x_2^2)}{A_3(x_2x_4 - x_3^2) + B_3(x_2x_3 - x_1x_4) + C_3(x_1x_3 - x_2^2)} \cdot \frac{x'_1x'_3 - x'^2_2}{x'_2} + \frac{x'^2_3}{x'_2}$$

dove a x'_1, x'_2, x'_3 si devono intendere sostituiti i valori dati dalle (1). Il sistema delle (1) e di quest'ultima equazione rappresenterà il nostro gruppo ∞^8.

L'equazione del sistema lineare invariante ∞^7 di superficie cubiche (somma del sistema (2) e della stella di piani $\alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \alpha_3x_3 = 0$) è la seguente:

$$(\alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \alpha_3x_3)(x_2x_4 - x_3^2) + (\beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3)(x_2x_3 - x_1x_4) +$$
$$+ (\gamma_1x_1 + \gamma_2x_2)(x_1x_3 - x_2^2) = 0$$

dove si è soppresso il termine contenente il prodotto

$$x_3(x_1x_3 - x_2^2) \equiv -x_1(x_2x_4 - x_3^2) - x_2(x_2x_3 - x_1x_4)$$

Questo sistema lineare rappresenta una varietà M_3^6 dello spazio S_7, a curve sezioni ellittiche (1), sulla quale alle rette a e c corrispondono ancora rette, formanti due congruenze del 1° ordine (con proprietà identiche); e ai piani α e alle quadriche Q corrispondono rigate cubiche normali (di spazi S_4), aventi rispettivamente per generatrici rette delle due congruenze nominate, e per direttrice sempre una retta dell'altra congruenza. *Questa varietà* M_3^6 *di* S_7 *ammetterà pertanto un gruppo* ∞^8 *di trasformazioni proiettive isomorfo al gruppo totale delle omografie piane.*

È questo il caso più semplice di una varietà a tre dimensioni con un gruppo siffatto di trasformazioni proiettive in sè; tali varietà dovendo contenere (per una proposizione stabilita dal sig. Study (2)) due diverse congruenze di curve (razionali

(1) Enriques, " Rend. Acc. dei Lincei „, giugno 1894.

(2) Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, vol. III, p. 786-87.

normali) di ordini m, n, nel qual caso sono esse stesse di ordine $3mn(m+n)$ e appartengono a uno spazio di dimensione $\frac{1}{2}(m+1)(n+1)(m+n+2)-1$. Nel caso attuale è $m=n=1$.

29. — Ritorniamo al sistema Σ_1 considerato al n° 27, e che ora possiamo supporre non sia un fascio nè una rete, e abbia perciò la dimensione ≥ 3. Questo sistema sarà irriducibile (astrazion fatta da un'eventuale parte fissa); e si può anche assicurarsi facilmente che esso è semplice, mostrando come il gruppo G, il quale opera in modo primitivo sulla stella A, non possa trasformare in sè nessuna involuzione di punti dello spazio S_3, tale che due punti coniugati in essa stiano sempre sopra raggi a distinti. (Così pure si elimina facilmente il dubbio che il sistema Σ_1 — qui almeno ∞^3 — possa appartenere a una congruenza di curve invariante).

Potremo perciò sostituire al gruppo (cremoniano) G un gruppo proiettivo che indicheremo ancora con G) sopra una varietà μ_3 di uno spazio S_r, rappresentabile sopra S_3 in modo che alle sue sezioni iperpiane corrispondano le superficie del sistema Σ_1. Su questa varietà, alle rette a corrisponderanno ancora rette (che indicheremo pure con a), e ai piani α corrisponderanno certe rigate φ aventi rette a per generatrici. E, corrispondentemente alle ipotesi *a), b)* del n° 27, potremo supporre:

a) che le rigate φ appartengano allo spazio complessivo S_r; — oppure:

b) che lo spazio minore S_h ($h \leq r-1$) di una φ generica contenga anche una varietà (fissa) unisecante le a, per modo che ogni S_{r-1} passante per un tale S_h incontri ulteriormente μ_3 secondo una rigata di generatrici a.

Osserviamo intanto che nel gruppo G (il quale opera in modo almeno ∞^5 sulla congruenza delle a) vi sono certo infinite trasformazioni che lasciano fissa una rigata φ arbitraria (φ_0) con tutte le sue generatrici a, e quindi anche tutto un fascio di rigate φ (senza tuttavia che in ciascuna di queste siano anche fisse tutte le generatrici). E ogni gruppo ∞^1 di trasformazioni così fatte subordinerà nello spazio cui appartiene la rigata φ_0 un gruppo anche ∞^1 di omografie rigate (o eventualmente di omologie).

Se dunque questo spazio fosse lo stesso S_r, se ne dedurrebbe che, corrispondentemente a ciascuno di quei gruppi ∞^1, esiste un fascio di rigate φ invarianti, ciascuna delle quali contiene infinite rette (traiettorie) distinte dalle generatrici a. Queste rigate sarebbero perciò quadriche, e si avrebbe $r=3$: ma anche questo caso è da escludersi perchè, per un gruppo proiettivo di S_3, le rette a non potrebbero essere che raggi di una stella, e le rigate φ sarebbero allora piani di questa stella (e non apparterrebbero perciò a S_3).

Supponiamo invece che ogni rigata φ appartenga a uno spazio S_h (essendo $h < r-1$), il quale incontri ulteriormente μ_3 secondo una varietà (fissa) unisecante le a. Questa varietà potrebbe ridursi a un punto, nel qual caso le φ e μ_3 stessa sarebbero coni; ma non può essere una curva, se no gli ∞^1 coni di rette a uscenti dai singoli punti di questa curva formerebbero un sistema di imprimitività per il gruppo subordinato da G nella congruenza delle a. — Vediamo infine se questa varietà possa essere una superficie (ψ). Allora, per la stessa ragione di poc'anzi, ogni gruppo ∞^1 il quale lasci fisse tutte le generatrici a di una rigata φ dovrebbe far descrivere ai

punti di questa superficie (che sta nello spazio S_h di quella rigata) traiettorie rettilinee. La ψ sarebbe dunque una rigata, e anzi in infiniti modi diversi (perchè queste traiettorie varierebbero colla φ); sarebbe dunque un piano (π), e le rette di questo piano sarebbero rispettivamente direttrici delle ∞^2 rigate φ.

In questo piano (unisecante le α) verrà anche subordinato da G un gruppo (proiettivo) primitivo. Se questo gruppo lascia fissa una retta del piano stesso (è dunque ∞^5 o ∞^6), la varietà μ_3 si proietterà univocamente da questa retta in un cono, sul quale a G corrisponderà ancora un gruppo proiettivo.

Resterebbe a vedere cosa avviene quando sul piano π viene subordinato da G l'intero gruppo proiettivo ∞^8: ma questo caso si può facilmente escludere (finchè, ben inteso, il piano stesso sia contenuto nello spazio S_h di ciascuna rigata φ). Infatti in questo caso il gruppo G opererebbe in modo ∞^3 sulla serie delle generatrici di ciascuna rigata φ, e quindi sulla serie dei piani proiettanti queste generatrici dalla direttrice rettilinea (f) contenuta in π. Questa serie di piani può dunque considerarsi come una curva razionale normale nello spazio Σ_{h-2} dei piani passanti per f e contenuti nell' S_h della rigata φ: dal che si trae che un gruppo proiettivo, il quale operi su di essa in modo ∞^3, non può lasciar fisso nessun piano del sistema Σ_{h-2}. Ma uno di questi piani, nelle nostre ipotesi, sarebbe appunto π; siamo dunque caduti in un assurdo, ed è perciò da escludersi che in π venga subordinato l'intero gruppo ∞^8.

30. — L'analisi fatta al n° prec. ci permette di concludere che tutti i gruppi continui di trasformazioni cremoniane i quali lasciano fissa una stella di rette e operano su di essa in modo primitivo, o si riducono a uno dei tipi incontrati ai n^i 4 e 28, oppure sono equivalenti a gruppi proiettivi sopra coni (di prima specie, a tre dimensioni). Di più, questi gruppi proiettivi dovranno tutti operare in modo primitivo sui sistemi di ∞^2 generatrici dei coni medesimi. Questi sistemi di generatrici si potranno dunque considerare come superficie — ossia le sezioni iperpiane dei coni stessi saranno superficie — con un gruppo continuo primitivo di trasformazioni proiettive in sè. Si tratterà perciò di coni di ordine n^2, appartenenti a spazi di dimensione $\frac{n\,n+3)}{2}+1=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, e aventi per sezioni iperpiane delle superficie razionali rappresentanti il sistema lineare di tutte le curve piane algebriche di ordine n (1).

Un tal cono può rappresentarsi birazionalmente sullo spazio S_3, con un'opportuna proiezione, in modo che alle ∞^2 generatrici di esso corrispondano le rette di una stella A, e alle sue sezioni iperpiane il sistema di *tutte* le superficie di ordine n aventi nel punto A la multiplicità $n-1$ e un dato cono tangente (di ordine $n-1$), il quale potrà anche spezzarsi comunque, senza dar luogo con ciò a casi fra loro distinti.

Il gruppo più ampio di trasformazioni proiettive sopra un tal cono Γ^{n^2}, operando in modo ∞^8 sul sistema delle sue generatrici, dipenderà da $\frac{(n+1)(n+2)}{2}+9$ parametri. Il

(1) Come trovasi dimostrato in una mia Nota, inserta nei " Rend. del Circolo Mat. di Palermo " (t. XI, 1898).

gruppo ad esso corrispondente in S_3 coincide evidentemente col primo dei tre gruppi tipici da noi incontrati al n° 9.

In particolare, per $n = 1$ si ha il gruppo proiettivo ∞^{12} di S_3 con un punto fisso: per $n = 2$ si ha uno dei gruppi di trasformazioni quadratiche considerati nella comunicazione del sig. Noether. Per n qualunque, le trasformazioni che compongono il gruppo sono state studiate nella Memoria del De Paolis da noi già cit. al n° 6.

Riassumendo pertanto i risultati ottenuti in questo Cap. VII, diremo:

Ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane dello spazio, il quale trasformi in sè una stella di rette e subordini in questa un gruppo primitivo, può ridursi birazionalmente a uno dei seguenti tipi:

1° *Gruppo* ∞^{11} *delle trasformazioni quadratiche che mutano in sè il sistema lineare* ∞^5 *delle quadriche aventi a comune una retta e un punto fuori di questa retta,* e suoi sottogruppi;

2° *Gruppo* ∞^8 *delle trasformazioni cubiche che mutano in sè il sistema lineare* ∞^8 *delle superficie del 3° ordine passanti per una cubica sghemba e aventi un punto doppio fisso sopra questa cubica;*

3° *Gruppo di dimensione* $\frac{(n+1)(n+2)}{2}+9$ *delle trasformazioni di ordine n che mutano in sè il sistema lineare* $\infty^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$ *delle superficie di ordine n aventi un dato punto* $(n-1)^{plo}$ *e uno stesso cono tangente in questo punto,* e suoi sottogruppi.

Questi sottogruppi s'intendono naturalmente limitati a quelli che operano ancora in modo primitivo sulla stella di rette invariante.

CAPITOLO VIII.

Gruppi con una stella invariante di rette, entro la quale viene subordinato un gruppo proiettivo ∞^3 *trasformante in sè stesso un cono quadrico di raggi della stella.*

31. — I gruppi di quest'ultima categoria si possono supporre transitivi, perchè, in caso contrario, potendosi ridurre a gruppi trasformanti in sè ogni piano di un certo fascio, essi si sarebbero già presentati nei Cap. IV-VI. — Di più, essi possono supporsi non integrabili, e quindi almeno ∞^3. Se sono soltanto ∞^3 (e transitivi), dovranno appartenere al caso *ciclico* (E F, § 21) o al caso *diedrico* (E F, § 23). Del primo caso abbiamo già determinato al n° 20 l'unico gruppo tipico (per un dato ordine); dei gruppi ∞^3 diedrici (che rientrano tutti in quest'ultima categoria) ci occuperemo alla fine del presente capitolo. Escluso questo caso, potremo dunque supporre che si tratti di un gruppo (transitivo) almeno ∞^4, e contenente perciò un sottogruppo invariante almeno ∞^1, il quale lasci fisso ogni raggio della stella invariante.

Costruiamo anche in questo caso un sistema lineare completo, semplice, di superficie unisecanti i raggi della stella invariante, il quale sia trasformato in sè da ogni operazione del gruppo proposto. Questo sistema rappresenterà una varietà normale μ_3 di uno spazio S_r, sulla quale al gruppo proposto corrisponderà un gruppo

proiettivo G, e alla stella di rette invariante in S_3 corrisponderà una congruenza di rette a, traiettorie (fisse) per un sottogruppo invariante G' di G (almeno ∞^1).

Se questo gruppo G' subordina sopra ogni retta a tutte le possibili ∞^3 proiettività, se ne deduce (per quanto si è detto al n° 7) che vi sarà un fascio di superficie (razionali) unisecanti le a invariante rispetto a G' stesso, e anche rispetto a G. Il gruppo di cui trattasi sarà perciò equivalente a uno dei gruppi di trasformazioni quadratiche incontrati al n° 4 (e più volte in seguito).

Escluso anche questo caso, il gruppo G' dovrà certo lasciar fissi sopra ogni retta a uno o due punti, luoghi dei quali saranno rispettivamente una o due varietà unisecanti le a (non una varietà unica bisecante le a, essendo queste rette traiettorie di almeno un gruppo ∞^1 [1]): queste varietà saranno pure invarianti rispetto a G. Esse non saranno tuttavia *curve*, perchè se no le a si ripartirebbero in un fascio invariante di coni, mentre non deve essere invariante alcun fascio (sistema ∞^1 d'indice uno) di rigate appartenenti alla loro congruenza. E se una di quelle varietà si riduce a un punto, la μ_3 viene ad essere un cono: caso già esaminato al n° 9. Potremo dunque supporre che quelle varietà unisecanti le a siano delle *superficie*.

32. — Supponiamo che il gruppo G ammetta due diverse superficie invarianti (φ, φ') unisecanti le a; i punti di queste superficie saranno allora punti uniti fissi per ogni operazione contenuta in G'. Queste stesse superficie dovranno perciò appartenere rispettivamente a due spazi minori indipendenti S_h e S_{r-h-1} entro S_r; e su ciascuna di esse il gruppo totale G subordinerà un gruppo proiettivo equivalente (a quello subordinato nella congruenza delle a, ossia) a un gruppo ∞^3 di omografie piane con una conica fissa. Ora, essendosi supposta normale la varietà μ_3, saranno pure normali le due superficie φ, φ': è infatti completo il sistema lineare delle rigate intersezioni residue di μ_3 cogli S_{r-1} passanti ad es. per φ, e completo quindi sopra φ' il sistema lineare di curve segatovi da queste rigate [2], il quale si compone appunto delle sezioni iperpiane di φ' stessa. Ciascuna di queste due superficie si potrà quindi rappresentare sul piano con un sistema lineare completo di curve di un certo ordine n, il quale sia mutato in sè stesso da tutte le omografie che lasciano fissa una certa conica. Questo sistema non potrà pertanto avere alcun punto base (non avendo le dette omografie nessun punto unito fisso), e dovrà perciò comporsi di tutte le curve piane aventi quel dato ordine n. Le φ e φ' saranno dunque superficie F^{n^2} di spazi $S_{n\frac{(n+3)}{2}}$; e la varietà μ_3 potrà considerarsi come generata da una corrispondenza proiettiva tra due superficie di questo tipo, poste in spazi indipendenti; le rette a sarebbero le congiungenti delle coppie di punti omologhi in questa proiettività.

D'altra parte è evidente che ogni varietà così costruita ammette un gruppo almeno ∞^3 di trasformazioni proiettive, il quale opera in modo ∞^3 (e come un gruppo primitivo) sulla congruenza delle a e sulle superficie φ e φ'. I gruppi che

---

(1) Cfr. EF, § 7.

(2) Poichè φ' (e così pure φ) è riferita birazionalmente alla congruenza delle a, colla quale si trova, in certo qual modo, in posizione prospettiva.

così si ottengono rientrano dunque come sottogruppi in quelli già incontrati al Cap. VII.

33. — Rimane a vedere cosa avviene quando il gruppo G lascia fissa una sola superficie φ unisecante le a. — Stacchiamo allora da G un sottogruppo semplice ∞^3 (certo esistente) H: esso dovrà operare sulla congruenza delle a in modo anche ∞^3 (ossia come G medesimo). Dico che H deve trasformare in sè anche una seconda superficie ψ unisecante le a. Infatti le ∞^1 operazioni di H che mutano in sè una retta a generica lasciano certo fisso (trattandosi di un sottogruppo ∞^1 non parabolico di un gruppo semplice ∞^3) anche (almeno) un secondo punto di a — distinto da quello che sta su φ —; e questo punto, variando la retta a, descrive la superficie richiesta ψ. (Se risultassero contemporaneamente uniti tutti i punti di a, si avrebbero ∞^1 superficie così fatte). — Applichiamo ora a questa superficie ψ tutte le operazioni di G, e consideriamo il minimo sistema lineare Σ (certo invariante, e di dimensione >0) contenente le superficie così ottenute. Se questo sistema è un fascio, ricadiamo nel caso del n° 4. D'altra parte Σ non può essere una rete, o, più generalmente, un sistema lineare appartenente a una congruenza di curve (invariante, del 1° ordine), perchè allora le rette a che si appoggiano a una di queste curve dovrebbero incontrare anche le ∞^1 curve trasformate della prima mediante G' [1]; e le ∞^2 rette a si distribuirebbero così in ∞^1 rigate formanti un fascio invariante (rispetto a G), il che è contro l'ipotesi. Infine il sistema Σ (ove non sia un fascio) è certamente semplice; se no esso apparterrebbe a un' involuzione invariante, nella quale ai punti di un raggio a, certo invariante rispetto a G', non potrebbero essere coniugati che i punti di (uno o più) altri raggi a; il che è da escludersi, non essendovi involuzioni invarianti entro la congruenza delle stesse a.

Possiamo dunque ridurci a un gruppo proiettivo sopra una nuova varietà μ'_3, le cui sezioni iperpiane corrispondano alle superficie del sistema Σ. Allora ogni sottogruppo H lascerà fissa una sezione iperpiana di questa varietà, e perciò ancora un punto fuori di questo iperpiano; dal che si trae facilmente che la varietà μ'_3 è un cono col vertice in quest'ultimo punto, il quale sarà perciò invariante rispetto all'intero gruppo G (se no vi sarebbe ancora una superficie fissa φ' unisecante le a, sulla quale i diversi sottogruppi H dovrebbero subordinare uno stesso gruppo ∞^3, mentre d'altra parte questo gruppo ∞^3 dovrebbe lasciarvi fissa una sezione iperpiana variabile con H).

Concludiamo pertanto: *I soli gruppi essenzialmente nuovi di questo Cap. VIII* (che non rientrano cioè in casi già noti) *sono i gruppi* ∞^3 *del tipo diedrico.*

Gruppi ∞^3*, semplici, transitivi, del tipo diedrico.*

34. — È noto (E F, § 23) che i gruppi cremoniani ∞^3, semplici, transitivi, del tipo diedrico — tali cioè che le operazioni di essi che lasciano fermo un punto generico dello spazio formino un gruppo finito diedrico di un certo ordine $2n$ — sono

[1] Sottogruppo doppiamente intransitivo, avente le a per traiettorie fisse.

birazionalmente equivalenti, per $n>2$, al gruppo ∞^3 di tutte le trasformazioni proiettive sulla varietà luogo delle corde di una C^n razionale normale.

I gruppi tipici ai quali essi possono ridursi (per $n > 2$) risulteranno pertanto da una qualunque rappresentazione spaziale di questa varietà (μ_3). Possiamo anzi supporre $n>3$, perchè per $n=3$ la varietà μ_3 è lo stesso spazio S_3, e si ha come tipo il gruppo proiettivo ∞^3 con una cubica fissa.

Proiettiamo perciò la curva C^n e la varietà μ_3 delle sue corde da uno spazio (Σ_{n-4}) $(n-3)$-secante rispetto alla curva stessa; la C^n si proietterà secondo una cubica sghemba (γ) di uno spazio S_3, e la varietà μ_3 si proietterà univocamente sopra questo spazio, in modo che alle sue ∞^2 rette (corde della C^n) corrispondano le corde di questa cubica.

Poichè la varietà μ_3 è di ordine $\frac{n-1.n-2}{2}$, e lo spazio Σ_{n-1} la incontra secondo $\frac{n-3.n-4}{2}$ rette, così le sue sezioni iperpiane si proietteranno in superficie di ordine

$$\frac{n-1.n-2}{2} - \frac{n-3.n-4}{2} = 2n-5.$$

Queste superficie conterranno la cubica γ come curva multipla di ordine $n-3$ (poichè lo spazio S_{n-3} che da Σ_{n-1} proietta un punto qualunque di C^n contiene altre $n-3$ rette di μ_3), e ammetteranno nei singoli punti di questa curva $n-3$ piani tangenti fissi, passanti rispettivamente per quei punti P_1 P_2 ... P_{n-3} di γ che corrispondono alle intersezioni di C^n collo spazio Σ_{n-4}. Infine le superficie F conterranno ancora le $\frac{n-3.n-4}{2}$ rette che congiungono questi punti P_i a due a due; rette che sono immagini degli spazi S_3 tangenti a μ_3 lungo le rette di essa contenute in Σ_{n-4}.

Queste condizioni individuano completamente il sistema lineare ∞^n rappresentativo di μ_3.

Concludiamo pertanto:

I gruppi cremoniani, transitivi, semplici, ∞^3 corrispondenti al caso diedrico di un certo ordine $2n$ $(n>2)$ si riducono birazionalmente al gruppo ∞^3 delle trasformazioni di ordine $2n-5$ che mutano in sè stesso il sistema lineare ∞^n delle superficie di ordine $2n-5$ che soddisfanno alle condizioni seguenti:

1° *Hanno una data cubica sghemba come curva* $(n-3)^{pla}$;

2° *Toccano in ogni punto di questa cubica gli* $n-3$ *piani ivi tangenti ad essa e proicttanti rispettivamente* $n-3$ *punti fissi della curva medesima;*

3° *Contengono le* $\frac{n-3.n-4}{2}$ *rette che congiungono questi* $n-3$ *punti a due a due.*

Queste trasformazioni mutano in sè stessa la congruenza delle corde della cubica considerata, e operano su di essa e sulla cubica come le ∞^3 trasformazioni proiettive di questa curva in sè stessa. Assegnando ad arbitrio una di queste proiettività sulla cubica, risulta già determinata la trasformazione corrispondente nella congruenza delle corde, e anche *una* trasformazione del nostro gruppo di ordine $2n-5$ in S_3, perchè di ogni superficie del sistema lineare invariante risulta individuata la corrispondente mediante il sistema delle corde (variabili) della cubica ch'essa deve contenere.

Questo gruppo ∞^3 e il relativo sistema lineare invariante si possono rappresentare analiticamente in modo analogo a quanto si è fatto in E F, § 27 per il gruppo ∞^3 icosaedrico. — Rappresentata una C^n di S_n colle equazioni:

$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \end{vmatrix} = 0$$

si vede facilmente che la varietà delle sue corde sarà rappresentata dall'annullarsi di tutti i determinanti di 3° ordine estratti dalla matrice:

$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_{n-2} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n-1} \\ x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_n \end{vmatrix} \quad (^1)$$

Infatti le coordinate di un punto generico di questa varietà di corde possono esprimersi ponendo $x_i = \lambda^{n-i} + k\mu^{n-i}$ (dove λ, μ, k sono parametri indipendenti); e allora vanno appunto a zero tutti i determinanti di 3° ordine estratti dall'ultima matrice. D'altra parte l'ordine di quella stessa varietà vale $\binom{n-1}{2}$, e coincide quindi coll'ordine della varietà, pure a tre dimensioni, rappresentata dall'annullarsi dei determinanti considerati (²).

Ponendo per brevità:

$$X_{i,k} = \begin{vmatrix} x_{i-1} & x_{k-1} \\ x_i & x_k \end{vmatrix};$$

il determinante di 3° ordine formato colle verticali di posto $h-3$, $h-2$, $h-1$, sviluppato secondo gli elementi dell'ultima orizzontale ed eguagliato a zero, dà la relazione:

$$x_{h-2}X_{h-2,h-1} + x_{h-1}X_{h-1,h-3} + x_hX_{h-3,h-2} = 0. \qquad (1)$$

D'altra parte l'annullarsi di tutti questi determinanti di 3° ordine conduce a stabilire, fra i subdeterminanti X, delle relazioni di proporzionalità, le quali possono compendiarsi scrivendo che il rapporto $X_{i,k} : X_{i+1,k+1} = \rho$ ha un valore costante (indipendente cioè dai due indici i, k). L'equazione (1), moltiplicata per ρ^{h-4}, equivale perciò a quest'altra:

$$x_{h-2}X_{23} + x_{h-1}X_{31} + x_hX_{12} = 0$$

(¹) Questa stessa sarà perciò anche la condizione, perchè la forma binaria x_1^n (con coefficienti binomiali) possa ridursi al tipo $z^n_1 + z^n_2$ (somma di due potenze n^{sime}).

(²) Cfr. ad es. Pieri, *Sull'ordine della varietà generata da più sistemi lineari omografici* (" Rend. di Palermo „, t. XI, 1897).

e permette quindi, dando ad h successivamente i valori 4, 5, ... n, di esprimere $x_4, x_5, \ldots x_n$ razionalmente mediante x_0, x_1, x_2, x_3.

Ponendo ancora:

$$D_h = \begin{vmatrix} X_{31} & X_{12} & 0 & . & 0 & 0 \\ X_{23} & X_{31} & X_{12} & . & 0 & 0 \\ 0 & X_{23} & X_{31} & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & X_{31} & X_{12} \\ 0 & 0 & 0 & . & X_{23} & X_{31} \end{vmatrix}$$

dove l'indice h esprime l'ordine del determinante (supposto ≥ 1), e assumendo per convenzione $D_0 = 1$, $D_{-1} = 0$, si ricava ($h \geq 4$):

$$x_h = \left\{ \frac{-1}{X_{12}} \right\}^{h-3} [(x_2 X_{23} + x_3 X_{31}) D_{h-4} - x_3 X_{12} X_{23} D_{h-5}] \qquad (2)$$

le quali equazioni mostrano altresì che la nostra varietà di corde (come già si è osservato) si proietta univocamente sullo spazio (S_3) $x_4 = x_5 = \ldots = x_n = 0$, dallo spazio fondamentale opposto (Σ_{n-4}) $x_0 = x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Quest'ultimo spazio è osculatore alla C^n, sicchè gli $n-3$ punti P_i vengono ora a coincidere.

L' equazione del sistema lineare ∞^n rappresentativo della varietà μ_3 nello spazio (S_3) $x_4 = \ldots = x_n = 0$ si otterrà introducendo nell'equazione lineare $\sum_i \lambda_i x_i = 0$ in luogo di $x_4, \ldots x_n$ le loro espressioni date dalle (2): sarà dunque, liberata da denominatori:

$$(\lambda_0 x_0 + \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3) X_{12}^{n-3} + \sum_{h=4}^{n} \lambda_h X_{12}^{n-h} \{ (x_2 X_{23} + x_3 X_{31}) D_{h-4} - x_3 X_{12} X_{23} D_{h-5} \} = 0$$

e risulta appunto di grado:

$$2(n-h) + 3 + 2(h-4) = 2(n-h) + 5 + 2(h-5) = 2n - 5.$$

Questo sistema lineare ∞^n sarà invariante rispetto al nostro gruppo cremoniano tipico ∞^3; e le equazioni di questo gruppo si dedurranno facilmente da quelle del gruppo proiettivo di S_n con una C^n invariante. È noto che queste ultime, nel sistema di coordinate già assunto, possono mettersi sotto la forma:

$$x'_i = (a\lambda + b\mu)^{n-i} (c\lambda + d\mu)^i$$

dove a, b, c, d sono parametri omogenei, e al 2° membro si devono intendere sostituite le x_i ai prodotti $\lambda^{n-i} \mu^i$. Qui basterà tener conto delle prime quattro equazioni ($i = 0, 1, 2, 3$), introducendo ancora nei secondi membri, in luogo di $x_4, \ldots x_n$, le loro espressioni date dalle (2).

35. — Da queste considerazioni rimane però escluso il caso $n = 2$; il caso cioè dei gruppi equivalenti al gruppo proiettivo ∞^3 della varietà M_3^3 di S_4 rappresentata dall'equazione:

$$i^3 + j^2 = 0$$

dove i, j sono i soliti invarianti di una forma binaria biquadratica (1). Bisognerebbe quindi assegnare anche per questa varietà una rappresentazione spaziale.

Preferiamo tuttavia (per giungere a un risultato più semplice) dare dell'intera categoria dei gruppi ∞^3 diedrici una nuova trattazione, dalla quale non rimarrà più esclusa l'ipotesi $n = 2$ (mentre per $n > 2$ si ritroveranno gli stessi gruppi tipici di poc'anzi).

Ogni gruppo ∞^3 diedrico, potendo ridursi a un gruppo cremoniano trasformante in sè una stella di rette, sarà pure equivalente a un gruppo proiettivo G sopra una varietà μ_3 di un certo spazio S_r, contenente una congruenza (invariante, del 1° ordine) di rette a.

Su questa congruenza il gruppo G opererà ancora come un gruppo ∞^3 di omografie piane con una conica fissa; e su ogni retta a imposta come fissa dovrà essere invariante *una coppia* di punti, fra loro permutabili (come risulta anche dalle considerazioni esposte in EF, § 23). Luogo di questi punti sarà una varietà (irriducibile) bisecante le a, e invariante rispetto a G. — Abbiamo testè esaminato il caso in cui questa varietà fosse una curva (necessariamente razionale, normale), e le a le ∞^2 corde di questa curva. Supponiamo ora invece che questa varietà sia una superficie φ (la quale può ritenersi normale): saremo così sicuri di comprendere ogni altro caso di gruppo diedrico.

Su questa superficie le rette a segheranno un'involuzione quadratica invariante, sulla quale G dovrà operare come sulla congruenza delle a stesse. Di qui si trae che:

Il gruppo subordinato da G *sulla superficie* φ *è equivalente al gruppo proiettivo* ∞^3 *di una quadrica non degenere di* S_3 *sulla quale si sia fissata una conica.*

Ai due sistemi di generatrici di questa quadrica corrisponderanno su φ due fasci di curve (razionali normali) aventi rispett. certi ordini m, n. Alla conica fissa corrisponderà allora una curva di ordine $m+n$; e φ stessa sarà una superficie di ordine $2mn$, appartenente a uno spazio di dimensione $mn+m+n$ (2). Nell'involuzione quadratica invariante sopra φ ad ogni curva C^m è coniugata una C^n, e inversamente; e sulla varietà μ_3 queste coppie di curve determineranno un sistema invariante ∞^1, d'indice due, di rigate R^{m+n-1} aventi rette a per generatrici.

Ciò premesso, riesce facile il vedere in qual modo il gruppo G operi sopra μ_3. Fissato su μ_3 un punto generico A, e quindi la retta a che lo contiene, resterà ancora un gruppo finito diedrico di un certo ordine $2k$ (non escluso il caso $k = 1$) trasformante in sè la coppia di rigate R^{m+n-1} passanti per questa retta a; e vi sarà quindi un gruppo ciclico di ordine k trasformante in sè ciascuna di quelle

(1) EF, § 23.

(2) E rappresentabile sul piano col sistema lineare delle curve di ordine $m + n$ aventi a comune un punto m^{plo} e un punto n^{plo}.

due rigate, e ciascun punto della retta a comune ad esse (ossia passante per A). — E poichè ogni operazione di G la quale lasci fisso ciascun punto di una rigata R^{m+n-1} lascia anche fisso ogni punto di φ e quindi ogni punto di μ_3, così siamo ricondotti a cercare di qual ordine k sia il gruppo finito ciclico che si ha sopra una R^{m+n-1}, quando se ne impongano come fisse le due direttrici C^m e C^n appartenenti a φ (e aventi un punto A a comune), e tutti i punti di una generatrice a (arbitraria).

Osserviamo che si può ritenere $m \neq n$, perchè se no le ∞^1 rigate $R^{m+n-1} \equiv R^{2n-1}$ ammetterebbero rispett. come direttrici minime altrettante curve di ordine $n-1$ non contenute in φ, e aventi per luogo una nuova superficie invariante rispetto a G; sicchè il gruppo continuo ∞^1 che lascia fisso un raggio a ne lascerebbe anche fissi almeno tre, e quindi tutti i punti, e il gruppo G sarebbe perciò intransitivo rispetto a μ_3, contro l'ipotesi.

Supposto pertanto $m > n$, possiamo ancora escludere il caso $m = n+1$, perchè la rigata $R^{m+n-1} \equiv R^{2n}$ conterrebbe allora infinite direttrici (minime) di ordine n, e ogni trasformazione proiettiva su di essa la quale lasciasse fissa una direttrice $C^m \equiv C^{n+1}$ e tutti i punti di una data generatrice muterebbe in sè anche ciascuna delle direttrici C^n, quindi ogni punto della C^{n+1} fissa nonchè ogni generatrice, e si ridurrebbe perciò alla trasformazione identica. Si avrebbe quindi $k = 1$, vale a dire il gruppo G sarebbe soltanto ciclico (di ordine *due*).

Sia dunque $m > n+1$. Allora ogni curva C^n sopra φ sarà direttrice minima unica di una rigata R^{m+n-1}; e le direttrici di questa rigata di ordine immediatamente superiore avranno l'ordine $m-1$ e formeranno un sistema lineare di dimensione $m-n$ (≥ 2) e di grado $m-n-1$. Questo sistema lineare rappresenta un cono razionale normale Γ^{m-n-1} di uno spazio S_{m-n}, riferibile alla rigata R^{m+n-1} in modo che si corrispondano le rispettive trasformazioni proiettive. E poichè alla direttrice C^m intersezione residua di R^{m+n-1} con φ corrisponde su Γ^{m-n-1} una curva razionale normale di ordine $m-n$ passante pel vertice di Γ stesso, così siamo condotti a vedere di qual ordine k sia il gruppo proiettivo ciclico che si ha su Γ (ossia nel relativo spazio S_{m-n}) imponendo come fissa una tal curva di ordine $m-n$ e tutti i punti di una generatrice arbitraria di Γ stesso (ossia di una corda di questa curva). Ed è noto (e fu già osservato in E F, § 23) che si ha $k = m-n$.

Concludiamo pertanto: *Le operazioni del gruppo* G *che lasciano fisso un punto generico della varietà* μ_3 *formano un gruppo diedrico di ordine* $2(m-n)$ (essendo $m \geq n+2$).

D'altra parte i gruppi cremoniani ∞^3, semplici, transitivi, corrispondenti al caso diedrico di uno stesso ordine sono tutti fra loro equivalenti. Essendo pertanto essenziale la sola differenza $m-n$, si avranno già tutti i casi possibili supponendo $n = 1$, $m \geq 3$; assumendo cioè come superficie φ *una rigata razionale normale di ordine* $2m$ *con* ∞^1 *direttrici minime di ordine* m.

Il gruppo proiettivo ∞^3 sulla corrispondente varietà μ_3 sarà un gruppo diedrico di ordine $2(m-1)$.

36. — Per $m \geq 4$ la rigata φ^{2m} e la corrispondente varietà μ_3 possono proiettarsi dallo spazio S_{m+1} della direttrice C^{m+1} contenuta in φ su di uno spazio S_{m-1}.

Le generatrici di φ si proietteranno rispettivamente nei punti di una curva (razionale normale) di ordine $m-1$ appartenente a quest'ultimo spazio, e le ∞^2 rette della varietà μ_3, che sono corde di Φ, si proietteranno secondo le ∞^2 corde di questa curva: la varietà stessa si proietterà perciò univocamente nella varietà luogo di queste corde. — Ritroviamo così gli stessi tipi di poc'anzi, perchè alle trasformazioni proiettive di μ_3 corrispondono trasformazioni anche proiettive sulla nuova varietà (proiezione). E rimane pure confermato l'ordine $2(m-1)$ del gruppo diedrico.

Ma per $m=3$ questa proiezione non è più effettuabile. La superficie φ è allora una rigata razionale normale del 6° ordine (in S_7) con ∞^1 direttrici cubiche. *Dico che la varietà* μ_3 *coincide in questo caso colla varietà* M_3^6 *a (curve) sezioni ellittiche da noi considerate alla fine del n° 28.*

Ricordiamo infatti che questa M_3^6 ammette un gruppo continuo ∞^8 di trasformazioni proiettive, isomorfo al gruppo totale delle omografie piane. Stacchiamo pertanto da quel gruppo un sottogruppo ∞^3, corrispondente (nell'accennato isomorfismo) al gruppo delle omografie piane che lasciano fissa una data conica. Questo sottogruppo lascerà fissa sulla M_3^6, entro ciascuna delle sue congruenze (invarianti) di rette, una rigata sestica, contenente ∞^1 direttrici cubiche, e bisecante le rette dell'altra congruenza. A questo gruppo ∞^3, semplice, transitivo, trasformante in sè (in due modi diversi) una congruenza di rette e una superficie (irriducibile) bisecante queste rette, sarà applicabile l'intero ragionamento del n° prec. (per $n=1$, $m=3$), e ciò porta a concludere che siamo appunto nel caso diedrico per $k=2$.

Le equazioni di questo gruppo ∞^3 si ottengono facilmente da quelle del n° 28, sostituendo alle a_i, b_i, c_i espressioni opportune mediante tre parametri (o quattro omogenei).

Diremo perciò: *I gruppi* ∞^3, *semplici, transitivi, del tipo diedrico* $n=2$ (quelli cioè che sfuggono alla trattazione del n° 34) *si riducono birazionalmente a un determinato sottogruppo del gruppo* ∞^8 *di trasformazioni cubiche da noi incontrato al n° 28* (sottogruppo definito dal trasformare in sè un cono quadrico appartenente alla stella invariante di rette).

I gruppi ∞^3 del tipo diedrico di ordine $2n$ si possono dunque ridurre, per $n \geq 3$, a gruppi di trasformazioni di ordine $2n-5$ trasformanti in sè la congruenza delle corde di una cubica sghemba; e per $n=2$ a un gruppo di trasformazioni cubiche trasformante in sè un'analoga congruenza, nonchè una stella di rette avente il centro in un punto della cubica considerata.

Roma, marzo 1898.

SULL'AZIONE TOSSICA E SETTICA

DI ALCUNI

MICROORGANISMI PATOGENI

SUL

SISTEMA NERVOSO CENTRALE

MEMORIA

DEL DOTTOR

ANTONIO CESARIS-DEMEL

Libero Docente di Anatomia patologica.

Approvata nell'adunanza del 19 Giugno 1898.

Per una legge naturale cui è inutile il cercare di sottrarsi e di cui troviamo molteplici esempi nella storia della medicina, dacchè questa si è messa per la strada maestra della ricerca sperimentale, noi osserviamo che, dato un metodo nuovo fortunato di ricerca, per un certo tempo gran parte dei lavori sono indirizzati e guidati da questo metodo e dalle teorie che da questo possono derivare, metodo che per quanto sia perfetto, è pur sempre unilaterale.

Da questo ne avviene che alcuni capitoli della patologia (e questo potremmo ripetere per le altre scienze biologiche) guidati da metodi che si confacevano pienamente allo scopo sono giunti o quasi al loro compimento, e le nostre conoscenze vi sono concordi e complete, mentre altri capitoli risguardanti argomenti cui si applicarono metodi meno indicati e confacienti, sono ancora incompleti ed oscuri e vi troviamo, invece di fatti precisi e dimostrati, molteplici teorie che ne tengono il posto, ognuna delle quali potrà essere la buona ma nessuna è la sicura.

Così è che il metodo di ricerca bacteriologica fu per tanto tempo trascurato quasi completamente, o imperfettamente applicato nella ricerca eziologica delle molteplici affezioni che possono colpire il sistema nervoso centrale. Si cominciò addirittura a studiare la lesione istologica per sè stessa, indipendentemente dalla causa che poteva averla provocata, ed adoperando quasi esclusivamente quei metodi che si erano adoperati con tanto profitto e con innegabile vantaggio, nello studio della struttura istologica normale del sistema nervoso stesso. Si veniva così a costruire un edificio sopra basi poco sicure.

A questo aggiungasi che il sistema nervoso per richiedere metodi di ricerca delicati e pazienti, metodi unilaterali che si devono completare a vicenda e richie-

dono nell'osservatore un criterio critico cui solo una lunga esperienza può dare, per un certo tempo si sottrasse allo studio dei più e venne da questi considerato come qualche cosa di inesplorato e misterioso, cui solo a pochi fortunati fosse dato di accostarsi.

Così troviamo in gran parte dei lavori più estesi e recenti sullo studio delle infezioni cliniche e sperimentali, una lacuna per tutto quello che riguarda il sistema nervoso centrale, sia relativamente alla sua fisiopatologia in rapporto ad ogni singola infezione, sia in rapporto alle lesioni istologiche che l'infezione stessa vi poteva determinare. E a mantenere questa lacuna concorsero anche le teorie dominanti nella psichiatria che di certe affezioni nervose facevano e fanno quasi un monopolio degenerativo od atavico tanto, da far sembrare assurda l'ipotesi che potessero semplicemente dipendere da cause infettive.

Che se noi invece ci accingessimo a studiare le affezioni del sistema nervoso centrale cogli stessi metodi di ricerca istologica e bacteriologica, cogli stessi criteri che abbiamo adoperati ed adoperiamo ogni giorno nello studio delle affezioni di altri tessuti meno nobili del nostro organismo vi troveremmo forse dei fatti per quanto semplici molto dimostrativi e convincenti, e così per la via facile, ch'è sempre la migliore, saremmo arrivati alla soluzione di problemi, cui le vie difficili non ci avrebbero forse mai fatta raggiungere.

Queste considerazioni ci sono suggerite dai recenti progressi fatti nello studio della patologia del sistema nervoso centrale, applicando a questo il metodo di ricerca bacteriologica, e queste considerazioni ci hanno guidati nello studio di un caso di corea, che per cortese consenso del prof. Foà e del prof. Bozzolo, ha potuto essere oggetto delle nostre ricerche.

Questo caso di corea, come vedremo, ci dà la prova dimostrativa della origine infettiva di questa affezione nervosa, ce ne dimostra la lesione istologica che ci dà ragione completa e della sindrome e del decorso e degli esiti dell'affezione stessa. Le ricerche sperimentali poi che da questo caso ci vennero suggerite se da un lato completano e confermano quanto lo studio semplice, bacteriologico ed istologico del caso ci poteva suggerire, hanno un'importanza anche generale per quello che riguarda la patologia del sistema nervoso, e per questo noi del nostro lavoro non facciamo un semplice contributo alla esposizione ed allo studio di un caso clinico, ma vogliamo estenderlo a contributo sulla fisiopatologia generale del sistema nervoso stesso.

CAPITOLO I.

Il caso di corea che forma argomento del nostro studio e che fu principio delle esperienze che verremo esponendo, riferibili a molteplici interessanti problemi che ci sono offerti dalla patologia del sistema nervoso, proveniva dalla Clinica Medica Generale diretta dal prof. Bozzolo. Per suo cortese consenso possiamo qui succintamente riferirne la storia clinica.

Si trattava di una ragazza di 10 anni, certa V. Luigia, che venne a morte in clinica il 19 aprile, dopo soli tre giorni di degenza all'ospedale, i quali però furono sufficienti allo studio del caso ed alla diagnosi precisa di " corea „.

Dall'anamnesi si rileva che la madre fu epilettica e che la V. Luigia fu ammalata di scarlattina con nefrite a 5 anni. La malattia che condusse a morte l'inferma, cominciò un mese prima con angina e febbre. Solo il 3 aprile cominciarono i movimenti coreici, prima limitati, poi generali, che furono seguiti dopo 10 giorni da incoscienza completa.

In clinica non si rilevarono lesioni organiche degne di nota. Si notò solo, negli ultimi periodi, una flacidezza muscolare, generale, imponente. La curva febbrile fu a tipo remittente (40.5°-36.5°). La morte avvenne il giorno 19 alle ore 10 con T di 39°, dopo essersi constatato un respiro periodico per circa 24 ore, ed una perfetta incoscienza con perdita di orine e di feci.

Il cadavere fu portato all'Istituto di Anatomia patologica del prof. Foà dopo 24 ore e fu sezionato allo stato di perfetta conservazione.

Le macchie ipostatiche erano appena visibili. La rigidità cadaverica stava scomparendo, ed all'addome una leggiera tinta verdognola, indicava l'appena incipiente putrefazione. Non si notò nulla di notevole allo scheletro. Lo stato di nutrizione generale scarso.

Aperto il cranio la dura madre si presentò d'aspetto e di tensione normale. Cervello pure di configurazione normale, normale il circolo della base. Al taglio si notò una distinta iperemia delle due sostanze, uniformemente distribuita e senza ecchimosi. Anche le pie meningi erano facilmente rimovibili e non presentavano ecchimosi. Anche il midollo spinale estratto dallo speco si presentò e per lo stato dei suoi involucri meningei, e per il contenuto dello spazio subaracnoideo, e per l'aspetto macroscopico delle due sostanze (tranne una leggerissima iperemia appena rilevabile) assolutamente normale.

Aperta la cavità toracica e addominale si trovarono i visceri nella sede normale.

L'area cardiaca nei limiti fisiologici. Liberi di aderenze i margini polmonari. Cuore di volume normale, miocardio scolorito ma robusto, nessuna alterazione nè antica nè recente agli orifizi ed alle valvole. Levigato e lucente in tutta la sua estensione l'endocardio ventricolare.

Polmoni areati, liberi da aderenze, presentano una leggiera ipostasi della base.

Milza di volume normale, a polpa abbondante succosa, poco colorita, che maschera completamente l'apparato follicolare. Capsula levigata.

Reni di volume normale a capsula svolgibile, conservano alla corteccia una traccia appena visibile dell'antica lobulazione. Al taglio si nota uno scolorimento generale, che macroscopicamente si giudicò riferibile più ad una scarsezza di sangue che ad una vera degenerazione. Fegato d'aspetto e di volume normale. Nessun fatto degno di nota, all'intestino ed agli organi genitali.

Per un divieto opposto dai parenti e per non deformare il cadavere non si può procedere all'incisione dei tessuti molli del collo e del pavimento della bocca, e si tralascia quindi l'esame della faringe e della trachea.

Dei visceri raccolti, noi abbiamo fatte delle colture dal cervello e dalla milza. Dal cervello, infiggendo l'ansa di platino sia dirittamente nella sostanza nervosa dove questa si presentava meno vascolarizzata, sia direttamente nei vasi della pia, previamente incisi. Dalla milza abbiamo fatto le colture infiggendo direttamente l'ansa di platino nella polpa.

Già dai preparati batterioscopici fatti a fresco, colorando rapidamente colla fucsina Ziehl i vetrini su cui previamente si era distesa ed essicata della polpa splenica, della sostanza cerebrale, del sangue preso dai vasi del cervello, avevamo notata la presenza di microorganismi cocciformi rari, isolati, eccezionalmente accoppiati a due a due, mai uniti a catena. Successivi esami ci persuasero della assoluta assenza di ogni altra forma batterica, e ci dimostrarono come questi cocchi, resistessero, conservando una intensa colorazione violetta che li rendeva più distinti e dimostrabili, nei preparati trattati col metodo di Gram.

Da tutte le colture (in agar, in brodo e in gelatina) e dalle piastre (in agar e gelatina) abbiamo avuto lo sviluppo di un solo microorganismo, che, se nei preparati ci dimostrò per la sua forma di cocco piccolo di essere quello già osservato nei tessuti, per le sue proprietà colturali, caratteristiche e ben note, e che troviamo perciò inutile di ripetere, potemmo indentificare per lo stafilococco piogene aureo.

Arrivati a questo punto la conclusione che potevamo trarre dalle nostre ricerche era questa, che nel caso di corea da noi studiato esisteva una setticemia stafilococcica. Potevamo noi concludere recisamente che la sintomatologia coreica era stata in vita sostenuta da questa infezione?

In un caso di corea da noi (1) descritto l'anno scorso e nel quale abbiamo dimostrata la presenza di un diplococco capsulato lanceolato (del quale noi abbiamo fatta una varietà emorragica distinta per il reperto a tipo costantemente emorragico che determinava negli animali d'esperimento) noi ci facevamo la stessa domanda.

E come allora, ammettendo il principio generale che la corea (come molteplici altre affezioni a sintomatologia nervosa e nelle quali fino ad ora non si sospettava o non si ammetteva la natura infettiva) sia in diretto rapporto ad un agente infettivo, potremmo anche nel presente caso ritenere che la corea vi sia stata determinata dallo stafilococco piogene aureo.

Il diverso reperto batteriologico ottenuto nei due casi da noi studiati, ci verrebbe dunque, anche per esperienza nostra a persuadere che l'agente della corea non sia sempre lo stesso. Il diverso reperto necroscopico, il diverso aspetto che macroscopicamente ci presentava il sistema nervoso centrale, ce ne darebbe anche una prova indiretta.

Ma la conclusione sopra esposta, trova ragione e si consolida e si può ritenere sicuramente per dimostrata, per due ordini di fatti che noi verremo ora separatamente esponendo, l'uno riferibile alle lesioni istologiche dimostrabili nel sistema nervoso nel caso da noi studiato, l'altro riferibile alla riproduzione sperimentale negli animali della sindrome coreica e delle stesse alterazioni istologiche riscontrate nell'uomo.

Dal cadavere da noi sezionato, abbiamo raccolto dei pezzi che conservammo nei liquidi necessari allo studio istologico. Così del cervello e del midollo spinale abbiamo separatamente raccolti dei pezzi in alcool, in soluzione satura di sublimato, in Müller, in soluzione di bicromato al 5 %, prendendo dei pezzetti comprendenti la sostanza bianca e la grigia delle circonvoluzioni della regione frontale, parietale,

(1) A. Cesaris-Demel, *Un caso di corea infettiva.* " Gazz. Med. di Torino „ 1897

occipitale, della regione dell'insula, del grande piede d'Ippocampo, dei nuclei centrali e della capsula interna ed esterna, del ponte, del cervelletto, e delle varie regioni del midollo spinale.

Degli altri visceri abbiamo solo conservato in alcool qualche pezzetto di milza e qualche pezzetto di rene.

Coi pezzi di sistema nervoso raccolti in alcool e che furono i primi da noi studiati, previa inclusione in paraffina, abbiamo fatte delle sottili sezioni che furono da noi colorate, sia col metodo classico di Nissl (bleu di metilene 1-2 % a caldo e decolorazione con alcool ed olio di anilina) sia col carmino allume (colorazione prolungata per 24 ore) e successivo trattamento col metodo di Gram o di Weigert, a seconda che volevamo mettere in rilievo la presenza dei microorganismi o la possibile essudazione fibrinosa.

La prima regione da noi studiata fu la regione parietale. Era nostro obbiettivo di ricercare in modo speciale in questa regione e successivamente nelle altre, le alterazioni nella forma e disposizione della cromatina cellulare nei grandi elementi piramidali della corteccia. Ma già dalle prime sezioni colorate col metodo di Nissl la nostra attenzione fu attirata da una lesione affatto insospettata e che abbiamo poi riscontrata nelle altre regioni, come vedremo, e indipendente affatto dagli elementi nervosi stessi. Abbiamo cioè notata la presenza di molteplici focolai minutissimi di localizzazione stafilococcica, rilevati da un denso accumulo di elementi linfatici in prevalenza di leucociti polinucleati. Col metodo di Nissl, nei pezzi induriti come i nostri in alcool, anche gli stafilococchi restano nettamente colorati in bleu ed a forte ingrandimento sono nettamente circoscritti. Il primo di questi focolai infiammatori puntiformi (e li chiamiamo così per la loro estrema piccolezza) fu da noi riscontrato alla corteccia, interessante lo strato più esterno, e in tutta vicinanza della pia meninge. Con un più attento esame e in successive sezioni ne abbiamo riscontrati variamente disseminati in tutti gli strati della corteccia, e nello strato anche midollare, nello spessore della sostanza bianca.

Questi focolai hanno lo stesso aspetto qualunque ne sia la sede. Si mostrano nel maggior numero dei casi indipendenti dai vasi, e risultano costituiti da un piccolo accumolo di elementi linfatici addensati, leucociti polinucleati e linfociti, attorniati da una zona di tessuto nervoso, nel quale si trova ancora staccato qualche elemento linfatico.

Tra i leucociti sono nettamente distinguibili i caratteristici ammassi densi di stafilococchi. Colla colorazione al carmino di Gram, questi ammassi micotici per il contrasto di colore che ne risulta, tanto più sono appariscenti e dimostrabili. Solo di raro è possibile poi, il dimostrare il rapporto tra uno di questi focolai e un vaso sanguigno, è invece facile il trovare dei vasi sanguigni terminali, dei capillari cogli spazi linfatici perivascolari riccamente infiltrati di leucociti.

In questi casi, a piccolo ingrandimento, i due fatti si potrebbero quasi confondere, a più forte ingrandimento invece il dubbio non può più sussistere perchè sia la parete vasale ancora visibile, sia un piccolo accumulo di globuli rossi al centro del focolaio, stanno a dimostrare la sua origine dall'elemento vascolare.

Nei vari focolai infiammatori sopra descritti, col metodo di Weigert non si riesce in modo assoluto a riscontrare la minima traccia di fibrina, e l'assoluta mancanza

di elementi mortificati o mal colorabili al centro del focolaio stesso ci dimostra come mancando il cencio necrotico centrale noi non possiamo ritenere o chiamare questi focolai come piccoli e veri foruncoli.

In questi focolai dunque sono visibilissimi gli staf. p. a. e questo ci spiega come fu a noi facile il ricavarne delle colture pure infiggendo direttamente l'ago di platino nella sostanza nervosa stessa. Nei vasi invece (che per la loro dilatazione e riempimento confermano l'iperemia già macroscopicamente rilevata) gli stafilococchi dimostrabili sono assai scarsi, e solo dove si trova molto sangue (come ad esempio in sezioni trasverse dei plessi coroidei) se ne possono vedere parecchi nella stessa sezione.

Ora prima di diffonderci nella descrizione di altre lesioni riscontrate da noi, e nella regione parietale e nelle altre regioni, diremo come di questi piccoli focolai micotici infiammatori noi ne abbiamo poi trovati in tutte le regioni del cervello, ed a questa ricerca ci servirono benissimo anche i pezzi da noi raccolti e fissati nel liquido del Müller, e quelli fissati in sublimato saturo. I primi li abbiamo colorati sia coll'allume carmino, sia coll'ematossilina, gli altri sia col bleu di metilene Nissl, sia con una soluzione acquosa satura di tionina. Abbiamo dunque trovati questi focolai oltrechè nelle circonvoluzioni della regione parietale, anche in quelle della regione frontale, occipitale, dell'insula e del corno di Ammone. Ne abbiamo trovate nello spessore dei nuclei della base, talamo ottico, corpo striato, nucleo lenticolare, nella capsula interna ed esterna, nella fascia dentata, nello spessore del ponte, nel midollo allungato, sempre piccolissimi e coi caratteri da noi descritti. Solo nelle circonvoluzioni e nello spessore del cervelletto a noi non fu possibile metterne in rilievo. Non per questo noi possiamo negare che anche nel cervelletto se ne potessero trovare, perchè da noi furono esaminate sezioni di piccoli pezzetti, che complessivamente potevano corrispondere ad un decimo circa della massa totale del cervelletto stesso.

Nel midollo spinale invece, abbiamo pure potuto riscontrare molteplici di questi focolai e specialmente localizzati alle corna anteriori della regione cervicale.

In tutto il sistema nervoso poi da noi esaminato, abbiamo trovato un grande riempimento dei vasi sanguigni, senza però trovare mai alcun focolaio emorragico.

Riassumendo diremo che la presenza di questi focolai, manifestamente di natura infiammatoria, ci dimostra come nel caso di corea da noi studiato esistesse una encefalomielite e focolai multipli minutissimi, variamente disseminati e sparsi in tutta la massa cerebro-spinale, in rapporto a localizzazioni dello staf. p. a.

Ma nell'esame istologico del caso, abbiamo rivolta la nostra attenzione anche alle alterazioni proprie degli elementi nervosi, che come sappiamo ci sono con tanto delicato rilievo messe in evidenza dal metodo di Nissl.

Con questo metodo noi abbiamo potuto dimostrare specialmente nelle cellule piramidali della corteccia, e tra queste nelle più grandi, una alterazione sensibile nella distribuzione e nella forma degli elementi cromatofili. Non ne diamo qui una dettagliata descrizione riservandoci di farlo altra volta, quando da osservazioni che stiamo facendo anche in altri campi, potremo di queste lesioni dare una più giusta valutazione. Diremo solo come questa sia, per la sua natura, nettamente differenziabile dalle alterazioni che vi possono essere date semplicemente per il fatto putrefattivo e che sono ormai di comune conoscenza, e come cominci con un rigonfia-

mento con vacuolizzazione della parte basale e rarefazione e spezzettamento degli elementi cromatofili con una diminuita colorabilità di questi elementi stessi, mentre il nucleo e nucleolo per forma e colorabilità si mantiene inalterato. E queste lesioni sono tanto più sensibili e manifeste nella zona di sostanza nervosa immediatamente circostante ai focolai infiammatori da noi descritti.

Meno alterate abbiamo trovate le grandi cellule delle corna ant. del midollo spinale, che pur sono sede frequente di fenomeni cromatolitici in altre infezioni, e d'aspetto assolutamente normale le cellule di Purckinie nel cervelletto.

Per rendere poi più completo il nostro studio, abbiamo anche applicato ai pezzi fissati in bicromato al 5 % il metodo rapido di Golgi al nitrato di ag.. ma non ne abbiamo ricavati risultati tali da farci ritenere di aver con questo metodo messe in rilievo delle alterazioni sensibili. Forse le cellule in avanzata degenerazione non si mettono in rilievo e nei preparati non risulta che l'immagine netta e precisa degli elementi ancora inalterati.

La milza, nel nostro caso, quantunque macroscopicamente non fosse ingrossata e presentasse solo un certo scoloramento e succosità della polpa, all'esame istologico ci dimostrò le lesioni ben note e caratteristiche del tumor splenico infettivo. Oltre ad un certo stato di iperemia generale, troviamo i vasi ed i cordoni della polpa dilatati e che contengono una grande quantità di corpuscoli bianchi. Si nota anche una iperplesia di follicoli, e nei follicoli stessi e nei vasi e nei cordoni della polpa abbondanti cocchi disseminati. Col metodo di Weigert non si riesce a trovar traccia di fibrina.

Anche nei reni, del caso di corea da noi studiato, e dei quali, come abbiamo ricordato, abbiamo raccolti dei pezzetti in alcool, abbiamo osservato un reperto istologico, degno di tutta la nostra attenzione. Che i reni reagissero in modo speciale alla infezione stafilococcica e che nel decorso di questa gli stafilococchi siano facilmente reperibili nell'orina, non è cosa nuova. Wissokowitch e successivamente Hermann (1) dimostrarono che appena praticatane sperimentalmente l'iniezione in circolo, lo staf. p. a. scompare dal circolo stesso per ricomparire solo quando si sia localizzato nel rene. Nel rene poi si localizza dove è sottratta l'irrigazione sanguigna e causa dei trombi arteriosi e capillari dati dalle colonie microbiche. Anche nei glomeruli si possono avere molti cocchi i quali rompono la parete capillare e arrivano nei canalicoli e nell'urina. Anche Colzi (2), Krause (3), Ribbert (4), Petruschy (5), nello studio delle infezioni stafilococciche nell' uomo, avevano insistito sull' importanza delle lesioni renali; Lannélongue e Achard (6) nello studio sperimentale delle osteomieliti da stafilococco trovarono pure che oltre agli ascessi preceduti da infarti nei reni, si trovano anche delle strie purulente che seguono la direzione rag-

---

(1) Hermann," Ann. de l'Inst. Pasteur „, 1891.

(2) Colzi, *Sulla eziologia della osteomielite acuta.* " Lo Sper. „, nov.-dic., 1889.

(3) Krause, *Ueber einen bei den acuten infectionen osteomyelitis des Menschen Forschr. der Med.,* 1884, Bd. II.

(4) Ribbert, *Deut. Med. Woch.*, Oct., 1884, p. 682.

(5) Petrusky, " Zeit. f. Hyg. F. „, 1894.

(6) Lannélongue e Achard, *Étude expér. des ostéomyelites a strept. et a staph.* " Ann. Inst. Pasteur „, 1891, N. 4.

giata dei tubuli retti e convergenti verso la pupilla. Trovarono anche ammassi micotici nei vasi e ammassi tra i tubuli escretori e nella loro cavità. Così si spiega ancora una volta come passino facilmente nell' orina. L'azione elettiva infine degli staf. p. a. sui reni ci è dimostrata anche dalle nefriti sperimentali (Bergonzini (1), Delpech (2), Baduel (3), Sacage (4), Dessy (5)) che si possono facilmente ottenere negli animali e che sono accompagnate sempre dalla presenza dei cocchi nell'orina. Diremo infine come parte delle lesioni renali si possano attribuire puramente all'elemento tossico dell' infezione perchè si ottengono coll' iniezione dei soli filtrati (Horse, Nannotti, Gianturco ed Urso ecc.).

Nel nostro caso dunque diremo che i reni presentavano delle piccole e circoscritte emorragie sotto capsulari, mentre nessuna emorragia è reperibile nello spessore della sostanza corticale e della midollare. In generale predominano le alterazioni degenerative (rigonfiamento cellulare, diminuita o mancante colorabilità del nucleo) degli epiteli secernenti in dipendenza dell' azione tossica bacterica, che non le note di una vera alterazione infiammatoria. Manca l'infiltrazione leucocitaria intercanalicolare e mancano assolutamente focolai infiammatori circoscritti con localizzazioni micotiche. I vasi invece si presentano molto dilatati e nei vasi sono evidentissimi densi ammassi di staf. p. a. talora al centro, talora disposti lungo la parete. E staf. sono dimostrabili anche nei vasi più piccoli e meno dilatati e quello ch'è più interessante, anche alcuni glomeruli presentano le rispettive anse vascolari ripiene degli stessi microorganismi. Gli epiteli alterati sono specialmente quelli dei canalicoli contorti. Le capsule del Browmann e gli endoteli glomerulari non presentano lesioni degne di nota. Negli epiteli dei canalicoli contorti meno alterati, e negli epiteli dei canalicoli retti non è infrequente di trovare del pigmento a granuli minuti che per le sue reazioni caratteristiche si dimostra di origine ematica. Nei canalicoli retti ad un esame diligente e ripetuto, si riesce a vedere dei minutissimi granuli cocciformi, isolati, resistenti al Gram, che tutto ci fa ritenere per forme isolate di staf. p. a. in via di eliminazione. L'alterazione degli epiteli secernenti da noi ricordata, e la presenza facile in questi di vacuoli, ci fa ritenere vi fosse avanzata la degenerazione grassa. Il non averne però fatto l'esame a fresco (perchè data la natura del caso le nostre ricerche furono ad altro rivolte) e il non aver conservato di questi reni in fissativi osmici ci impedisce di valutarne l'intensità e l'estensione. La mancanza poi della ricerca clinica bacterioscopica dell'orina secreta e il non avere noi stessi coltivata l' orina ancora esistente in vescica nel cadavere, ci toglie la dimostrazione che i cocchi esistessero in questa orina stessa. Il reperto istologico però ci dà una sufficiente certezza che anche nel nostro caso esistessero dei cocchi nell'orina tanto più che le osservazioni cliniche e sperimentali più sopra ricordate indirettamente ce lo comprovano. Per cui riteniamo che dal nostro caso risulti l'importanza dell'esame bacteriologico dell' orina, in casi di affezioni nervose accompagnate da febbre, anche quando per vedute teoriche dominanti, non si fosse

(1) Bergonzini, " Rass. Sc. med. „, 1889.
(2) Delpech, " Soc. méd. des Hôp. „, Juillet, 1892.
(3) Baduel, " Rif. Med. „, 1894.
(4) Sacage, " Rev. de Méd. „. 1895.
(5) Dessy, *Nefr. prim. da st. p. albus.* " Lo Sperimentale „. 1895.

inclinati a pensare ad un processo infettivo. Così potremo trarre profitto anche da casi di infezioni transitorie e guaribili, che per essere tali non vengono portate al tavolo necroscopico, e l'esame dell'orina ci potrà fornire dei dati preziosi senza ricorrere a punture della milza o di altri organi che non è sempre in nostra facoltà di poter praticare. A questo aggiungasi che per essere molteplici i microorganismi patogeni e non il solo staf. p. a. reperibili nell'orina, tanto più interessante e fruttifero riuscirà questo esame.

Dimostrato che nel nostro caso esisteva una infezione stafilococcica, quale ne fu il punto di entrata? Quantunque per le ragioni già ricordate ci sia mancato nel reperto necroscopico l'esame della faringe e quindi delle tonsille, noi riteniamo che nel nostro caso, per la grave angina sofferta dall'inferma, lo staf. sia entrato per le tonsille da qualche focolaio necrotico o suppurativo ivi istituitosi. E per essere questa una delle più conosciute e dimostrate porte di entrata delle infezioni settiche generali, ci fa ritenere inutile di insistere sulla probabilità della nostra supposizione.

Compiuto così lo studio del nostro caso noi ci siamo domandati se le lesioni infiammatorie e tossiche del sistema nervoso in rapporto all' infezione stafilococcica lo fossero necessariamente, se cioè si avessero a riscontrare in ogni caso di infezioni di questa natura. Noi abbiamo a questo scopo, studiati cinque casi. Quattro appartenenti ad una piccola epidemia di quartiere (allo studio completo della quale sta ora attendendo il dott. Bono), di meningite cerebro-spinale susseguente ad angina, e di origine puramente stafilococcica, il quinto di una bambina di nove anni venuta a morte per angina suppurativa con intensa setticemia stafilococcica e presentante una intensa iperemia della massa cerebro-spinale. Nei primi quattro casi, nei quali e macroscopicamente per la presenza di un pus denso sottomeningeo e bacteriologicamente per il reperto di abbondanti ammassi di staf. p. a., in questo essudato stesso, l'esame tanto più era interessante, noi non abbiamo mai potuto trovare la presenza dei minuti focolai infiammatori già da noi descritti. E di più, quantunque la essudazione leucocitaria sottomeningea fosse imponente ed i vasi fossero fino alle ultime diramazioni dilatati, non vi abbiamo mai trovata nemmeno l'infiltrazione leucocitaria degli spazi linfatici perivascolari.

Le lesioni d'origine tossica invece e localizzate specialmente alle grandi cellule piramidali della corteccia e delle corna anteriori del midollo spinale erano dimostrabili e riferibili allo stesso tipo di quello già da noi descritto e sul quale noi torneremo più diffusamente in seguito.

Nel quinto caso, pure, mancavano i focolai infiammatori, pur essendo i vasi dilatati. Erano poco evidenti le alterazioni cromatolitiche cellulari e nelle grandi cellule piramidali della corteccia si trovavano invece depositi di pigmento ematico, a granuli finissimi, ma nettamente dimostrabili colle ben note specifiche reazioni istochimiche. Già da questo primo esame comparativo noi possiamo dunque conchiudere che necessariamente lo staf. p. a. non determina nel sistema nervoso i focolai infiammatori disseminati da noi descritti. Fin d'ora noi possiamo quindi teoricamente prevedere che a questa localizzazione sia necessaria una predisposizione del sistema nervoso stesso.

Il nostro caso come abbiamo detto porta un nuovo contributo a sostegno della

teoria infettiva della corea. E non sarà fuori di luogo che noi (pur tacendo delle molteplici altre teorie sostenute sulla eziologia di questa affezione) facciamo qui un breve riassunto di questa teoria e delle principali osservazioni portate a suo sostegno. Ma saremo brevi, perchè bibliografie complete si trovano in tutti i trattati recenti, e molteplici monografie (tra le quali ricordiamo ad es. quella del dott. Pianese) ne dànno un ampio riassunto. Diremo dunque che la teoria infettiva, che trova la sua prima origine nei lavori di Hughes, Lenhoux, Kirkes, fatti quando ancora non si avevano idee precise sulle malattie da infezione, e tanto meno si dubitava potessero appartenervi le malattie reumatiche (dalle quali appunto questi autori facevano dipendere le manifestazioni coreiche) è intesa oggi sotto due aspetti diversi. Da alcuni autori (Pianese (1), Grande (2)) la corea è riferita ad un solo microorganismo che sarebbe quindi specifico per quest'infezione. Secondo gli altri e sono i più (Leredde (3), Triboulet (4), Meyer (5), Mircoli (6), Naunyn (7), Dana (8), Leube, Eulenburg, Strümpell, Straton (9), Peiper, P. Koch (10), Litten (11) ecc.) può essere in rapporto ad infezioni svariatissime.

Tra queste però tiene il primo posto quella determinata dallo staf. piogene, il quale sia direttamente dimostrato nei casi di corea, sia ritenuto come determinante una infezione precedente, concomitante o susseguente a questa, si trova descritto nel maggior numero dei casi (anche Pianese, ad es., oltre al proprio bacillo ritenuto specifico dimostrò in vita, in un caso di corea, lo staf. p. albo).

Relativamente poi al reperto anatomo-patologico della corea ricorderemo come nel maggior numero dei casi (Blocq (12), Raymond (13). Frerichs, Ogle, Dikmann, Dikinson (14) ecc.) sia stata dimostrata una pachimeningite vascolare ed emorragica, e iperemia cerebrale e spinale, e meno frequentemente focolai degenerativi (Kelly (15), Tompson (16) ecc.) che non hanno mai però disposizione sistematica, od emboli (Gray, Murchinson (17), Patella (18), Stobell ecc.) o trombi (Charlton-Ba-

(1) Pianese, Loc. cit.

(2) Grande, " Gazz. Osped. „, 1893.

(3) Leredde, " Revue mensuelle de maladies de l'enfance ., 1891, 1° maggio.

(4) Triboulet, *Thèse de Paris*, 1893 (Quest'autore ottenne anche la riproduzione della corea colla trasmissione del sangue da un cane ucciso in un altro.

(5) Meyer, " Jahr. f. Kinderheilk „, XL, 1895.

(6) Mircoli, " Gazz. degli Osp. „, 1891.

(7) Naunyn, " Deut. Med. Zeit. „, 1 Nov. 1888.

(8) Dana, " The Amer. Journal of the med. sc. „. 1894.

(9) Straton, " Brit. med. Journ. „, 1885, p. 437 (quest'autore ammette che la corea possa dipendere da microorganismi entrati per una decorticazione del naso.

(10) P. Koch (di Junkau), " Deut. Arch. f. Kl. Med. „, Bd. X, p. 544, 1887. Quest'A. afferma che tutti i sintomi coreici trovano la più giusta spiegazione ammettendo un virus speciale il " chorea-virus „ che può avere tre localizzazioni: le articolazioni, l'endocardio, il cervello.

(11) Litten, *Endocardites und chorea gonorrhoica.* " Donnat Zeitschr. „. 1894. — Litten. *Peliosis, gonorrhoica im chorea postgonorrhoica.* " D. Zeitschr. „, 1894.

(12) Blocq, *Traité de Méd. de Charcot*, vol. VI.

(13) Raymond, *Dictionnaire encyclopédique*, pag. 457, XXV.

(14) Dickinson, " Lancet „, 1871-1875.

(15) Kelly, " Trans. of the path. Sos. of London „, Vol. XXIII, 1892.

(16) Tomson, " Assoc. d. med. Amer. „, VII Congresso. Washington. 1892.

(17) Murchinson, " Trans. of the path. Soc. of London ., T. XXII, 1891.

(18) Patella. Padova, 1888.

stian (1), Thomas Strech, Dawse (2), Pribram (3) ecc.). E mentre Klein, Wollemberg e Takovenko (4) descrivono dei corpi speciali in rapporto a determinate regioni del sistema nervoso, Manasse (5) e Laufenauer (6) le identificano a masse ialine frequenti a trovarsi in svariatissime infezioni. Ricorderemo ancora come Turner (7) esclude le lesioni vascolari e trova solo un rigonfiamento delle cellule piramidali, e Golgi (8) in casi di corea cronica trova atrofia delle cellule gangliari e degenerazione calcarea delle cellule nervose dei corpi striati, e delle grosse cellule di Purkinie e sclerosi secondarie discendenti dei cordoni posteriori e laterali del midollo spinale. Ma tralasciando ora di diffonderci su queste ed altre svariatissime lesioni descritte, vediamo invece in quali casi furono trovate lesioni che per essere di origine infiammatoria si avvicinano a quelle da noi descritte. Diremo dunque che Nauwerk (9) in una bambina coreica affetta da endopericardite, scoperse accumuli parvicellulari contornanti i vasi, assai numerosi nel midollo e nel ponte, più rari nella sostanza vera cerebrale, e assenti in tutto il resto. Berkley (10) trovò lesioni analoghe a quelle della difterite. Oppenheim ed Hoppe (11) ritengono che il substrato della corea sia una encefalite corticale e subcorticale disseminata. Anche Pianese trovò focolai flogistici perivascolari dei quali fa una insufficiente descrizione e Guizzetti (12) pur negando la natura infettiva della corea vide infiltrazione leucocitaria perivascolare. Kronthal e Kalischer (13) descrissero alterazioni croniche della pia, atrofia delle circonvoluzioni, sclerosi dei vasi cerebrali e infiltrazione parvicellulare diffusa nella corteccia. Da ultimo ricorderemo Faklam (14) che nello studio di un caso di corea di Huntington trovò un processo infiammatorio cronico della corteccia il cui punto di partenza è da ricercarsi in lesioni vasali. Questa lesione formerebbe il substrato anatomico di questa corea. La corea di Sydenham invece sarebbe pure una malattia infettiva acuta, di rado cronica, senza substrato anatomico ben noto.

La natura dunque infiammatoria di alcune lesioni reperibili nel sistema nervoso degli individui coreici era già stata intraveduta da qualche autore. Non sempre però a questa lesione infiammatoria si volle dare un significato causale, chè fu spesso attribuita ad un'infezione secondaria, e tanto meno si cercò di determinare l'agente infettivo che la produceva.

La forma però precisa di encefalomielite a focolai multipli disseminati non fu ancora da alcun autore descritta. È assolutamente mancante poi e la conoscenza

---

(1) Bastian, " Brit. Med. Journ. „, 1877.
(2) Thomas Strecht Dowse, " Brit. Med. Journ. „, 1877.
(3) Pribram, " Prag. Med. Wochen. „, 1891.
(4) Jakovvenko, " Viestnik de Merjevoschy „, 1889.
(5) Manasse, " Virchow's Arch. „, Band CXXX, Heft 2.
(6) Lanfenauer, " Bulletin Medical „, 1890, p. 453.
(7) Turner, " Lancet „, Vol. II, p. 1104, 1890.
(8) Golgi, " Riv. clin. di Bologna „, 1874, p. 361.
(9) Nauwerk, " Beitr. z. path. Anat. und Phys. „, 1886, 1 Band.
(10) Berkley, " The Johns Hopkins Hosp. Rep. „, n. 6 — " Philad. med. News „, Vol. XLII, 1888.
(11) Oppenheim et Hoppe, " Arch. de Psyc. „, XXV, p. 206.
(12) Guizzetti, " Rif. Med., 1893.
(13) Kronthal u. Kalischer, " Virch. Arch. „, Bd. CXXXIX, 1895.
(14) F. C. Facklam. " Arch. f. Psych. „, Bd. XXX, Hft. 1, 1898.

delle lesioni tossiche cellulari che alle lesioni infiammatorie si aggiungono e la ricerca sperimentale intesa a riprodurre e le lesioni infiammatorie e tossiche e la sindrome coreica che allo istituirsi di queste lesioni stesse è legata. E questo è stato còmpito nostro e come ora a conclusione del presente capitolo riteniamo per sicuro che la corea abbia sempre a sostegno una lesione anatomica ben dimostrabile di natura infiammatoria e tossica, nel seguente capitolo vedremo come le stesse lesioni e la stessa sindrome si possano anche sperimentalmente ottenere.

CAPITOLO II.

Nel precedente capitolo noi abbiamo veduto come, sia per il reperto bacteriologico che colturale, sia per le alterazioni istologiche dimostrate, il caso di corea da noi studiato fosse in rapporto eziologico allo stafilococco piogene aureo. Questa dimostrazione precisa ha fatto sì che noi iniziassimo subito delle esperienze per riprodurre negli animali e la sindrome coreica, e le lesioni istologiche che stanno a sostegno di questa sindrome stessa.

In queste nostre esperienze, noi abbiamo nel maggior numero dei casi adoperato lo stafilococco piogene aureo, isolato dal nostro caso e facendolo agire direttamente per iniezione subdurale sul sistema nervoso stesso.

Prima però di darne una dettagliata esposizione crediamo utile di riassumere brevemente le nostre cognizioni attuali relative, sia all'azione generale, sia all'azione speciale sul sistema nervoso dello stafilococco piogene aureo e delle sue tossine. — Questo microorganismo, quantunque determini nell'uomo o sperimentalmente un'infezione a tipo settico o piemico, è anche, e più di quello che comunemente sia ritenuto, tossico.

Per questo, le lesioni che esso determina, quando anche se ne vogliano escludere gli ascessi e le necrosi in diretto rapporto alle localizzazioni micotiche, sono anche riferibili all'elemento tossico della infezione stessa. I lavori che abbiamo sull'argomento concordano appunto, come vedremo ora, su questa conclusione.

Come ho già ricordato in un precedente mio lavoro (1), Ribbert (2) aveva già notato come le profonde alterazioni a tipo necrotico che si trovano negli animali infettati collo staf. p. a. dipendono essenzialmente dalle tossine da esso formate. — Nannotti (3) vide che l'iniezione dei prodotti di coltura di questo piogene conduce ad atrofia e degenerazione di molti organi e specialmente del fegato e dei reni e confermò gli stessi fatti coi prodotti sterili ricavati da vecchi ascessi.

---

(1) Cesaris-Demel, *Contributo allo studio delle infezioni sperimentali da staf. p. a.* " Gazz. Med. di Torino „, anno XLV, nn. 32-33, 1894.

(2) Ribbert, *Die path. Anat. und die Heilung des durch staf. p. a. ecc.* Bonn, 1891.

(3) Nannotti, *Sul potere patogeno dei prod. degli staf. piogeni.* " Congresso dell'Assoc. Med. Ital. „. Siena, 1891. — Nannotti, *Sugli effetti delle inoculazioni dei prodotti sterili del pus.* " Rif. Med. „, 1894, n. 109-110.

Gianturco ed Urso (1) con l'iniezione di filtrati ottennero pure marasmo, degenerazione adiposa del fegato, specialmente localizzata agli endoteli vasali e rigonfiamenti torbidi fino alla necrosi negli epiteli renali. — Hermann (2) coll' iniezione di estratto acquoso di coltura di staf. p. a. vide aumentarsi la predisposizione locale alla formazione di ascessi. — Noi poi abbiamo dimostrato (3) come questi filtrati di coltura anzichè servire alla immunizzazione degli animali iniettati (come invece avviene per altri agenti infettivi) li predispongano anzi all'infezione stessa, e come all'elemento tossico anche nella infezione sperimentale si debbano riferire le alterazioni vasali (senza localizzazione micotica) che conducono alla riproduzione della poli e dermatomiosite.

Questa speciale azione elettiva dei tossici dello staf. p. a. sui vasi ci era già nota dalle esperienze di Bouchard, Charrin e Gley che ne dimostrarono le proprietà vasodilatatrici e quindi producenti ischemie, edemi, emorragie.

A questi aggiungasi Hutinel (4) che ammise gli esantemi dati da questi tossici e simili a quelli determinati dalla eliminazione per la cute di alcuni medicamenti ingeriti — ed Hanot (5) che ammise che la miocardite parenchimatosa potesse essere data dai soli veleni dei piogeni.

Anche Rodet e Courmont (6) e più recentemente Mosny e Marcano (7) videro che i filtrati di coltura dello staf. p. a. anzichè immunizzare gli animali iniettati, li indeboliscono e li predispongono quindi all'infezione sperimentale dello stesso microorganismo.

Ricorderemo ancora come da alcuni A.A. si sia anche cercato di conoscere un po' più addentro la natura di questi veleni.

Leber (8) vedendo che le colture bollite di staf. p. a. determinavano ancora per iniezione sottocutanea della suppurazione, evaporandole invece e precipitandole coll'alcool ne ottenne una sostanza che chiamò *flogosina* per la proprietà di determinare una intensa suppurazione al punto d'innesto.

Rodet e Courmont (9) nei filtrati di staf. p. a. distinguono due sostanze diverse separabili, le une precipitate dall'alcool che avrebbero proprietà preventiva o vaccinante, le altre non precipitate dall'alcool che avrebbero la proprietà inversa, cioè predisponente all'infezione. Secondo Terni (10) poi gli staf. p. a. manifestano in vitro un attivissimo potere di fermentazione con sviluppo di prodotti acidi (che si trovano

---

(1) Gianturco ed Urso, *Ricerche sperim. ed istol. sulle iniez. di colt. ster. di staf. p. a.* " Giornale dell'Assoc. Napol. di Med. „, anno II, puntata 42.

(2) Hermann, *De l'influence de quelques variat. du terr. organ. sur l'act. des microbes pyogènes.* " Ann. de l'Inst. Pasteur „, 1891, p. 243.

(3) Loc. cit.

(4) Hutinel, *Notes sur quelques erythèmes infectieux.* " Arch. gén. de Méd. „, 1892, sept.-oct.

(5) Hanot, " Arch. de Méd. Expér. „, 1891.

(6) Rodet e Courmont, " Acad. des Sciences „, 1891.

(7) Mosny e Marcano, " Soc. de Biol. „, 1894.

(8) Leber, " Fortschr. d. med. „, T. VI, p. 460, 1884.

(9) Rodet e Courmont, *Étude expér. des subst. solut. toxiques élaborées par le staf. p. a.* " Revue de Méd. „, 1890-94.

(10) Terni, *Le fermentazioni dei micrococchi piogeni.* " Riv. di Ig. e sanità pubblica „, anno 4°, n. 14, 1893.

poi anche nel pus) e con questi nel coniglio si possono determinare tutti i fenomeni dell'infezione. Perciò l'azione patogena degli staf. p. a. dipenderebbe dai prodotti di fermentazione acida da essi elaborati nei tessuti e nelle colture in vitro.

Salvioli (1) escludendo alcune delle conclusioni di Rodet e Courmont (2) ed adoperando mezzi nutrizi semplici senza peptoni, come siero di bue sterilizzato non coagulato, siero di sangue in cui siano state tolte le sostanze albuminoidi coagulabili col calore, liquido nutrizio di Pasteur, conclude che l'azione di questi veleni è molto analoga a quella dei fermenti amorfi vegetali ed animali, giacchè tanto quelli che questi abbassano la pressione e tolgono la coagulabilità al sangue.

Van den Velde (3) producendo coll'iniezione di colture di staf. p. a. degli essudati pleurici purulenti e sterilizzandoli coll'etere, dimostra in questi una sostanza tossica da lui chiamata leucocidina (per il suo potere distruttivo sui globuli bianchi) che sarebbe in rapporto allo sviluppo dello staf. p. a., che, secondo l'A., è la sola tossina conosciuta che produca immediatamente nei tessuti delle alterazioni rilevabili al microscopio.

Questa tossina poi si distrugge ad una temperatura relativamente bassa (58°-60° per 10 minuti) e si dimostra essere una sostanza di natura albuminoide, un fermento.

Brazzola (4) infine dalle colture di staf. p. a. isola una sostanza solubile in alcool, etere ed acidi, poco nell'acqua (che non ha la reazione degli alcaloidi nè quella delle sostanze proteiche) con elevata azione flogogena locale ed azione tossica generale, ed un'altra insolubile in alcool, appartenente alle albumosi, precipitabile dal solfato ammonico magnesiaco e molto tossica a dosi minime.

Da questa esposizione rapida noi possiamo dunque concludere come *sia logico il ritenere che i tossici dello staf. p. a. non siano che dei fermenti solubili specifici segregati dai microorganismi stessi.* E questo è tanto più probabile inquantochè (come ricorda Gautier (5)) anche nello studio di altre tossine bacteriche si è indotti alle stesse conclusioni. Così ora è universalmente ammesso che le due tossine meglio studiate, della difterite e del tetano (6), appartengono alla classe delle zimasi; così Fermi (7) ha dimostrato che coltivando il micrococco prodigioso e il piocianeo in mezzi azotati salini senza albuminoidi si formano dei fermenti che liquefanno la gelatina e digeriscono la fibrina. Solo incidentalmente diremo infine come secondo ulteriori osservazioni si è indotti a ritenere che questi fermenti abbiano una molecola

---

(1) Salvioli, *Sull'azione fisiologica dei prodotti solubili di alcuni bacteri e in modo speciale degli staf. piogeni.* " Acc. di Med. di Torino „, 2 marzo 1894.

(2) Loc. cit.

(3) Van de Velde, *Étude sur le mécanisme de la virulence du staph. pyog.* " La Cellule „, T. X, fasc. 2°. — Denys e Van de Velde, " La Cellule „, T. XI, fasc. 2°. — Van de Velde, " Ann. Inst. Pasteur „, 1896, n. 10.

(4) Brazzola, *Ricerche sulla natura chimica e sull'azione fisiopatologica delle tossine prod. dallo staf. p. a.* " Rend. dell'Accad. delle Sc. di Bologna „, Vol. I, 1897, p. 39-40.

(5) Gautier, *Les toxines microbiennes et animales.* Paris, 1896.

(6) Ricordiamo che Tizzoni e Cattani dimostrarono che nelle colture del tetano esiste un fermento che liquefà la gelatina e digerisce la fibrina, che non si deve confondere col principio tossico perchè le colture possono per vari artifici perdere la loro tossicità senzachè per questo si alteri la loro proprietà digestiva appunto legata alla presenza ed inalterabilità dei fermenti.

(7) Fermi, " Centralbl. f. Phys. „, 1891, pag. 481.

molto complicata e voluminosa e siano quindi di una organizzazione che si avvicina singolarmente a quella della trama protoplasmatica delle cellule, dalle quali derivano.

Relativamente poi all'azione speciale dello staf. p. a. e delle sue tossine sul sistema nervoso noi ne troviamo un primo cenno nel lavoro già ricordato di Hermann (1). Quest'autore ricercando il vario modo di agire dello staf. p. a. a seconda del suo punto di entrata, confermando le precedenti osservazioni di Grawitz (2) e di Steinhaus (3) che il peritoneo offre una certa resistenza, mentre la pleura suppura con facilità, trova che il sistema nervoso è molto sensibile all'azione di questo microorganismo. Così iniettando piccole dosi di staf. p. a. per iniezione subdurale ($^1/_2$ cc. di coltura pura di staf. p. a. diluito al 10 % o al 20 %) si ha la morte in 3 o 4 giorni con fenomeni cerebrali molto intensi, iperestesie, convulsioni epiletti-formi spontanee o provocate da un urto leggero, grida prolungate, movimenti di maneggio. In questi casi, osserva Hermann, non si trova pus alla superficie del cervello, solo in vicinanza al punto di innesto si rilevano piccole ecchimosi; per cui si può ritenere che, come per altre sierose, i microbi iniettati siano immediatamente assorbiti dall'aracnoide.

Arloing (4) studiando i prodotti solubili flogogeni e piogeni dello staf. p. a. ammette che questi, oltre all'avere un'azione nervosa locale, ne abbiano anche una sui centri vasodilatatori superiori, ammettendo così il principio generale che certi veleni bacterici agendo sui nervi centripeti e sui centri nervosi creino delle circolazioni riflesse locali analoghe alle circolazioni locali flogistiche.

Brazzola (5) trova che le sostanze solubili nell'alcool, nei filtrati di staf. p. a. hanno un'azione paralizzante sul sistema nervoso, mentre le insolubili agiscono rapidamente e fortemente sul sistema nervoso centrale producendo quasi uno stato tetanico.

Però avvertiamo fin d'ora che tanto da Arloing, quanto da Brazzola, quanto da Rodet e Courmont (6) (che dimostrarono come le sostanze non precipitate dall'alcool nelle colture di staf. p. a. sarebbero dei veri veleni bulbari) queste iniezioni furono sempre praticate o sottocute o in circolo, nè mai furono direttamente applicate sul sistema nervoso.

Le ricerche sperimentali ora ricordate nell'azione dello staf. p. a. e delle sue tossine sul sistema nervoso, sono, come abbiamo visto, molto scarse. Da queste però possiamo già intravedere, quantunque fino ad ora nessuno vi abbia richiamato in modo speciale l'attenzione, come il sistema nervoso sia molto sensibile sperimentalmente a questo microorganismo ed alle sue tossine.

Con questa conclusione contrastano però le esperienze di Bernabeo (7), il quale al-

---

(1) Loc. cit.

(2) Grawitz, *Contribution statistique et expérimentale à l'étude de la péritonite.* " Charité Annalen „, 1886, Bd. XI.

(3) Steinhaus, *Litterarisch Kritische experimentelle und Klinische Studien.* Leipzig, 1889.

(4) Arloing, *De l'influence de produits de colture du staf. p. a. sur le système nerveus vasodilatateur etc.* " Ac. des Sciences „, Sept. 1891.

(5) Loc. cit.

(6) Loc. cit.

(7) Gaetano Barnabeo, *Le cause predisp. alle localizz. bacteriche nel cervello.* " Ann. d'Ig. Sperim. „, 1896, Vol. VI, fasc. III.

terando il cervello, o coll'interruzione del circolo, o colla compressione, o colla contusione, non trovò che per questo fosse più sensibile poi ad una localizzazione stafilococcica, quando lo stafilococco fosse iniettato in circolo, mentre per altri microorganismi (bacillo del tifo, bacterium coli, b. di Friedlander, ecc. ecc.) si verifica il fatto opposto. Ma queste esperienze, solo succintamente esposte per quello che riguarda lo staf. p. a., hanno poca importanza per noi, e sono in numero troppo ristretto, e di più mancando in queste l'iniezione subdurale, non vengono ad infirmare quanto noi abbiamo più sopra enunciato.

Relativamente poi alla facilità con cui lo staf. p. a. possa localizzarsi spontaneamente nel sistema nervoso centrale, ricorderemo come per le meningiti solo in un minimo numero di casi si possa dimostrare lo staf. p. a., e come queste siano a preferenza sostenute dal diplococco, o dallo streptococco, e come nelle encefaliti (e con questo nome generalmente si intendono quelle che conducono alla produzione di un vero ascesso) in rapporto a cause traumatiche, più che ematogene, sia anche raro il trovarsi da solo lo stesso microorganismo. Le nostre conoscenze poi nelle encefaliti, veramente, sono ancora assai scarse ed anche in trattati recenti sono trascurate, e su queste fu solo da Nothagel richiamata ultimamente l'attenzione.

Come abbiamo detto precedentemente, nelle nostre esperienze noi abbiamo studiata specialmente l'azione dello stafilococco p. a. e delle sue tossine sul sistema nervoso. Abbiamo cioè praticate delle iniezioni subdurali di coltura o di prodotti di coltura, previa trapanazione del cranio, ed operando fino ad ora solamente sul coniglio. La tecnica da noi seguìta fu la seguente:

Raso accuratamente il capo del coniglio, previa una accurata sterilizzazione della cute, vi abbiamo praticata una incisione longitudinale, sulla linea mediana, della lunghezza da tre a quattro centimetri e profonda tanto da arrivare fino al periostio. Inciso anche questo e scollato tanto da poterlo rimuovere per un breve tratto dal lato dell'operazione, abbiamo praticato un forellino nella calotta cranica, all'esterno della linea mediana, e presso a poco in corrispondenza della regione parietale, facendo ruotare in posizione verticale, un bisturi acuminato. Così si giunge rapidamente al tavolato interno. Rimossa la fine raschiatura ossea che ne risulta, per il foro praticato introducevamo l'ago della siringa di Pravaz, previamente riempita col liquido di iniezione. Coll'ago stesso (che non deve essere troppo sottile e perchè possa vincere la resistenza del tavolato interno ancora intatto e perchè possa occludere il foro fatto dal bisturi senza lasciar sfuggire il liquido, durante l'iniezione, dal foro stesso) vincevamo l'ostacolo offerto dal tavolato interno, perforavamo la dura, e spingevamo lentamente il liquido all'interno.

Finita l'iniezione ritiravamo rapidamente l'ago, facendo scorrere il lembo cutaneo sul forellino osseo, e mantenendovelo per qualche minuto col dito per essere perfettamente sicuri che non fuoriuscisse del liquido iniettato. Scollando il lembo cutaneo e il periostio, il campo dell'operazione per gli scarsi vasi della regione resta quasi pulito di sangue; per questo, fatte le incisioni, è inutile o quasi di dover ripulire il campo dell'operazione stessa: dovendolo fare però adoperavamo sempre dei semplici batuffoli di cotone idrofilo sterilizzati al calore (come pure adoperavamo ferri sterilizzati alla fiamma) perchè nessun liquido antisettico venisse ad imbrattare il forellino praticato, col pericolo che qualche goccia venisse a penetrare nell'interno

del cranio. Fatta poi la sutura esterna a punti frequenti e stretti, praticavamo ancora una accurata disinfezione della parte.

Così facendo non abbiamo mai avuti nè accidenti spiacevoli durante l'operazione (e l'operazione si può praticare benissimo senza legare il coniglio, ma facendogli semplicemente tener la testa fissa da un assistente) nè ferite del cervello stesso, nè sepsi della ferita, ma invece sempre rapida guarigione della medesima per prima intenzione.

Ed ora veniamo alla esposizione delle nostre esperienze, nell'ordine col quale si sono susseguite.

Il giorno 21 Aprile, con una coltnra in brodo di 24 ore dello staf. p. a. ottenuto direttamente dal cervello del caso di corea da noi descritto, abbiamo infettati due conigli. Con. *A* e Con. *B*.

Coniglio *A*. — Temperatura rettale prima della operazione 40°:

Pratichiamo un'iniezione subdurale, previa trapanazione, di 1 cc. di coltura. Dopo un'ora la temperatura è a 42°, poi sale ancora a 42°,2 e si mantiene tale per due ore. Dopo cinque ore comincia l'ipotermia (39,5 fino a 38,2) accompagnata prima da rilasciamento muscolare completo (tantochè tenendo il coniglio sul tavolo ed estendendogli gli arti posteriori ed abbassandogli il capo resta immobile e disteso come fosse morto), poi da convulsioni. Queste cominciano con piccole scosse ritmiche dei muscoli del dorso, con oscillazioni antero-posteriori di tutto l'animale, con contrazioni dei muscoli del collo, talora tendenti a rialzare il capo, tal altra a fletterlo di lato. Poi compaiono convulsioni ritmiche degli arti, incurvamento del dorso indietro, grida dolorose dell'animale, convulsioni che durano pochi minuti e sono seguite da periodi di riposo sempre più brevi, distinti da un rilasciamento muscolare completo e da un indebolimento nei riflessi e nel senso termico e dolorifico. Alla settima ora dall'iniezione, preceduta da un ultimo attacco convulsivo, avviene la morte.

Aperto subito l'animale, si trova una leggiera congestione dei visceri addominali e una viva congestione con rammollimento del midollo delle ossa lunghe ridotto ad una poltiglia sanguinolenta di color rosso scuro.

Il sangue del cuore è fluido.

Aperto il cranio, si trova una traccia appena visibile dell'iniezione in un punticino rosso ecchimotico delle meningi, nessuna ferita del cervello, il quale per gli altri caratteri si presenta macroscopicamente normale.

I preparati fatti a fresco e le colture del sangue lo dimostrano assolutamente sterile. Le colture fatte dalle meningi dànno invece lo sviluppo dello staf. p. a.

Coniglio *B*. — Colla stessa coltura adoperata per il con. *A*, alla dose pure di 1 cc. si fa un'iniezione endovenosa, in una vena marginale dell'orecchio.

La T prima dell'iniezione 39°,5 sale dopo tre ore a 41° e si mantiene tale per tutta la giornata.

Il secondo giorno scende a 40°,3, il terzo risale a 41°,2, il quarto si mantiene a 41°,4 e nel quinto giorno avviene la morte (precednta da leggieri fenomeni convulsivi agonici) con fegato, milza, midollo delle ossa congesti e scuri, sangue fluido, ascessi multipli nei reni, preferibilmente localizzati alla corteccia.

Nei preparati a fresco e nelle colture per striscio su agar inclinato si rileva una scarsissima setticemia da staf. p. a.

Queste due prime esperienze, se da una parte ci hanno dimostrato che lo staf. p. a., preso direttamente dal cervello coreico, era molto virulento per il coniglio,

tanto da ammazzarlo in cinque giorni per iniezione endovenosa, col reperto classico di questa infezione, ci hanno anche rilevato due fatti degni di nota. Uno, che il decorso dell' infezione in questi due conigli fu distintamente diverso, come diverso ne fu il reperto, in rapporto al differente punto d'ingresso del microorganismo stesso. L'altro che la morte del primo coniglio si poteva ragionevolmente riferire all'elemento tossico della infezione stafilococcica, perchè morì rapidamente prima che una vera infezione si potesse istituire, e perchè la sintomatologia stessa, l'ipertermia, l'assoluta sterilità del sangue, lo comprovavano (1).

Ma per renderci più persuasi della cosa e per studiare più davvicino l'azione di questi tossici sul sistema nervoso, abbiamo in successive esperienze praticate delle iniezioni subdurali ad altri conigli con colture sterili o filtrate.

Così al:

Coniglio *C.* — Si fa un'iniezione subdurale, previa trapanazione, di una coltura di 24 ore in brodo, del solito staf. p. a., sterilizzata agitandola ripetutamente con qualche goccia di cloroformio e adoperandola quando il cloroformio è completamente sedimentato (Il liquido iniettato si dimostrò poi, in coltura, assolutamente sterile). Al momento della iniezione la temp. è di 39°,9. Dopo due ore 41°. Il giorno dopo ancora 41° e compare un notevole rilasciamento muscolare tantochè spontaneamente il coniglio resta immobile e disteso sul tavolo. Si nota ad intervalli lunghi qualche contrazione muscolare al dorso e alla nuca, con deviazione del capo in alto e di lato. Il coniglio non mangia. Il terzo giorno permane ma è meno manifesta la flacidezza muscolare. Sono scomparse le contrazioni e la temp. è di 41°,4 e scende ancora nei giorni successivi a 40°,4, 40°,2, e il coniglio si può considerare guarito.

La coltura sterilizzata col cloroformio ed adoperata in questo coniglio, se da una parte ci fornisce la prima prova che anche coi soli tossici si potevano ottenere i fenomeni nervosi da noi osservati colla iniezione della coltura integra, ci dimostra anche che la dose iniettata era insufficiente a provocare la completa sindrome coreica e la morte. Avendo però osservato che sterilizzando col cloroformio, questo sedimentando trascina con sè gran parte dei corpi batterici, per cui il liquido soprastante resta perfettamente limpido come fosse un filtrato, abbiamo sostituito al cloroformio l'etere, come quello che ci avrebbe permesso di iniettare coi prodotti solubili anche i corpi batterici.

Per far questo abbiamo aggiunto, a 10 cc. di coltura in brodo di staf. p. a., 1 cc. di etere. Abbiamo agitato ripetutamente il miscuglio, per 10 minuti circa. Così facendo parte dell'etere aggiunto svapora. Per levare le ultime traccie d'etere abbiamo sottoposta la coltura ad una rapida evaporazione, congiungendola ad una pompa ad acqua (modello Orlandi) che produce il vuoto in pochi minuti. Già alla prima rarefazione dell'aria la coltura entra in ebollizione, e dopo pochi minuti (e si può accelerare il procedimento riscaldando la provetta stessa a 25°-30°) l'ebollizione cessa, l'etere è completamente svaporato, e la coltura è sterile e si può adoperare senz'altro. Per aumentare poi il contenuto batterico nelle colture così sterilizzate,

(1) Vedremo poi come anche in queste morti rapide si trovino già delle lesioni infiammatorie, non diagnosticabili macroscopicamente, ma in relazione evidente colla sintomatologia dimostrata dall'animale prima della morte.

prima dell'aggiunta dell'etere vi abbiamo unita la poltiglia ottenuta raschiando in superficie degli agar inclinati su cui lo staf. p. a. era rigogliosamente cresciuto.

Così facendo si ha una tossina veramente attiva, che determina dei fenomeni gravissimi e mortali quando sia iniettata sotto alla dura madre.

Riportiamo due delle diverse esperienze fatte con questi metodi ad illustrazione degli esiti di questa intossicazione.

Coniglio *D.* — Pratichiamo l'iniezione subdurale di 1 cc. di coltura di staf. p. a. in brodo di 24 ore, sterilizzata coll'etere.

Prima dell'operazione la temperatura è di 39°,5. Dopo due ore si ha 40°,5, dopo cinque ore 41°,5 con notevole rilasciamento muscolare seguìto da periodi di inquietudine.

Il giorno dopo la temperatura scende a 40°,7, permane il rilasciamento muscolare. Il terzo giorno compaiono movimenti coreici caratteristici ed accessi frequenti, il coniglio non sostiene più il capo, rifugge dalla luce e pare debba ad ogni momento morire. Ma nella notte migliora, i fenomeni nervosi diminuiscono in frequenza ed in intensità. Nel quarto giorno si ha ancora 41°, poi nei giorni seguenti il coniglio si rimette completamente, con temperature oscillanti fra i 40° e i 40°,4.

In questo caso dunque la tossina fu quasi mortale: bastava forse $^1/_{10}$ di più per aversi l'esito letale. Ma per non aumentare il liquido di iniezione abbiamo aggiunto, come abbiamo più sopra ricordato, raschiatura di coltura di staf. p. a., in agar, alla coltura in brodo.

Così si è fatto:

Coniglio *E.* — Temperatura 39°,9.

Iniezione subdurale, previa trapanazione di 1 cc. dell'emulsione sopra descritta, sterilizzata coll'etere.

Dopo tre ore il rilasciamento muscolare è già completo, la temperatura è a 40°,8. Cominciano le contrazioni già descritte dei muscoli del dorso seguite da grandi periodi di quiete con diminuzione dei riflessi e della sensibilità termica e dolorifica. Dopo cinque ore si ha già ipotermia, 39°,2, compaiono convulsioni generali violentissime, tantochè il coniglio rotola sopra se stesso estendendo e retraendo con movimenti ritmici gli arti anteriori e posteriori. Il capo è stirato in alto e in dietro. Dopo sei ore, preceduta da un ultimo accesso convulsivo gravissimo, avviene la morte. Il sangue è incoagulabile per lungo tempo anche raccolto in provette ed ha colore rosso scuro. Congestione mediocre dei visceri addominali. Congestione viva con rammollimento del midollo delle ossa lunghe. Cervello integro con leggiera iperemia corticale.

Coniglio *F.* — Iniezione subdurale come al precedente. Rapida elevazione di temperatura a 41°. Solo dopo 6 ore compaiono i fenomeni convulsivi, alternati dal rilasciamento muscolare. Dopo 7 ore comincia l'ipotermia, si ha respiro stertoroso, perdita delle orine e morte dopo un ultimo e violento accesso convulsivo.

Qui si trovano visceri molto congesti. Sangue fluido. Midollo delle ossa lunghe meno scuro del coniglio precedente.

Per persuaderci poi ancora con maggior sicurezza che anche ai corpi bacterici è legata parte dell'azione tossica e per quanto già l'esperimento fatto colle colture sterilizzate al cloroformio ce lo avesse fatto prevedere, abbiamo adoperato anche semplici filtrati di coltura, ottenuti facendo passare attraverso al filtro Chamberland (Candele marca *F*) delle colture in brodo recenti, del nostro staf. p. a.

Così abbiamo fatto:

Coniglio *G.* — Riceve sotto alla dura madre, col solito procedimento 1 $^1/_2$ cc. di coltura di staf. filtrata.

Dopo 2 ore dall'operazione si ha un transitorio aumento di temperatura a 40°,8 che scende poi a 40°. Il coniglio si dimostra inquieto. Non sa star fermo un minuto. Il giorno dopo alla mattina si ha 41°, alla sera 40°,8 e nei giorni seguenti 40°,5, poi 40°,2, fino a che il coniglio si rimette e torna stabilmente alla temperatura normale.

Quest'esperimento se ci riusciva di conferma a quanto avevamo aprioristicamente immaginato, ci conferma anche alcune nostre precedenti osservazioni (1) colle quali abbiamo dimostrato come colle proteine bacteriche dello staf. p. a. non si riesca ad immunizzare il coniglio, ma anzi lo si predisponga all' infezione per la tossicità delle proteine stesse.

I filtrati dunque semplici delle colture di staf. p. a. sono tossici, ma nelle dosi compatibili coll'esperimento, non sono mortali quando vengano da soli a contatto col sistema nervoso centrale. Per avere la vera tossina allora bisogna che questa mantenga anche i corpi bacterici, i quali, come vedremo, hanno una grande attività flogogena.

Fino ad ora nei nostri esperimenti noi avevamo sempre adoperate colture dello staf. p. a., isolato dal caso di corea da noi studiato.

Era però interessante il vedere se queste proprietà gli fossero specifiche, se noi avessimo cioè a fare con una varietà speciale di stafilococco piogene aureo, o se queste proprietà fossero di tutti i microorganismi che per le loro proprietà biologiche colturali si comprendono sotto questo nome.

E la cosa era tanto più interessante giacchè oramai è indiscutibile che di alcuni microorganismi patogeni esistono delle varietà ben distinte tra loro, sia semplicemente per i caratteri morfologici e colturali, sia, e questo è il più importante per una diversa azione biologica. Così tralasciando di parlare delle infinite varietà di simil tifo e di simil coli e di simil colera conosciute, ricorderemo come per il diplococco pneumonico siano oggi dimostrate tre varietà distinte (edematogena, fibrinogena (1) ed emorragica (2)) e come anche per lo streptococco (come fu tra gli altri da Hajeck (3), Lingelstein (4), Pane (5), ecc. ecc., sostenuto) si debbano ammettere parecchie varietà, le quali appunto per essere diverse reagiscono in modo diverso all'azione specifica del siero.

Per lo staf. piogene, quando se ne tolga la differenza cromatica che forma le varietà dell'aureo, citreo e bianco, e qualche forma speciale descritta negli animali

---

(1) A. Cesaris-Demel, Loc. cit.

(1) Foà, *Pneucomococco-meningococco e stafilococco pneumonico.* " Rif. Medica. „, 60, 1891. — Foà, *Ancora sulle varietà biol. del dipl. lanceolato.* " Rif. Med. „, 268-69, 1891.

(2) Cesaris-Demel, *Un caso di corea infettiva.* " Gazz. Med. di Torino „, 1897. — Mosny, " Arch. de Méd. expér. „, 1890.

(3) Hajeck, *Della non identità dei microorganismi della risipola e del flemmone.* " Soc. di med. di Vienna „, 1886.

(4) Lingelstein, " Zeit. f. Hyg. „, T. X, pref. 2, 1891.

(5) Pane, " Giornale dell'assoc. napol. „, 1893, p. 31.

(Lucet (1)), non abbiamo fino ad ora conoscenze precise, tanto più che ci manca la prova della specificità del siero, relativamente a colture di staf. piogeni d'origine diversa, e della quale non è fatto cenno nei lavori di Viquerat (2), Mosny (3) e Parascandolo (4), che noi abbiamo su questo argomento.

Abbiamo dunque ripetuti i nostri esperimenti, adoperando colture in brodo di staf. p. a. di provenienze diverse. Una proveniva da un ennesimo trapianto in agar di uno stafilococco da noi isolato parecchi anni or sono da un caso di setticemia criptogenica (5), e che da qualche mese non era passato per animale. Un'altra coltura fu da noi pure ricavata da un caso recente di meningite cerebro-spinale, in seguito ad angina follicolare, sostenuta appunto dallo staf. p. a.

Con ambedue queste varietà abbiamo fatte delle colture nello stesso brodo adoperato per le altre esperienze e ne abbiamo iniettato 1 cc. sotto la dura madre, colla tecnica già da noi esposta. Ora, tanto con l'uno quanto con l'altro di questi due microorganismi noi abbiamo ottenuto lo stesso quadro fenomenologico, la morte nello stesso tempo, e lo stesso reperto necroscopico presentatoci dai primi conigli, tantochè per brevità riteniamo inutile ripetere qui il diario preciso delle nostre esperienze.

Anche le tossine ottenute colla sterilizzazione eterea delle colture ci dimostrarono la stessa azione di quella già descritta.

Possiamo dunque ritenere che lo staf. p. a., da noi isolato dal caso di corea, non sia una varietà distinta, ma appartenga invece alla grande famiglia comunemente conosciuta e reperibile nella forma suppurativa; e possiamo concludere che lo staf. p. a. quando sia direttamente iniettato nel sistema nervoso, ha una virulenza ed è così rapidamente mortale come non lo è per nessun altro punto di ingresso e che corrispondentemente i suoi tossici sono specialmente attivi quando siano direttamente iniettati nel sistema nervoso. Per toglierci però anche l'ultimo dubbio che le nostre tossine, preparate colla sterilizzazione all'etere o coll'aggiunta di raschiatura di colture in agar, fossero molto attive anche per altre vie d'iniezione, abbiamo iniettato un coniglio (colla stessa dose di tossina mortale per iniezione subdurale) nella vena marginale dell'orecchio. Questo coniglio ebbe un'elevazione termica a 41° nelle prime ore già manifesta, e che si continuò per due giorni, e che andò scomparendo nei successivi, quando il coniglio si andò anche rimettendo dalla leggiera perdita in peso (80 gr.) cagionatagli dalla iniezione stessa. Questo coniglio non ebbe mai fenomeni nervosi.

Non abbiamo fatte esperienze coll'iniezione sottocutanea perchè sappiamo per esperienza come per questa via gli animali siano meno sensibili anche all' iniezione dei semplici filtrati.

Questa scarsa resistenza del sistema nervoso poi, di fronte ai tossici e all'infe-

---

(1) Lucet, *Recherches bactériologiques sur la suppuration chez les animaux de l'espèce bovine.* " Ann. Inst. Pasteur „, 1893, N. 4.

(2) Viquerat,

(3) Mosny, " Soc. de biologie „, 1894.

(4) Parascandolo,

(5) A. Cesaris-Demel, " Policlinico „, 1894.

zione sperimentale dello staf. piogene aureo, sulla quale ora le nostre esperienze richiamano l'attenzione, rientra in una proprietà generale, che pare appunto insita nel sistema nervoso per cui questo presenta di fronte alle infezioni ed ai loro tossici una vulnerabilità dapprima insospettata. Relativamente alle forme settiche ricorderemo come, dopochè Vassalle (1) ottenne delle tubercolosi rapide sperimentali e morte senza tubercolosi generale, coll'innesto del virus tubercolare direttamente nel cervello, Martinotti e Tedeschi (2) dimostrarono (iniettando il carbonchio nel cervello) che per questa via muoiono anche gli animali ritenuti refrattari per questa infezione e gli animali predisposti muoiono molto più rapidamente.

Schraeder, Kümmel (3) e Friedemann (4) confermarono questi risultati, e Tedeschi (5) in tre successivi lavori venne alle stesse conclusioni relativamente alla morva, alla lebra ed alla tubercolosi.

Come ho già detto, però nei sopracitati lavori i vari A.A. avrebbero solo osservato come per il dato e fatto di questi passaggi il virus si esalti e come colle tossine (sterilizzando in vario modo le colture) non si ottengono gli stessi fenomeni nervosi i quali così sono in rapporto collo svolgimento dell'infezione e colla moltiplicazione bacterica.

Per lo stafilococco dunque avrebbe una grande importanza anche l'elemento tossico. Le nostre osservazioni istologiche, che esporremo in seguito, relative alle alterazioni nervose, reperibili nei cervelli dei nostri conigli così sacrificati, ci mostreranno poi più precisamente quale parte precisa spetti e sia dimostrabile in dipendenza ai tossici e quale ai cocchi stessi.

Per le infezioni però a tipo essenzialmente tossico le nostre cognizioni sono più complete, e così ora, dopo le osservazioni di Tizzoni e Cattani (6), Vaillard (7), Conrad Brunner (8), Roux, Borrel (9), ecc., noi sappiamo che per il tetano e la difterite si può riprodurne l'esatta sindrome nervosa colla semplice iniezione di tossine direttamente nel sistema nervoso, adoperando quantità minime di coltura con effetti mortali rapidissimi.

Giunti a questo punto delle nostre esperienze noi ci siamo domandati se l'azione tossica dei prodotti dello staf. p. a. sul sistema nervoso fosse tale in quanto sono dei fermenti, come l'esame critico delle letterature nell'argomento, già da noi riferite, ci induce a ritenere.

---

(1) Vassalle, *Dei centri nervosi come mezzo di coltura e dell'effetto della immunizzazione diretta nei medesimi del bacillo del carbonchio e della tubercolosi.* Reggio Emilia, 1891.

(2) Martinotti e Tedeschi, *Ricerche sugli effetti dell'inoculazione del carbonchio nei centri nervosi.* " Lo Sperim. „, Anno XLV, fasc. 5-6.

(3) Schraeder e Kümmel, " Arch. f. Exper. Path. und Pharm. „, fasc. 45, 1895, vol. XXXV.

(4) Friedmann, *Studien zur pathologischen anatomie der acuten Encefalites.* " Arch. f. Psyc. und Nerven Krank. „. Bd. XXI, Heft 2, p. 461, 1889.

(5) Tedeschi, *Ricerche sugli effetti della inocul. della morva sui centri nervosi.* " Atti della R. Acc. dei fisiocritici „. Siena, 1893, fasc. 1°, 2° e 3°. — Tedeschi, *Sulla trasmissibilità della lebra negli animali.* " Comment. clin. delle malattie cutanee e genito-urin. „. 1893. — Tedeschi, *Ric. sper. sulla inocul. della tubercolosi nei centri nervosi.* " Riv. di Fren. e Med. legale „, 1893.

(6) Tizzoni e Cattani, " Arch. f. exper. Path. „, vol. 27, p. 439, 1890.

(7) Vaillard, " Ann. de l'Inst. Pasteur „. 90.

(8) Conrad-Brunner, *Tetano cefalico sperim. e clinico.* " Beiträge f. Klin. Chirurgie „.

(9) Roux e Borrel, " Ann. de l'Inst. Pasteur „, 1893.

A questo riguardo le nostre esperienze sono scarse e si riferiscono ad un ordine di ricerche in un campo affatto inesplorato, al quale noi ora ci siamo accinti. Ne diamo qui solo quindi succinta relazione, riservandoci di tornare su questo argomento altra volta quando la somma delle osservazioni raccolte ci permetterà di trarne delle conclusioni precise e sicure. Ricordiamo però prima come sulla azione dei vari fermenti conosciuti sull'organismo animale e più specialmente sul diverso modo di comportarsi a seconda del punto nel quale la loro iniezione viene praticata, le nostre conoscenze sono scarse e per quanto riguarda la loro iniezione direttamente nel sistema nervoso assolutamente mancanti.

Roussy (1) fu il primo nel 1888 a dimostrare che parecchi lieviti, e particolarmente il lievito di birra, contengono delle sostanze piretogene, che non sono altro che dei fermenti solubili specifici, dando così la prima dimostrazione che la febbre può nascere per la introduzione in circolo di una sostanza appartenente notoriamente alla classe dei fermenti solubili o zimasi. Estrattone uno, " l'invertina „, egli la chiamò anche piretogenina perchè per via ipodermica dà un grande aumento di temperatura negli animali, che dura dalle 12 alle 15 ore (T fino a 42°).

Di altri fermenti vegetali, come ricorda Gautier (2), sappiamo che l'abrina è tossica per via ipodermica, mortale per il coniglio alla dose di 0,001 in 24 ore, ma che la morte, qualunque sia la dose iniettata, non avviene mai prima. La papaina (Martin (3)) è pure velenosa per via ipodermica.

Relativamente ai fermenti d'origine animale Hildebrand ha dimostrato che la pepsina alla dose di 0,01 ammazza un coniglio in due o tre giorni; coll'aumento massimo della temperatura dopo 6 ore, tremito, vomito, ipertermia, coma, lesioni emorragiche, sangue incoagulabile.

Rossbach (4) ha infine dimostrato che la tripsina nel peritoneo dà infiammazioni a tipo emorragico senza suppurazione, iniettata in circolo dà paralisi di cuore, e sotto la pelle necrosi.

La nostra prima esperienza l'abbiamo fatta praticando un' iniezione subdurale ad un coniglio, di 1 cc. di una soluzione contenente 0,01 di pepsina, adoperando cioè una dose dieci volte più piccola di quella stabilita da Hildebrand come mortale per iniezione sottocutanea. Dopo due ore è manifesto un rilasciamento muscolare completo e si ha un'elevazione termica da 39°,8 a 41°,2. Non si hanno fenomeni convulsivi e la morte avviene nel giorno seguente, tranquillamente, con i segni di una grande adinamia, ipotermia e senza fenomeni convulsivi terminali. All'autopsia praticata immediatamente si trova sangue completamente liquido, mediocre congestione dei visceri toracici e addominali, congestione cerebrale.

Segno appena visibile sulle meningi della iniezione praticata.

Un altro coniglio fatto con una dose minore con $^1/_2$ cc. nella stessa soluzione presentò pure lo stesso andamento e lo stesso reperto del precedente.

Anche qui sono mancati i fenomeni convulsivi.

---

(1) Roussy, " Bull. Acad. méd. de Paris „, 12 fév. e 12 mars 1889. — " Mém. de l'Ac. de Méd. „, XXXVII, fasc. 1°. — " Compt. R. des séances de la Soc. de Biologie „.

(2) Gautier, Loc. cit.

(3) Martin, " Brit. med. Journ. „, T. II, p. 184, 1889.

(4) Rossbach, " Deut. Med. Woch. „, 1890.

Il sistema nervoso così, dopo queste prime esperienze, ci si dimostrò anche particolarmente sensibile all'azione di questo fermento quando sia iniettato per via subdurale. Vedremo in seguito come la lesione istologica reperibile nei cervelli così trattati e più specialmente nelle regioni in più diretto contatto col fermento iniettato, ci diano una chiara ragione di questa grande tossicità e della sindrome che l'iniezione di questo fermento stesso provoca prima della morte.

Ricorderemo ancora tra le nostre esperienze una che ci fu suggerita da alcune recentissime relativamente all'azione della sostanza nervosa stessa e nell'animale e in vitro sopra le tossine del tetano e della difterite.

Le esperienze alle quali ci riferiamo sono queste. Wassermann e Takaki (1) in appoggio alla teoria primitivamente esposta da Ehrlich che l'antitossina tetanica si formerebbe a spese delle parti elementari del midollo spinale, vedendo che una emulsione di cervello di animale sano neutralizza in vitro una dose di tossina tetanica mortale, ammisero nella sostanza nervosa stessa proprietà antitossiche.

Marie (2) invece successivamente dimostrò che questo avviene solo quando la tossina iniettata sia preventivamente incorporata e fissata a qualche cellula nervosa, negando così un'azione antitossica al sistema nervoso centrale.

Lo stesso si può concludere dalle esperienze di Knorr (3) che centrifugando tossina tetanica e sostanza nervosa, trova che il liquido soprastante non contiene più tossina, perchè questa resta fissata dagli elementi nervosi.

Infine Roux e Borrel (4) accettano pure questa interpretazione del fenomeno, perchè iniettando direttamente tossina nel cervello, anche in animali aventi forte immunità passiva od attiva, si ha lo sviluppo della stessa intensa sindrome tetanica.

Comunque si voglia interpretare il fenomeno (e noi non ci vogliamo ora mettere in una discussione che ci porterebbe troppo lontano), noi possiamo ora asserire che per le tossine dello staf. p. a. non si verifica affatto questa neutralizzazione in vitro quando siano preventivate mescolate ed emulsionate con della sostanza cerebrale fresca.

Infatti due conigli da noi operati (e per i quali essendo fatto nello stesso tempo e colla stessa tossina, il coniglio *F* ci servì di controllo) coll'iniezione subdurale di 1 cc., l'uno di emulsione semplice di sostanza cerebrale (e come consiglia Marie abbiamo adoperata a preferenza la sostanza grigia della corteccia) e di tossina, l'altro adoperando solo 1 cc. della parte liquida sovrastante alla stessa emulsione sedimentata colla centrifuga, sono morti nello stesso tempo, colla stessa fenomenologia nervosa, collo stesso reperto e del controllo, e degli altri conigli tutti dei quali abbiamo ricordata la storia e che erano venuti a morte per l'iniezione subdurale sia di coltura, sia delle sole tossine.

Un'altra domanda che noi ci siamo fatta nel corso delle nostre esperienze e che

---

(1) Wassermann e Takaki, *Antitoxiche Eigensch. des normalen Centralnervensystem.* " Berlin. Klin. Woch „, 3 Gen., 1898.

(2) Marie, *Recherches sur " les propriétés antitétaniques „ des centres nerveux sains.* " Ann. Inst. Past. „, 1898, n. 2.

(3) Knorr, " Münchner med. Wochnschr. „, 1898, N. 12, p. 187.

(4) Roux e Borrel, *Tétanos cérébral et immunité contre le tétanos.* " Ann. Inst. Pasteur „, 1898, in 4°.

ci potrebbe essere rivolta a titolo di obbiezione è questa, che l'aumento di temperatura, che i fenomeni convulsivi e gli altri fenomeni nervosi, che la morte stessa fosse determinata nei nostri casi per il trauma dell'operazione, per un aumento di pressione nella calotta cranica, più che per un'azione specifica del liquido iniettato.

Il trauma l'abbiamo sempre potuto escludere e perchè aprendo dopo la morte dell'animale il cranio, vi abbiamo sempre trovato un segno appena visibile della puntura in una ecchimosi superficiale delle meningi, colla massa cerebrale sottostante assolutamente integra, e perchè operando colla tecnica da noi descritta siamo sempre caduti sulle circonvoluzioni frontali, evitando così l'irritazione della zona parietale, dove, come sappiamo, risiedono i centri motori.

A questo aggiungasi che molti dei nostri animali operati pure colla stessa tecnica e colla stessa quantità di liquido (alcuni anzi, come il coniglio *G*, ebbero a sopportare l'iniezione subdurale di 1 $^1/_2$ cc. di liquido) non ne risentirono che transitoriamente e si rimisero rapidamente.

Che del resto il semplice aumento di pressione endocranica sia tollerato bene dal coniglio era noto anche dalle precedenti osservazioni di varî autori che pur si mossero questa obbiezione e coll'esperimento ne dimostrarono la nullità (Pianese (1), Roux e Borrel (2), ecc. ecc.).

Che poi i fenomeni da noi osservati siano assolutamente in rapporto all'azione specifica dello staf. p. a. e delle sue tossine noi non possiamo assolutamente sostenere.

Troppe cause, nei fenomeni biologici, possono condurre agli stessi effetti perchè si possa recisamente venire a questa conclusione.

Già in fisiologia era noto (e citiamo qui brevemente solo poche esperienze per non dilungarci di soverchio) che tanto eccitando meccanicamente alcune determinate regioni della corteccia si determinano attacchi di epilessia (Luciani e Tamburini (3)) come facendovi agire alcune sostanze come la creatina, la creatinina (Landois (4)).

Così Gallerani e Lussana (5) facendo agire sul cervello degli uccelli della creatina e della creatinina, ottennero non solo delle convulsioni, ma anche dei fenomeni coreiformi.

Se pure dunque i fenomeni nervosi da noi osservati non sono assolutamente specifici (ed abbiamo già visto da nostre esperienze già citate che dosi minime di fermenti per iniezione subdurale producono ipertermia e paralisi) e potranno forse riprodursi con altre sostanze ed altri microorganismi, sono però degni di tutta la nostra attenzione perchè ci dimostrano che lo staf. p. a. ha un'azione elettiva sopra il sistema nervoso, che prima non era conosciuta.

Per dare poi ancora un più giusto valore ai risultati delle nostre esperienze, le abbiamo ripetute adoperando per l'iniezione subdurale, degli altri microorganismi. Tra i tanti che ci si offrivano e che ci potevano essere suggeriti dalle nostre cono-

---

(1) Pianese, Loc. cit.

(2) Roux e Borrel, Loc. cit.

(3) Luciani e Tamburini, *Centri psicomotori*, 1878.

(4) Landois, *Thèse de physyol.*, 1893, Paris.

(5) Gallerani e Lussana, *Contribuzione allo studio della patologia dell'epilessia e della corea.* " An. it. di Biol. „ XV, 396-400.

scenze sulla eziologia patologica del sistema nervoso, ne abbiamo prescelti sopra gli altri due.

Il diplococco lanceolato, della varietà fibrinogena, ed il bacillo icterode. Il primo per essere questo il microorganismo da noi isolato (1) da un altro caso di corea; il secondo, perchè conoscendo per esperienza nostra (2) quali profonde lesioni egli determini nel sistema nervoso centrale quando sia iniettato per via endovenosa e sottocutanea, volevamo vedere se le stesse lesioni si ottenessero più rapidamente per questa via.

Così, abbiamo inoculati due conigli con colture fresche dei due sopracitati microorganismi.

Coniglio *M.* — Alle ore 11 si pratica un'iniezione subdurale di 1 cc. di coltura fresca di diplococco. La T è di 39°,9. Dopo sei ore la T è salita a 42°,1, il coniglio è molto abbattuto, ma non ha fenomeni convulsivi. Il giorno seguente alle ore 7, cioè dopo 20 ore dalla operazione avviene la morte e si trova la milza molle, piccola, rosea e *senza fibrina,* polmoni con chiazze congeste e discreta setticemia.

Coniglio *N.* — Pratichiamo un'iniezione subdurale di $^1/_2$ cc. di coltura di 24 ore di bacillo icterode (Sanarelli) nel brodo fegato (da me proposto per la diagnosi differenziale rapida tra il b. del tifo ed il b. coli).

La temperatura in sei ore sale da 39°,6 a 40°,5, il coniglio è abbattuto e cerca l'oscurità, ma non è inquieto e non presenta fenomeni convulsivi. Nella notte muore.

Il reperto viscerale è negativo. Il sangue si dimostra sterile in preparati ed in colture, e il cervello per quello che riguarda l'atto operativo si mostra assolutamente illeso.

Un secondo coniglio fatto subito dopo questo colla stessa coltura, nella stessa dose ci riproduce lo stesso andamento e lo stesso reperto.

Queste esperienze dunque ci dimostrano da una parte che il decorso dell'infezione è accelerato e la morte è antecipata quando il diplococco lanceolato sia iniettato per via subdurale (3), e d'altra parte che il b. icterode iniettato per via subdurale agisce anche in piccola dose, essenzialmente per i suoi tossici, giacchè e la rapidità della morte e la sterilità del sangue ci fanno escludere si sia istituita una vera infezione.

Ma questi esperimenti ci mostrano anche come la sintomatologia da noi ripetutamente ottenuta colle iniezioni subdurali dello staf. p. a. o delle sue tossine e caratterizzata da una grande inquietudine dell'animale, da contrazioni, ecc. ecc., non si ottiene con questi due microorganismi ed è dunque in rapporto a proprietà insite e speciali nello staf. p. a. stesso.

Nelle prime nostre esperienze quando noi cercavamo di stabilire la dose di tossine stafilococciche necessaria a determinare la morte, abbiamo avuto qualche coniglio che, pur avendo reagito all'iniezione presentando la sindrome coreica, n'era poi guarito, rimettendosi e per la temperatura e per il peso allo stato normale.

---

(1) Loc. citato.

(2) A. Cesaris-Demel, *Sulle lesioni del sist. nervoso centrale prodotto dall'icterode.* " Acc. di Med. Torino „, 11 marzo 1888.

(3) Il diplococco nelle infezioni da noi adoperato per iniezione sottocutanea ammazza il coniglio in 2 o 3 giorni.

Noi abbiamo voluto vedere se questo stato di cose costituisse una ragione di debolezza, una predisposizione del sistema nervoso all'azione dello staf. p. a. messogli direttamente in contatto. Ed aprioristicamente e ricordando come precedenti attacchi d'infezione stafilococcica predispongano ad una successiva infezione, e come sperimentalmente sia dimostrato che i metodi di iniezioni di tossici o di vaccinazioni comunemente in uso per altre infezioni, non servano per questa, credevamo che questo indebolimento si verificasse. Ma le nostre esperienze ci hanno condotto al risultato opposto, affatto insospettato, ma di cui sarà poi assai interessante ricercare il meccanismo e la ragione.

Le esperienze sono queste:

Al Coniglio *C* (vedi in addietro la storia) sopravvissuto alla iniezione subdurale di 1 cc. di coltura in brodo di 24 ore di staf. p. a. dopo 7 giorni dall'iniezione quando la scomparsa di ogni sintomo nervoso, e la temperatura e il peso lo dimostravano tornato allo stato normale si fa l'iniezione subdurale di 1 cc. di coltura in brodo di 24 ore di staf. p. a. Al momento dell'operazione il coniglio ha T 40°, dopo tre ore 41°. Si hanno scosse ritmiche e violente dei muscoli del dorso con oscillazioni antero-posteriori, e forte rigidità della nuca. Il giorno dopo persistono questi fenomeni, il coniglio si dimostra molto inquieto e si trova in istato di ipotermia. Il terzo, quarto e quinto giorno la temperatura si mantiene sui 40°,5 e vanno scomparendo i fenomeni nervosi. Al sesto giorno e seguenti la temperatura si mantiene a 39°,9 e il coniglio, avendo riguadagnati gli 80 gr. perduti dopo l'infezione, si può ritener guarito.

Anche dopo 15 giorni il coniglio si presenta in ottime condizioni, è aumentato in peso e non presenta nessun segno di quel marasmo che pur si sarebbe istituito se l'infezione dalle meningi si fosse generalizzata.

Al Coniglio *D* (vedi in addietro la storia) sopravvissuto (dopo aver manifestato sintomi coreici gravissimi) all'iniezione subdurale di coltura in brodo di staf. p. a. sterilizzato coll'etere, dopo 9 giorni quando è tornato perfettamente allo stato normale, si fa un'iniezione subdurale di 1 cc. di coltura di staf. p. a. in brodo. Dopo sei ore la temperatura da 40° sale a 41°,5 e il coniglio presenta un rilasciamento muscolare intenso, alternato da periodi di grande inquietudine.

Il giorno dopo la temperatura è a 40°,7, dimiminuisce la fenomenologia nervosa, ma si ha una grande diminuzione in peso dell'animale (180 gr. in due giorni). Poi nei giorni seguenti la temperatura va facendosi costante e normale, e il coniglio avendo riacquistato stabilmente il peso perduto, può ritenersi guarito.

Queste esperienze ci dimostrano dunque che per quanto il sistema nervoso sia specialmente sensibile all'azione dello staf. p. a. e dei suoi tossici, quando una volta riesca a vincere questa azione stessa deleteria, ne resta rafforzato, e dimostra poi una grande resistenza di fronte all'azione dello staf. p. a. stesso. Si ha cioè un vero esempio di immunità locale.

Sul meccanismo poi di questa immunità locale del sistema nervoso, della quale fino ad ora non avevamo esempio (mentre invece sono ben note le immunità locali che si possono ottenere nel tessuto sottocutaneo, nel peritoneo, ecc.), noi continueremo ora le nostre esperienze, come sarà anche nostra cura di ricercare se questo adattamento del sistema nervoso, questo suo rafforzamento abbia anche un' influenza sul decorso generale della infezione stafilococcica quando questa è praticata per via endovenosa o per altra via. Su queste nostre esperienze in corso noi comunicheremo tra breve i risultati.

Ma se la ricerca sperimentale era interessante in quanto ci riproduceva la sindrome coreica, era poi interessantissimo, coll'esame istologico del sistema nervoso, di ricercare se la stessa sindrome fosse stata in rapporto a dimostrabili lesioni del sistema nervoso centrale stesso dei nostri conigli. Per questo ne abbiamo sempre raccolto il sistema nervoso centrale a preferenza in alcool, perchè con questo metodo di fissazione e di indurimento avremmo potuto facilmente mettere in rilievo con una semplice colorazione nucleare i focolai infiammatori, e al caso fare una ricerca dei microorganismi e della fibrina. Altri pezzi invece fissati al sublimato saturo ci servirono più specialmente per la ricerca delle lesioni cellulari col metodo di Nissl.

Questo esame istologico noi l'abbiamo dapprima praticato sui conigli venuti a morte per l'iniezione subdurale di staf. p. a. o delle sue tossine. Per quanto in questi casi il reperto fosse simile, non era però sempre eguale, e le varietà si trovavano in rapporto specialmente alla natura del liquido iniettato (se coltura pura o filtrata o coltura sterilizzata all'etere, ecc. ecc.).

Nei conigli cui si è praticata l'iniezione di coltura viva, le lesioni sono di due ordini: lesioni infiammatorie e lesioni tossiche, le une e le altre affatto simili a quelle da noi descritte nell'uomo.

Le lesioni infiammatorie sono anche qui rappresentate da piccoli accumuli di leucociti con localizzazioni micotiche dimostrabili e variamente disseminati per tutta la massa cerebro-spinale, ma più specialmente reperibili al cervello dal lato della iniezione, e solo raramente reperibili nel midollo spinale al di sotto della regione cervicale. Oltre a questi focolai si nota un discreto accumulo di leucociti sottomeningeo, esteso anche al midollo spinale, ed una infiltrazione parvicellulare perivascolare, specialmente ai vasi della corteccia. Gli stafilococchi sono facilmente reperibili e dimostrabili dovunque si trovi accumulo di leucociti, e nei vasi. Manca invece qualunque traccia di essudazione fibrinosa. Le lesioni tossiche sono anche qui dello stesso tipo di quelle descritte nell'uomo. Sono specialmente interessate le grandi cellule piramidali della corteccia e dal lato dove fu fatta l'iniezione, più che dall'altro lato. Queste cellule presentano un notevole rigonfiamento del proprio protoplasma, che pare cominci alla parte basale dove compaiono delle lacune scolorite, e una cromatolisi periferica dell'elemento cromatofilo che si va frammentando alla periferia e raccogliendo ad ammassi informi intorno al nucleo. I prolungamenti anche si rigonfiano, perdono la propria colorabilità e la cellula da piramidale può farsi globosa.

Per la cromatolisi periferica, che può giungere anche alla distruzione della membrana cellulare, negli ultimi stadî la cellula resta rappresentata dal nucleo, contornato da un detrito cromatofilo. Solo in rari casi, questa distruzione arriva fino al nucleo, il quale allora si colora più intensamente e presenta il contorno sinuoso. Alterazioni simili, ma meno intense, sono presentate anche dalle cellule medie piramidali e dalle piccole. Meno evidenti sono queste lesioni alle cellule del Purkynie, anzi nel maggior numero dei casi noi le abbiamo riscontrate assolutamente normali.

Anche nel midollo spinale queste lesioni cellulari sono poco manifeste, anzi nei casi di morte rapida, 6 o 7 ore, sono assolutamente mancanti.

Nei conigli cui si è praticata l'iniezione subdurale di coltura sterilizzata all'etere, il reperto istologico è simile a questo. Si ha però una prevalenza delle lesioni

tossiche, le quali si presentano anche più intense ed estese. Sono anche rilevabili le lesioni infiammatorie.

Qui però prevale la essudazione leucocitaria sottomeningea e l'infiltrazione parvicellulare perivascolare sopra i veri focolai infiammatori puntiformi della sostanza nervosa e indipendenti dai vasi. Non sono mai colorabili i microorganismi e non si trova traccia di fibrina.

Nei conigli cui si è praticata l'iniezione subdurale di coltura sterilizzata all'etere e a cui si sia aggiunta preventivamente la patina raccolta da colture di staf. p. a. sopra agar inclinato, i fenomeni infiammatori raggiungono la massima intensità, e sono anche in modo speciale evidenti le lesioni tossiche, che sono dimostrabili anche al cervelletto ed al midollo spinale. Anche in questo caso non si trova traccia di microorganismi e di fibrina.

Per non aver ottenuto noi la morte del coniglio colla semplice iniezione subdurale di filtrato semplice di coltura di staf. p. a., ci manca il reperto della lesione istologica che questo filtrato stesso può determinare.

Da questo che abbiamo esposto però, noi possiamo ritenere, che le lesioni determinate dalla iniezione delle nostre tossine, si debbano in parte attribuire alla sostanza tossica elaborata dallo staf. p. a. e in parte attribuire alle sostanze componenti il corpo bacterico stesso, cioè alle proteine bacteriche. Queste come sappiamo, hanno un potere chemiotattico elevatissimo e a queste certamente è dovuta la flogosina descritta da Lebert; e sono queste che determinano colla loro diffusione per gli spazi linfatici perivascolari l'intenso aumento leucocitario da noi descritto, senza localizzazioni micotiche. E perciò l'interpretazione da noi data all'esperimento, prima che questo ci fosse illuminato dalla ricerca istologica, che cioè la sindrome coreica e la morte potessero essere provocate colla semplice iniezione subdurale di tossine stafilococciche, va intesa nel senso che a costituire queste tossine entrino anche le proteine stafilococciche, le quali determinano focolai infiammatori, la cui produzione è accompagnata da fenomeni irritativi, cui seguono disturbi di moto e di senso che la sola alterazione tossica cellulare non potrebbe spiegare.

Nei conigli cui venne praticata la iniezione subdurale di bacillo icterode, noi abbiamo anche riscontrati due ordini di lesioni. L'uno infiammatorio e rilevatoci da una diffusa encefalite corticale, caratterizzata da una regolare e diffusa infiltrazione leucocitaria della corteccia, e in rapporto evidente alla grande infiltrazione leucocitaria sottomeningea, determinata dalla iniezione; l'altro d'origine tossica e rilevabile dalla grave alterazione nella distribuzione dell'elemento cromatofilo delle cellule piramidali della corteccia, e nei scarsi elementi nervosi del bulbo del cervelletto e del midollo spinale.

Nell'encefalite corticale alla infiltrazione leucocitaria diffusa va aggiunta ancora una mediocre infiltrazione degli spazi linfatici perivascolari, tale da non raggiungere mai l'intensità e l'estensione di quella determinata dallo staf. p. a. Aggiungasi l'assoluta mancanza di focolai infiammatori disseminati e indipendenti da elementi vascolari. Anche qui sono visibili i microorganismi specialmente nell'essudazione leucocitaria sottomeningea e mancano affatto traccie di fibrina.

Le lesioni cellulari d'origine tossica sono affatto simili a quelle già da noi descritte altra volta, studiando appunto le lesioni del sistema nervoso nella infezione

sperimentale determinata dal bacillo icterode. Sono specialmente alterate le cellule piramidali della corteccia, che assumono forma globosa, perdono la colorabilità dei propri prolungamenti. Abbiamo anche riscontrata la grave alterazione delle cellule del Purkinie, nelle quali la parte basale, dapprima rigonfiata, si va poi mano a mano distruggendo e perdendo il proprio contorno.

Anche per questa infezione le alterazioni tossiche e infiammatorie sono specialmente sensibili all'emisfero corrispondente al luogo dell' iniezione, e le alterazioni tossiche vi raggiungono una intensità che non avevamo prima riscontrata mai nei molteplici casi studiati nei quali l'infezione era stata provocata per via endovenosa e sottocutanea.

Nei conigli venuti a morte per iniezione subdurale di diplococco lanceolato della varietà fibrinosa, il sistema nervoso ci mostrò lesioni meno intense di quelle precedentemente descritte. Qui si nota solo una grande iperemia, una dilatazione di tutti i vasi nei quali si trovano abbondantissimi i diplococchi in via di sviluppo, tanto da formare alle volte delle piccole catene, e una mediocre infiltrazione leucocitaria sottomeningea. Mancano i focolai infiammatori disseminati, le infiltrazioni leucocitarie perivascolari e l'encefalite corticale diffusa. Solo nei punti affatto prossimi al luogo di iniezione e dove l'accumulo leucocitario sottomeningeo è più intenso, si trova una leggiera infiltrazione leucocitaria nella estrema parte corticale. Anche qui manca la fibrina. Questo reperto, e la imponente setticemia dei conigli infettati per la via subdurale, ci fa ritenere che in questi casi la lesione nervosa passi in seconda linea e la morte avvenga principalmente per la rapida diffusione nel sangue del diplococco lanceolato stesso. E questa induzione ci è avvalorata anche dal fatto che in questi casi le alterazioni tossiche cellulari sono poco intense, e solo in un ristretto numero di cellule dimostrabili.

Avendo poi anche esaminato il sistema nervoso centrale di due conigli venuti a morte in 5 giorni (con localizzazioni piemiche multiple viscerali) per iniezione endovenosa di staf. p. a., abbiamo veduto come anche questi presentassero dei focolai infiammatori del cervello.

Questi però erano molto scarsi, e costituiti da un ammasso più numeroso e denso di leucociti. Questo ci dimostra che anche per altra via d'entrata che non sia la subdurale lo staf. p. a. può localizzarsi al sistema nervoso centrale, senza però determinarvi quella encefalite a focolai multipli disseminati, che si provoca colla iniezione subdurale.

Infine noi abbiamo esaminato il sistema nervoso centrale dei conigli venuti a morte per iniezione subdurale di pepsina. In questi casi, mentre abbiamo osservata l'assoluta assenza di focolai infiammatori disseminati, di essudazione leucocitaria sottomeningea e perivascolare, abbiamo trovata invece una profonda ed estesa alterazione tossica delle cellule piramidali della corteccia. Già a piccolo ingrandimento questa alterazione è visibile perchè non si scorge alcun elemento che abbia conservata la propria forma caratteristica dalla quale prende il nome.

Le cellule piramidali sembrano trasformate in tanti elementi rotondeggianti a contorno poco definito. A più forte ingrandimento si nota come tutti questi elementi si trovino in uno stato di rigonfiamento e di cromatolisi delle più manifeste. La cromatolisi è a tipo nettamente periferico, i prolungamenti perdono presto la propria

colorabilità, e nei casi più avanzati anche il nucleo presenta il proprio contorno usurato. Ci troviamo di fronte ad un vero processo di digestione cellulare. Ma questa alterazione è affatto simile a quella determinata dallo staf. p. a., dal bacillo icterode (secondo la nostra esperienza) e da svariate altre infezioni od intossicazioni (1) per cui ci sembra logico il ritenere che anche in questi casi i tossici agiscono come fermenti e a somiglianza della pepsina, conducano alla peptonizzazione dell'elemento cromatofilo cellulare, e quindi ad un'alterazione profonda, alla distruzione completa della cellula stessa. Anche per la pepsina, come per lo staf. e il b. icterode, questa azione per essere di contatto è più forte dove più direttamente agisce l'iniezione e va degradando mano a mano che ci allontaniamo da questo punto, per essere minima o mancante nei punti lontani.

Concludendo: l'esame istologico ci dà la ragione della diversità nei fenomeni nervosi dimostrati dai nostri conigli iniettati per via subdurale da microorganismi o da tossine di natura diversa, e più specialmente appare dimostrato come i fenomeni paralitici riconoscano la loro causa prima in una alterazione cellulare (riferibile ad un vero processo di digestione della cellula stessa) d'origine tossica e in una encefalite diffusa, mentre i fenomeni convulsivi trovano la loro ragione in un encefalomielite diffusa a focolai molteplici minutissimi, determinati da localizzazione micotica, o da azione chemiotattica, flogogena, delle proteine bacteriche stesse.

CAPITOLO III.

Lo studio del nostro caso di corea, col duplice ordine di lesioni istologiche da noi dimostrate nel sistema nervoso centrale — le une di natura infiammatoria, le altre di origine tossica — e le nostre ricerche sperimentali che ci condussero alla riproduzione della sindrome coreica e delle sopracitate lesioni nervose nel sistema nervoso stesso, ci dimostrano in modo indubitato e sicuro che la corea è di origine infettiva e che nel nostro caso fu determinata dallo staf. p. a. Così, quella che ancora ieri si poteva ritenere, tra le tante, come la teoria più probabile e convincente sull'eziologia della corea, oggi entra nel numero dei fatti riconosciuti e ripetibili.

E il nostro lavoro cominciato dallo studio semplice di un caso, si è andato poi sperimentalmente svolgendo e generalizzando tanto, che abbiamo creduto doverne riferire, non come una semplice contribuzione allo studio della sindrome clinica, compresa nel nome generico di corea, ma come un contributo generale alla conoscenza delle svariate affezioni che possono colpire il sistema nervoso centrale — specialmente in rapporto ai conosciuti microorganismi patogeni ed alle loro tossine. Noi in questo campo vastissimo non abbiamo mossi che i primi passi, ci è parso

(1) A. Cesaris-Demel, Loc. cit.

però di aver trovata la via giusta per la quale potremo arrivare alla conoscenza di fatti che ancora ci sono in gran parte oscuri. Ad ogni modo prima di entrare in considerazioni generali che ci possono essere suggerite dalla interpretazione dei fatti da noi osservati ed esposti, crediamo utile di soffermarci in modo speciale a quelle che ci possono essere suggerite dagli stessi, relativamente alla corea. Non rifacciamo qui la storia delle varie teorie eziologiche della corea stessa, e perchè ne abbiamo più addietro succintamente riferito e perchè noi riteniamo ormai per dimostrata la teoria infettiva. Vediamo invece come le lesioni istologiche da noi dimostrate si adattano a spiegarci la sindrome coreica, nelle sue varie manifestazioni conosciute e il decorso dell'affezione stessa e gli esiti.

In questo confronto noi non faremo uno studio speciale del caso da noi studiato mettendo esattamente in rapporto il decorso clinico colla sede e colla estensione delle alterazioni da noi riscontrate, e perchè per non aver conservato il cervello in totalità questo confronto riuscirebbe incompleto, e perchè l'illustrazione clinica del caso forma ora argomento di studio nella clinica stessa, dalla quale il caso proveniva.

Anzitutto diciamo che il nome di " corea „ non indica sempre una entità morbosa specifica ben delimitata, ma serve invece per indicare una complessa sindrome nervosa caratterizzata da movimenti involontari e disordinati, sindrome che può variare all' infinito e che per essere specificata, in ogni singolo caso, ha bisogno di qualche aggettivo aggiunto che ne fissi, per modo di dire, il carattere principale, la fisonomia. Ora se noi consideriamo l'eziologia infettiva da noi dimostrata e la natura delle lesioni riscontrate, vediamo che queste ci dànno la ragione del perchè la stessa causa possa condurre ad una tanto diversa intensità e modalità d'azione. Tutte le classificazioni così, proposte, di coree essenziali e sintomatiche colle sotto divisioni di coree gesticolatorie e mioclonie, di coree isteriche ed organiche, di coree molli e di coree elettriche, perdono gran parte della loro ragione d'essere. Ammettendo come lesione fondamentale specifica della sindrome coreica il focolaio infiammatorio puntiforme, a seconda che questo sarà numeroso, ed a seconda della sede delle sue localizzazioni noi possiamo immaginare tutte le varietà sintomatologiche possibili, da semplici disturbi psichici o contrazioni fibrillari appena rilevabili, a violente convulsioni toniche e cloniche e alla morte.

E sono troppo diffusamente note le conquiste fatte dalla fisiologia relativamente alla conoscenza delle localizzazioni cerebrali e spinali delle molteplici funzioni cui il sistema nervoso centrale presiede perchè questo nostro enunciato non risulti ad evidenza.

Questi focolai formandosi, stabiliscono altrettanti centri di irritazione che turbano la complicata funzionalità dei centri nervosi. A questi fenomeni di irritazione corrispondenti ad una " poussée „ di focolai infiammatori può seguire un periodo di quiete corrispondente e dipendente dacchè un territorio vicino vicaria nella funzione il territorio leso (e gli esempi di questa funzione vicariante sono frequenti nel cervello). Poi l'infezione può guadagnare terreno ancora e una nuova " poussée „ di focolai infiammatori può colpire nuovi territori e portare un aggravamento o un cambiamento a seconda dei casi, nella sindrome psichica, motoria o funzionale già istituitasi precedentemente oppure si può pensare che fin da principio per una lesione

di importanti centri motori si abbia in questi una interruzione permanente e irreparabile e ne derivino fenomeni paretici o paralitici gravi tanto da dare alla sindrome coreica un tipo costante ad esempio di " corea molle „.

Noi ci possiamo spiegare facilmente anche il modo di cominciare della corea. Alle volte i sintomi compaiono all' improvviso. Il focolaio infiammatorio che teoricamente potrebbe anche essere unico, si è istituito in un centro nervoso importante. Questo ch'è il caso più difficile anatomicamente, è anche il più raro clinicamente.

Generalmente la corea è preceduta da un periodo prodromico, caratterizzato da disturbi nella sfera psichica. I fenomeni infiammatori si sono istituiti in tutto il cervello e la sfera psichica per essere quella a più elevata funzionalità, a parità di lesione è la prima a risentirne.

Poi vengono i fenomeni motori isolati, che in seguito si generalizzano, sono involontari, si rinnovano per accessi, si esagerano nelle emozioni ecc. I focolai infiammatori hanno invaso la zona motoria o le vie di conduzione.

I sintomi motori cominciano talora agli arti inferiori, tal altra ai superiori, altre volte ancora alla faccia, o da un lato solo o d'ambedue. Si possono avere disturbi di deglutizione, contrazioni dei muscoli oculari, paralisi degli sfinteri, tenesmo ecc. ecc. La zona motoria è inegualmente colpita, e inegualmente colpiti sono i vari centri di funzionalità.

Ma la corea può condurre a morte. È stato colpito qualche centro vitalissimo.

Ma la morte è rara, si ha solo nel 25 % dei casi (1) ed anche in questi casi frequentemente per complicazioni cardiache. Ora ci è noto che queste risiedono specialmente in endocarditi ulcerative le quali nel maggior numero dei casi (Bonome) sono appunto determinate dallo staf. p. a.

La corea frequentemente guarisce. I focolai infiammatori sono poco diffusi ed interessano parti a funzionalità facilmente vicariata, e possono compiere il loro ciclo e passare a guarigione.

Residuano disturbi di moto, o di senso o psichici. Non tutte le lesioni furono funzionalmente riparate, resta qualche lesione nei centri o nelle vie di conduzione sensitive o motorie.

Le recidive sono frequenti e si verificano anzi nel maggior numero dei casi. Questo coincide con quanto si verifica nella infezione stafilococcica comune, con foruncolosi vera, dove solo di raro si ha la guarigione completa, dove non si acquista l'immunità per successivi attacchi, ma dove permangono facilmente e stabilmente nei tessuti i microorganismi vivi ed attivi e dove pure le recidive si possono avere ripetutamente.

Una complicazione frequente è la setticemia. Lo stafilococco già in circolo o insediato nel sistema nervoso, per una causa debilitante qualunque invade tutto l'organismo e vi determina rapidamente la morte.

E gli esempi si potrebbero continuare all'infinito e si potrebbe ricopiare e parafrasare in tal maniera tutto il capitolo, di un trattato che ci descriva l'andamento clinico e le varie forme della corea.

---

(1) Guillemel, *De la mort dans la chorée de Heydenhain.* Paris, 1893.

La corea è anche accompagnata da elevazioni termiche, da febbre la quale generalmente ha il tipo remittente che è quello che, com'è noto, accompagna generalmente le forme piemiche stesse.

Ma noi fino ad ora abbiamo parlato riferendoci alla eziologia della corea, come se questa fosse unicamente determinata e sempre, da un'infezione generale da staf. p. a. Ma l'altro caso di corea da noi precedentemente descritto e già ricordato e l'esperienze di altri autori ci dimostrano come la corea stessa possa essere determinata *eccezionalmente* anche da altri microorganismi.

E diciamo *eccezionalmente*, perchè già dalle osservazioni raccolte risulta che nei casi di corea infettiva descritti lo staf. p. a. fu quello più frequentemente dimostrato e perchè sappiamo che la corea può frequentemente complicare un'infezione piemica generale. Per cui dobbiamo ritenere che, e per i fatti da noi osservati e per le considerazioni sopra esposte il caso più frequente sia appunto quello che la corea sia determinata dallo staf. p. a. Ci auguriamo quindi che presto anche da altri osservatori vengano ripetute e confermate le nostre osservazioni, sicchè la nostra conclusione possa essere generalmente ammessa.

Fino ad ora nel confronto tra la sintomatologia clinica e le lesioni istologiche del sistema nervoso noi non abbiamo prese in considerazione che le alterazioni infiammatorie dipendenti da una localizzazione dello staf. p. a. ed abbiamo trascurato completamente le alterazioni da noi rilevate negli elementi cellulari stessi e in rapporto, come l'esperimento ci ha dimostrato, all'azione dell'elemento tossico della infezione stessa. Ma anche queste alterazioni sono degne di tutta la nostra attenzione, e certamente parte dei sintomi clinici è ad esse strettamente legata.

Ma il valutarne la portata e l'estensione, il precisare con certezza quanto ad esse specialmente spetti, non è ancora possibile allo stato attuale delle nostre cognizioni e ci obbligherebbe ad entrare nel campo delle teorie, mentre nostro scopo si è ora di attenerci puramente ai fatti. Il metodo di Nissl che con tanto delicato rilievo ci mostra le alterazioni nella disposizione della cromatina cellulare è di troppo recente applicazione perchè i fatti raccolti siano in numero sufficiente a risolvere una così delicata questione. A questo aggiungasi l'incompleto accordo ancora esistente relativamente al significato fisiologico degli elementi cromatofili dimostrabili negli elementi nervosi, perchè si possa di una variazione dimostrabile nella disposizione o nella forma di questi elementi cromatofili stessi, trovare un nesso causale tra queste e un determinato sintomo nervoso. E le stesse considerazioni possiamo ripetere relativamente ad altri fini dettagli di struttura che ci son dimostrati dai metodi di fissazione metallica (metodi classici di Golgi e metodi da questi derivati) da certe alterazioni che questi metodi stessi ci rilevano. Per ora raccogliamo diligentemente i fatti, il tempo ci permetterà di attribuire loro il giusto significato. Nel nostro caso speciale possiamo ritenere quindi solamente dimostrato, come alcune alterazioni delle cellule nervose, dimostrateci dalla rarefazione, dalla alterata disposizione degli elementi cromatofili sono in diretta dipendenza dell'azione dei tossici dello staf. p. a., i quali come agiscono sugli altri tessuti alterandoli profondamente, agiscono anche sugli elementi nervosi. Queste alterazioni non si possono ritenere assolutamente specifiche per i tossici di questo microorganismo, ma si avvicinano a quelle che sono riconoscinte e dimostrate in dipendenza di tossici elaborati da altri

microorganismi, e per la somiglianza colle alterazioni cellulari determinate dalla iniezione subdurale di pepsina si possono ritenere come fatti degenerativi in rapporto ad una digestione cellulare. Quale rapporto leghi queste lesioni alle sintomatologie clinica e sperimentale è ancora prematuro il concludere.

Si può per altro fino ad ora prevedere ed ammettere che in molti casi la lesione infiammatoria minutissima e diffusamente istituita prenda il sopravvento, nella sintomatologia nervosa, e la sindrome coreica sia quasi in sua assoluta dipendenza. Si può anche ammettere poi che l'istituirsi di questi multipli focolai infiammatori che non conducono mai alla formazione di necrosi, sia legata ad un indebolimento nei prodotti tossici stessi elaborati dallo staf. p. a., i quali, come abbiamo più addietro veduto, con tutta probabilità appartengono all' ordine dei fermenti solubili. Diminuendo quindi la tossicità di questi prodotti le lesioni tossiche che si istituiscono per essere meno intense e meno estese, sono anche meno dimostrabili. Questa considerazione così ci spiega, come le lesioni tossiche sperimentali da noi ottenute nei conigli siano molto più intense e molto più estese che non siano quelle che noi abbiamo potuto riscontrare nel sistema nervoso nel caso di corea da noi studiato.

Le considerazioni che noi siamo andati svolgendo relativamente alla interpretazione dei fatti osservati, e riferite solamente allo studio istologico e sperimentale della corea si potranno certamente in un avvenire non lontano estendere allo studio ed alla interpretazione di molte altre affezioni nervose che sono ancora oggi empiricamente classificate e solo con intricate e non sempre convincenti teorie spiegate.

Il concetto che molte affezioni nervose ritenute semplicemente ereditarie potessero essere in rapporto ad una causa infettiva o tossica si viene ogni giorno più confermando. Anche per le alterazioni puramente psichiche e che un tempo facevano quasi parte a sè, e per essere esclusivamente di pertinenza degli psichiatri teorici si sottrassero per tanto tempo all'esame anatomico-istologico e sopratutto ad una bene intesa ricerca bacteriologica, vengono oggi a trovare ragione nel fatto semplice di una infezione o di una intossicazione a questa legata. Ed i giornali ed i trattati di psichiatria e di neuropatologia sono pieni di casi clinici illustrati con questo indirizzo. I metodi di ricerca ora non ci mancano, il sistema nervoso non è più così difficilmente accessibile come si credeva e da taluno si crede oggi. La semplice fissazione in alcool, una semplice colorazione nucleare ci mettono in rilievo alterazioni importantissime che metodi più difficili ci avrebbero forse fatte passare inosservate.

Non per questo sono da trascurare gli altri metodi, che per averci dato fino ad ora risultati meno costanti e comprensibili tanto più sono degni della nostra pertinace applicazione. Le ricerche sperimentali anche, da noi più ampiamente svolte collo staf. p. a., e ripetute col diplococco pneumonico, col bacillo icterode, coi fermenti solubili non organizzati, ci mostrano come anche questa via sia promettente di felici risultati, e come molteplici problemi, la cui soluzione richiede quasi esclusivamente tempo e pazienza, possano per questa trovare facile soluzione.

Ora ammettendo e generalizzando per induzione la teoria infettiva anche per affezioni nervose cui questa eziologia non è ancora stata attribuita o dimostrata, dovremo noi trascurare tutto quanto fino ad ora si è raccolto ed ammesso relativa-

mente all'eziologia patologica del sistema nervoso? No decisamente. Una parte alla predisposizione, alla ereditarietà, a quelle condizioni acquisite o congenite qualunque esse sieno, che rendono un cervello più debole di un altro e più facilmente vulnerabile, lo dobbiamo ammettere.

Non basta dire che la corea è determinata dallo staf. p. a. In tanti casi questo microorganismo dà un'infezione generale e non si localizza nel sistema nervoso e il sistema nervoso non risente in modo sensibile all' azione dei suoi tossici. Bisogna dunque ammettere una causa predisponente precedente. Alla clinica ed alla psichiatria il difficile còmpito di determinarla. Nel nostro caso ricorderemo solo incidentalmente come la corea fosse seguìta ad una angina datante già da un mese e che forse sarebbe guarita senza complicazione e diffusione dello staf. p. a. se l'ammalata non avesse avuto, come risulta dall' anamnesi, una predisposizione nervosa datale dalla madre epilettica.

La predisposizione nervosa, del certo innegabile, come sono innegabili le predisposizioni congenite ad affezioni polmonari, cardiache, ecc. ci spiega il perchè lo staf. p. a. possa in determinati casi localizzarsi al sistema nervoso, ed è inutile che noi ricorriamo ad altre supposizioni come sarebbe questa, che per un indebolimento degli altri meccanismi che generalmente attenuano l'azione dei bacterii, dei loro tossici prima di arrivare al cervello, questo ne avesse poi in modo speciale a risentire. Ed abbiamo voluto far cenno anche di questa ipotesi teorica perchè fu di recente espressa da Roux e Borrel (1) nello studio dell'azione della tossina tetanica nel cervello.

Ma tralasciando di continuare ora nel campo delle ipotesi, dal quale ci siamo tenuti sempre possibilmente discosti, noi crediamo che dal complesso dei fatti istologici e sperimentali da noi osservati, e dalle considerazioni che da questi fatti stessi ci furono suggerite, si possano trarre due ordini di conclusioni:

Le une riferibili esclusivamente al caso di corea che fu principio delle nostre ricerche, le altre di ordine generale, riferibile all' azione tossica e settica di alcuni microorganismi sul sistema nervoso centrale, e specialmente dell'azione determinata su questo, dallo stafilococco piogene aureo.

Come conclusioni dunque riferibili al caso diremo:

Il caso di corea da noi studiato si dimostrò in diretto rapporto eziologico collo staf. p. a. Questo entrato per le tonsille determinò una infezione generale rilevabile bacteriologicamente a fresco ed istologicamente per la presenza di cocchi nel sistema nervoso centrale e nella milza e nei reni, che si dimostrarono in coltura allo stato di assoluta purezza.

Le localizzazioni dello staf. p. a. a minutissimi focolai infiammatori variamente disseminati in tutto lo spessore dell'asse cerebro-spinale, e le alterazioni delle cellule nervose rilevabili col metodo di Nissl, ci dimostrano come la sindrome coreica fosse a queste strettamente legata.

La presenza dello staf. p. a. nelle anse glomerulari e nei canalicoli escretori, dimostra come anche in questo caso gli staf. fossero eliminati per l'orina e richiama

(1) Loc. cit.

l'attenzione sopra l' esame clinico bacteriologico dell' orina stessa da farsi sempre anche in affezioni nervose diverse da questa, in cui l'andamento febbrile indichi una infezione in corso.

Come conclusioni infine d'ordine generale diremo:

Il sistema nervoso centrale è particolarmente sensibile all'azione di determinati microorganismi patogeni ed alle tossine da questi elaborate, quando sia spontaneamente per cause che possono essere svariatissime, sia sperimentalmente per iniezione subdurale, i microorganismi stessi o le rispettive tossine gli vengano immediatamente in contatto.

Il diplococco lanceolato, il bacillo icterode. lo stafilococco piogene aureo e le rispettive tossine, quando siano direttamente iniettati sotto alla dura madre determinano la morte in un tempo minore e con una dose molto più piccola di quelle che rispettivamente occorrano quando le stesse infezioni siano praticate per altra via (sottocutanea, peritoneale, endovenosa).

Praticando queste infezioni per via subdurale molte volte la morte è per la sua rapidità attribuibile solamente all'elemento tossico dell'infezione stessa e la nessuna diffusione del microorganismo e l'assoluta sterilità del sangue lo dimostrano.

La sintomatologia ed il reperto macroscopico ed istologico nei sopracitati casi di morte per iniezione subdurale varia a seconda dei microorganismi adoperati e per ognuno di questi si può trovare una nota caratteristica che dagli altri lo distingue.

Lo staf. p. a. e le sue tossine quando siano direttamente iniettati per via subdurale sul sistema nervoso centrale, oltre all'aumento rapido di temperatura seguìto nei periodi agonici da ipotermia, determina una complessa sindrome nervosa la quale si può con tutta sicurezza rassomigliare alla sindrome coreica.

Le stesse lesioni istologiche, cioè gli stessi focolai minutissimi infiammatori disseminati in tutto lo spessore del sistema nervoso centrale, le stesse alterazioni cellulari reperibili nell'uomo si trovano anche negli animali cui si sia provocata sperimentalmente la corea coll'iniezione subdurale dello staf. p. a. e delle sue tossine.

La sindrome coreica non si ottiene coll'iniezione subdurale del diplococco lanceolato e del bacillo icterode. In questi casi non si hanno i fenomeni convulsivi e la morte avviene preferibilmente con sintomi paralitici. Il reperto istologico in questi casi ci dimostra l'assenza della encefalomielite e focolai multipli disseminati, ed il predominio invece delle alterazioni cellulari d'origine tossica e riferibili ad un vero processo di digestione della cellula stessa.

Quantunque tutto induca a ritenere che i tossici dello stafilococco p. a. agiscano sul sistema nervoso in quanto sono fermenti non organizzati, l'esperienza per analogia fatta con altri fermenti non lo dimostra. Questi fermenti quantunque si dimo-

strino estremamente tossici iniettati per via subdurale (10 volte più tossici che per via sottocutanea) determinano la morte con ipetermia e fenomeni paralitici. Questo dimostra indirettamente come la sindrome coreica sia specialmente legata alla presenza ed all'azione irritativa dei focolai infiammatori.

I piccoli focolai infiammatori disseminati nel sistema nervoso centrale, il loro modo di stabilirsi, la loro sede, la loro dipendenza da una localizzazione micotica e le alterazioni tossiche cellulari del caso di corea da noi descritto, e riottenute negli animali, se ci dimostrano la natura infettiva della corea ci fanno ritenere come questa sia nel maggior numero dei casi in rapporto eziologico collo staf. p. a. e solo eccezionalmente con altri microorganismi.

Ammessa e dimostrata la natura infettiva della corea e specialmente in dipendenza dello staf. p. a. noi dobbiamo anche ammettere (e possibilmente cercare di dimostrare) una causa predisponente, o congenita od acquisita, la quale faciliti e determini la localizzazione dello staf. p. a. sul sistema nervoso centrale, giacchè è noto come nel maggior numero dei casi di setticemia stafilococcica, non si osservino nè lesioni del sistema nervoso centrale, nè la sintomatologia che a queste lesioni stesse è legata.

Gli animali sopravvissuti ad iniezioni subdurali di dosi non mortali di staf. p. a. o delle sue tossine, acquistano verso gli stessi una vera immunità locale, perchè ne sopportano successive iniezioni in dosi anche maggiori di quelle riconosciute mortali.

La semplice iniezione subdurale di liquido nelle dosi da noi praticate, il semplice aumento di pressione che ne viene a subire la massa cerebro-spinale, non è sufficiente a spiegare la sindrome nervosa da noi provocata e le lesioni istologiche da noi dimostrate. Esperienze nostre e d'altri autori, anche adoperando nell'iniezione dosi maggiori di liquido, lo attestano.

Le alterazioni istologiche da noi descritte, il rapporto eziologico da noi dimostrato per la corea, ci fanno ritenere che collo stesso metodo di ricerca si possa e per la via istologica e per la via sperimentale dimostrare la natura infettiva e le lesioni anatomiche che stanno a sostegno di altre affezioni nervose la cui origine e la cui natura ci sono ancora completamente ignote.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. — Focolaio infiammatorio puntiforme delle corteccie (circonv. pariet. ascendente), con localizzazioni micotiche da staf. p. a. (Caso di corea nell'uomo).

Fig. II. — Focolaio infiammatorio puntiforme, con localizzazione stafilococcica nel corno anteriore della sostanza grigia (reg. cervicale del midollo spinale), in tutta prossimità delle grandi cellule motorie (Caso di corea nell'uomo).

Fig. III. — Focolai infiammatori puntiformi nella corteccia (coniglio), ottenuti coll'iniezione subdurale di coltura in brodo di staf. p. a.

Fig. IV. — Encefalite corticale diffusa (coniglio) in seguito ad iniezione subdurale di bacillo icterode (Sanarelli).

Fig. V. — Varî stadî e varî aspetti della degenerazione cellulare dei grossi elementi nervosi per azione tossica dello staf. p. a. e del bacillo icterode (per via subdurale) con cromatolisi a tipo periferico e vacuolizzazione della parte basale.

a - b — Azione dello staf. p. a.

c - d — Azione del bacillo icterode.

Fig. VI. *a - b - c - d* — Varî stadî e varî aspetti della alterazione cellulare determinata negli elementi nervosi della corteccia, per iniezione subdurale di pepsina.

Fig. 1

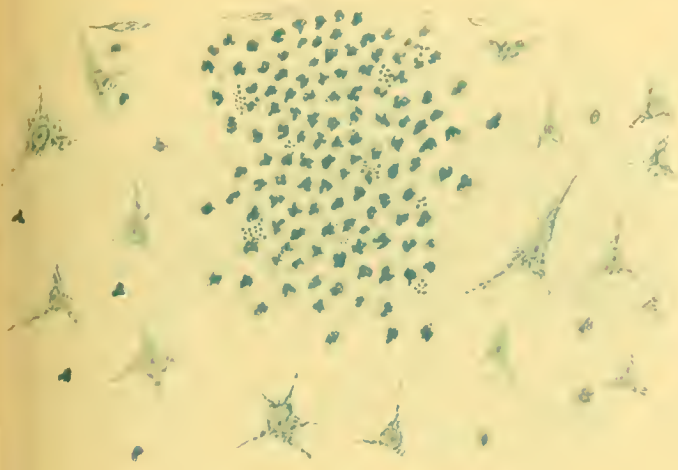


Fig. 2

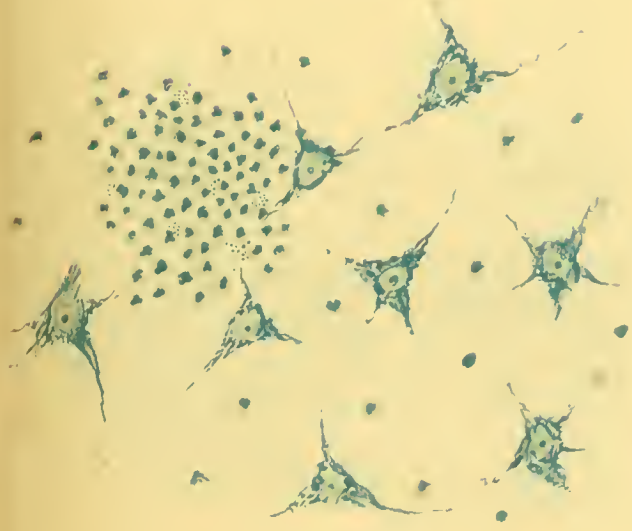


Fig. 3

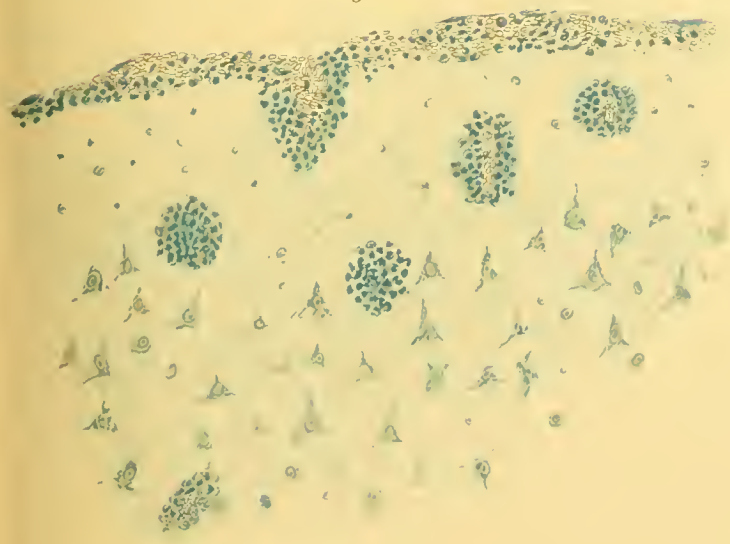


Fig. 4

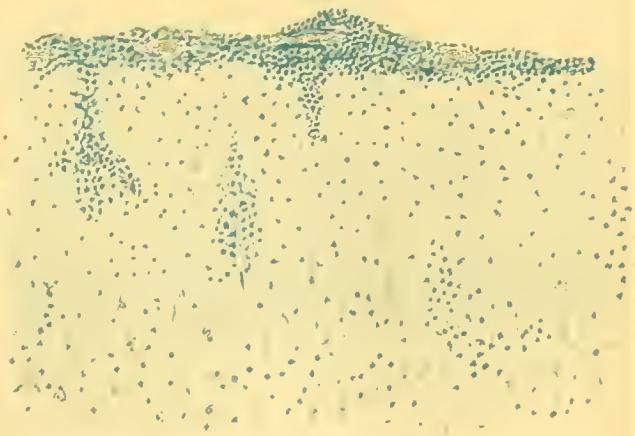


Fig. 5

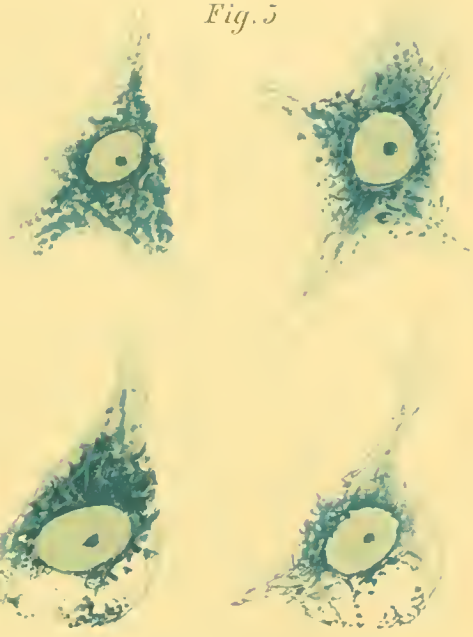
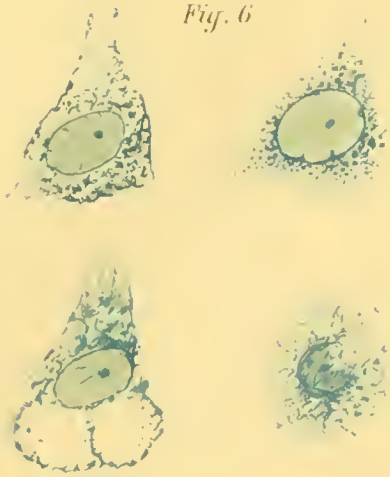


Fig. 6



SOPRA

LE

RECENTI MISURE DELLA "COSTANTE SOLARE„

MEMORIA

DEL

Dott. G. B. RIZZO

Approvata nell'Adunanza del 19 Giugno 1898.

I.

Per la risoluzione di molti problemi riguardanti la fisica terrestre e l'astronomia è di somma importanza conoscere l'intensità media della radiazione del sole al limite della nostra atmosfera, o, come si suol dire, la *costante solare.*

Così tutti i ragionamenti e i calcoli fatti per determinare la somma dell'energia che il sole diffonde nella radiazione, le teorie intorno al modo col quale l'energia medesima può costantemente rifornirsi e le deduzioni, per verità un po' vaghe ed incerte, intorno alla probabile durata delle attuali condizioni nel nostro sistema planetario si fondano sopra la conoscenza della costante solare.

Ed anche sotto un altro aspetto è utile di conoscere l'intensità della radiazione del sole indipendentemente dall'assorbimento atmosferico, perchè quando si conosca codesta intensità, essendo noto con sufficiente esattezza il valore della radiazione medesima presso al livello del mare, si potrà calcolare esattamente quanta energia resti trattenuta nell'atmosfera, la qual cosa porterebbe molta luce nelle questioni veramente complesse che riguardano la fisica terrestre.

Ma fra le grandezze che si misurano nella fisica e nell'astronomia, la costante solare è una di quelle che si conoscono con minore approssimazione. Infatti, come ho già avuto occasione di ricordare altra volta (1), i risultati ottenuti dai diversi spe-

(1) " Mem. della Soc. degli Spettrosc. it. „ vol. XXVI, pag. 77, 1897.

rimentatori sono molto discordanti, e mentre secondo il Pouillet la costante solare è misurata da 1.76 piccole calorie per centimetro quadrato e al minuto primo,

Violle ha trovato	2.54
Crova	da 1.97 a 2.90
Langley	3.0
Savelieff	2.81 e 3.5
Ångström	4.0

Stando ai valori che io ottenni da quattro serie di misure simultanee eseguite nella scorsa estate a diverse altezze sul livello del mare, il valore della costante è prossimo a 2.5 (1); laddove secondo il Bartoli (2) sarebbe 3.2; e i signori Crova e Hansky in una nota presentata all'Accademia di Francia e contenente i risultati delle osservazioni da essi fatte in diverse stazioni nel Monte Bianco, dove avevano trovato, a volta a volta, 2.6, 3.0, 3.2, 2.8 e 3.4, giunsero a questa conclusione: *è lecito credere che in un cielo bleu nero e a bassissima temperatura si potrà ottenere e forse sorpassare 4 calorie* (3).

Se questa grande diversità dei valori assegnati alla costante solare dipendesse dalla intrinseca difficoltà delle misure onde si deduce, o da una vera e propria variabilità della grandezza che si determina, non vi sarebbe altro da fare che cercar di perfezionare i metodi e gli strumenti di osservazione, e moltiplicare le misure in modo da determinare il valore più probabile della costante, fissando i limiti entro i quali può oscillare; ma non è da ammettersi che il calore solare subisca delle variazioni così grandi, e, d'altra parte, dopo quanto è stato fatto e scritto sopra questo argomento, specialmente dal Violle, dal Langley, dal Crova, dall'Ångström, dal Bartoli e dal Chwolson, la misura diretta del calore irradiato dal sole sopra una stazione qualsiasi viene fatta colla stessa esattezza che si ottiene nelle determinazioni di laboratorio: perciò bisogna conchiudere che le differenze dei risultati ottenuti dipendono dalla insufficienza e dalla diversità dei metodi seguiti nel calcolo delle osservazioni; e mi propongo di dimostrare che ove si adotti un metodo razionale e costante di riduzione, le diverse serie di misure del calore solare dànno dei risultati concordanti fra loro.

I metodi finora adoperati per ridurre le osservazioni del calore solare sono parecchi e si può quasi dire che ciascuno sperimentatore ha tenuto una via diversa dagli altri; la qual cosa, mentre dimostra come nessuno dei procedimenti seguiti per l'addietro fosse stimato pienamente accettabile, dà ragione della diversità dei risultati ottenuti; ma tutti questi metodi di riduzione applicati alla determinazione della costante solare si possono dividere in due gruppi, i quali, a volerli designare

---

(1) " Mem. della Soc. degli Spettrosc. it. „, vol. XXVII, pag. 10, 1898. " Nuovo Cimento „, ser. 4ª, t. VII, p. 120, 1898.

(2) A. Bartoli, *Di alcune recenti misure calorimetriche e in particolare della misura del calore solare.* Discorso letto all'inaugurazione dell'anno accademico 1893-94 della R. Università di Pavia. Pavia, 1894.

(3) C. R., CXXV, pag. 917, 1897.

con un nome, si possono chiamare *i metodi delle formole di inclinazione*, e *i metodi delle formole di altitudine.*

Col primo procedimento si determina per una stazione qualsiasi la legge con cui l'intensità della radiazione solare dipende dall'inclinazione dei raggi sull'orizzonte, poscia, nella formola che esprime questa legge, si suppone uguale a zero l'atmosfera attraversata dai raggi, e il corrispondente valore della radiazione si assume come misura della costante solare. Nell'altro, invece, si determina prima l'intensità della radiazione del sole in diverse stazioni poste a differenti altitudini sul livello del mare e per ciascuna stazione si calcola il valore della radiazione ridotta allo zenit ; poscia si determina una formola la quale esprima l'intensità della radiazione solare in funzione della massa atmosferica attraversata dai raggi e di qui si deduce il valore della radiazione medesima al limite dell'atmosfera terrestre.

Vedremo che non si può dedurre il valore della costante solare da nessuna delle formole di inclinazione che si conoscono, ma che una conveniente formola di altitudine, o la discussione delle osservazioni fatte a diverse altezze sul livello del mare, conducono agevolmente alla risoluzione del problema.

II.

Nelle formole di inclinazione l'intensità Q della radiazione che nell'unità di tempo cade sull'unità di superficie esposta normalmente ai raggi del sole, viene espressa in funzione di una quantità ϵ, che, per valori non troppo grandi della distanza zenitale del sole z, è uguale alla secante trigonometrica di questa distanza. Dalle ipotesi che sembrano più verosimili intorno al modo col quale l'energia solare resta assorbita nell'atmosfera si deduce la forma della funzione

$$Q = f(\epsilon),$$

e si determina poi il valore delle costanti in guisa che la formola si adatti bene ad esprimere una determinata serie di misure. Ora è facile vedere che queste formole non possono esser altro che formole di interpolazione, le quali sono valide per valori di $\epsilon > 1$, o al più per $\epsilon = 1$; ma non per $\epsilon = 0$: laonde i valori ottenuti da queste funzioni, supponendo che si annulli la variabile ϵ, non possono rappresentare il valor vero della radiazione solare al limite superiore dell'atmosfera. E ciò appare manifesto dall'esame delle principali formole d'inclinazione.

Formola di Pouillet. — Ove si ammetta che tutte le singole radiazioni, le quali compongono la radiazione complessiva del sole, vengano assorbite colla medesima legge nell'atmosfera terrestre e che inoltre questa legge non muti col variare di ϵ, l'intensità della radiazione solare potrebbe esprimersi colla formola

$$[I] \qquad Q = A p^{\varepsilon},$$

che fu applicata dal Pouillet in tutte le sue ricerche. In questa formola il fattore A esprimerebbe la costante solare e p il coefficiente di trasmissibilità della radiazione

medesima. Ma non si può ammettere nè l'una nè l'altra delle ipotesi fatte, e dalle numerose quanto accurate determinazioni del Bartoli e dello Stracciati (1) risulta appunto questo, che le due costanti A e p della formola [I] variano entrambe col variare di ϵ, cioè p cresce con ϵ, mentre A diminuisce, come si vede dalla seguente tabella, che esprime i valori ottenuti per p e per A in diversi gruppi di osservazioni ordinate secondo i valori crescenti di ϵ:

ϵ	p	A
1.405	0.71	2.15
1.649	0.79	1.88
2.179	0.81	1.83
2.965	0.82	1.80

Inoltre i fattori p ed A dipendono dalla tensione f che ha il vapor acqueo nell'atmosfera; infatti, per $\epsilon = 2$, si ha:

f	p	A
7.2	0.82	1.94
11.1	0.81	1.81
13.1	0.80	1.73

Laonde può dirsi che il fattore A della formola [I] cresce col diminuire di f e di ϵ; e ciò non è tutto, perchè vi sono certamente delle altre circostanze che influiscono in vari modi sulla radiazione solare, delle quali finora non si è tenuto il debito conto, come, ad esempio, il pulviscolo che è molto inegualmente diffuso nei diversi strati dell'atmosfera; perciò la formola va solamente considerata come la espressione di una relazione empirica, che, nei limiti delle esperienze, cioè per diversi valori dell'inclinazione dei raggi del sole sull'orizzonte, lega l'intensità della radiazione solare colla quantità ϵ, che impropriamente si chiama *spessore atmosferico*.

Formola di Crova. — Il Crova (2), osservando che se fosse applicabile la formola $Q = Ap^{\epsilon}$ dovrebbe essere costante la lunghezza della sottotangente in tutti i punti della curva che rappresenta l'intensità della radiazione in funzione di ϵ, si fece a misurare questa lunghezza in diversi punti di molte curve ottenute con la mag-

(1) A. Bartoli e E. Stracciati, Accad. Gioenia di Sc. nat. in Catania, 26 maggio 1889. " Nuovo Cimento „, ser. 3ª, t. XXIX, pag. 63, 1891.

(2) A. Crova, " Ann. de Chim. et de Phys. „, [5], t. XI, pag. 433, 1877.

giore precisione; e arrivò ai seguenti risultati: il coefficiente di trasmissibilità per la radiazione solare cresce col crescere dell'inclinazione dei raggi, e per un determinato valore di ϵ è misurato dal corrispondente valore della sottotangente. Inoltre si vede nel fatto che i piedi delle tangenti sono per lo più equidistanti fra loro, perciò l'equazione della sottotangente si può mettere sotto la forma

$$s = c + k\epsilon ,$$

o la curva che esprime la relazione fra Q ed ϵ ha per equazione

$$[II] \qquad Q = \frac{A}{(1 + a\epsilon)^b} ,$$

dove $a = \frac{k}{c}$ e $b = \frac{1}{k}$.

A questa formola poi, per maggior comodità di calcolo, si sostituisce per lo più la seguente:

$$[II'] \qquad Q = \frac{A}{(1 + \epsilon)^m} ,$$

la quale in verità esprime con molta esattezza la legge con cui varia in una data stazione l'intensità della radiazione solare col variare di ϵ, ossia col variare dell'inclinazione dei raggi sull'orizzonte. Ma nulla prova che l'una o l'altra di queste formole sia ancora valida per $\epsilon < 1$ e tanto meno per $\epsilon = 0$. Ciò non era sfuggito al Crova stesso, il quale, dopo aver posto la questione " se la formola da lui proposta potesse estendersi al di là delle condizioni per le quali era stata calcolata „, lo ammise, non senza una certa esitazione, per aver modo di determinare, almeno approssimativamente, il valore della costante solare.

Ora l'esperienza dimostra che dalla formola di Crova non si può dedurre il valore della costante solare ponendo $\epsilon = 0$; infatti applicando la formola a parecchie serie di determinazioni simultanee fatte in diverse condizioni, per esempio a diverse altezze sul livello del mare, si ottengono per A dei valori fra loro differenti. Così calcolando le già ricordate osservazioni, fatte al Rocciamelone il giorno 5 settembre dell'anno passato, si ottengono i risultati seguenti:

a Mompantero . . . . . $Q = \frac{4.039}{(1 + \epsilon)^{1.351}}$, $A = 4.039$

al Trucco . . . . . $Q = \frac{6.204}{(1 + \epsilon)^{1.645}}$, $A = 6.204$

alla casa d'Asti . . . . . $Q = \frac{4.557}{(1 + \epsilon)^{1.124}}$, $A = 4.557$

sulla vetta del Rocciamelone . $Q = \frac{3.697}{(1 + \epsilon)^{0.793}}$, $A = 3.697$.

A questo punto io temo che molti, per l'alta e meritata considerazione di cui godono tanto il Crova quanto i numerosi fisici che hanno fatto uso della sua

formola per il calcolo della costante solare, saranno indotti a pensare che in qualche modo io sia caduto in errore: e per togliere ogni dubbio ho creduto opportuno di calcolare colla medesima formola di Crova le celebri osservazioni fatte dal Langley a Lone Pine, al Mountain Camp e sulla vetta del Monte Whitney, nella California meridionale. Nessuno può leggere senza un vivo sentimento di ammirazione il racconto di quella spedizione, la quale fu senza dubbio una delle più importanti, sia per il valore scientifico delle persone che vi presero parte, sia per la ricchezza dei mezzi di cui disponevano, e noi avremo da occuparci alquanto diffusamente dei risultati ottenuti dal Langley: qui voglio solamente trascrivere i valori medi della radiazione solare misurata con l'attinometro nelle diverse stazioni di osservazione; aggiungendovi i valori che si ottengono colla formola di Crova, che ho calcolato sulle osservazioni del Langley applicando il metodo dei minimi quadrati (1).

Lone Pine.

(Dal 16 al 31 Agosto e 5 Settembre; altezza sul livello del mare: m. 1460; pressione atmosferica media: mm. 662).

Dist. zenit.	ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
70°33′	2.98	1.441	1.385	0.056
64 33	2.32	1.571	1.457	0.114
26 38	1.12	1.609	1.652	— 0.043
26 07	1.11	1.718	1.654	0.064
60 58	2.05	1.423	1.493	— 0.070
66 56	2.54	1.355	1.432	— 0.077

I valori contenuti nella quarta colonna sono calcolati colla formola:

$$Q = \frac{2.036}{(1+\epsilon)^{0.2785}},$$

la quale dà:

$$A = 2.036.$$

(1) Parecchi osservatori, per dedurre le costanti della formola di Crova dalle loro serie di misure, sogliono dividere ogni serie in tanti gruppi di due osservazioni successive, quindi per ciascuna di queste coppie considerate separatamente calcolano i valori delle costanti; e alla fine prendono la media aritmetica dei valori così ottenuti. Ora basta la conoscenza dei primi elementi sopra il calcolo delle osservazioni per dimostrare che siffatto procedimento non è rigoroso, ma che è necessario dedurre da tutte le osservazioni prese insieme il valore più probabile di A e di m, la qual cosa si ottiene appunto col metodo dei minimi quadrati.

Mountain Camp.

(Dal 21 al 26 Agosto e 6 Settembre; altezza sul livello del mare: m. 3543; pressione atmosferica media: mm. 499).

Dist. zenit.	ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
62°09′	2.14	1.752	1.652	0.100
26 38	1.12	1.882	1.898	— 0.016
26 07	1.11	1.909	1.901	0.008
60 58	2.06	1.617	1.668	— 0.051
66 56	2.54	1.554	1.590	— 0.036

$$Q = \frac{2.474}{(1+\epsilon)^{0.3530}} \qquad A = 2.474.$$

Whitney Peak.

(Nel giorno 5 Settembre; altezza sul livello del mare: m. 4426; pressione atmosferica media: mm. 447).

Dist. zenit.	ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
60°58′	2.06	1.843	1.820	0.023
30 35	1.16	1.926	1.950	— 0.024
27 56	1.13	1.954	1.955	— 0.001

$$Q = \frac{2.271}{(1+\epsilon)^{0.1981}} \qquad A = 2.271.$$

Le osservazioni attinometriche fatte sulla cima del monte Whitney furono solamente tre, perchè non era possibile soggiornare su quell'altissima vetta senza grave pericolo e perchè il cielo andava perdendo della primitiva purezza; perciò il Langley non volle tenerne conto nella discussione generale dei risultati, tanto più che non si erano potute fare contemporaneamente le osservazioni col bolometro; io le ho calcolate per mostrare come la legge delle variazioni del fattore A nelle diverse stazioni del monte Whitney è la stessa con cui varia questa grandezza nelle nostre stazioni del Rocciamelone.

Certamente nelle misure del Langley le oscillazioni della costante A sono molto più piccole di quelle ottenute da noi; ma la cosa si spiega facilmente, ove si osservi che il Monte Whitney è una regione straordinariamente asciutta e che le condizioni fisiche delle differenti stazioni erano molto più uniformi di quelle che noi abbiamo

avuto a Mompantero, al Trucco, alla Casa d'Asti e sulla vetta del Rocciamelone. Ma risulta evidente, anche dalle osservazioni del Langley, che il fattore A della formola di Crova non si può prendere come misura della costante solare.

Ciò si può ancora dimostrare calcolando le osservazioni simultanee fatte dal Forbes a Brienz e dal Kämtz sulla vetta del Faulhorn (1), il giorno 25 settembre 1832, con due strumenti simili e comparati fra loro. I risultati di quelle due celebri serie di misure, espressi nelle unità ora comunemente adottate (2) e i valori che si ottengono con la formola di Crova calcolata su quei risultati sono raccolti nelle tavole seguenti:

Brienz.

(Altezza sul livello del mare: m. 560; pressione atmosferica media: mm. 724).

Dist. zenit.	ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
68° 12′	2.69	0.88	0.829	0.051
61 42	2.11	0.98	0.962	0.018
54 21	1.72	1.06	1.082	— 0.022
49 22	1.54	1.10	1.149	— 0.049
47 36	1.48	1.18	1.174	0.006
49 23	1.54	1.22	1.149	0.071
54 24	1.72	1.06	1.082	— 0.022
61 46	2.11	0.93	0.962	— 0.032
70 40	3.02	0.77	0.769	0.001
75 26	3.98	0.62	0.636	— 0.016

$$Q = \frac{2.598}{(1+\epsilon)^{1.8751}} \qquad A = 2.598.$$

(1) J. Forbes, " Phil. Trans. ,. II, pag. 225, 1842.

(2) I risultati ottenuti direttamente dal Forbes e dal Kämtz sono espressi in unità arbitrarie, cioè in gradi dell'attinometro B. 2 adoperato sulla vetta del Faulhorn. Sir John Herschel determinò più tardi il valore di un grado B. 2 e lo trovò pari a 5.315 *attine*, essendo 1 attina l'intensità della radiazione calorifica che fa fondere in un minuto uno strato di ghiaccio, il quale abbia lo spessore di un millesimo di millimetro. Ora l'attina corrisponde a 0.00725 calorie per centimetro quadrato, perciò un grado dell'attinometro B. 2 vale 0.0385 calorie per minuto primo sopra un centimetro quadrato.

Faulhorn.

(Altezza sul livello del mare: m. 2680; pressione atmosferica media: mm. 557).

Dist. zenit.	ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
75° 18′	3.94	0.70	0.748	— 0.048
70 34	3.01	0.86	0.906	— 0.046
68 12	2.69	0.94	0.979	— 0.039
61 42	2.11	1.12	1.145	— 0.025
54 21	1.72	1.29	1.295	— 0.005
49 22	1.54	1.49	1.380	0.110
47 36	1.48	1.44	1.411	0.029
49 23	1.54	1.32	1.380	— 0.060
54 24	1.72	1.28	1.295	— 0.015
61 46	2.11	1.14	1.145	— 0.005
70 40	3.02	0.93	0.904	0.026
75 26	3.98	0.83	0.741	0.089

$$Q = \frac{3.253}{(1+\epsilon)^{0.5.\epsilon_0}} ; \qquad A = 3.253.$$

Come è facile vedere, la differenza fra i due valori di A che si ottengono dalle due serie di osservazioni simultanee, fatte da sperimentatori così illustri come il Forbes e il Kämtz, è abbastanza grande perchè anche da questo calcolo resti confermato che il fattore A della formola di Crova non può dare il valore della costante solare.

Formola di Ångström. — Le esperienze fatte dal Langley col bolometro hanno posto fuori di dubbio che i diversi raggi componenti la radiazione solare vengono diversamente assorbiti nella nostra atmosfera e ciò venne poi confermato da tutte le determinazioni successive, quindi, per essere meglio nel vero, bisognerebbe esprimere l'intensità della radiazione del sole in funzione di ϵ con una formola di questo tipo:

$$Q = A_1 p_1^{\varepsilon} + A_2 p_2^{\varepsilon} + A_3 p_3^{\varepsilon} + \ldots$$

dove A_1, A_2, A_3, ... rappresentano le singole porzioni della radiazione solare che possiedono i coefficienti di trasmissibilità p_1, p_2, p_3 ....

E il signor Ångström (1), ammettendo che, fra i corpi componenti l'atmosfera

(1) K. Ångström, " Bihang till. K. Svenska Vet.-Akad. Handl. „, Bd. 15, Afd. I, n. 10. " Wied. Ann. „, XXXIX, pag. 294, 1890.

terrestre, l'azoto, l'ossigeno e il vapor acqueo abbiano un potere assorbente quasi uguale per i raggi del calore solare e che invece l'anidride carbonica eserciti un assorbimento molto più intenso, fu condotto ad esprimere la radiazione solare in funzione di ϵ con la formola

$$[III] \qquad Q = A_1 p_1^{\epsilon} + A_2 p_2^{\epsilon},$$

dove A_1, A_2 rappresentano la somma delle radiazioni che cadono rispettivamente nel campo d'assorbimento dell'azoto coll'ossigeno e il vapor acqueo, e nel campo d'assorbimento dell'anidride; essendo p_1, p_2 i corrispondenti fattori di trasmissibilità.

Con queste formole l'Ångström calcolò le osservazioni da lui fatte il giorno 19 luglio nell'isola di Yxelö ($\varphi = 58° 56'$; $\lambda = 35° 40'$ dall'isola del Ferro) a 35 metri sul livello del mare, nelle quali aveva ottenuto i seguenti risultati:

Ora		ϵ	Q		
			nel mattino	nel pomeriggio	media
5 a.,	7 p.	4.75	0.51	0.48	0.495
6	6	3.09	0.73	0.77	0.750
7	5	2.26	0.89	0.98	0.935
8	4	1.80	1.02	1.09	1.055
9	3	1.53	1.20	1.20	1.200
10	2	1.38	1.28	1.30	1.290
11	1	1.29	1.36	1.34	1.350
12	12	1.26	1.36	1.36	1.360

Come si vede le osservazioni del mattino concordano bene con quelle del pomeriggio e ciò prova che durante il giorno non avvennero nell'atmosfera delle variazioni le quali potessero turbare la regolarità della radiazione solare, laonde questa serie di osservazioni è ben meritevole di una discussione rigorosa.

Il signor Ångström, ritenendo che allorquando l'inclinazione dei raggi supera il valore per cui $\epsilon = 3$ i raggi che cadono nel campo dell'anidride carbonica restano completamente assorbiti, dalle due prime osservazioni, nelle quali ai valori $\epsilon = 4{,}75$ ed $\epsilon = 3{,}09$ corrispondono i valori 0.495 e 0.750 della radiazione, dedusse

$$A_1 = 1{,}56\,,$$

$$p_1 = 0{,}786.$$

La differenza fra l'intensità della radiazione misurata in corrispondenza agli altri più piccoli valori di ϵ e l'intensità data dalla formola

$$Q_1 = 1.56 \times 0.786^{\epsilon}$$

rappresenta, secondo l'Ångström, la porzione dell'energia solare che viene trasmessa attraverso all'anidride carbonica. Ammesso questo, l'autore deduce il coefficiente di trasmissibilità dell'anidride carbonica da una serie di osservazioni da lui fatte sull'assorbimento esercitato dal gas sopra il calore irradiato da un corpo incandescente, e valendosi di alcune determinazioni fatte dal Lecher sull'Altenberg (1) giunge a questo risultato, che il coefficiente di trasmissibilità dell'anidride per le radiazioni che cadono nel campo ove si esercita l'assorbimento della medesima è dato da

$$p_2 = 0{,}134\,,$$

prendendo per unità di spessore lo strato di anidride che sarebbe attraversato da un raggio verticale nell'atmosfera terrestre.

Conoscendo in tal modo il coefficiente di trasmissibilità e la quantità di calore trasmessa attraverso a diversi spessori misurati da ϵ, si può calcolare il valore di A_2 e si trova

$$A_2 = 2{,}45\,.$$

L'intensità della radiazione solare, secondo l'Ångström, può adunque venir espressa in funzione di ϵ mediante la formola

$$Q = 1{,}56 \times 0{,}786^{\varepsilon} + 2{,}45 \times 0{,}134^{\varepsilon}\,,$$

nella quale, facendo $\epsilon = 0$, si trova per la costante solare

$$Q_0 = A_1 + A_2 = 4{,}01\,.$$

Senza entrare adesso in un minuto esame delle osservazioni del Lecher, che l'Ångström ha preso come fondamento per calcolare il valore del coefficiente di trasmissibilità dell'anidride carbonica, e senza addentrarci in considerazioni sulla legge dell'assorbimento della radiazione solare nei diversi gas e nei vapori dell'atmosfera, di cui ci occuperemo in seguito, non possiamo tuttavia sottrarci a qualche dubbio intorno alla validità della formola di Ångström, la quale porterebbe a concludere che la parte della radiazione solare che è compresa nel campo d'assorbimento dell'anidride carbonica è quasi doppia di tutta quanta la parte rimanente; e d'altronde se nella formola si tiene conto della diversa trasmissibilità delle due porzioni in cui l'autore divide la radiazione del sole, non è però dimostrato che ai due gruppi di radiazioni così risultanti, e considerati separatamente, sia applicabile la formola di Pouillet per $\epsilon = 0$.

Per far vedere come la sua formola rappresenti bene l'intensità della radiazione solare in funzione di ϵ, l'Ångström confronta i valori ottenuti dall'osservazione con quelli dati dalla formola, e trova:

(1) E. Lecher, " Wied. Ann. „, t. XII, pag. 467, 1881. " Sitz. d. Wien. Akad. d. Wissensch. „, 2 Abth., pag. 851, 1881.

ϵ	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
1.5	1.21	1.207	0.003
2.0	1.00	1.008	— 0.008
2.5	0.87	1.870	0.000
3.0	0.76	0.763	— 0.003
4.0	0.60	0.596	0.004
5.0	0.47	0.469	0.001

Evidentemente non si potrebbe desiderare un accordo migliore; ma questa coincidenza non è più così perfetta se, invece di confrontare i risultati della formola con quelli che si ottengono, mediante una interpolazione, per valori di ϵ regolarmente crescenti, si paragonano senz'altro i valori direttamente osservati con quelli ottenuti dalla formola per i medesimi valori di ϵ. Ed è facile vedere che si potrebbe anche ottenere una concordanza soddisfacente rappresentando l'intensità della radiazione solare in funzione di ϵ con altre formole, per esempio con la formola di Crova

$$Q = \frac{3.239}{(1+\epsilon)^{1.163}}$$

calcolata sulle medesime osservazioni dell'Ångström, la quale darebbe come valore della costante solare:

$$A = 3{,}239.$$

Ciò risulta dalla tavola seguente che contiene i valori osservati dall'Ångström insieme a quelli ottenuti con la sua formola e con quella del Crova.

ϵ	Q oss.	Formola di Ångström		Formola di Crova	
		Q calc.	Oss.-calc.	Q calc.	Oss.-calc.
1.26	1.360	1.346	0.014	1.362	— 0.002
1.29	1.350	1.326	0.024	1.343	0.007
1.38	1.290	1.272	0.018	1.289	0.001
1.53	1.200	1.192	0.008	1.208	— 0.008
1.80	1.055	1.077	— 0.022	1.084	— 0.029
2.26	0.935	0.931	0.004	0.923	0.012
3.09	0.750	0.746	0.004	0.725	0.025
4.75	0.495	0.497	0.002	0.505	— 0.010

L'accordo fra i valori osservati dall'Ångström e quelli dedotti con la sua formola per $4{,}75 > \epsilon > 1{,}26$, non basta per dimostrare che la formola medesima si possa estendere al caso limite in cui $\epsilon = 0$; e se inoltre si considera che i concetti teorici coi quali è dedotta non sono immuni da obbiezioni, non si può applicare con ragione la formola di Ångström alla determinazione della costante solare.

Formola del Bartoli. — Il compianto Adolfo Bartoli, insieme collo Stracciati, fece moltissime determinazioni del calore solare, per più di dieci anni e in parecchi luoghi d'Italia; e propose una nuova formola per rappresentare la legge colla quale varia l'intensità della radiazione del sole variando l'inclinazione dei raggi. Come è noto, la formola del Bartoli è la seguente:

$$[IV] \qquad Q\epsilon^n = k\,,$$

dove n e k sono due costanti da determinarsi mediante i valori direttamente osservati (1). Il Bartoli stesso ha dimostrato in parecchie occasioni come la sua formola, sebbene sia puramente empirica, riesce molto opportuna per rappresentare i risultati ottenuti nelle osservazioni; ma io mi contenterò di riportare qui una delle serie di misure più regolari ed omogenee, cioè le determinazioni da lui fatte il 20 settembre 1894 presso al giogo dello Stelvio a 2850 metri sul livello del mare (2), siccome quelle che meglio si avvicinano alle nostre osservazioni di montagna, per mostrare come la nuova formola, determinandone le costanti col metodo dei minimi quadrati, esprime, con una precisione singolare, i risultati dell'esperienza.

La tavola seguente contiene i valori della radiazione misurata per diversi valori di ϵ e i valori dedotti dalla formola

$$Q\epsilon^{0{,}274} = 1{,}676\,,$$

e contiene inoltre i valori calcolati applicando la formola di Crova:

$$Q = \frac{2.079}{(1+\epsilon)^{0.3675}}\,.$$

---

(1) A. Bartoli e E. Stracciati, " Atti dell'Accad. Gioenia di Catania „, ser. 4ª, t. IV, pag. 15, 1892. " Nuovo Cimento „, t. XXXI, 1892.

(2) A. Bartoli e E. Stracciati, " Rend. Ist. Lomb. „, ser. 2ª. t. XXVIII, pag. 583, 1895. " Nuovo Cimento „, ser. IV, t. II, pag. 5, 1895.

ε	Q oss.	Formola del Bartoli		Formola del Crova	
		Q calc.	Oss.-calc.	Q calc.	Oss.-calc.
6.00	1.026	1.026	0.000	1.017	0.009
5.50	1.050	1.051	— 0.001	1.045	0.005
5.00	1.080	1.079	0.001	1.076	0.004
4.50	1.122	1.111	0.011	1.111	0.011
4.00	1.146	1.147	— 0.001	1.151	— 0.005
3.50	1.188	1.189	— 0.001	1.196	— 0.008
3.00	1.242	1.241	0.001	1.249	— 0.007
2.80	1.254	1.265	— 0.011	1.273	— 0.019
2.60	1.284	1.290	— 0.006	1.298	— 0.014
2.40	1.308	1.319	— 0.011	1.326	— 0.018
2.20	1.350	1.351	— 0.001	1.356	— 0.006
2.00	1.386	1.387	— 0.001	1.388	— 0.002
1.80	1.428	1.427	0.001	1.424	0.004
1.60	1.482	1.474	0.008	1.463	0.019
1.40	1.536	1.529	0.007	1.507	0.029

L'esempio che ho riportato è scelto a caso fra le numerosissime determinazioni del Bartoli, e sebbene qualche volta i risultati dell'osservazione non siano in così maraviglioso accordo coi risultati che si ottengono applicando la formola da lui proposta, si vede che questa formola può rappresentare benissimo la legge delle variazioni del calore solare col variare dell'inclinazione dei raggi. Ma il Bartoli non pensò per questo ad estenderla oltre ai limiti fra i quali era stata calcolata ed applicarla alla determinazione della costante solare.

Ciò dimostra ancora una volta che da una qualsiasi delle diverse formole di inclinazione, le quali furono proposte per esprimere una relazione fra l'intensità della radiazione solare e l'altezza del sole sull'orizzonte, non si può dedurre il valore della radiazione al limite dell'atmosfera terrestre, come troppo sovente si è fatto senza una giusta ragione.

III.

Il primo che abbia riconosciuto la necessità di istituire delle osservazioni simultanee a diverse altezze sul livello del mare, per dedurne il valore della radiazione del sole al limite dell'atmosfera terrestre, sembra sia stato il Forbes (1), il quale appunto con questo scopo fece, insieme col Kämtz, le due serie di misure a Brienz e sulla sommità del monte Faulhorn, che già abbiamo ricordate.

(1) J. Forbes, " Phil. Trans. „, II, pag. 225, 1842.

Il Forbes trovò che i raggi solari riescono sempre più trasmissibili col crescere dello spessore atmosferico già attraversato; ma l'assorbimento gli parve indipendente dalla quantità di vapor acqueo contenuto nell'aria, perciò fu condotto ad ammettere che l'assorbimento medesimo dipenda unicamente dalla pressione atmosferica e dalla inclinazione dei raggi, cioè dal prodotto

$$P \sec z ,$$

poichè, tanto sulla vetta della montagna, quanto a Brienz, si avevano le stesse intensità della radiazione solare per gli stessi valori di quel prodotto, indipendentemente dallo stato igrometrico dell'atmosfera.

Per spiegare poi l'aumento di trasparenza che si verifica col crescere dello spessore atmosferico antecedentemente attraversato dai raggi, egli ammise che la radiazione solare sia composta di due parti: l'una che non viene assorbita nell'atmosfera terrestre, e l'altra che soffre un assorbimento dipendente dal prodotto ora ricordato. E indicando con A e B queste due porzioni della radiazione solare, propose la formola seguente per esprimere l'intensità della radiazione corrispondente a un determinato valore della pressione atmosferica e della distanza zenitale del sole:

$$Q = A + B p^{P \sec z}. \qquad (1)$$

Ma le ricerche posteriori eseguite con un disegno più vasto e in condizioni atmosferiche meglio adatte non hanno confermato questi principi stabiliti dal Forbes. Il Soret (2) e il Secchi (3), fra gli altri, hanno dimostrato, mediante numerose osservazioni fatte nei dintorni di Ginevra e nei dintorni di Roma, che vi è una grande differenza nell'intensità della radiazione solare a seconda dell'umidità atmosferica.

Le misure del Soret furono anche eseguite a diverse altezze sul livello del mare: al Monte Bianco, al Breithorn, al Faulhorn, sul Colle del Théodule, ecc., ed hanno una speciale importanza perchè, sebbene non fossero simultanee, tuttavia, essendo numerosissime e fatte nelle condizioni atmosferiche più svariate, permettono un giudizio abbastanza sicuro sul modo col quale aumenta la intensità della radiazione solare aumentando l'altezza sul livello del mare.

Il Soret inclinava a credere che l'assorbimento della radiazione solare negli strati più bassi della nostra atmosfera sia specialmente dovuto al vapor acqueo, e per tener conto di questo elemento nelle formole, senza misurare direttamente l'umidità atmosferica, propose di esprimere l'intensità della radiazione solare sopra un punto dove la pressione atmosferica fosse P, mediante la formola:

$$Q = A p^{P^2 \sec z}.$$

---

(1) Questa formola, applicata alle osservazioni di Brienz e del Faulhorn fatte il 25 sett. 1832, diventa:

$$Q = 0{,}587 + 2{,}233^{P \sec z},$$

che darebbe per valore della costante solare: 2,82.

(2) J.-Soret, " Comptes rendus de la première Session de l'Association française pour l'avancement des Sciences à Bordeaux „, Séance du 6 sept. 1872.

(3) A. Secchi, C. R., t. LXXIII, pag. 1301, 1871; t. LXXIV, pag. 301, 1872.

E questa, che in realtà è una formola empirica, rappresenta abbastanza fedelmente la legge, secondo la quale, nelle misure del Soret, la radiazione del sole dipende dalla pressione atmosferica, ossia dall'altezza della stazione sul livello del mare.

Bisogna tuttavia osservare che dalle moltissime osservazioni del Soret non si può dedurre il valore della costante solare, perchè quelle osservazioni, oltre che non erano simultanee, furono fatte con uno strumento del quale non si conoscono le costanti (1).

Un progresso molto notevole fu invece ottenuto dal Violle (2). Questi costruì prima di tutto un attinometro molto esatto e semplice nello stesso tempo, perchè fosse facilmente trasportabile, e col medesimo fece una serie di determinazioni preliminari presso il villaggio di Seyssinet (m. 213) e sulla vetta della Moucherotte, una bella montagna che si innalza a 1906 metri sopra il livello del mare, a ovest di Grenoble, dominando la valle del Drac in faccia al villaggio. Dopo aver così provata la bontà dello strumento e del metodo seguito nelle osservazioni, egli, col signor Rigollot e col signor Margottet, nel mese di agosto 1875 fece l'ascensione del Monte Bianco, portando due strumenti diligentemente confrontati per determinare il potere assorbente dell'aria nei diversi strati atmosferici al disotto della montagna.

Le osservazioni furono fatte il giorno 16 agosto e il giorno 17, e diedero i risultati che sono riassunti nella seguente tabella, dove f e P indicano rispettivamente la tensione del vapore e la pressione atmosferica in ciascuna stazione di osservazione:

Giorno ed ora	Stazione	f	P	Q
16 Agosto a $10^h\,22^m$.	Monte Bianco. . . .	1.0	430	2.392
	Ghiacciaio di Bossons .	5.3	661	2.022
17 Agosto a $10^h\,40^m$.	Grands-Mulets . . .	4.0	533	2.057
	Ghiacciaio di Bossons .	5.3	661	1.817

Secondo il Violle si può ammettere senza grande errore che la maggiore intensità di radiazione osservata al ghiacciaio di Bossons nel giorno 16, rispetto a quella del giorno seguente, siasi verificata anche ai Grands-Mulets, pure essendo rimasta invariata

(1) Lo strumento adoperato più spesso dal Soret, cioè il suo piccolo attinometro portatile, era formato da un termometro col bulbo sferico di circa 8 mm. di diametro, verniciato e poi annerito sopra una fiamma fuliginosa. Questo bulbo penetrava trasversalmente nella parte centrale di un tubo di ottone lungo 20 cm. e largo 3.5, il quale era poi circondato da un altro tubo più grande. L'intervallo compreso fra i due tubi veniva riempito di ghiaccio o di neve, e si facevano cadere i raggi del sole sopra il bulbo del termometro attraverso ad un foro circolare, del diametro di 2 cm., fatto in un diaframma col quale si chiudeva il tubo interno. Il Soret poi si contentava di misurare l'elevazione di temperatura che si raggiungeva nel termometro irradiato dal sole allorquando la medesima restava stazionaria.

(2) J. Violle, " Ann. de Chim. et de Phys. „ [6], t. X, pag. 289, 1877; t. XVII, pag. 391, 1879; *Rapport sur la question 19 du programme pour le Congrès météorologique de Rome*, Utrecht, 1879.

l'umidità atmosferica, la quale di fatto non era mutata, da un giorno all'altro, al ghiacciaio di Bossons; perciò si può ritenere che il giorno 16 agosto e in un'ora prossima a quella in cui si fecero le osservazioni dirette, cioè verso le $10^h\,30^m$, ai Grands-Mulets vi sia stata la radiazione

$$Q = 2{,}262.$$

E in questa ipotesi, il giorno 16 agosto e intorno alle ore $10^h\,30^m$, per cui $\epsilon = 1{,}26$, nelle tre stazioni ora dette si sarebbero ottenuti i valori seguenti:

Stazione	Altezza	f	P	Q
Monte Bianco . . .	4810	1.0	430	2.392
Grands-Mulets . . .	3050	4.0	533	2.262
Ghiacciaio di Bossons .	1200	5.3	661	2.022

Questi sono i risultati, che si possono chiamare sperimentali, della spedizione del Violle (1); e volendo dedurre di qui il valore della radiazione del sole ad una altezza qualunque nell'atmosfera e anche al limite dell'atmosfera medesima, egli ammise che l'assorbimento del calore solare sia dovuto specialmente al vapor acqueo (come avevano sostenuto, oltre al Soret e al Secchi già citati, il Tyndall e il Desains), e per tenerne conto in modo esplicito propose di rappresentare l'intensità della radiazione con la formola seguente:

$$Q = A p^{\frac{P + khf}{760} \sec z},$$

dove f è la media tensione del vapor acqueo sopra il luogo di osservazione, h l'altezza, in metri, a cui, secondo le maggiori probabilità, si innalza ancora questo vapore e k un coefficiente da determinarsi. E ammettendo che a 10.000 metri sul livello del mare l'azione del vapor acqueo sia trascurabile, h rappresenta il dislivello fra la stazione di osservazione e i 10.000 metri sul livello del mare.

(1) Confrontando i risultati del Violle con quelli ottenuti da quasi tutti gli altri sperimentatori che hanno misurato la radiazione del sole a diverse altezze sul livello del mare, come si scorge ad esempio nella Fig. 1ª, si trova che i valori del Violle sono alquanto più elevati degli altri. Ora può darsi che ciò dipenda da una fortunata scelta del giorno d'osservazione, in cui, come egli dice, il tempo era veramente superbo, ma potrebbe anche essere che gli elevati valori della radiazione dipendano da un valore troppo grande da lui attribuito all'equivalente in acqua dei bulbi dei termometri adoperati. E il dubbio appare giustificato ove si osservi che la misura di questo fattore venne fatta per via indiretta, misurando invece direttamente l'equivalente in acqua del bulbo d'un altro termometro *simile* a quelli adoperati nelle esperienze. Ma siccome noi consideriamo qui i valori relativi ottenuti nelle diverse stazioni di osservazione, per determinare la legge colla quale varia la radiazione del sole col crescere dell'altitudine sul livello del mare, possiamo accettare senz'altro i valori del Violle, come l'espressione della radiazione del sole allo zenit nelle tre stazioni considerate.

Questa formola applicata alle osservazioni sopra scritte diventa:

$$Q = 2.54\,(0.946)^{\frac{P + 0.148\,hf}{760}\sec z},$$

la quale darebbe per la costante solare

$$Q_0 = 2.54.$$

Ma in questa serie di ragionamenti fatti dal Violle vi sono alcune ipotesi arbitrarie e alcune induzioni non pienamente giustificate, come la valutazione del vapor acqueo esistente in tutta l'atmosfera, partendo dall'osservazione dello stato igrometrico in condizioni affatto speciali, quali sono le condizioni degli strati atmosferici che si trovano a contatto di enormi masse di ghiaccio fortemente irradiato dal sole: senza dire che non appare ben legittima la supposizione che il giorno 16 agosto la tensione del vapore ai Grands-Mulets dovesse essere la stessa del giorno 17, solo perchè al ghiacciaio di Bossons si mantenne costante in quei due giorni; mentre la radiazione solare, che pure, secondo l'autore, è così strettamente legata con l'umidità atmosferica, al ghiacciaio di Bossons da un giorno all'altro era diminuita da 2,022 a 1,817.

Considerando poi che, secondo gli studi più recenti e più accurati, dei quali avremo occasione d'occuparci in seguito, la radiazione termica viene bensì assorbita dal vapor acqueo; ma che l'assorbimento è anche molto intenso nell'anidride carbonica e nei corpuscoli sospesi nell'aria medesima, siamo indotti a pensare che il termine $0{,}148\,hf$ della formola del Violle, anzichè esprimere l'azione elettiva del vapor acqueo, rappresenti piuttosto, in modo empirico, l'assorbimento dovuto a tutte quelle particolari condizioni atmosferiche, l'azione delle quali, coll'aumentare dell'altezza, decresce con una legge che si avvicini a quella con cui, nelle esperienze del Violle, diminuisce la tensione del vapor d'acqua dal ghiacciaio di Bossons fino alla cima del Monte Bianco.

Ma qualunque voglia essere l'interpretazione dei risultati sperimentali ottenuti dal Violle, questi risultati sono molto importanti, perchè servono a stabilire con un metodo razionale e con una certa approssimazione la legge secondo la quale aumenta la radiazione del sole col crescere dell'altezza sul livello del mare.

IV.

In tutte le osservazioni di cui ci siamo occupati sin qui lo scopo principale era stato quello di determinare l'intensità della radiazione solare e la trasmissibilità della medesima nell'atmosfera, considerando la radiazione nel suo complesso e per così dire quantitativamente, senza che di proposito si studiassero questi caratteri per le singole radiazioni semplici che costituiscono la radiazione totale del sole. Infatti gli studi sulle linee telluriche dello spettro solare avevano bensì dimostrato quali fossero le linee e le zone d'assorbimento dovute all'atmosfera terrestre; ma tutte le ricerche fatte sopra questo argomento, anche le più recenti, si limitano alla parte

visibile dello spettro, mentre una gran parte dell'energia calorifica irradiata dal sole cade nella regione ultrarossa.

Spetta al Langley il merito di aver esteso i suoi studi a questa parte dello spettro solare, mettendone in evidenza tutta l'importanza. È noto come il Langley portò a tale perfezione il *termometro differenziale galvanico* dello Svanberg (1) da farne quel delicatissimo strumento per la misura delle radiazioni che è il *bolometro* (2); ed esaminando la distribuzione dell'energia calorifica nello spettro solare trovò che mentre le radiazioni luminose sono comprese fra le lunghezze d'onda 0,3 μ e 0,76 μ, le radiazioni calorifiche del sole si estendono fino a 2,7 μ; anzi, perfezionando sempre più i mezzi di osservazione, potè dimostrare più tardi che lo spettro del sole si estende ancora in modo sensibile fino alla lunghezza d'onda di 6 μ.

Il maggior lavoro del Langley è forse quello che fece nella spedizione al monte Whitney, già ricordata più sopra e della quale diede una relazione completa nella sua classica Memoria che ha per titolo: *On Solar Heat* (3).

Il monte Whitney si eleva fino a 4462 metri sul livello del mare in un cielo limpidissimo e con un'atmosfera straordinariamente asciutta, nella catena della Sierra Nevada — California Meridionale —; e il Langley scelse la vetta di questa montagna insieme a due altre stazioni, Lone Pine e Mountain Camp, lungo lo scosceso pendio, per farvi delle misure simultanee, tanto con l'attinometro per misurare l'intensità complessiva della radiazione del sole alle tre diverse altitudini, quanto con lo spettrobolometro per misurare l'assorbimento atmosferico corrispondente alle singole radiazioni dello spettro solare.

Peccato che un così bel disegno, per l'esecuzione del quale non facevano certamente difetto, nè la copia dei mezzi materiali, nè l'autorità scientifica del Langley e dei suoi compagni (4), nè la lunga preparazione, non siasi potuto effettuare se non in parte, a cagione delle insormontabili difficoltà che non permisero di soggiornare quanto era necessario sulla vetta inospitale della montagna. Le misure complete poterono solamente farsi nelle due stazioni più basse; ma i risultati ottenuti

(1) A. I. Svanberg, " Pogg. Ann. „, Bd. LXXXIV, pag. 411, 1851.

(2) Il bolometro, nella forma che si dà attualmente allo strumento, e con un galvanometro che può misurare una corrente di 1.2×10^{-12} ampères, rivela una variazione di temperatura inferiore a un decimilionesimo di grado centigrado in una strisciolina di platino larga 0,1 mm. (Cfr. S. P. Langley, " Am. J. of Sc. „, ser. 4ª, vol. V, pag. 242, 1898). Mi sia permesso di notare qui che l'ammirazione per il Langley non deve farci dimenticare l'opera del nostro Macedonio Melloni, il quale, mediante la pila termoelettrica, scoprì le leggi con cui si propagano i raggi del calore oscuro. In verità la pila termoelettrica, anche quella lineare adoperata per lo studio dello spettro calorifico, essendo formata da coppie bismuto-antimonio e perciò dotata di una superficie troppo grande, non permetteva di rilevare uno spettro ben puro. Ma ove si costruisca una pila termoelettrica con degli elementi che si possano ridurre in fili molto esili e si misurino le correnti prodotte dalla radiazione termica con quei galvanometri sensibilissimi che si adoperano col bolometro, si ottengono dei risultati perfettamente paragonabili con quelli ottenuti mediante lo strumento del Langley (H. Rubens, " Zeitschr. f. Instrk. „, XVIII Jahrg., pag. 65, 1898).

(3) " Profess. Pap. of the Sign. Serv. „, n. XV, 1884.

(4) Per le misure di maggior importanza il Langley era coadiuvato dal capitano Michaelis e dai prof. J. E. Keeler e W. C. Day, ai quali si aggiunse G. F. Davidson, incaricato di misurare il tempo e la latitudine, coi sergenti Dubbins e Nanry, che fecero le osservazioni del pireliometro, dell'attinometro e degli strumenti meteorologici. Vi era inoltre un meccanico e una scorta armata, oltre alle guide e ai portatori assoldati per via.

sono già importantissimi, perchè, specialmente con un' ampia discussione, quale è possibile adesso, dopo le mirabili scoperte nel dominio del calore raggiante che hanno seguito la pubblicazione dell' opera del Langley e alle quali per verità quest'opera medesima diede un efficace impulso, si può dire che se non risolvono interamente il problema propostosi dal Langley, ne dànno almeno una soluzione molto approssimata.

I risultati ottenuti col bolometro nelle diverse regioni dello spettro solare, che sono distinte colle corrispondenti lunghezze d'onda λ, tanto a Lone Pine quanto al Mountain Camp, sono riassunti nelle due tavole seguenti, che per i diversi valori di λ dànno, in unità empiriche, i valori osservati nell'intensità dell'energia irradiata sul filo bolometrico Q_λ, in ciascuna ora di osservazione, cioè per i differenti valori di ε.

Lone Pine (m. 1460).

Media dei valori ottenuti nei giorni 11, 12 e 14 Agosto.

(*Pressione atmosferica:* P = 662 mm.).

λ	Q_λ		
	$\varepsilon = 1.083$	$\varepsilon = 2.135$	$\varepsilon = 3.25$
0.350 μ	25.1	10.0	0.0
0.375	28.4	15.7	4.0
0.400	50.1	29.6	12.4
0.450	110.6	88.3	71.1
0.500	153.9	129.5	117.6
0.600	201.0	177.0	160.7
0.700	191.1	180.7	162.5
0.800	155.5	151.7	134.3
1.000	100.2	94.6	82.1
1.200	76.4	58.5	51.4

Mountain Camp (m. 3543).

Media dei valori ottenuti nei giorni 1, 2 e 3 Settembre.

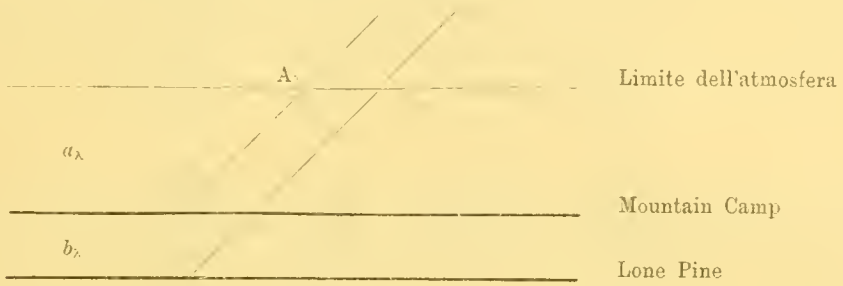
(*Pressione atmosferica:* P = 499 mm.).

λ	Q_λ			
	$\varepsilon = 1.147$	$\varepsilon = 1.494$	$\varepsilon = 2.261$	$\varepsilon = 4.61$
0.350 μ	39.9	14.8	10.3	5.4
0.375	43.8	23.2	20.3	12.8
0.400	71.5	68.0	42.1	35.3
0.450	174.2	162.5	149.3	118.5
0.500	229.0	214.4	203.2	160.0
0.600	249.7	240.4	228.1	183.5
0.700	214.8	208.3	204.6	176.1
0.800	159.4	165.3	157.9	136.9
1.000	100.4	100.4	94.7	81.1
1.200	72.1	69.1	60.0	49.1

Ora ecco il ragionamento del Langley. Paragonando fra loro le osservazioni fatte per diversi valori di ε al Mountain Camp, per ciascuna delle lunghezze d'onda considerate si può calcolare colla formola esponenziale

$$Q_\lambda = A_\lambda a_\lambda^{\frac{P}{760}\varepsilon}$$

il coefficiente di trasmissibilità a_λ per un' intera atmosfera come quella che sta al di sopra della stazione; poscia, confrontando queste osservazioni con quelle fatte alla medesima ora a Lone Pine si ottiene un altro coefficiente b_λ che spetterebbe ad un'atmosfera avente la stessa composizione e le stesse proprietà dell'aria comprese fra le due stazioni d'osservazione.



E siccome codeste formole non rappresentano se non approssimativamente la vera legge dell'assorbimento atmosferico, il Langley discute così i risultati ottenuti.

Se l'atmosfera conservasse le medesime proprietà in tutta la sua altezza e l'assorbimento dipendesse unicamente dalla pressione atmosferica e dalla inclinazione dei raggi, come aveva immaginato il Forbes, si potrebbe dedurre il valore della radiazione A_λ al limite dell'atmosfera mediante lo stesso fattore di trasmissibilità b_λ calcolato per l'aria compresa fra Lone Pine e Mountain Camp; ma evidentemente operando in questo modo si ottiene un valore troppo elevato, perchè tutte le osservazioni dimostrano che la trasmissibilità della radiazione del sole nell'atmosfera aumenta col crescere dell'altitudine sul livello del mare. Tuttavia, secondo il Langley, si possono ottenere dei valori approssimati della radiazione al limite dell'atmosfera, calcolando i valori A_λ nel modo ora detto e poi moltiplicandoli per il rapporto $\frac{b_\lambda}{a_\lambda}$, e così facendo si ottengono dei valori $\mathbf{A}_\lambda$ approssimati in eccesso.

Oppure, colle osservazioni fatte a diverse altezze del sole nella stazione di Lone Pine, si può calcolare una formola esponenziale analoga alla precedente, cioè:

$$Q'_\lambda = A'_\lambda a'^{\frac{P}{760}\varepsilon_\lambda};$$

e con le costanti di questa formola si calcola quale dovrebbe essere in un certo istante l'intensità della radiazione al Mountain Camp, quindi si assume come valore approssimato $\mathbf{A}'_\lambda$ della radiazione al limite dell' atmosfera il valore della costante A'_λ moltiplicato per il rapporto fra l'intensità effettivamente osservata al Mountain Camp nel medesimo istante e quella che risulta dalla formola.

Secondo il Langley il valore A'_λ è approssimato in difetto, ed egli ammette che il valore più probabile della radiazione corrispondente alla lunghezza d'onda λ, al limite dell'atmosfera sia la media aritmetica fra A_λ e A'_λ, quindi con una quadratura ne deduce il valore della costante solare.

Nella tabella seguente sono riassunti i risultati (1):

λ	A_λ	A'_λ	Media
0.350 μ	203.9	122.5	163.2
0.375	196.6	110.0	153.3
0.400	242.2	139.5	190.9
0.450	783.2	305.5	544.4
0.500	852.9	374.1	613.5
0.600	514.7	333.0	423.8
0.700	317.7	255.4	286.5
0.800	173.9	167.3	170.6
1.000	102.3	105.0	103.7
1.200	61.3	78.2	69.8
1.400	52.2	65.1	58.7
1.600	45.0	48.0	46.5
1.800	36.4	39.2	37.8
2.000	27.1	29.1	28.1
2.200	17.5	19.4	18.5
2.400	6.8	7.0	6.9
Costante Solare	3.505	2.630	3.068

E qui mi si consentano alcune osservazioni: pur ammettendo che l'essersi proseguite per tre giorni le osservazioni in entrambe le stazioni compensi il difetto di simultaneità, l'analisi acuta e laboriosa del Langley non riesce a togliere qualche dubbio sul rigore dei metodi seguiti da lui nel calcolo dei risultati ottenuti. In primo luogo non possiamo considerare come egualmente attendibili due metodi di calcolo, i quali, mentre per alcune regioni dello spettro dànno dei valori fra loro concordanti, in altre regioni invece dànno dei risultati disparatissimi, come sono 783.2 e 305.5 corrispondenti a $\lambda = 0.450$ oppure 852.9 e 374.1 corrispondenti a $\lambda = 500$. E d'altra parte, mentre dalla discussione del Langley appare che i valori A_λ devono essere approssimati in eccesso e A'_λ in difetto, si vede poi che a partire da $\lambda = 1.000$ si ha costantemente $A'_\lambda > A_\lambda$.

(1) I valori corrispondenti alla lunghezza d'onde maggiori di 1.200 μ sono dedotti da una serie di osservazioni fatte ad Allegheny dopo la spedizione al monte Whitney. I valori di A_λ e A'_λ sono espressi in unità empiriche, e quelli della costante solare sono espressi in piccole calorie al minuto primo sopra un centimetro quadrato.

Certamente si sarebbero ottenuti dei risultati più sicuri se alle due serie di osservazioni bolometriche fatte a Lone Pine e al Mountain Camp si fossero potute aggiungere quelle sulla vetta altissima del Monte Whitney. Ad ogni modo il valore attribuito dal Langley alla costante solare venne generalmente accolto tanto dai fisici quanto dagli astronomi, piuttosto compresi, forse, d'ammirazione per la grande opera compiuta da lui, che non persuasi del rigore dei suoi metodi di calcolo.

Tuttavia le osservazioni del Langley resteranno sempre preziose perchè hanno servito a determinare, con una esattezza e con una ricchezza di particolari fino allora senza esempio, il valore della radiazione solare complessiva in tre stazioni vicine, ma fra le quali intercede una grande differenza di livello; e perchè anche le sue osservazioni spettrali fatte col bolometro, discusse con un metodo nuovo possono condurre a determinare con maggiore approssimazione la legge della distribuzione dell'energia nello spettro solare, come vedremo in seguito.

V.

Dopo il Langley nessuno, che io sappia, ha fatto più delle osservazioni corrispondenti della radiazione del sole a diverse altezze sul livello del mare misurandone l'intensità nelle differenti regioni dello spettro. Non vorrei essere tacciato di presunzione, ma io spero di poter fare questo, appena sarà allestito il nuovo osservatorio al Monte Rosa, con una stazione più bassa a 3000 metri, a cui attende ora una Commissione, della quale fanno parte parecchi fra i più illustri cultori della scienza in Italia. Intanto ho voluto determinare colla maggiore esattezza possibile, con quale legge resta assorbita negli strati inferiori dell'atmosfera la radiazione complessiva del sole, e a questo scopo ho istituito quattro serie di osservazioni simultanee in altrettante stazioni convenientemente scelte sul Monte Rocciamelone in Val di Susa, adoperando degli strumenti ben comparati fra loro, e nei quali mi sembra vada unita l'esattezza con una grande facilità di impiego (1).

In una nota pubblicata nel vol. XXVII delle " Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani „ che riassume i risultati ottenuti, sono descritti gli strumenti adoperati e anche i metodi seguiti per il calcolo delle esperienze. Secondo quelle misure, fatte il giorno 5 settembre 1897, l'intensità della radiazione solare riferita allo zenit, Q_1, nelle diverse stazioni d'osservazione, è la seguente:

Stazione	Altezza	Pressione	Q_1
		mm.	
Mompantero . . .	501	722	1.61
Trucco	1722	622	1.98
Casa d'Asti . . .	2834	544	2.09
Rocciamelone . . .	3537	499	2.13

(1) Credo inutile di ricordare qui i disagi sopportati e le difficoltà vinte nella nostra modesta, ma profittevole spedizione al Monte Rocciamelone; solo desidero di ringraziare ancora una volta i miei compagni dott. Alessandro Roccati, dott. Giuseppe Capeder e Vincenzo Pasquale, i quali mi aiutarono nelle misure con la loro collaborazione intelligente ed assidua.

E di qui risulta che la costante solare, come già ho ricordato, è prossima a 2.5. Ora mi propongo di dimostrare che anche dalle altre migliori serie di misure, quando siano discusse in modo razionale ed uniforme, si ottiene un valore poco differente.

L' imperfezione delle nostre conoscenze intorno al modo, col quale si compie l'assorbimento atmosferico non consente, come già sappiamo, di esprimere con una formola razionale l'intensità della radiazione in funzione della massa atmosferica attraversata; ma se nel piano di due assi ortogonali si rappresentano colle ascisse i valori della pressione barometrica sopra diverse stazioni poco lontane e situate ad un livello differente sul livello del mare, e con le ordinate si rappresentano i corrispondenti valori della radiazione solare riferita allo zenit, come si è fatto nella tavola I, si vede che le curve così ottenute, presentano una forma simile a quella di una parabola, la quale volga la concavità verso l' asse delle pressioni; e come prima approssimazione si può esprimere l'intensità della radiazione zenitale Q_1, in funzione della pressione atmosferica P, con una formola del tipo:

$$[V] \qquad Q_1 = A + B\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}.$$

Questo risulta da tutte le serie di osservazioni simultanee, o che si possono considerare come tali, fatte a differenti altezze sul livello del mare, quali sono, oltre alle nostre citate, quelle del Violle al Monte Bianco, e quelle del Langley al Monte Whitney.

Secondo il Violle, come già abbiamo veduto, l'intensità della radiazione solare al ghiacciaio di Bossons (1200 m.), ai Grands-Mulets (3050 m.) e sulla vetta del Monte Bianco (4810 m.) è misurata rispettivamente da 2.02, 2.26 e 2.39, e questi valori osservati coincidono bene con quelli che si ottengono colla formola (1):

$$Q_1 = 1.570 + 0.0454\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}. \qquad (a)$$

Infatti confrontando i valori di Q_1 osservati nelle diverse stazioni coi valori corrispondenti della pressione, e calcolando Q_1 con la formola suddetta si hanno i risultati contenuti nella seguente tabella:

---

(1) La maggior parte dei coefficienti di queste equazioni sono calcolati col metodo dei minimi quadrati, dando a ciascuna osservazione un egual peso. Nel caso attuale le osservazioni dirette forniscono le equazioni:

$$A + B \times 9.95 = 2.02$$
$$A + B \times 15.07 = 2.26$$
$$A + B \times 18.17 = 2.39,$$

onde si ricavano le equazioni normali:

$$3A + 43.19B = 6.67$$
$$43.19A + 556.25B = 97.59;$$

e da queste si ottengono i valori:

$$A = 1.570, \qquad B = 0.0454.$$

Stazione	P	$(760 - P)^{\frac{1}{2}}$	Q_1 oss.	Q_1 calc.	Oss.-calc.
Ghiacciaio di Bossons .	661	9.95	2.02	2.022	— 0.002
Grands-Mulets . . .	533	15.07	2.26	2.254	+ 0.006
Monte Bianco	430	18.17	2.39	2.395	— 0.005

La formola (a) dà per la costante solare:

$$Q_0 = 2.82.$$

Le misure attinometriche fatte dal Langley nella sua spedizione al Monte Whitney si possono considerare come distinte in due gruppi: le prime abbracciano un periodo di tempo più lungo, e furono propriamente dirette a misurare l'intensità della radiazione complessiva del sole nelle tre stazioni di Lone Pine, Mountain Camp e la vetta del monte, dove le osservazioni furono fatte rispettivamente dal 18 al 31 agosto e poi il 5 settembre, dal 21 al 26 agosto e poi il 6 settembre, e il giorno 5 settembre. Le altre invece furono solamente fatte nella stazione di Lone Pine nei giorni 11, 12 e 14 agosto, e nella stazione di Mountain Camp dal 1° al 3 settembre, contemporaneamente alle osservazioni con lo spettrobolometro, con lo scopo principale di trarne un fattore per ridurre in misura assoluta le indicazioni bolometriche.

Incominciamo ad occuparci delle prime serie di esperienze: dalle medesime, come abbiamo veduto, si deduce che l'intensità della radiazione solare può venir espressa, per ciascuna stazione, in funzione dell'inclinazione dei raggi, mediante le formole:

$$Q = \frac{2.036}{(1+\epsilon)^{0.9785}} \qquad \text{per Lone Pine}$$

$$Q = \frac{2.474}{(1+\epsilon)^{0.353}} \qquad \text{„ Mountain Camp}$$

$$Q = \frac{2.271}{(1+\epsilon)^{0.198}} \qquad \text{„ Whitney Peak.}$$

Onde si ricava che la radiazione del sole riferita allo zenit ha il valore:

$$Q_1 = 1.679 \qquad \text{a Lone Pine}$$

$$Q_1 = 1.938 \qquad \text{„ Mountain Camp}$$

$$Q_1 = 1.980 \qquad \text{„ Whitney Peak.}$$

Siccome i tre gruppi di osservazioni, da cui sono ricavate le formole sopra scritte, non hanno un ugual peso, essendosi fatte tre osservazioni sole sulla vetta, così per verificare se i valori della radiazione allo zenit si possono rappresentare colla formola, di cui ci occupiamo, possiamo determinare i valori delle costanti A e B sulle osservazioni di Lone Pine e Mountain Camp, e poi vedere se l'intensità della radiazione calcolata per la terza stazione coi coefficienti così ottenuti concorda quella effettivamente osservata.

Facendo in questo modo si trova:

$$A = 1.261 \qquad B = 0.042,$$

laonde l'intensità della radiazione del sole allo zenit al Monte Whitney dovrebbe variare con la legge espressa dalla formola

$$Q_1 = 1.261 + 0.042\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}, \qquad (b)$$

che darebbe come intensità della radiazione sulla sommità della montagna:

$$Q_1 = 2.00,$$

mentre secondo l'osservazione si sarebbe avuto:

$$Q_1 = 1.98.$$

La formola (*b*) dà per la costante solare:

$$Q_0 = 2.42.$$

È evidente che tenendo conto del numero ristretto delle osservazioni fatte sulla cima e della diversità dei giorni, in cui si fecero le misure nelle diverse stazioni, non si potrebbe desiderare un accordo migliore; perciò dobbiamo concludere che anche le esperienze fatte dal Langley al Monte Whitney provano come la radiazione del sole riferita allo zenit può venir espressa in funzione della pressione atmosferica con la formola

$$Q_1 = A + B\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}.$$

La seconda serie delle osservazioni del Langley, comprendendo soltanto due stazioni non può servire direttamente come prova che si possa applicare questa formola. Ma se coi valori della radiazione zenitale in quelle due stazioni si calcolano i coefficienti A e B della formola, e poi con questa si trova per la vetta del Monte Whitney un valore della radiazione che concorda con quello ottenuto nel giorno delle osservazioni questa sarà una riprova, sebbene indiretta, della applicabilità della formola parabolica anche al secondo gruppo.

Così avviene veramente, infatti si ha:

	Lone Pine *Valori medi ottenuti nei giorni 11, 12 e 14 Agosto.* (P = 662 mm.).			**Mountain Camp.** *Valori medi ottenuti nei giorni 1, 2 e 3 Settembre.* (P = 499 mm.).			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q oss.	1.765	1.526	1.340	1.972	1.898	1.745	1.423
Q calc.	1.770	1.514	1.347	1.992	1.891	1.725	1.431
Oss.-calc.	− 0.005	+ 0.012	− 0.007	− 0.020	+ 0.007	+ 0.020	− 0.008
	$Q = \frac{2.345}{(1+\epsilon)^{0.3831}}$			$Q = \frac{2.592}{(1+\epsilon)^{0.3445}}$			
	$Q_1 = 1.798$			$Q_1 = 2.041$			

Questi valori di Q_1, applicati al calcolo della costante A e B, dànno:

$$A = 1.414$$

$$B = 0.0388.$$

Perciò dalla seconda serie delle misure del Langely si avrebbe

$$Q_1 = 1.414 + 0.039\,(760 - P)^{\frac{1}{2}} \qquad (c)$$

che dà come intensità della radiazione zenitale alla cima del Whitney

$$Q_1 = 2.10;$$

e questo valore è veramente probabile, ove si tenga conto del generale aumento della radiazione risultante dalle misure della seconda serie.

Con un procedimento simile si possono anche discutere le osservazioni fatte da Crova e da Hansky al Brévent e al Monte Bianco nell'estate del 1897. Adoperando le solite notazioni, e scegliendo le misure che hanno presentato un andamento più regolare ed uniforme, si ha:

Monte Bianco (Crova).

Valori ottenuti il giorno 30 Settembre 1897.

(P = 422 mm.).

ϵ	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
Q oss.	1.92	1.81	1.72	1.63	1.56	1.50	1.44
Q calc.	1.920	1.812	1.718	1.636	1.562	1.497	1.438
Oss.-calc.	0.000	− 0.002	+ 0.002	− 0.006	− 0.002	+ 0.003	+ 0.002

$$Q = \frac{3.241}{(1+\epsilon)^{0.6641}}$$

$$Q_1 = 2.045.$$

Cima del Brévent (Hansky).

Valori ottenuti il giorno 26 Agosto 1897.

(P = 563 mm.).

ϵ	1.0	1.5	2.0
Q oss.	1.81	1.54	1.34
Q calc.	1.813	1.536	1.342
Oss.-calc.	− 0.003	+ 0.004	− 0.002

$$Q = \frac{3.032}{(1+\epsilon)^{0.742}} \qquad Q_1 = 1.813.$$

Da questi valori si ottiene:

$$Q_1 = 1.067 + 0.053\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}. \qquad (d)$$

Calcolando il valore probabile della radiazione a Chamonix (P = 675 mm.) in quei giorni si trova

$$Q_1 = 1.558;$$

e dalle determinazioni fatte dal Crova stesso apprendiamo che veramente il massimo valore della radiazione ottenuto allora fu di 1.6 circa.

Laonde possiamo conchiudere che anche da queste misure sembra confermato potersi esprimere l'intensità della radiazione solare allo zenit in funzione della pressione atmosferica con la formola (V).

Veniamo ora alle nostre esperienze del Monte Rocciamelone, le quali permettono di determinare con maggiore esattezza la legge dell'assorbimento atmosferico, perchè, come abbiamo detto, dànno una serie omogenea di quattro valori simultanei della radiazione solare riferita allo zenit sopra quattro stazioni poco discoste le une dalle altre, ma situate ad altezze molto differenti, essendo scaglionate lungo un pendìo ripidissimo.

Determinando i coefficienti della formola (V) coi valori di Q_1 ottenuti nelle nostre stazioni si ricava:

$$A = 1.3084 \qquad B = 0.0528$$

onde si avrebbe:

$$Q_1 = 1.3084 + 0.0528\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}. \qquad (e)$$

E la tavola seguente mostra quale accordo vi sia fra i valori ottenuti direttamente e quelli dedotti colla formola.

Stazione	P	$(760 - P)^{\frac{1}{2}}$	Q_1 oss.	Q calc.	Oss.-calc.
	mm.				
Mompantero	722	6.16	1.61	1.633	— 0.023
Trucco	622	11.75	1.98	1.928	+ 0.052
Casa d'Asti	544	14.70	2.09	2.084	+ 0.006
Vetta del Rocciamelone . .	499	16.16	2.13	2.161	— 0.031

Errore medio ± 0.037.

Come si vede anche qui l'accordo è sufficiente; ma non è tale da dispensare da un'ulteriore ricerca. Perciò volli provare se i valori osservati di Q_1 si potessero meglio esprimere in funzione di P colla formola di tre termini:

$$Q_1 = A' + B'\,(760 - P)^{\frac{1}{2}} + C'\,(760 - P)^{\frac{1}{3}}, \qquad (VI)$$

che nel caso nostro diventa:

$$Q_1 = 0.2394 - 0.1711\,(760 - P)^{\frac{1}{2}} + 0.7264\,(760 - P)^{\frac{1}{3}}$$

ed ecco qui i risultati ottenuti.

Stazione	P	$(760 - P)^{\frac{1}{2}}$	$(760 - P)^{\frac{1}{3}}$	Q oss.	Q calc.	Oss.-calc.
	mm.					
Mompantero	732	6.16	3.36	1.61	1.626	— 0.016
Trucco	622	11.75	5.17	1.98	1.984	— 0.004
Casa d'Asti	544	14.70	6.00	2.09	2.082	+ 0.008
Vetta del Rocciamelone .	499	16.16	6.39	2.13	2.116	+ 0.014

Errore medio $\pm$ 0.013.

Ma questa singolare coincidenza dei valori calcolati mediante la formola (VI) con quelli risultanti dall'esperienza non deve indurci a credere che questa formola rappresenti meglio dell'altra la legge dell'assorbimento atmosferico. Basta infatti osservare il valore che prende Q_1 per $P = 760$ per convincersi che questa formola rappresenta fedelmente i valori osservati, nei limiti delle esperienze, ma non può servire a determinare il valore della radiazione oltre questi limiti. E la cosa apparisce poi ancora più manifesta, ove si consideri come ammettendo la formola (VI) per qualsiasi valore di P, si verrebbe a questo strano risultato, che al di là di quell'altezza per cui $P = 250$ mm. la radiazione solare andrebbe progressivamente diminuendo.

Certamente si potrà esprimere questa relazione fra la pressione atmosferica e il calore irradiato dal sole ricorrendo ad una funzione di grado più elevato; ma non sembra probabile che questa rappresenti poi la vera legge dell'assorbimento atmosferico.

Laonde si può ammettere, almeno come prima approssimazione, che volendo esprimere con una formola la legge con cui la radiazione del sole ridotta allo zenit dipende dalla pressione atmosferica, si può far uso della formola parabolica

$$Q_1 = A + B\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}$$

dove A e B sono quantità costanti che devono essere determinate coll'esperienza.

Esaminando poi i valori che vanno attribuiti a queste costanti partendo dai risultati delle osservazioni del Violle, del Langley, del Crova e dell'Hansky, ed anche dai risultati delle osservazioni nostre, si vede che il coefficiente B, il quale propriamente esprime la legge con cui la radiazione aumenta col crescere dell'altezza sul livello del mare, oscilla entro limiti abbastanza ristretti, mentre A presenta delle variazioni più grandi. E ciò può provenire da due cagioni: l'intensità della radiazione solare misurata può essere veramente ora più grande e ora più piccola, a cagione del diverso assorbimento, ma può anche accadere che le differenze provengano semplicemente da qualche costante errore strumentale. E siccome questa è probabilmente la

maggior causa di errore, così si può prendere quale valore più probabile di A il valore medio risultante dalle diverse determinazioni che abbiamo ricordate, come si può prendere il valore medio di B risultante dalle determinazioni medesime, per comporre una formola la quale esprima, almeno approssimativamente, la legge con cui la radiazione solare riferita allo zenit dipende dalla pressione atmosferica e per dedurne il valore della costante solare.

Raccolgo adunque nello specchio seguente i valori che prendono le costanti A e B nelle diverse serie di misure, aggiungendovi i valori medii di quelle costanti.

Autore	A	B
Violle	1.570	0.045
Langley (1ª Serie)	1.261	0.042
„ (2ª Serie)	1.414	0.039
Crova e Hansky	1.067	0.053
Rizzo	1.308	0.053
Valori medi	1.324	0.046

La legge colla quale aumenta l'intensità della radiazione solare riferita allo zenit, aumentando l'altezza sul livello del mare, si può pertanto esprimere approssimativamente colla formola:

$$Q_1 = 1.324 + 0.046\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}.$$

Questa formola darebbe per la costante solare

$$Q_0 = 2.592,$$

cioè un valore abbastanza concordante con quello che si ottiene dalla costruzione grafica eseguita coi risultati delle esperienze fatte al Rocciamelone, come si vede nella figura 1ª (1).

VI.

Qualunque sia il metodo col quale viene calcolata la costante solare, essendo dedotta dai valori della radiazione direttamente osservati, non può comprendere quelle particolari radiazioni, le quali fossero state interamente assorbite ancor prima di arrivare alle più elevate stazioni d'osservazione che noi possiamo raggiungere. Perciò volendo ricercare quale è la vera intensità della radiazione solare al limite dell'atmosfera bisognerebbe aggiungere alla costante solare calcolata mediante le osservazioni la somma di quelle radiazioni che vengono completamente assorbite fin dagli strati più alti dell'atmosfera medesima.

(1) In questa figura la curva indicata con Rizzo (I) è ottenuta colla formola parabolica (*e*) e quella indicata con Rizzo (II) è ottenuta mediante una costruzione grafica.

Ora è chiaro che queste radiazioni non possono venir determinate se non per via indiretta; ma quando si conosca la distribuzione dell'energia nello spettro solare al limite dell'atmosfera, siccome è noto con sufficiente esattezza in quali regioni si manifesta l'assorbimento elettivo dovuto ai differenti gas e vapori che compongono l'atmosfera terrestre, potremo calcolare quanta parte dell'energia totale del sole cade nel campo d'assorbimento di questi corpi. Perciò il problema si riduce a determinare la legge della distribuzione generale dell'energia nello spettro del sole fuori della atmosfera terrestre, deducendola dalle intensità osservate in quelle regioni dove non si manifesti l'assorbimento specifico del vapor d'acqua e dell'anidride carbonica, che sono i corpi dell'atmosfera i quali possono assorbire elettivamente i raggi calorifici in modo sensibile.

L'intensità relativa della radiazione solare per diversi valori di λ, al limite dell'atmosfera, fu già determinata dal Langley nel modo che abbiamo veduto; ma siccome il metodo da lui seguìto nel calcolo delle esperienze non è veramente rigoroso e inoltre le osservazioni furono soltanto fatte in due stazioni, quindi sarebbe opportuno di riprendere questo studio con un maggior corredo di osservazioni. Tuttavia dalle stesse misure del Langley, discutendole con un metodo che io credo più esatto, si può dedurre un'espressione più approssimata della legge con cui al limite dell'atmosfera l'intensità della radiazione solare dipende dalla lunghezza d'onda.

Il metodo che io propongo per questa discussione è quello stesso che ho seguìto come il più acconcio per determinare la legge delle variazioni dell'intensità complessiva della radiazione solare a diverse altezze sul livello del mare.

Coi medesimi valori osservati dal Langley per l'intensità della radiazione corrispondente ai diversi valori di λ nella stazione di Lone Pine e in quella di Mountain Camp ho calcolato per ogni valore di λ due formole del tipo

$$Q_\lambda = \frac{A_\lambda}{(1+\epsilon)^m}$$

per esprimere la legge colla quale in ciascuna stazione varia l'intensità della radiazione variando l'inclinazione dei raggi e poi ho calcolato i corrispondenti valori di $Q_{1\lambda}$, cioè i valori probabili della radiazione solare riferita allo zenit (per quel determinato valore di λ) tanto a Lone Pine quanto a Mountain Camp.

I risultati ottenuti sono raccolti nelle tavole seguenti:

$\lambda = 0.350\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	25.1	10.0	0.0	39.9	14.8	10.3	5.4
Q_λ calc.	25.1	10.0	5.0	27.0	20.6	12.6	4.7
Oss.-calc.	0.0	0.0	− 5.0	+ 2.9	− 5.8	− 2.3	+ 0.7
	$Q_\lambda = \frac{139.9}{(1+\epsilon)^{2.251}}$			$Q_\lambda = \frac{108.8}{(1+\epsilon)^{1.823}}$			
	$Q_{1\lambda} = 27.52$			$Q_{1\lambda} = 30.76$			

$\lambda = 0.375\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	28.4	15.7	4.0	43.8	23.2	20.3	12.8
Q_λ calc.	32.9	11.1	4.9	34.6	29.3	21.8	11.8
Oss.-calc.	− 4.5	+ 4.6	− 0.9	+ 9.2	− 6.1	− 1.5	+ 1.0
	$Q_\lambda = \frac{234.2}{(1+\epsilon)^{2.673}}$			$Q_\lambda = \frac{80.4}{(1+\epsilon)^{1.104}}$			
	$Q_{1\lambda} = 36.82$			$Q_{1\lambda} = 37.40$			

$\lambda = 0.400\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	50.1	29.6	12.4	71.5	68.0	42.5	35.3
Q_λ calc.	54.0	24.7	13.8	69.7	62.1	50.4	33.1
Oss.-calc.	− 3.9	+ 4.9	− 1.4	+ 1.8	+ 5.9	− 7.9	+ 2.2
	$Q_\lambda = \frac{220.8}{(1+\epsilon)^{1.918}}$			$Q_\lambda = \frac{126.1}{(1+\epsilon)^{0.776}}$			
	$Q_{1\lambda} = 58.45$			$Q_{1\lambda} = 73.68$			

$\lambda = 0.450\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	110.6	88.3	71.1	174.2	162.5	149.3	118.5
Q_λ calc.	111.5	86.7	71.8	174.9	163.9	147.5	119.0
Oss.-calc.	− 0.9	+ 1.4	− 0.7	− 0.7	− 1.4	+ 1.8	− 0.5
	$Q_\lambda = \frac{175.4}{(1+\epsilon)^{0.617}}$			$Q_\lambda = \frac{235.2}{(1+\epsilon)^{0.395}}$			
	$Q_{1\lambda} = 114.4$			$Q_{1\lambda} = 178.7$			

$\lambda = 0.500\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	153.9	129.5	117.6	229.0	214.4	203.2	160.0
Q_λ calc.	153.0	131.0	116.7	230.4	217.5	197.2	161.7
Oss.-calc.	+ 0.9	— 1.5	+ 0.9	— 1.4	— 3.1	+ 6.0	— 1.7
	$Q_\lambda = \frac{202.1}{(1+\epsilon)^{0.379}}$			$Q_\lambda = \frac{304.0}{(1+\epsilon)^{0.366}}$			
	$Q_{1\lambda} = 155.4$			$Q_{1\lambda} = 235.9$			

$\lambda = 0.600\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	201.0	177.0	160.7	249.7	240.4	228.1	183.5
Q_λ calc.	201.0	177.0	160.9	253.2	241.2	221.3	185.8
Oss.-calc.	0.0	0.0	— 0.2	— 3.5	— 1.2	+ 6.8	— 2.3
	$Q_\lambda = \frac{252.8}{(1+\epsilon)^{0.312}}$			$Q_\lambda = \frac{323.8}{(1+\epsilon)^{0.322}}$			
	$Q_{1\lambda} = 203.6$			$Q_{1\lambda} = 259.0$			

$\lambda = 0.700\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	191.1	180.7	162.5	214.8	208.3	204.6	176.1
Q_λ calc.	192.4	176.4	165.1	217.6	210.9	199.5	178.1
Oss.-calc.	— 1.3	+ 4.3	— 2.6	— 2.8	— 2.6	+ 5.1	— 2.0
	$Q_\lambda = \frac{226.4}{(1+\epsilon)^{0.218}}$			$Q_\lambda = \frac{255.0}{(1+\epsilon)^{0.208}}$			
	$Q_{1\lambda} = 194.6$			$Q_{1\lambda} = 220.8$			

$\lambda = 0.800\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	155.5	151.7	134.3	159.4	165.3	157.9	136.9
Q_λ calc.	158.1	145.9	137.4	165.6	161.2	153.6	139.2
Oss.-calc.	− 2.6	+ 5.8	− 3.1	− 6.2	+ 4.1	+ 4.3	− 2.3
	$Q_\lambda = \frac{182.5}{(1+\epsilon)^{0.196}}$			$Q_\lambda = \frac{190.2}{(1+\epsilon)^{0.181}}$			
	$Q_{1_\lambda} = 159.3$			$Q_{1_\lambda} = 167.9$			

$\lambda = 1.000\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.494	2.261	4.61
Q_λ oss.	100.2	94.6	82.1	100.4	100.4	94.7	81.1
Q_λ calc.	101.9	91.1	83.8	102.6	99.0	93.1	82.0
Oss.-calc.	− 1.7	+ 3.5	− 1.7	− 2.2	+ 1.4	+ 1.6	− 0.9
	$Q_\lambda = \frac{124.5}{(1+\epsilon)^{0.273}}$			$Q_\lambda = \frac{122.6}{(1+\epsilon)^{0.233}}$			
	$Q_{1_\lambda} = 103.0$			$Q_{1_\lambda} = 104.3$			

$\lambda = 1.200\,\mu$.

	Lone Pine			Mountain Camp			
ϵ	1.083	2.135	3.25	1.147	1.149	2.261	4.61
Q_λ oss.	76.4	58.5	51.4	72.1	69.1	60.0	49.1
Q_λ calc.	75.5	60.1	50.7	72.3	68.1	61.0	48.9
Oss.-calc.	+ 1.1	− 1.6	+ 0.7	− 0.1	+ 1.0	− 1.0	+ 0.2
	$Q_\lambda = \frac{113.9}{(1+\epsilon)^{0.560}}$			$Q_\lambda = \frac{99.8}{(1+\epsilon)^{0.408}}$			
	$Q_{1_\lambda} = 77.25$			$Q_{1_\lambda} = 74.5$			

Coi valori di $Q_{1\lambda}$ calcolati a questo modo, i quali dànno l'intensità media della radiazione solare riferita allo zenit per i diversi valori di λ nelle due stazioni di Lone Pine e di Mountain Camp sono costruite le due curve *a* e *b* della tav. II. Ora possiamo eliminare graficamente le inevitabili irregolarità di queste curve, la qual cosa è specialmente necessaria per la curva relativa a Lone Pine perchè il maggior spessore dell'atmosfera portava delle variazioni accidentali più profonde, e perchè quei valori di $Q_{1\lambda}$ sono dedotti da tre sole osservazioni; poi cercheremo di esprimere la legge secondo la quale in ciascuna regione dello spettro solare aumenta l'intensità della radiazione crescendo l'altezza sul livello del mare, e ne dedurremo anche la probabile intensità $Q_{0\lambda}$ al limite dell'atmosfera.

Siccome abbiam veduto che la formola

$$Q_1 = A + B(760 - P)^{\frac{1}{2}}$$

si applica per esprimere con sufficiente approssimazione la legge dell'assorbimento atmosferico sulla radiazione complessiva del sole, con lo stesso fondamento la possiamo applicare per esprimere la legge colla quale varia l'intensità di ogni gruppo di radiazioni sensibilmente omogenee, salvo a determinare per ciascun gruppo di radiazioni il corrispondente valore delle costanti A e B.

Così si ottengono i risultati che sono riassunti nella seguente tabella:

λ	$Q_{1\lambda}$		A	B	$Q_{0\lambda}$
	Lone Pine	Mountain Camp			
0.300 μ	11.0	15.0	4.67	0.639	22.29
0.400	57.5	72.5	33.78	2.396	99.84
0.500	162.0	241.0	37.06	12.620	384.99
0.600	205.0	260.0	118.01	8.786	360.24
0.700	192.0	220.0	147.73	4.472	268.02
0.800	159.0	168.0	144.76	1.438	184.41
0.900	125.0	130.0	117.08	0.799	139.11
1.000	102.5	105.0	98.53	0.399	109.55
1.100	86.0	87.5	83.63	0.239	90.22

Secondo questi risultati la forma probabile della curva dell'energia solare al limite dell'atmosfera sarebbe quella della curva *c* nella figura 2ª, la quale curva differisce sensibilmente da quella che rappresenta la distribuzione dell'energia solare nello spettro secondo i primi risultati del Langley che abbiamo ricordato più sopra.

Incoraggiato dai notevoli risultati ottenuti nella spedizione al Monte Whitney, e doviziosamente provveduto dei più delicati strumenti di ricerca, il Langley continuò ad Allegheny i suoi studi sulla distribuzione dell'energia nello spettro del sole e nella tavola III qui unita sono raccolti in una semplice costruzione grafica i

risultati più importanti che egli ottenne, i quali sono il frutto di un decennio di lavoro indefesso e illuminato. La curva descritta con una linea continua è presa da una Memoria pubblicata dal Langley nel 1888 e avente per titolo: *On the invisible solar and lunar spectrum* (1) e rappresenta lo spettro del sole ad Allegheny con le svariatissime dentellature che sono dovute all'assorbimento atmosferico (2).

Nel tratto compreso fra le lunghezze d'onda 3μ e 4μ è facilissimo discernere la forma genuina della curva della radiazione del sole non alterata dall'assorbimento, ed è facile vedere che i punti aventi per ascissa 2,2 e 1,0 appartengono probabilmente alla medesima; e siccome la curva genuina dell'energia solare deve essere simile a quella che abbiamo descritta nella fig. 2 *c*, possiamo concludere che al limite superiore dell'atmosfera la distribuzione dell'energia nello spettro solare deve potersi rappresentare con una linea come quella descritta a tratti nella fig. 3ª. Esaminiamo ora il carattere dell'assorbimento prodotto dall'atmosfera su questa energia: vediamo prima di tutto delle sottili striscie d'assorbimento come B, A, ρστ, Φ e Ψ, che sono molto numerose e variamente distribuite nello spettro; poi si hanno, nella parte meno rifrangibile, alcune larghe zone d'assorbimento come quelle indicate con le lettere Ω, X e Y e per ultimo dei tratti notevolmente estesi, nei quali la curva dell'energia presenta un generale abbassamento. È molto importante per noi di determinare l'origine di queste tre forme di assorbimento, che per brevità potremo chiamare rispettivamente *linee*, *zone* e *depressioni*.

Le linee sono dovute, almeno in parte, all'assorbimento elettivo dell'ossigeno, come è stato dimostrato per B e per A (3), e all'assorbimento del vapor acqueo, come è stato dimostrato per Ψ (4).

Fra le zone, come ho detto, sono più importanti Ω, X e Y: ora gli studi del Julius (5), dell'Ångström (6), del Paschen (7) e quelli ancora più recenti del Rubens (8) hanno dimostrato che Ω è prodotta dal vapor acqueo, X in parte dal vapor acqueo e in parte dall'anidride carbonica e Y dall'anidride carbonica (9).

---

(1) S. P. Langley, " Phil. Mag. „, ser. 5ª, vol. XXVI, pag. 505, 1888.

(2) Il Langley lo chiama " Normal Spectrum „, ma l'appellativo normale non ha il significato di indipendente dall'assorbimento atmosferico, invece serve solamente a designare la rappresentazione di uno spettro in cui le ascisse sono proporzionate alle lunghezze d'onda; contrapponendolo al " Prismatic Spectrum „ in cui le ascisse sono semplicemente proporzionali alle deviazioni minime prodotte dal prisma.

(3) N. Egoroff, *Sur la production des groupes telluriques A et B du spectre solaire par une couche absorbante d'oxygène*, " C. R. „, t. XCVII, pag. 555, 1883.

(4) F. Paschen, " Wied. Ann. „, Bd. 52, pag. 205, 1894. Non deve recar maraviglia che il vapor acqueo produca anche delle linee d'assorbimento. Sebbene siano più note le zone d'assorbimento di questo corpo, esso produce anche delle linee. Infatti molte linee telluriche nella parte media dello spettro visibile sono dovute al vapor d'acqua, e al medesimo sono anche dovute alcune linee intorno al gruppo α dell'ossigeno, come pure molte di quelle numerose linee perfettamente definite che si vedono fra D_1 e D_2.

(5) W. H. Julius, *Licht- und Wärmestrahlung*; Berlin, Simion, 1890.

(6) K. Ångström, " Wied. Ann. „, Bd. 39, pag. 267, 1890.

(7) F. Paschen, " Wied. Ann. „, Bd. 53, pag. 287, 1894.

(8) H. Rubens e E. Aschkinass, " Wied. Ann. „, Bd. 64, pag. 602, 1898.

(9) Secondo il Paschen (l. c.), i cui lavori sopra questo argomento sono forse i più completi, l'anidride carbonica ha una piccola zona d'assorbimento fra 2.358 μ e 3.016 μ col massimo a 2.70 e

Vi sarebbe ancora da parlare delle depressioni, ma di queste non si può stabilire con tanta certezza l'origine: alcune sono forse prodotte da sistemi di linee o di zone vicine; ma nella maggior parte dei casi sembrano dovute alla diffusione del calore radiante sopra quelle esilissime particelle solide le quali, come ha dimostrato l'Aitken (1), possono diventare altrettanti nuclei di goccioline liquide che restano sospese nell'atmosfera, turbandone la trasparenza luminosa e modificandone eziandio profondamente la trasparenza termica. Infatti lord Rayleigh (2) ha dimostrato col calcolo che quando una radiazione di intensità I_0, avente una lunghezza d'onda λ, attraversa uno spessore l di un mezzo in cui vi siano delle esili particelle sospese, l'intensità della radiazione trasmessa, I, si può esprimere colla formola

$$I = I_0 e^{-\kappa l \lambda^{-4}}$$

dove κ è un coefficiente che dipende dalle proprietà delle particelle; e questo principio fu confermato sperimentalmente in diversi modi (3). Perciò è chiaro che questo *assorbimento diffusivo* dipende dal numero, dalla grossezza e dalla natura delle particelle sospese e dalle dimensioni delle goccioline liquide e si manifesta con quella variabilità di condizioni che determina appunto le varie ed estese depressioni dello spettro solare.

Ora vediamo quale sia l'azione di queste tre forme di assorbimento sulla radiazione genuina del sole, che supponiamo sia rappresentata dalla curva a tratti della figura 3ª.

Le linee occupano una porzione così piccola dell'area rappresentante l'energia totale del sole che tenendo conto dell'approssimazione ottenuta in questa ricerca noi le possiamo trascurare rispetto alle altre forme di assorbimento. Le zone sarebbero capaci di sottrarre una parte notevole dell'energia radiante; ma si manifestano in tali regioni, dove è già così piccola l'intensità primitiva della radiazione solare, che il loro effetto riesce appena percettibile. E ciò è tanto vero che anche la zona Ω, la quale tuttavia è la più intensa, per molto tempo sfuggì all'osservazione dello stesso Langley. Laonde è verissimo che il vapor acqueo ha un forte potere assorbente per certi raggi calorifici e che basta uno spessore di 7 cm. di anidride carbonica alla pressione atmosferica per assorbire interamente le radiazioni che cadono nella regione corrispondente al massimo assorbimento; ma l'anidride carbonica non ha un'azione sensibile sui raggi del sole, e si può anche trascurare senza grande errore l'azione assorbente del vapor acqueo sopra i raggi medesimi, finchè rimane allo stato di vapore. Ma quando il vapore medesimo si condensa in goccioline sopra

---

una zona principale fra 4.009 μ e 4.799 μ, col massimo in una posizione che varia alquanto col variare della temperatura. Il vapor acqueo ha una piccola azione (probabilmente un gruppo di linee) fra 1.141 μ e 1.733 μ, una zona fra 1.733 μ e 2.245 μ, una più intensa fra 2.342 μ e 3.274 μ, una zona principale che si estende da 4.800 μ a 6.250 μ e un'altra ancora più importante fra 6.25 μ e 8.54 μ.

(1) J. Aitken, " Edimb. Phil. Trans. „, XXXVII, pag. 413, 1893.

(2) Rayleigh, " Phil. Mag. „, vol. 41, pag. 107 e segg. 1871.

(3) K. Ångström, " Wied. Ann. „, 36, pag. 715, 1889.

i corpuscoli dell'atmosfera, allora nella curva dell'energia si formano le depressioni che rappresentano l'assorbimento diffusivo dovuto ai corpuscoli e alle goccioline insieme.

Di qui è avvenuto che molti fisici, come abbiamo visto, attribuirono senz'altro al vapor acqueo una parte notevolissima nell'assorbimento della radiazione del sole, mentre i raggi calorifici del sole passano attraverso al vapor acqueo e attraverso all'anidride carbonica senza provare un assorbimento sensibile.

L'azione dell'anidride carbonica e più ancora quella del vapor acqueo, perchè è più estesa, si manifesta invece con tutta la sua efficacia sopra i raggi di maggiore lunghezza d'onda, cioè sopra i raggi emessi dalle ordinarie sorgenti di calore di cui dispone l'uomo e specialmente sopra quelli che vengono irradiati dalla superficie terrestre verso lo spazio, perchè questi sono appunto compresi nel campo d'assorbimento dell'anidride carbonica e del vapor acqueo.

Ma, per tornare al nostro proposito, possiamo dire che nei raggi del sole non vi sono in misura sensibile delle radiazioni le quali vengano interamente assorbite prima di arrivare alle nostre più elevate stazioni d'osservazione, perciò il valore della costante solare che abbiamo ottenuto va considerato come il valore più probabile della radiazione solare al limite dell'atmosfera.

CONCLUSIONE

Le grandi divergenze fra i valori assegnati sin qui alla costante solare dipendono sopratutto dalla insufficienza dei metodi seguìti nel calcolo delle osservazioni.

Le formole nelle quali si considera solamente come variabile l'inclinazione dei raggi del sole sull'orizzonte non possono servire alla determinazione della costante solare; ma è necessario confrontare i valori della radiazione ottenuti simultaneamente a diverse altitudini sul livello del mare.

Nello stato attuale delle nostre conoscenze non si può dare una formola razionale la quale esprima la legge con la quale il calore del sole resta assorbito nelle diverse sostanze che formano l'atmosfera terrestre.

A cagione della molteplicità delle condizioni da cui dipende l'assorbimento atmosferico, non sappiamo esprimere esattamente con una formola l'intensità della radiazione solare in funzione della pressione barometrica; laonde, ove sia possibile, giova ricorrere ad una costruzione grafica; ma la maggior parte delle osservazioni fatte fin qui a diverse altezze sul livello del mare, dimostrano che per approssimazione l'intensità della radiazione solare riferita allo zenit si può esprimere in funzione della pressione atmosferica con una formola del tipo

$$Q_1 = A + B\,(760 - P)^{\frac{1}{2}}.$$

Calcolando con la formola suddetta le migliori osservazioni fatte sin qui e anche rappresentando graficamente i risultati ottenuti nelle misure fatte al Rocciamelone, si trova che la costante solare è compresa fra 2,5 e 2,6 piccole calorie per centimetro quadrato al minuto primo.

Il calore solare viene assorbito in modo sensibile dalle goccioline d'acqua e dagli altri corpuscoli che sono diffusi nell'atmosfera terrestre.

L'anidride carbonica e il vapor acqueo, per sè, esercitano solamente un debole assorbimento sulla radiazione solare; ma assorbono invece fortemente le radiazioni meno rifrangibili del calore oscuro che la terra irradia verso lo spazio.

Fig. 1

Variazioni della radiazione solare riferita allo zenit col variare della pressione

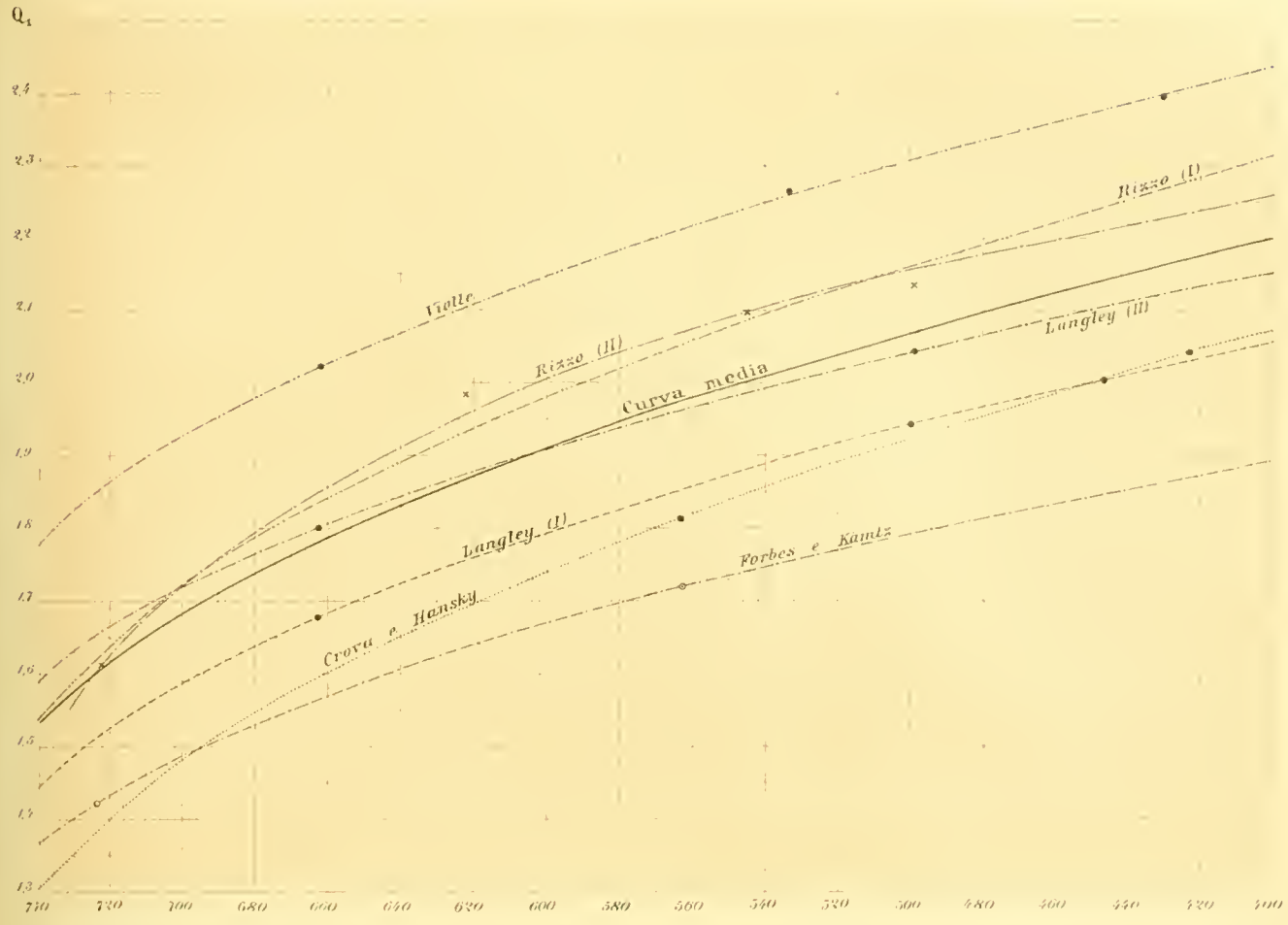
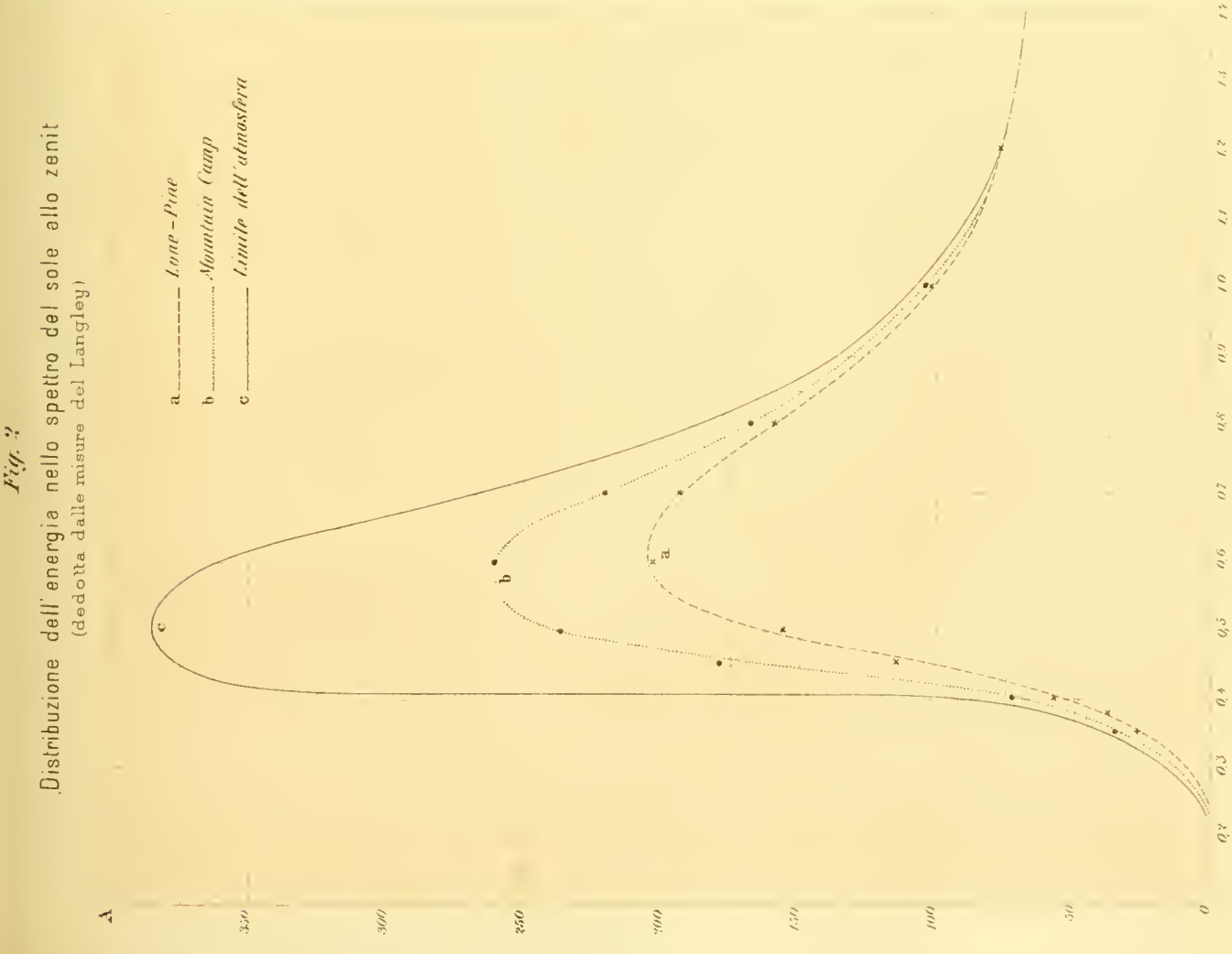


Fig. 2

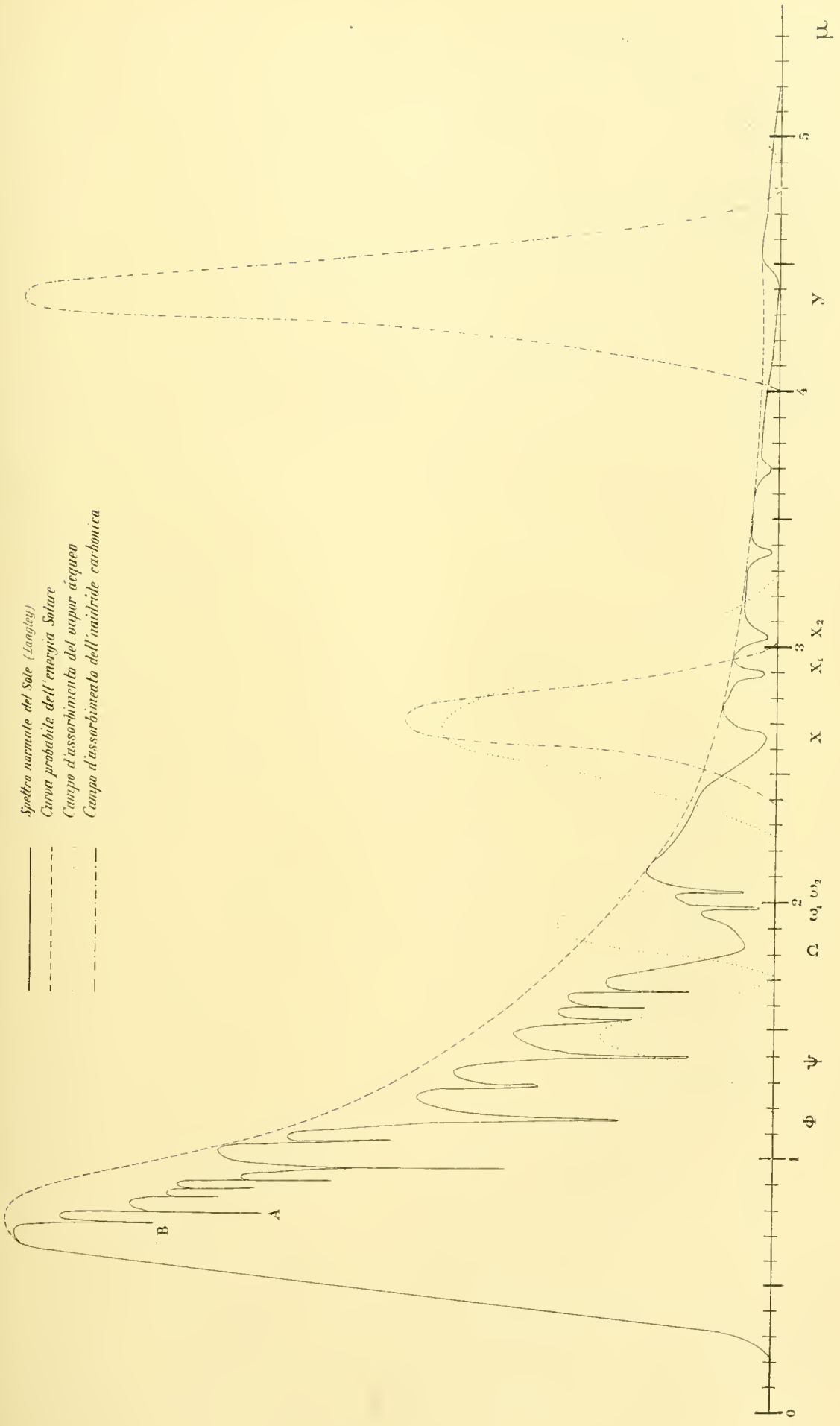
Distribuzione dell'energia nello spettro del sole allo zenit

(dedotta dalle misure del Langley)



Lit. Salussolia, Torino

Fig. 3


Spettro normale del Sole (Langley)
Curva probabile dell'energia Solare
Campo d'assorbimento del vapor acqueo
Campo d'assorbimento dell'anidride carbonica
B
A
0
1
2
3
4
5
μ
Φ
Ψ
C
ω1 ω2
X
X1 X2
Y

SCIENZE

MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO

SERIE SECONDA

TOMO XLVIII

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

MDCCCXCIX

PROPRIETÀ LETTERARIA

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi
e della Reale Accademia delle Scienze.

INDICE

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

La marina militare sabauda ai tempi di Emanuele Filiberto e l'opera politico-navale di Andrea Provana di Leynì; Memoria del Dott. Arturo Segre *Pag.* 1

Sulle principali vicende della Cisterna d'Asti dal sec. XV al XVIII; Memoria del Socio Gaudenzio Claretta . . . . . „ 165

Il participio attivo del perfetto nelle lingue ariane; Memoria di Fausto Gherardo Fumi . . . . . „ 239

LA

MARINA MILITARE SABAUDA

AI TEMPI DI

EMANUELE FILIBERTO

E

L'OPERA POLITICO-NAVALE

DI

ANDREA PROVANA DI LEYNÌ

Dal 1560 al 1571.

MEMORIA

DEL

Dott. ARTURO SEGRE

Approvata nell'adunanza del 12 Giugno 1898.

CAPITOLO I.

Sommario.

1. Arrivo di Emanuele Filiberto a Nizza (3 novembre 1559). Compensi ai fedeli. Il Leynì è fatto capitano generale delle galere. Sposa Caterina Spinola ed è investito dei feudi di Frossasco, Alpignano e S. Secondo. Margherita di Francia a Nizza. Sua malattia. Ardito sbarco del corsaro turco Ouloudy-Alì. — 2. Il passato della marina militare sabauda. — 3. I capitani di mare a Nizza nel 1560. Giovanni Moretto. Marcantonio Galléan, Giovanni Achardi, Girolamo Spinola ed altri. — 4. Prime galere. Dono di 4 galere dalla corte di Francia. Trattative per la consegna di queste e la compera di altre. Il Moretto e l'Achardi a Parigi e Fontainebleau. Capitoli del 1561 tra il Duca ed il Leynì. — 5. L'Achardi tratta la compera di 2 galere del conte di Carces, ma il contratto fallisce. Acquisto di nuove galere. — 6. Leggi severe del Duca per impedire l'uscita di marinai nizzardi dallo stato. Comando dato al cap. Erasmo Galléan. Morte di Giovanni Moretto. Il Duca compera la galera *Moretta* e quella del conte Scipione Fiesco. — 7. Tentativi di affitto e di vendita d'alcune galere. Capitoli del 1565 tra il Duca ed il Leynì, e del 1566 tra il Duca e lo Scaffa, commissario delle galere. Costruzione d'una nuova *Capitana*. I galeotti della marina sabauda. Stato di essa nel 1570. Conclusione.

1. — La pace di Cateau-Cambrésis col rendere ad Emanuele Filiberto buona parte dei suoi stati, restituì pure al misero Piemonte la tranquillità necessaria a guarire dei lunghi mali. A Torino, Chieri, Chivasso, Villanova d'Asti e Pinerolo, sventolava bensì ancora il vessillo francese, ma il matrimonio del Duca con Margherita, sorella del re Enrico II, prometteva in tempo non lontano un ritorno anche di quelle terre al dominio sabaudo.

Emanuele Filiberto anelava di rientrare nei suoi stati. Le feste del matrimonio,

la morte di Enrico II, ed un breve ritorno in Fiandra a cui fu costretto (1), l'occuparono fino all'autunno del 1559. Ma non appena si sentì libero, lasciata a Parigi la sposa con Carlo Provana di Leynì, abate della Novalesa (2), si calò in Provenza, desideroso di rivedere Nizza, la sua fedele città, e fare preparativi grandiosi per l'ingresso della sposa. Agli ultimi di settembre giunse a Lione, dove tutta la nobiltà piemontese e savoina venne a riceverlo e fargli omaggio (3). Dopo una breve corsa nella Bressa, s'imbarcò sul Rodano (4), scese ad Avignone: quindi per mare proseguì alla volta di Marsiglia, dove ebbe degna accoglienza dal luogotenente del Re in Provenza, Claudio di Savoia, conte di Tenda. Mentre s'avvicinava a quella città, vide accostarsi 3 galere, che portavano il suo vessillo. Era il suo fedele e provato ministro a Villafranca, Andrea Provana di Leynì, che colla flottiglia sabauda, accompagnato da gran numero di gentiluomini nizzardi, desiderosi di rivedere l'amato sovrano, esule per tanto tempo dai suoi stati (5), veniva a fargli omaggio e ricondurlo in patria. Ben presto infatti, il 3 novembre, approdò a Nizza in mezzo all'entusiasmo indescrivibile della popolazione (6).

Egli volle subito compensare i suoi fedeli. Il 10 novembre nominò Stefano Doria signore della Rocchetta, ed il 6 dicembre successivo lo scelse a consigliere privato, riconfermandolo nella carica di capitano generale della città e del contado di Nizza (7). Il Doria aveva bene disimpegnato i suoi doveri nei dolorosi anni della guerra; aveva sempre pensato all'utile del Duca e provveduto spesso colle proprie sostanze ai bisogni dei soldati (8). Nel maggio poi di quest'anno s'era recato personalmente in Fiandra per strappare al re di Spagna 23 paghe dovute ai soldati, e n'aveva riportato buona provvisione (9). Egli meritava che il Duca si ricordasse dei suoi servizi.

---

(1) Tonso, *De vita Emanuelis Philiberti*. Torino, 1596, pag. 135-36. Ruffia, *Historico discorso* (*M. hist. patriae Script.*, I), col. 1139. Guichenon, *Histoire généalogique de la royale maison de Savoye*, pag. 676-78. Gioffredo, *Storia delle Alpi marittime* (*M. h. p. Script.*), col. 1497. Ricotti, *Storia della monarchia piemontese*. Firenze, Barbèra, 1861, vol. II, pag. 107.

(2) Ruffia, loc. cit. Gioffredo, loc. cit., ecc., v. anche notizie su Carlo Provana nel mio: *Un gentiluomo piemontese della prima metà del secolo XVI Giacomo Provana di Leynì*. Genova, Sordomuti (Estratto dal " Giornale ligustico „, 1897, fasc. 1-2, pag. 17-18, 33-35, 42, 51.

(3) Ricotti, II, 107. Paris, *Négociations, lettres et pièces diverses relatives au règne de François II tirées du portefeuille de Sébastien de l'Aubespine, évêque de Limoges*. Paris, imprimerie Royale, 1841 (*Collection des documents inédits pour l'histoire de France*), pag. 795. " Le duc de Savoye arriva à Lyon à la fin du moys de septembre 1559, et feut receu honorablement au Logis du seigneur César Gros et fut réjousy (*sic*) toute la noblesse, tant de son pais que aultres, de voir un tant noble prince chrestien remis en bonne pais et concorde en France et alliez en scelle „.

(4) Ruffia, col. 1138. Guichenon, *Histoire de Bresse*, parte I, c. 85. Gioffredo, col. 1497. Ricotti, loc. cit. Paris, op. cit. " Il entra en son pays de Bresse et y feit ses entrée coment à Bera, Monluet et aultre, et de la se mist sur le Rhosne en ung bateo, bravement équipé, et descendit jusques à Nyce „.

(5) Tonso, pag. 136. " Marsiliam naviganti cum non longe abesset a portu, Andreas Provana occurrit, qui Nicea paulo ante discedens magnam lectissimorum hominum manum secum adducebat „. Ruffia, col. 1440. Gioffredo, col. 1497.

(6) Tonso, loc. cit. Ruffia, id. Gioffredo, id.

(7) Gioffredo, col. 1497. Le patenti di queste nomine furono date solo il 13 novembre 1560. V. *Arch. Camerale di Torino*. Controllo patenti reg. 8, fol. 93.

(8) Questo appare in un mio lavoro di prossima pubblicazione che ha per titolo: *L'opera politico-militare di Andrea Provana di Leynì nello stato sabaudo dal 1553 al 1559*. Estr. dagli " Atti della R. Accad. dei Lincei „, Memorie, serie V, vol. 6° (1898)].

(9) Rawdon Brown e Cavendish Bentinck, *Calendar of State papers and manuscripts relating to English affairs*, vol. II (1558-80). London, 1890, pag. 89. Paolo Tiepolo, oratore veneto presso il re di Spagna, al Doge. Bruxelles, 28 maggio 1559.

Il governatore del castello di Nizza, Carlo Mombello, conte di Frossasco, gravemente ammalato durante il 1558 ed i primi del 1559 era mancato ai vivi pochi mesi prima. Emanuele Filiberto per compensare il nipote suo, Tommaso Valperga di Rivara, che aveva servito con abilità nel castello durante i pericoli del 1558, gli diede il 1° dicembre la carica dello zio (1), ed il 18 dello stesso mese ratificò una disposizione testamentaria del conte defunto a suo vantaggio (2).

Ma i principali onori furono riserbati al Leynì, come superiori erano le sue benemerenze. Il defunto conte di Frossasco non aveva lasciato figli nè dalla prima moglie, Anna di Beriltz, nè dalla seconda, Caterina Spinola, che gli sopravisse. Egli aveva coperto alte cariche sotto il duca Carlo II (III), e godeva molta stima: nel 1553 infatti, alla morte del Duca, dopo il maresciallo Renato di Challant ed il conte Gio. Amedeo Valperga di Masino, era considerato il personaggio più notevole dello stato (3). Ma le guerre continue e la pertinace fedeltà alla casa sabauda avevano rovinato il suo patrimonio costringendolo per vivere all'alienazione di varî feudi. Nel 1540 vendette al cugino Sebastiano di Mombello, conte d'Entremont, cavaliere della SS. Annunziata, i feudi di Osasco e di Buriasco, riserbandosi la facoltà del riscatto dopo qualche tempo (4). La morte della sua prima sposa, Agnese di Beriltz, che lo lasciò erede delle sue sostanze il 13 luglio 1543 (5), portò un leggiero miglioramento nelle sue condizioni, e forse gli permise di riscattare il feudo di Buriasco. Ma il 2 gennaio 1546 era costretto di nuovo, e questa volta per sempre, a venderlo alla città di Pinerolo per 10.600 scudi d'oro (6). Fu certo per ristorare il suo patrimonio che il 25 aprile 1548 celebrò in età già matura nuove nozze con Caterina Spinola di ricca famiglia genovese (7); essa gli portò in dote 10.000 scudi, ma di questi solo la metà venne sborsata all'atto del matrimonio; per ottenere l'altra dovette il conte litigare col cognato Alfonso Spinola (8). Caterina in seguito per garanzia di tutta la somma prese ipoteca sui beni del marito, prevedendo, come avvenne, che la sua dote sarebbe scomparsa nel vortice delle sciagure che affliggevano l'intiero paese.

Infatti quando il conte nel settembre 1555 andò a prendere il governo del castello di Nizza era così povero, che gli mancavano quasi i mezzi da sostentarsi.

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 223, fol. 206. Nizza 4 novembre 1559.

(2) Il conte di Frossasco aveva lasciato ai fratelli Tommaso e Pietro Valperga di Rivara 100 scudi annui a censo di altri 231 scudi sui redditi del luogo e capitanato di Santià, provenienti da crediti e cessioni fatte dal conte al Duca Carlo. V. Claretta, *Les dispositions testamentaires de Charles de Montbel comte de Frosasque*. Chambéry, Ménard, 1895 (Estr. dalle " Mémoires de la Société savoisienne d'histoire et d'archéologie „, vol. XXXIV), pag. 32. V. la ratifica di Em. Filiberto in *Arch. di Stato di Tor., Protocolli ducali* cit., fol. 229. Nizza, 18 dicembre 1559.

(3) V. Claretta, *La successione di Em. Filiberto al trono sabaudo*. Torino, Botta, 1884.

(4) *Arch. Provana. Buriasco inferiore*, mazzo II, categoria 1ª, n. 25, Atto del 20 febbraio 1540 Questo archivio esiste a Pianezza ed appartiene al signor Agostino Fontana, il quale con squisita gentilezza me ne permise l'esame. Sulle strettezze economiche del Frossasco v. anche Claretta, *Les dispositions testamentaires* citate.

(5) *Arch. Provana*, loc. cit., n. 16.

(6) *Id.*, n. 21.

(7) *Id. Provana di Alpignano. Contratti di matrimonio e monacazioni*, mazzo I, cat. 4ª, n. 26. È il contratto dotale.

(8) *Id.*, n. 30.

La nuova occupazione poi, tenendolo a molta distanza dai suoi beni, aggravò ancora le sue condizioni. Egli finì i suoi giorni nelle sofferenze e nella miseria (1).

Caterina Spinola l'aveva accompagnato a Nizza, ed il Leynì che ebbe a trovarsi per varî anni in continua relazione col vecchio conte, prima come suo luogotenente, in seguito quale comandante di Villafranca, seppe cattivarsi l'affezione del marito ed anche, a quanto pare, della sposa. Il conte sentiva pel giovane capitano un affetto paterno. " Io lo tengo per mio fratello et figliolo „, scriveva il 25 settembre 1555 (2), " e se Iddio m' n' darà Io supplico sua Divina May^ta^ me li daga tali, perch' sariano compiti d'ogni virtù et della medema Integrità ch' io lo desideraria per servicio di V. Al. „. Caterina dovette certamente essere colpita dai modi e dal sentire nobile ed elevato del giovane ufficiale, che mostrava al conte, suo marito, rispetto e deferenza figliale, cosicchè dopo la morte del Frossasco s' unì a lui in matrimonio. Ignoro con precisione l'epoca; certo dovette accadere pochi mesi dopo la morte del conte, cioè negli ultimi del 1559 o ai primi del 1560, poichè il 29 settembre di quell'anno il conte di Rivara scrivendo al Duca parlava di Caterina già come sposa del Leynì (3).

Il conte di Frossasco, come dicemmo, era morto in condizioni disagiate, tant'è che il conte d'Entremont nel 1563 accettandone l'eredità, come parente più stretto, si riserbò il beneficio dell'inventario (4). Restavano i feudi di Frossasco, Alpignano e S. Secondo. Il Duca per compensare i servizi del Leynì e di suo padre, Giacomo Provana, ne diede l'investitura al nuovo sposo della Spinola il 28 dicembre 1559 (5). Ora il conte d'Entremont pretendeva anche diritti su quei feudi, mentre il Duca li riteneva a sè devoluti, non avendo il conte defunto lasciato figli maschi. Inoltre su

---

(1) Delle sofferenze fisiche e morali dell'infelice conte trattai nel mio lavoro già cit. di prossima pubblicazione: *L'opera politico-militare di A. Provana di Leynì* ecc.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Il conte di Frossasco al Duca. Castel di Nizza.

(3) *Id.* Tommaso Valperga di Rivara al Duca. Castel di Nizza 29 settembre 1560. " Il s^r^ di Leynì arivò alli 26 a Villafranca che fu giobia lassando la contessa soa consorte a San Remo ... „.

(4) *Arch. Provana. Provana di Alpignano. Testamenti,* mazzo I, cat. 5^a^, n. 18, Atto dell'11 luglio 1563.

(5) *Eredi Provana di Alpignano,* vol. I. La patente è data a Nizza. Il Duca dichiara esplicitamente " Cum illa que maguifici misere dilecti fideles nostri quondam Iacobus Provana, tribunus millitum et aeconomus seu hospitii nostri magister Necnon Andreas Provana, eius filius antescripti, consiliarius actiumque portus nostri Villefranche prefectus, condominus Laynici etc. in quo magis animum eorum Iunctum Illustrissimo et excellentissimo quondam genitori nostro recolende memorie et nobis demonstrarunt maxime rebus nostris difficillimis nedum summo studio et voluntate utrum etiam annis et Iugentis apparatis tum rerum et facultarum dispendio, tunc vite discrimine prestiterunt, nullis unquam adversitatibus nec periculis a nostra fide et devotione averti potuerunt .... cumque mag.^cus^ sincere dilectus ... arci nostre Nicie et totius comitatus prefectus Carolo a Montebello comite Fruzaschi, Alpignani et Sancti Secundi domino paucis ab huiusmodi mensibus nullis post se relictis filiis legittimis decesserit, dictusque comitatus et dominia omnibus pertinenciis et dependentis universis fuit dirrecti domini et etiam et investiturarum tenore nobis, *ut supremo dirrecto domino Iure legitimo, cesserunt et devolute sunt Illa quae utile ... omni dirrecto,* consolidatum esse videatur, proinde considerantes gratta et accepta obsequia per dictos patrem et filium de Provanis nobis prestita ... eidem mag^co^ andree provane condomino laynicii carissimo renunciavimus dedimus et donavimus perpetua et irrevocabili donatione, sua ad presens et inter vivos nuncupatur predictum comitatum et locum Fruzaschi cum villis et locis eidem comitatus et locis annexis, oppida Alpignani et Sancti Secundi cum omnibus et quibuscumque iuribus etiam titulo comitati et dignitate „.

essi v'era l'ipoteca dotale di Caterina Spinola. Ciò diede origine ad una lunga lite, il cui esito vedremo a suo tempo (1).

Il 1° gennaio 1560 Emanuele Filiberto nominò anche il Leynì capitano generale delle galere (2), alta carica che da lunghi anni nessuno aveva più coperto nello stato sabaudo, e lo investì del feudo di Beinette, vacante per la morte di Gruato Provana senza discendenti maschi (3). Certo se alti erano i meriti del Leynì, grande fu pure il premio che ne ricevette.

Dopo una breve corsa a Cuneo, città gloriosissima fra quante erano nello stato, Emanuele Filiberto fece ritorno a Nizza, ed il 7 gennaio 1560 su 2 galere, la *Capitana* (o *Patrona*), nave ammiraglia, e la *Margherita*, guidate dal Leynì e dal capitano Giovanni Moretto, salpò alla volta di Marsiglia per incontrare la sposa e condurla nello stato (4). Margherita partita da Parigi il 22 ottobre 1559 (5), dopo breve fermata a Blois (6), passando per Lione, era giunta in Provenza (7), a Marsiglia. Nella seconda metà di gennaio Emanuele Filiberto sulle galere sabaude, a cui facevano scorta altre 4 di Francia sotto il conte di Tenda ed Antonio Escalin des Aimars, barone de la Garde, ammiraglio di Francia, la condusse a Nizza. Questa città aveva per l'occasione costrutto un lungo ponte di travi e legnami con ornamenti di tappeti, pitture, festoni e verdure. " A quello accostatasi la galera capitana, vi dismontò Madama col seguito delle sue Dame e Cavalieri, aiutandola cortesemente il Duca assistito dal signor di Leyny, Generale delle sue galere, e dal capitano Moretto a disbarcare „ (8).

---

(1) *Id.*, n. 4. Transazione del Leynì colla contessa di Entremont. Torino, 14 gennaio 1576.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 223 *bis* (1560), fol. 7.

(3) *Id.*, fol. 130. Nizza, 1° maggio 1560. Claretta. *Dell'Ordine Mauriziano nel primo secolo della sua ricostituzione e del suo grand'ammiraglio Andrea Provana di Leynì*. Torino, Bocca, 1890, p. 22. Il Leynì alcuni mesi prima, il 15 gennaio 1560, aveva fatto atto di possesso di S. Secondo. V. *Archivio Provana. Feudo di San Secondo*, mazzo I, cat. 1ª, n. 3. Gruato Provana aveva lasciato due figlie, Adriana ed Angelica, a cui il Duca, dietro istanza della madre, Ludovica, concesse il resto dei feudi paterni, pure a lui devoluti, cioè la metà del feudo di Castel Reniero, l'8ª parte della 12ª di quello della Chiusa, con vari altri beni del territorio di Avigliana. V. *Arch. camerale di Tor.* Concessioni 1561-63, fol. 198-99, 13 luglio 1560.

(4) Il Gioffredo, col. 1499-500, scrive che il Duca partì da Nizza il 5 gennaio; il giorno non è esatto. V. *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo III. Lettere di varî ad Antonio Maria di Savoia, conte di Collegno. Gaspare Ponziglione al Collegno, Nizza, 5 *gennaio* 1560 " S. A. parte lune per Marsiglia nelle sue due gallere a ricevere Madama nostra ser.ma „. *Id.*, Gio. Tommaso Langosco di Stroppiana al Collegno. Nizza, 5 *gennaio* 1560 " Mádama nostra sereniss.ma giongerà alli 9, dico nove, in Marseglia. S. A. partirà lunedì per andarla a tuore et credo che alli 20 poterà giongere qua „. *Id.* Il segretario Giovanni Fabri al Collegno, Nizza, 6 *gennaio* 1560 " La cosa non è ancora publicata, nè penso che si faccia niente inanti la venuta di Madama nostra, la quale è Avignion, et sua Alt. parte lunedì, per che sarà tra due dì per incontrarla „.

(5) *Calendar of State papers. Foreign Series of the reign of Elisabeth 1558-59*, ed. da Joseph Stevenson. London, 1863, pag. 186. Sir Nicolas Throckmorton amb. inglese alla corte di Francia, alla regina. Parigi, 25 ottobre 1559.

(6) Rawdon-Brown e Cavendish Bentinck, op. cit., VII, pag. 134. Gio. Michiel, amb. in Francia, al doge di Venezia. Blois, 16 novembre 1559.

(7) Paris, *Négociations* cit., pag. 795. 1559 e 1560. " Au moys de décembre, bien dix jours avant Noël, le dimanche, madame Marguerite de France, ... arriva à Lyon ... et puis le dimenche avant Noël prochain, elle délibera de s'en aller, et partir pour aller trouver monsieur de Savoye, à Nyce „.

(8) Gioffredo, col. 1590. Descrivono l'arrivo di Margherita a Nizza anche il Tonso, p. 137, ed il Ruffia, col. 1142. Da essi trassero il Durante, *Histoire de Nice depuis sa fondation jusqu'à l'année*

Rimasero i Duchi lunghi mesi a Nizza. Emanuele Filiberto aveva per questa città una predilezione fin dalla prima giovinezza. Il dolce clima e la bellezza della natura, uniti ai sentimenti non dubbi di quei cittadini verso di lui, gli rendevano la dimora graditissima. Là egli diede i primi ordinamenti al paese. Dispose perchè le nuove fortificazioni di Nizza, cominciate durante la sua residenza in Fiandra, si compiessero, pose le basi al forte di S^t^ Hospice, situato sul promontorio di questo nome, ad oriente del porto di Villafranca, il quale difendeva l'ingresso di questo porto (1), e per rendere facili le comunicazioni di Nizza e Villafranca col centro del ducato fece il disegno d'una strada che unisse Cuneo a Villafranca. Così il trasporto delle mercanzie riusciva meno faticoso, ed il commercio ne traeva rigoglio (2).

Queste non furono che una piccola parte delle disposizioni prese dal Duca in quei giorni di vero riposo dopo tanti anni di agitazioni e di guerre. Sgraziatamente il riposo non fu privo d'amarezze. Ai primi del mese d'aprile Margherita fu colpita da malore gravissimo. La corte di Francia ne ebbe molta inquietudine, e la regina madre mandò in fretta a Nizza uno dei suoi medici principali, desiderando che la salute di Margherita fosse in buone mani (3). Lo stato della duchessa fu nondimeno per molti giorni allarmante. Il governatore di Milano, Duca di Sessa, che stava per ritornare in Ispagna, ritenendo quasi certa la fine di Margherita, sospese la partenza, e scrisse alla corte per averne istruzioni (4). Il Sessa riteneva probabilmente che, morta Margherita, la Francia avrebbe negato ad Emanuele Filiberto di aprir trattative per la restituzione delle piazze ancora occupate. La corte non divideva le sue paure, e la risposta avutane indusse il Sessa a rimettere i suoi scrupoli ed a partire. La Duchessa per fortuna migliorò, ma ancora ai primi di maggio si temeva rimanesse etica (5). Non fu che nel mese di luglio che essa ricuperò la salute (6).

Era Margherita, si può dire, convalescente, quando successe un caso, che per le conseguenze sue poteva riuscire sciagura irreparabile allo stato. Il 1° giugno il Duca, appassionatissimo di cose marinaresche (7), andava a diporto su d'una bar-

---

1792. Turin. Favale, 1823, tomo II, pag. 341, il Tisserand, *Histoire civile et religieuse de la cité de Nice et du département des Alpes maritimes*. Nice, Viscouti e Delbecchi, 1862, vol. II, pag. 51 ed il Toselli, *Précis historique de Nice depuis sa fondation jusqu'en 1860*. Nice; Cauvin, 1867, vol. I, pag. 164.

(1) Ruffia, col. 1442. Gioffredo, col. 1504. Durante, II, 341. Tisserand, II, 51. Toselli, I, 164.

(2) *Archivio di Stato di Venezia. Senato secreta. Savoia Dispacci. Rubricario* I (1560-89), fol. 2. Nizza 5 maggio 1560. " Scrive il disegno di quel Duca sopra l'accommodar le strade da Villafranca a Cuni per poter coudurvi mercantie „.

(3) Rawdon-Brown e Cavendish-Bentinck, op. cit., VII, pag. 185. Gio. Michiel al doge. Amboise 6 aprile 1560.

(4) Rawdon-Brown e Cavendish Bentinck, op. cit., VII, 183. Paolo Tiepolo, oratore in Spagna, al Doge. Toledo 15 aprile 1560 " The Duke of Sessa remains at Milan owing to the illness of the Duchess of Savoy, in the event of whose death he demands instructions „.

(5) *Arch. di Stato di Venezia, Rubricario* cit., fol. 2. Nizza. 22 maggio 1560. " Scrive l'officio che fu fatto con la duchessa havendola visitata al letto per esser inferma con dubio di devenir etica „.

(6) De la Ferrière, *Lettres de Catherine de Médicis*, vol. I (1533-63). Paris, Imprimerie Nationale, 1880, pag. 144. Caterina ad Em. Filiberto, fine luglio 1560. Si congratula della guarigione di Margherita, e ringrazia il Duca delle cure prodigatele.

(7) Albèri, *Relazioni degli ambasciatori veneti*, serie II, vol. I, pag. 423. Andrea Boldù, Savoia 1561. Il Duca " soprammodo si compiace di galere e cose di mare, anco più che di quelle di terra „.

chetta nel porto di Villafranca, accompagnato dai principali signori della corte, il Leynì, il marchese de la Chambre, il colonnello Guido Piovena, ed alcuni altri nobili, quando improvvisamente 9 galeotte di Algeri apparvero in vista, sotto uno dei più famosi corsari dell'epoca, Ouloudj-Alì, al secolo Luca Galeni, rinnegato calabrese (1). Venti giorni prima, l'11 maggio, all'isola di Gerbi la flotta spagnuola, comandata dal Duca di Medina Celì, vicerè di Sicilia e da Gio. Andrea Doria vi era stata pressochè distrutta dall'armata turchesca di Pialì pascià (2). L'Ouloudj-Alì, che aveva contribuito alla vittoria, approfittando del successo, si spinse rapidamente nei mari italici, saccheggiò Taggia, Roccabruna ed altre terre della riviera ligure, ed il 1° giugno comparve nelle acque di Villafranca.

Appena il Duca s'accorse del pericolo, sbarcò, e vedendo il corsaro turco mettere a terra al capo Saint-Hospice alcune centinaia d'uomini, raccolse in fretta 300 fanti e 25 archibugieri, comandati da Guido Piovena, per respingerli. Il nemico finse di ritirarsi e trasse in un'imboscata gli archibugieri del Piovena che furono distrutti; il Piovena rimase prigione. Il Duca, volendo aiutarlo, irruppe sul nemico, ma i suoi soldati non resistettero al cozzo, sicchè per alcuni momenti il coraggioso principe arrischiò di cadere nelle loro mani. Fu Gio. Battista Spinola, figlio di Bernardo, il banchiere del Duca a Genova, scampato miracolosamente dai Turchi, che lo indusse in tempo a ritirarsi. Sarebbe stata davvero una dolorosa umiliazione pel vincitore di San Quintino e di Gravelines, pel massimo uomo di guerra dell'epoca!

Emanuele Filiberto riparò a Villafranca, tenendo a distanza il nemico coll'artiglieria dei forti, mentre il Leynì, salito in fretta sulle galere, le scostò dalla riva, assicurandole così da ogni pericolo. Nello scontro morirono 15 o 20 uomini, 40 soldati e 3 gentiluomini rimasero prigionieri (3). Il giorno dopo Emanuele Filiberto

---

(1) Scrivo *Ouloudj-Alì*, e non Ulugh-Alì, come si vede di solito (perchè il nome turco del Galeni era realmente Ouloudj-Alì). V. Charrière, *Négociations de la France dans le Levant*, tomo III (Paris, 1850), (*Collect. des documents inédits pour l'histoire de France*), pag. 120.

(2) Un'esposizione interessante di questa catastrofe dà il Jurien de la Gravière, *Les corsaires barbaresques et la marine de Soliman le Grand* (Paris, Plon, 1887, pag. 271-78. V. anche, e con maggior esattezza il Manfroni, *Storia della marina italiana dalla caduta di Costantinopoli alla battaglia di Lepanto*. Roma, Forzani, 1897, pag. 416-19), dove anche si dànno le indicazioni bibliografiche della catastrofe. La notizia di questa si diffuse rapidamente ed atterrì la cristianità. *Arch. di Stato di Venezia. Senato Secreta. Spagna Dispacci*, n° 4 (1559-62), Paolo Tiepolo al Doge, Toledo 2 giugno 1560 " Nell'espedir del presente corriero è giunto l'infelice aviso della rotta dell'armata cristiana al Zerbi con perdita di 30 galere et 32 navi, che ha portato, come era ragionevole, infinito dispiacere a tutta questa corte „ (è pubbl. questo dispaccio in Rawdon-Brown e Cavendish Bentinck, op. cit., VII, pag. 212-13). *Id., Roma Dispacci*, 1557-58. Marc'Antonio da Mula al Doge. Roma 20 maggio 1560 " A gl'undici del presente l'armata Turchesca fu sopra le Zerbe, la qual veduta l'armata del Re catt.co al n° di 45 galere e 35 navi parte nel porto, parte poco lontano dal Porto, si mese in fuga e si diede a salvarsi parte sotto le Zerbe, et parte alla volta del mare, con vento stretto, onde in conclusione non si salvarono per quanto io ho fin qui se non 17; dell'altre si vede che o tutte o quasi tutte siano andate in mano di Turchi, et non posso mandarne più particolar avviso, per non haver tempo di far copiare lunghe scritture et relationi, che vi sono, tutte in conformità del fatto sopradetto „. *Arch. di Stato di Genova. Lettere ministri, Spagna*, mazzo II (1539-1564). La Signoria all'amb. Marcantonio Sauli. Genova, 29 maggio 1560. È una descrizione dell'accaduto.

(3) Ruffia, col. 1143-44. Guichenon, *Histoire généalogique* ecc., pag. 679. Ricotti, II, 110-11. Manno e Vecchi, *Note istoriche sulla marineria savoina* (in " Rivista marittima „, 1879, vol. 1° e 2°), vol. 1°, pag. 431 e 432. Claretta, *Dell'Ordine* cit., pag. 22-23. Leggero accenno v'ha in Manfroni,

riscattò i prigionieri a prezzo di 300 scudi per gentiluomo e 100 per ogni soldato. L'Ouloudj-Alì pose anche, com'è noto, per condizione di visitare la Duchessa, ma si riuscì facilmente ad ingannarlo, mostrandogli la prima dama d'onore della medesima, Maria de Gondi, signora di Racconigi. Il corsaro turco ripartì quindi senza più dare molestia alle genti ed alle terre del Duca, pregato anche con istanza dal barone de la Garde, a nome del nuovo re di Francia, che manteneva sempre colla Turchia i buoni accordi dei tempi di Francesco I e di Enrico II (1).

Storia della marina ecc., pag. 408. V. inoltre *Arch. di Stato di Torino, Genova, Lettere ministri*, mazzo I, Bernardo Spinola al Cocconato. Genova 12 giugno 1560. " Harà V. S. inteso la lacrimosa scaramuzza segnita nel cavo S. Spizo [*S. Ospizio*], la quale mi molesta tuttavia per il dishonor che non vi dovea giamai andar un tanto Principe, il pericolo del quale è stato grandissimo. Nel male . . . ambi mey figli [*Girolamo e Gio. Battista*] hanno corso periculo grandissimo, et il Gio. Battista non si possendo più diffendere già s'era reso a sey turchi, quando fu morto quel Turcho che lo disarmava da una archibusata, e cussì sia scapò et fu serviggio di soa Al. per l'aviso che le diede che si salvassi per che lo seguivano li Turchi al continuo alla coda. Iddio ne sia ringraciato „. V. *Arch. di Stato di Venezia, Rubricario* cit., fol. 2. Nizza, 2 giugno 1560 " . . . scrive particolarmente [*l'amb. veneto*] il caso occorso di alquante fuste barbaresche che hanno posto gente in terra a quelle marine, et menati captivi alquanti di quelli del Duca, et de suoi principali che posti sopra un monte voleano ributtarli, et il Duca con fatica essersi salvato, et le fuste mostrato di dar riscato „. *Id.*, *Roma, Dispacci* (1560-61). Da Mula al Doge. Roma, 21 giugno 1560 " . . . nove fuste Turchesche misero in terra quattrocento turchi presso Villafranca. Volendo il Duca provedere a i danni, uscito alla campagna con molti de suoi gentilhuomini, d'essi ne furono presi da 60 et S. Ecc.ª mancò di poco, che non fosse fatto prigione, et non scrivo i particolari, perchè gli saprà dal suo Clar.mo Amb.e „. — *Calendar of S. p.* cit., pag. 142. Sir Nicolas Trockmorton alla regina Elisabetta. Dreux, 24 giugno 1560. " Certain Turks landed of late at Nice, and notwithstanding 600 or 700 horse and foot that the Duke of Savoy (being them within the town) assembled upon the sudden, they pressed him so near that they took two of the chiefest gentlemen about him and he himself escaped very hardly „. I due gentiluomini morti, a cui lo Trockmorton accenna, sono probabilmente Carlo dei conti di Valperga, che morì annegato, ed il signor di Cusineng savoiardo. Ma pare che anche un signor di Morcelle fiammingo abbia lasciato la vita nello scontro. V. Gioffredo, col. 1505.

(1) Ruffia, col. 1144. Gioffredo, col. 1506. Ricotti e Claretta, opere citate. V. *Arch. di Stato di Venezia, Rubricario* cit., fol. 2. Nizza 8 giugno 1560. " Scrive il riscatto che ha fatto il Duca delli sui presi dalle fuste di Algeri et il numero di quelli morirono nel combatter. *Item* l'officio ch'il Governator de l'armata francese ha fatto con detti corsari acciò non inferiscano più danni alli luoghi del Duca, per esser parente dil Re x.mo, li quali risposero esser sta irritati da quelli del Duca. Descrive molti danni fatti da loro in quelli mari, et li nomi delli capi delle fuste „. I Francesi fecero buona accoglienza ai Turchi nella loro costa di Provenza; la cosa dispiacque al Duca, che ne fece lagnanza per mezzo del vescovo di Tolone, Girolamo della Rovere, suo ambasciatore a Parigi. V. *Calendar of S. p.* cit., pag. 183. Trockmorton al Privy Council. Parigi 8 luglio 1560 " The Duke of Savoy has redeemed his gentlemen taken at Nice out of the Turk's hand for 12,000 crowns, and the Turk's arriving at Antibes and other ports of the French King received fresh water and victual, where of the Duke of Savoy by his Ambassador resident has complained, of which matter it may like them to inform the King of Spani's Ambassador „. — *Id.*, pag. 189. Sir James Melville a Sir Henry Killigrew. Markbourg (in Assia) 12 luglio 1560. " A latter has come from Italy that some Turks have landed at Marseilles, and done much harm, and defeated a band of the Duke of Savoy's men at army, and taken divers gentlemen „.

Il Forneron, *Histoire de Philippe II*, Paris, Plon, 1881-82, vol. I, pag. 365 così narra i fatti: " Un esclave de plus haut rang encore fut quelques heures entre les mains des infidèles. C'était le premier homme de guerre de l'époque, après le duc de Guise, le duc de Savoie, Philibert. Pendant qu'il était dans son château de Villefranche, à côté de Nice, neuf galères algériennes vinrent brûler Roquebrune, et jeter a terre quelques corsaires au fond de la rade même de Villefranche. Sans attendre les renforts et l'artillerie de Nice, Philibert fond sur ceux qui viennent de débarquer les met en fuite, les poursuit dans la montagne. Mais les Turcs des galères qui l'ont vu s'aventurer ainsi presque seul, débarquent à la hâte, le poursuivent a son tour et le font prisonnier. Les ren-

Notammo già come il Duca volesse dare sviluppo alla sua marineria. L'incidente di Ouloudj-Alì lo persuase ad occuparvisi immediatamente. Egli desiderava prendere la rivincita sul Turco, ed assicurare per sempre il contado di Nizza dalle incursioni barbaresche. Vediamo adunque i progressi della marina militare savoina durante il suo governo.

2. — Per comprendere tutta l'importanza dell'opera marinaresca di Em. Filiberto è indispensabile osservare dapprima con sguardo sintetico quella dei suoi predecessori.

La storia della marina piemontese, comincia, com'è naturale, coll'acquisto del primo porto di mare dello stato, quello di Nizza nel 1388, fatto dal conte di Savoia, Amedeo VII. Tuttavia sappiamo che in altri tempi ed in altri luoghi ebbe la casa sabauda ad occuparsi già di cose navali. Sotto Amedeo V, il Grande, nel 1287, a Villanova di Chillon sulle rive del lago di Ginevra fu costrutta da marinai genovesi una galera, la prima che portasse vessillo sabaudo. Amedeo V voleva approfittare delle acque del lago per estendere la sua autorità su quelle contrade. I cantieri di Chillon diedero buone navi anche ad Amedeo VI, che tenne ai suoi stipendi esperti costruttori e piloti genovesi, di cui era capo Giovannino da Genova. La flottiglia del lago servì ad Amedeo contro i ribelli del Faucigny e all'assedio di Gex. Un porto di mare tuttavia sarebbe stato per quel principe così illustre di grande utilità quando nel 1366 intraprese la crociata contro i Mussulmani. Egli dovette servirsi di navi veneziane, genovesi e marsigliesi, amalgama che l'obbligò a dar fuor le sue famose ordinanze, per regolare la navigazione ed il combattimento d'ogni parte della flotta (1).

Quel che Amedeo VI potè solo desiderare fu attuato da Amedeo VII, il Conte Rosso, coll'acquisto di Nizza. Amedeo VII tuttavia, per quanto sappiamo, non diede alle cose di mare alcun impulso. S'occupò di rafforzare con opere difensive la città ed il contado, cosicchè nel 1428, sotto il regno di Amedeo VIII, quando i mari di

---

forts arrivent de Nice, assez à propos pour le délivrer avant qu'il soit mis à bord „. Tralascio il giudizio del Forneron, che pone Francesco di Guisa innanzi ad Em. Filiberto, come uomo di guerra. Per me credo che l'espugnatore di Hesdin, il liberatore di Renty, il vincitore di San Quintino e di Gravelines tenga assolutamente il primo posto fra i capitani dell'epoca. Noto pinttosto come il racconto del Forneron sia pieno d'inesattezze, ed erroneo affatto nell'esito finale. Egli cita come fonte il Leti (*Vita del re Filippo II*), libro XV, pag. 359, ma il Leti è un autore da citarsi col beneficio dell'inventario, e d'altra parte trattandosi d'un fatto di storia piemontese, avrebbe il Forneron dovuto conoscere almeno il Ruffia ed il Gioffredo. Osserverò di passaggio come questo non sia il solo errore e la sola negligenza del Forneron, il quale accanto a pagine felici del suo lavoro, ne scrive non poche d'una leggerezza veramente deplorevole.

Del resto gli storici francesi hanno poca simpatia pel vincitore di San Quintino, tant'è che i signori Lavisse e Rambaud nel IV vol. della loro *Histoire générale du IV^e^ siècle à nos jours*, Paris, Colin et C^e^, 1894, pag. 128-31, narrando le campagne di Fiandra dal 1553 al 1558, si guardano dal nominare una sol volta il grande principe, neanche discorrendo di San Quintino. Eppure non dimenticano i nomi di altre personalità ben inferiori alla sua!

(1) Emilio Prasca, *Due ordinanze militari marittime del Conte Verde (1366)* in " Rivista marittima „, giugno, 1891. Id., *La marina da guerra di Casa Savoia dalle sue origini in poi* (in " Rivista marittima „, giugno e luglio, 1892), pag. 363.

Provenza vennero infestati dai corsari barbareschi, il Principe non potè far altro che raccomandare la vigilanza ai castellani di Villafranca, Eze e Turbie, dove erano state erette opere difensive di qualche importanza (1).

Amedeo VIII diede incremento alla marina commerciale di Nizza, e cercò di fondarne una intieramente militare. Avevano i Nizzardi nel 1384 ottenuto da una famiglia Grimaldi, oriunda di Genova, il possesso di un arsenale, venduto nel 1366 dal siniscalco Raymond d'Agout ad un membro di quella famiglia, Pietro Grimaldi. Amedeo VIII confermò la cessione nel 1449 (2).

Memore poi dei pericoli del 1428 il nuovo Duca di Savoia incaricò nel 1431 Cipriano di Roncalliolo di presiedere alla costruzione di parecchie galere, delle quali una venne affidata a Simone del Pozzo, eletto nel 1433 capitano delle galere e direttore delle fortificazioni di Villafranca (3). La galera di Simone del Pozzo in quell'anno stesso si recò a Cipro per imbarcarvi Anna Lusignano, sposa di Lodovico, conte di Ginevra, secondogenito di Amedeo VIII (4). Quando il 1° gennaio 1434 essa fu di ritorno a Nizza colla reale sposa (5), venne disarmata (6). Nell'anno seguente troviamo un'altra galera sabauda veleggiante verso l'Italia meridionale, per ricondurre in patria Margherita, regina di Sicilia, che Amedeo VIII, suo padre, voleva presso di sè. La principessa imbarcatasi a Cosenza in Calabria sbarcò a Villafranca l'8 dicembre 1435 (7); due giorni dopo la galera era posta in disarmo (8). Il Duca di Savoia possedeva dunque allora 2 galere, una, quella che fu disarmata nel 1435, l'altra, la galera che andò a prendere la regina di Sicilia. Che si trattasse qui di due galere distinte appare quasi evidente, se si consideri nel 1436 Nicod de Menthon, governatore di Nizza, fu scelto a capitano di 2 galere grandi e 2 piccole da armarsi, ed il concilio di Basilea nel conferirgli simile carica disse esplicitamente che le galere grandi appartenevano al Duca di Savoia. Questa flottiglia venne raccolta a Villafranca, ma non partecipò ad alcuna spedizione, ed ebbe anche breve durata, perchè nel 1439 la galera che aveva condotto Anna di Cipro a Nizza era venduta; così la marina da guerra del ducato si ridusse ad una galera (9).

Il grado d'ammiraglio nello stato sabaudo pare, abbia ricevuto per la prima volta Giovanni Grimaldi, signore di Monaco, eletto nel 1448 *capitaneus generalis*

---

(1) Nel 1388 Amedeo VII eleggeva Foulques de Castello castellano di Villafranca. Il 1404 troviamo questa carica occupata da Bartolomeo de Sollerio, che fortificò quella piazza in quell' anno per ordine di Jean de Conflans, e nel successivo per ordine di Bonifacio di Challant. Vedi il bel lavoro del Cais de Pierlas, *La ville de Nice pendant le premier siècle de la domination des Princes de Savoie.* Turin, Bocca, 1898, pag. 46, 103-4.

(2) Cais de Pierlas, op. cit., pag. 211-12.

(3) Id., pag. 212-13.

(4) Gioffredo, col. 1054. Prasca, *La marina da guerra* cit., pag. 364. Cais de Pierlas, pag. 168.

(5) Id., opere citate.

(6) Gioffredo, loc. cit. Cais de Pierlas, loc. cit.

(7) Cais de Pierlas, pag. 213.

(8) *Arch. Camerale di Torino, Conti delle galere e fortificazioni di Villafranca*, mazzo I, n. 1, 10 dicembre 1435 " Inventario dei mobili ed artiglieria esistenti nella galera rimessa in custodia a Giorgino Armandi Comite delle galere del Duca di Savoia nel porto di Villafranca... „. V. anche Cais de Pierlas, pag. 214.

(9) Cais de Pierlas, pag. 213.

armatarum nostrarum maritimarum (1), poi Lamberto Grimaldi, suo successore, nel 1465 (2), ed infine Cristoforo Gioffredo nel 1468. Il Gioffredo, secondo i patti, costrusse una galeazza detta *Sancta Maria*, della quale fu riconosciuto patrono a vita (3). La lunga guerra di Cipro, intrapresa dal duca Lodovico nel 1461 per sostenere i diritti del principe Lodovico, suo figlio, sposo di Carlotta di Lusignano, diede occasione al Duca di armare nuovamente le galere, a cui unì parecchie navi private nizzarde e genovesi (4).

Dopo questa spedizione la marina militare sabauda languì, mentre continuò a fiorire quella di privati Nizzardi. Nel 1475 Folco Varletti di Nizza armò una nave, che recò gravi danni ai Mori, e, specialmente all'Egitto, predando alcuni vascelli turchi; ciò procurò ai cavalieri Gerosolimitani di Rodi non poche brighe, avendo essi dato ospitalità alla nave (5). Cristoforo Gioffredo pure nel 1483 armò un'altra nave per vendicarsi di rapine fatte nelle costiere di Nizza da corsari catalani e risarcirsi dei danni sofferti (6).

Carlo I avrebbe dato volentieri incremento alle cose marinaresche, e quando nell'ottobre 1488 si recò a Nizza, forse aveva quell'intenzione, ma ignoriamo quali siano i provvedimenti da lui presi. Egli fece presto ritorno a Torino, occupato in un viaggio alla corte di Francia, reso necessario da gravi considerazioni politiche (7). Tuttavia l'anno dopo, a Villafranca, i fratelli Galléan, famosi armatori nizzardi, costrussero una galera che fu tra le più belle vedute in quell'epoca (8). Essa costò però molti dolori e sofferenze ai Galléan, eccitando la gelosia e l'odio dei Genovesi, che si rodevano nel vedere i Nizzardi gareggiare con essi in cose di mare (9). Di qui una serie d'ostilità, che diede non poco incaglio al commercio di quelle regioni, già tribolato dai corsari spagnuoli.

Coll'intento di por termine alle ruberie e rappresaglie Bianca di Monferrato vietò ai suoi sudditi di uscire dai porti con legni armati, e corseggiare a danno di cristiani. Il 20 marzo 1494 poi strinse coi regnanti d'Aragona e di Castiglia, Ferdinando il Cattolico ed Isabella, un accordo, stipulato a Barcellona 20 giugno 1493, pel quale era sancita libertà di commercio e la liberazione di tutti i prigionieri fatti nelle scaramuccie coi catalani (10).

La calata di Carlo VIII e le successive guerre tra Lodovico il Moro, Duca di

---

(1) Cais de Pierlas, *Documents inédits sur les Grimaldi et Monaco et leurs relations avec les Ducs de Savoie suivie des Statuts de Menton*. Turin, Bocca, 1885, pag. 53. Saige, *Documents historiques relatifs à la principauté de Monaco depuis le quinzième siècle*, vol. I, préface, pag. 132. Cais de Pierlas, *Le premier siècle* ecc., pag. 215.

(2) Saige, op. cit., I, pag. 347. Cais de Pierlas, *Le premier siècle*, pag. 216.

(3) Gioffredo, col. 1127. Cais de Pierlas, *Le premier siècle*, pag. 216.

(4) Saraceno, *Due anni di regno di Ludovico duca di Savoia* in " Curiosità e ricerche di storia subalpina „, vol. II, pag. 551 e ss. Gabotto, *Lo Stato Sabaudo da Amedeo VIII ad Em. Filiberto*, vol. I. Torino, Roux, 1892, pag. 53 e 57. Cais de Pierlas, *Le premier siècle* cit., pag. 217-19.

(5) Gioffredo, col. 1137.

(6) Id., col. 1147.

(7) Gioffredo, col. 1161-64. Gabotto, op. cit., II, 385-86.

(8) Gioffredo, col. 1166. Tisserand, *Histoire civile* cit., II, pag. 7.

(9) Gioffredo, col. 1169-79. Tisserand, II, 8. Gabotto, II, 482-89.

(10) Gioffredo, col. 1180-87. Gabotto, II, 489-91.

Milano, la Signoria veneta, l'imperatore Massimiliano e Ferdinando il Cattolico contro la Francia, diedero molte preoccupazioni al governo sabaudo, che si disinteressò quasi completamente dalle cose di mare. Le condizioni geografiche e politiche costringevano i Duchi di Savoia, Filippo *Senza Terra* e Filiberto II, a mantenere buon'armonia col re di Francia. Anzi Filippo lasciò aperti a Carlo VIII i porti di Nizza e Villafranca, cosa molto arrischiata, che poteva essere fonte di gravi sciagure, poichè stava sulle coste liguri in quegli anni una piccola flotta veneta, comandata dall'illustre Domenico Malipiero. Ed avvenne tra l'altro che alcune navi francesi nel 1497, impadronitesi a Piombino di 2 barche veneziane cariche di grani e di altre provvigioni, ripararono colla preda nel porto di Villafranca (1). La cosa non ebbe seguito per fortuna, ma qualche tempo dopo, avendo i Francesi di nuovo catturato una barca veneta, il governatore di Nizza credette prudente negare a quelli l'introduzione della barca nel porto (2). Così si evitarono ostilità da parte della Signoria veneta con vantaggio al commercio nizzardo.

Poche furono le costruzioni navali a Nizza in questo periodo; trovo che nel 1496 si pose in cantiere una galera di 2000 *botte*, e si armò un'altra nave (3): ignoro tuttavia se per ordine del Duca, o per conto di privati.

Nel 1508 il Duca Carlo II (III), approfittando dello smacco sofferto dai Genovesi nell'assedio posto a Monaco, pose termine alle ostilità dei medesimi contro i suoi sudditi, mediante un trattato, nel quale essi si obbligavano a risarcire i danni recati al contado di Nizza durante quell'assedio, e sborsavano 18.000 genovine (4).

Nuovo incremento diedero alla marina del Ducato nel 1520 i cavalieri Gerosolimitani. Quest'ordine, allora stabilito nell'isola di Rodi, teneva a Villafranca una casa ed una chiesa, a poca distanza dal mare; la chiesa fu demolita in seguito, probabilmente all'epoca delle fortificazioni erette dal Leyni (5). Le navi dell'ordine frequentavano il porto di Villafranca, ed in quegli anni parecchie furono costrutte nell'arsenale e nella spiaggia di Nizza. Fra queste merita nota la grande caracca *S. Anna*, varata nel 1522, lo stesso giorno in cui Solimano II, sultano dei Turchi, occupava Rodi, e ne cacciava l'ordine. Quella caracca rimase celebre presso i Nizzardi, che ancora ai tempi del Gioffredo adoperavano in proverbio la *nau de Rodi*, sebbene non fosse cosa nuova a Nizza la costruzione di grosse navi, come abbiamo già veduto per la galera dei Galléan. Fu la *Santa Anna*, che trasportò nel 1526 i cavalieri Gerosolimitani da Rodi a Villafranca, dove il gran maestro frà Filippo Villiers diede ordini per la costruzione di altre 2 galere (6).

L'ordine si stabilì a Nizza e vi rimase fino al 1529; il gran maestro aveva chiesto ed ottenuto dal Duca Carlo II (III) ampia ospitalità (7). Le due galere,

(1) Marino Sanuto, *I Diarii*, vol. I (Venezia, 1879), col. 528, 544 e 546.

(2) Id., col. 647.

(3) Id., col 138 " ... ct a Niza si faceva una nave di 2000 botte et se armava un'altra nave ".

(4) Gioffredo, col. 1214. Saige, *Documents* cit., II, LI-LV.

(5) Gioffredo, col. 1252.

(6) Bosio, *Dell'istoria della Sacra religione et Ill.ma militia di S. Giovanni Gierosolimitano*. Roma, 1594, parte 3ª, pag. 59-60.

(7) Bosio, pag. 60. Gioffredo, col. 1284.

commesse a Villafranca, dette *S. Giacomo* e *S. Filippo*, furono varate nel 1528 (1), mentre il gran mastro trattava coll'imperatore Carlo V, e col re di Francia, Francesco I, per aver soccorso contro i Turchi. Infine ottenne da Carlo V l'isola di Malta, ed allora salpò coi cavalieri sulle galere recentemente costrutte (2) nel 1529, lasciando al Duca Carlo vivo desiderio di mettere a profitto l'abilità dei marinai e carpentieri Nizzardi, che avevano così felicemente prestata la loro opera all'ordine. Mancavano secondo il solito i mezzi e per sopperirvi, Carlo, prima ancora che quei cavalieri partissero, chiese al papa, Clemente VII, facoltà di esigere il tasso dell'1 per 100 su tutte le merci che approdassero a Nizza od a Villafranca per 10 anni. Clemente glie lo concesse con bolla del 7 febbraio 1528, ma tutto rimase allo stato di progetto (3). Gli occhi e la mente del Duca erano troppo occupati nel rovinante stato, perchè potessero rivolgersi alle cose di mare. Così noi arriviamo ai tempi di Em. Filiberto senza che appaia una marina militare nel ducato veramente stabilita e costituente un organismo consolidato. Solo questo principe con ferrea volontà e gravi sacrifizi seppe attuare simile disegno che i suoi predecessori avevano vagheggiato con tanto desiderio senza che mai riuscissero ad effettuarlo.

3. — Emanuele Filiberto nel 1° gennaio 1560 nominando il Leynì capitano generale delle galere, cioè rinnovando una carica che dal 1468 era andata in disuso nello stato piemontese, mostrava evidente lo scopo di dare alla marina militare un'estensione, quale sotto i suoi predecessori non aveva mai avuto. Altrove vedemmo come fin dal 1555 quest'idea fosse nella mente del Duca, e come in quell'anno uno dei personaggi piemontesi più illustri, Giovanni Tommaso Langosco di Stroppiana, avesse d'ordine suo esaminato la questione e trattatone col Leynì di Nizza. Lo Stroppiana prima di lasciare questa città, aveva fornito al futuro ammiraglio 200 sacchi di segala pel mantenimento delle ciurme nelle galere da costrurre, e pregato con lettera il Duca di provvedere schiavi turchi e galeotti come rematori. A Nizza i forzati erano solo 4 e 2 si potevano trasportare da Vercelli, ma era poca cosa. Bisognava di necessità rivolgersi al Duca d'Alba, allora luogotenente dell'imperatore in Italia, per ottenere i forzati dello stato di Milano (4). Em. Filiberto pregò anche il Duca di Ferrara, Ercole II, di non eseguire le condanne di morte nel suo stato, e cedergli invece i condannati perchè servissero nelle galere (5). Tuttavia per alcuni anni ancora le guerre e la scarsità dei mezzi impedirono al Duca ed al Leynì di attendere seriamente alle cose di mare.

Fu nell'autunno 1558, quando il tentativo dei Francesi e Turchi a Villafranca e Nizza andò a male, che il Leynì, sufficientemente provvisto di danari, potè erigere a Villafranca un cantiere, e costrurre le due prime galere della marina militare

---

(1) Gioffredo, col. 1287.

(2) Bosio, pag. 70. Gioffredo, col. 1295-97.

(3) Gioffredo, col. 1287.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Stroppiana al Duca. Castel di Nizza, 22 settembre 1555. V. *L'opera politico-militare* ecc.

(5) Cappelli, *Lettere inedite di Lodovico, Margherita, Carlo III, Emanuele Filiberto e Carlo Emanuele I de' Principi di Savoia.* Modena, 1860, pag. 12. Rawdon-Brown, *Calendar of S. p.* cit., p. 1ª, pag. 176. Federico Badoer al Doge. Bruxelles 1° settembre 1555. V. *L'opera politico-militare* ecc.

sabauda. Egli possedeva certo nel 1560 cognizioni e pratica notevole di cose navali: inoltre era coadiuvato da ottimi marinai, di cui fu sempre abbondanza in quelle marine. Non sarà quindi male trattenersi alquanto su questi uomini che sotto la guida dell'illustre ammiraglio acquistarono fama e gloria al paese.

Comincierò da un vecchio lupo di mare, che fece in quegli anni parlar molto di sè, e che visse il meglio dei suoi giorni sul liquido elemento, il capitano Giovanni Moretto.

Il Moretto aveva corso i mari da corsaro dapprima con bandiera di Savoia, compiendo varie imprese sulle coste di Barberia, a Bona, a Buggia, a Tagiura ed anche sulle coste della Grecia, sempre a danno di Turchi e di Mori (1). In seguito era entrato al servizio dei fratelli Strozzi, Pietro, maresciallo di Francia, e Leone, frate dell'ordine Gerosolimitano, priore di Capua ed ammiraglio dell'armata francese, i quali gli affidarono una galera appartenente al maresciallo. Nel 1556 trovandosi a Civitavecchia nella flotta del barone de la Garde, fuggì colla galera affidatagli, e riparò a Nizza. Là offrì i suoi servizi al conte di Frossasco ed al Leynì, ed indirizzò al Duca una lettera, esponendo a modo suo le ragioni che l'avevano indotto ad abbandonare gli Strozzi, portando via la loro galera, e pregava d'essere ammesso al suo servizio (2). Il Leynì, felice di acquistare un uomo così esperto nelle cose di mare, consigliò il Duca d'accettare senza esitazione: " Il s^r di Bagnol „, scriveva egli " presente lattore, rifferirà meglio a V. Alt. quello ch'è passato col s^r Principe D'Oria (3), e col s^r Amb^or Figueroa, li dirà parimente quello han fatto francesi per rihaverlo, et a ciò non li fosse datto recapito alcuno. Io sono di parere, che ad ogni modo V. Alt. lo ritiri per molti degni rispetti, tanto nel fabricar il forte (4), quanto nel disegno di armare, che non poteva venir più bella nè miglior occasione di questa et io l'harei comprata col sangue. Ma dico bene essere necessario assicurarsi di lui et di detta galera nel modo scrivo al s^r Stroppiana, sì per cautella dil servitio di V. Alt. quanto che in caso di restitutione o altro indicio fosse fatto da lei, sia in mano sua di poterlo eseguire. Al che pare che detto Moretto si obblighi volontieri. Nel resto non si può si non cavar util grande et honore di tal accettamento, quando non fosse per altro che per haver levato la più bella pinna dalla armata francese, che non hanno un par suo, et vi sono anche molti altri, quali non vorrebbero vederlo al servitio di V. Alt., ma il tutto consiste in far presto, et mandar subito la resolutione per che la galera mangia assai, et costui non ha di che poterla pascere longamente. Nel resto mi rimetto ad esso mons^r di Bagnolo, che he statto presente a l'ultimo ragionamento ho fatto con detto Moretto „ (5).

Em. Filiberto capì tutta l'importanza della cosa, e rispose il 23 dicembre 1556,

---

(1) Manno e Vecchi, *Note istoriche sulla marineria savoina* (" Rivista marittima „, 1879), p. 433.

(2) *Arch. di Stato di Torino, Lettere partic.* Leynì al Duca. Castel di Nizza 9 novembre 1556. Bosio, op. cit., parte 3^a, pag. 376-77. Scrive il Bosio che il Moretto riparò " dal conte di Frossasco, generale delle galere del Duca di Savoia e governatore di Nizza „. Non ho bisogno di notare come il Bosio confonda i nomi, il vecchio conte di Frossasco col Leynì che fino al 1560 non fu nè conte di Frossasco nè ammiraglio.

(3) Andrea Doria.

(4) Il forte di Sant'Elmo a Villafranca.

(5) Lett. cit. del Leynì.

che concedeva al Moretto il perdono chiesto, e lo riceveva a suo servizio alle condizioni e collo stipendio che il Frossasco ed il Leynì avrebbero pattuito " tirandolo a quello manco si potrà ". Invitava anche il Moretto a recarsi in Fiandra " per intendere più cose, massime del modo d'armar altre galere ", e di lasciare nel frattempo la sua galera in custodia al Leynì, quando il giovane ministro non fosse già occupato nelle fortificazioni di Villafranca. Per tenere il Moretto di buona voglia il Duca gli ottenne dall'imperatore un salvacondotto in tutte le terre e mari dell'impero (1).

Il Moretto, per quanto sappiamo, non andò in Fiandra, forse perchè volle recarvisi il Leynì, che abbisognava di istruzioni e di danaro per le fortificazioni di Villafranca (2). Libero quindi di sè, e tenendosi ormai sicuro colla protezione del Duca, il vecchio pirata nel 1557 corse dinuovo i mari, ma quando meno se l'aspettava incappò nelle reti di Pietro Strozzi a Malta, dove quei cavalieri concorsero a farlo prigione. Gli s'istruì un processo. Em. Filiberto protestò per la violazione fatta alla sua bandiera, ma erano tanti quelli che avevano da saldar conti col Moretto, che il gran maestro, Claudio della Sengle, non seppe decidersi a liberarlo. Il Pontefice ed il Re di Francia chiedevano imperiosamente la consegna del vecchio corsaro. Ma d'altro canto il cardinale D. Pietro d'Aragona, arcivescovo di Palermo, il principe Andrea Doria ed il Re di Spagna appoggiavano la domanda del Ducà di Savoia (3).

Ai primi di gennaio 1558 capitò nel porto di Villafranca un galeone di quell'ordine; il capitano Alessandro Costantino, parente del Moretto, insieme ad altri principali di quella città insistettero perchè il galeone fosse trattenuto fino alla liberazione del Moretto e della sua galera. Ma Antonino Tesauro, prudente ed assennato ministro del Duca, vi si oppose, cosicchè il galeone ripartì libero (4). Forse questa volta il Tesauro non interpretò esattamente i desideri del Duca, che intendeva per suo decoro sostenere il Moretto ad ogni costo, tant'è che pose il sequestro sui beni dell'ordine e ve lo mantenne fino alla morte del Moretto stesso (1562) (5).

Intanto al gran maestro la Sengle era succeduto Giovanni la Vallette, il quale per finirla lasciò fuggire il Moretto, ma trattenne la galera; così gli parve di con-

---

(1) Gioffredo, col. 1478.

(2) *L'opera politico-militare* ecc.

(3) Bosio, pag. 393-94.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Antonino Tesauro al Duca. Nizza, 4 gennaio 1558: " Essendo nuovamente capitato nel porto di Villafranca un galeone del gran Maestro della religion di Malta detto *Purisot*, il Cap.° Alessandro Constantino et altri parenti del Cap.° Moretto hanno fatto instanza di arrestare detto Galione sin a tanto che fosse rilassato il Cap.° Moretto con la sua Galera allegando che in ciò si faria cosa grata a V. A. mostrando una copia della lettera sua scritta al gran Maestro. A noi non è parso proceder a tal esequtione per più rispetti, prima per ciò che non vi era in ciò alcuno aviso di V. A., poi per che scrivendo quella del gran Maestro quanto richiede tal caso, ci saria parso far contra il voler di V. A., qual forsi avanti che venir a simile esequtioni vorrà aspettar che provisione si sij fatto dopo la receputa della lettera di V. A., E ancora per che quel Galione era capitato nel porto per servitio della sua gabella carco di sale. Et per ciò che potrà facilmente accader che capitasse o quello o altro vassello della religione, et si sarà fatta dalli agenti del Moreto forse la medesima instanza, desiderarei saper da V. A. qual fosse sopra di ciò il suo bon parer acciò che si possi da soi ministri esequir sicuramente la voluntà di V. A. ".

(5) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario cit.*, fol. 13, 15 dicembre 1561. È giunto un ambasciatore di Malta con preghiera di togliere il sequestro dei beni posto ad istanza del Moretto.

tentare le due parti, il Duca e lo Strozzi (1). Il Moretto riparò nuovamente a Villafranca, dove lo troviamo nel 1559 (2). Egli fece subito parlare di sè. D'accordo con un attivissimo intrigante al servizio della Spagna, di nome Codignac, qualche tempo prima della pace di Cateau-Cambrésis, tentò per mezzo d'alcune intelligenze che aveva a Mondovì, di strappare questa città alla Francia. Il Duca di Sessa, luogotenente del re di Spagna in Lombardia e Piemonte, favoriva l'intrigo. Ma i Francesi se n'accorsero a tempo, ed il disegno del Moretto svanì (3).

A Villafranca intanto il Leynì stava costruendo due galere con legnami raccolti appositamente in quell'arsenale. Il Moretto per compensarsi della galera perduta cercò egli pure di usare quei legnami per la costruzione di un'altra. La spesa era divisa fra lui e Cesare Maio da Napoli, maestro di campo dell'esercito spagnuolo. Ma il Leynì si oppose. " Egli pensava servirsi in fabricarla di questi legnami ch'io ho fatti condur qua per le due galere che V. A. m'ha ordenate „, scriveva egli al Duca, " ma non gli l'ho consentito, per esser il legname fatto e condutto qua a le spese di V. A. e non me l'aver lei ordenato; parendomi cosa absurda di far commodita ad altri di quello che per il servitio di V. A. è apparecchiato, e che poi non si potria haver in pronto bisognando, e molto più che non è cosa convenevole alla riputation di V. A. che altri habi Gallere sotto il suo nome prima che lei ne habi alcuna. Hora mi pare che egli se ne provede d'altrove; io attenderò a far fabricar queste due con dilligenza, e se poi v. Alt. non puotrà armar tutte due, almeno armerà la cap.^{na} per dignità et riputatione del suo stendardo: l'altro fusto restarà in essere, e ne puotrà sempre v. Alt. far secondo che più gli aggraderà „ (4). Queste osservazioni erano giuste. Il Moretto si provvide da altre parti, e nell'autunno 1559, quando il Leynì si recò incontro al Duca, oltre le due galere di proprietà ducale s'aggiunse pure la nuova del Moretto. A questo punto la storia del vecchio marinaio procede collegata a quella del Leynì; vedremo quindi a suo tempo le ultime gesta di quell'uomo che fece occupare di sè i principali governi, si può dire, dell'Europa. Basti per ora notare che il 28 agosto 1560 Em. Filiberto lo elesse veedore delle galere (5).

Un altro marinaio che acquistò nome sotto il comando del Leynì fu il capitano Marc'Antonio Galléan, appartenente a quella illustre famiglia, che, come vedemmo, aveva dato già parecchi uomini di mare. Il Galléan aveva fatto parlare di sè fin

---

(1) Bosio, pag. 393-94.

(2) Gioffredo, col. 1478-81. Manno e Vecchi, pag. 435.

(3) Ribier, *Lettres et mémoires d'estat sous les regnes de François I, Henri II et François II,* t. II, Paris 1666, pag. 785. Francesco di Noailles, vescovo di Dax al re Enrico II. Venezia, 5 marzo 1559. V. anche Charrière, *Négociations de la France dans le Levant* (*Collect. des doc. in. pour l'hist. de France*), Paris 1850, t. II, pag. 563. Il vescovo di Dax al De la Vigne, amb. francese a Costantinopoli. Venezia, 6 e 11 marzo 1559.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Villafranca, 30 marzo 1559. A tutta prima pare che la galera del Moretto dovesse venir costrutta a spese, oltre che del Maio e del Moretto, anche del duca di Sessa. — Ma sappiamo che poi il Sessa non vi entrò. V. Albèri, *Relazioni degli amb. veneti,* serie II, tomo I, pag. 437.

(5) *Arch. Camerale di Torino. Controllo Patenti,* vol. 8°. fol. 462. Nella sezione 4ª dell'*Arch. di Stato di Torino* esiste un volume intitolato: *Raccolta di documenti della R. Marineria sabaudo-sarda,* in cui sono trascritti gli atti più importanti che riguardano la marina di Em. Filiberto. Essi vennero tolti quasi esclusivamente dalla categoria cit.: *Controllo Patenti* dell'*Arch. Camerale.* Tale *Raccolta* non presenta quindi nulla di nuovo.

dal 1543, durante l'assedio di Nizza, ma con poca gloria. Egli allora accompagnò lo zio Matteo Badat, che vedendo ormai impossibile la resistenza, venne a patti coi Francesi e coi Turchi, ed uscì con 500 uomini a tamburo battente e bandiera spiegata; anzi il Galléan fu quegli che portò la bandiera in quel triste giorno (1). Ora il dovere del Badat e del Galléan sarebbe stato invece di chiudersi nel castello coi loro uomini e coadiuvare alla difesa di quest'ultimo propugnacolo. Il Duca Carlo II (III) punì il Badat severamente, confiscandogli i beni, ma non fece alcuna ostilità verso il Galléan. Anche Em. Filiberto non tenne conto dei precedenti, e si servì del Galléan in varie occasioni, nominandolo dopo la morte del Moretto luogotenente del Leynì, e poi vice-ammiraglio dell'ordine Mauriziano (2).

Merita ricordo pure il cap. Giovanni Achardi, per lunghi anni impiegato in servizi varî dal Duca. Nel 1559 mostrò attività ed esperienza nel raccogliere d'ogni parte di Provenza i legnami necessari alla fabbrica delle prime due galere sabaude (3). Egli ebbe dopo la ristaurazione varî incarichi per cose di mare e politiche: le disimpegnò sempre con molta abilità.

Il capitano Giovanni Moretto lasciò un figlio, Ottaviano, il quale fu anche comandante di galera, e morì gloriosamente combattendo a Lepanto. Acquistarono pure buon nome il cap. Giovanni Battaglino, che ebbe il comando di una galera a Lepanto ed il cap. Alessandro Costantino, che partecipò a varie spedizioni navali e divenne poi commissario delle galere.

Non ultimo viene il cap. Girolamo Spinola, figlio di Bernardo, ricco e noto banchiere di Genova. Bernardo Spinola aveva molte benemerenze verso il Duca; il suo credito era stato aperto al medesimo da lunghi anni, e la sua borsa aveva provveduto il mantenimento de' soldati di Nizza e Villafranca, come pure i materiali da costruzione pei forti di S. Elmo e Montalbano. Egli era amico intimo del Leynì (4), ed ambiva di mostrare al Duca la sua buona volontà. Quando la pace di Cateau-Cambrésis pose fine alle guerre ed Em. Filiberto rientrò nel suo stato, Bernardo Spinola fece noto al maestro di camera, Giovanni di Cocconato, il suo desiderio di ottenere

---

(1) Cais di Pierlas, *Chronique niçoise de Jean Badat* (estr. dalla " Romania „ XXV (1896) pag. 37: " ..... et so fom alla requesto del cap. Badat, qual sortit ambe 500 homes, tra paisans et Nissars, ambe lo tambor et insegnia desplegada, quel portava Marquantoni Galeam son nebot; et los Franceses intrerom dintre la villa ambe los Turchs „.

(2) Claretta, *Dell'Ordine Mauriziano* ecc.

(3) *Biblioteca Civica di Torino. Raccolta Cossilla*, mazzo I. Giovanni Achardi al Duca. Nizza, 26 febbraio 1559 (esiste copia in *Carteggio e memorie*, ms. della Bibl. di S. M. in Torino (Manoscritti di st. patria, n. 560) vol. II, n. 54). " Gli mesi passati mons.r de Leynì mi diede la cura de la fabrica de li legnami de le Gallere et si ben comune oppinion fusse de tutti che impossibil fusse in questo contado de trovarli, nondimen già a questa hora se trova per doi corpi in Villafranca legnami bellissimi et in ogni bontà et quando V. Alt. volrà fabricarne de le altre se ne troverà in abundanza cum ogni apparato neccessario come più amplamente ne scrivo al sr conte de Stroppiana... „ — Debbo vivissima gratitudine all'Ill.mo Sig.r Comm. Leone Fontana, che mi rese facile l'accesso a quella preziosa Raccolta, ed all'egregio sig.r direttore della Bibl. Civica, cav. Quintino Carrera, come pure all'impiegato sig.r Zo, per la cortesia usatami nell'esame di molte lettere dell'importante Raccolta.

(4) Ciò traspare in tutte le lettere dello Spinola. In una sua del 12 novembre 1558 suggeriva al Duca di affidare al Leynì il governo della città e del castello di Nizza (*Arch. di Stato di Torino. Lettere part.*).

qualche alta carica (1) in compenso dei suoi servizi e dei danari esposti, di cui era sempre creditore. Pare che il Duca meditasse di eleggerlo suo maggiordomo, ma lo Spinola non gradì l'offerta, perchè a quella carica non era unito il grado di consigliere di Stato, ch'egli ambiva (2). Se però in questo i suoi desiderî non furono esauditi, ebbe compenso in una pensione di tre a quattrocento scudi (3), e vide i suoi figli Girolamo e Gio. Battista salire a posizione onorevole. Girolamo fin dal gennaio 1559 ebbe il comando di una galera, quando erano ancora in costruzione le prime due di proprietà ducale. Il Leynì fece in questo caso l'osservazione che già vedemmo pel Moretto (4). E sembra che il Duca ne abbia tenuto conto, perchè il 28 agosto 1560, quando ebbe la patente di nomina, Girolamo Spinola assunse il comando di un'altra galera, la *Piemontesa*, che Em. Filiberto aveva comperato a Marsiglia, quando stava per rientrare nel suo Stato (5). La proprietà della medesima fu ceduta a Bernardo in compenso delle somme dovutegli, cioè di 9000 scudi, col beneficio però del riscatto ogni qual volta il Duca volesse soddisfare il suo debito. Quanto all'altro figlio Gio. Battista, esso fu eletto capitano nelle milizie piemontesi (6).

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Genova. Lettere ministri*, mazzo I. Bernardo Spinola al Cocconato. Genova, 6 marzo 1560.

(2) *Id.*, Genova, 6 maggio 1560: " Ho inteso si come le fu per il nostro ms. Battista datta la mia per la quale harà visto il mio desiderio, Come di poi l'harà inteso dal nostro Gentil^mo^ s^r^ di Leynì. Io, s^r^ mio, non desidero nè accettarey l'ufficio che altri tengano et che forsi alcuno pensa ch'io habbi disiderato. Ansi seria da me ricusato, quando mi fussi presentato, non facendo per me risguardo alla complesion mia il manegio de danari. Solo fu et è il dissegno mio di qualche grado d'honor, et che possi mirar l'uttil di soa Al. non mi curando esercitar ufficio di magiordomo, posto che molto honorevol sia, per non esser io esperto di simil ufficio, ne essendo convenevol che essendo diversa la professione mia, di questa ettà impari Novo mestierè il quale accettavo voluntieri quando accompagnato stato vi fussi il Tittullo del conseglio secretto, il quale mi fu impedito non so per che causa, ateso che d'amor et fideltà io non cognosco alcuno che mi superi... „.

(3) Lett. cit. dello Spinola: " Mi seria caro che la pensione sopra li benefficij che promesse dar soa Al. di 300 in quatro cento scudi... fussi divisa per mettà a essi mey doi figli, se cussì le paressi il meglio... „.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere part.* Leynì al Duca. Villafranca, 27 febbraio 1559 (copia in *Cart. e memorie cit.*, II, n. 55 pubbl. dal Promis, *Cento lettere concernenti la storia del Piemonte dal 1544 al 1592* in " Miscell. di storia italiana „, IX (1870), pag. 562-63. " È stato benissimo che v. Alt. habi concessa una galera al figlio del s^or^ Bernardo Spinola, si per esser di questo et maggior favore benemerito, e si ancora per dimostrar che chi ben serve è ben riconosciuto. Ma non creddo già che sia di queste due che si fabrican qua; per che convenient e mi pare per la riputazion di v. Alt. e per ogni bon rispetto che prima che alcun altro porti l'insegna sua, la ne habi qua doi che drizino il stendardo suo, la quale l'altre habino a seguire, et oltra che la riputation di v. Alt. così ricerchi, gli ne seguirà in tal modo molto utile et commodità, le quali doi di qua si fabricaran con molta diligenza e tosto serano in essere „.

(5) *Arch. Camerale di Torino. Controllo Patenti*, reg. 8°, fol. 47: Manno e Vecchi, pag. 435.

(6) Lett. cit. dello Spinola del 6 maggio. Dice che a Gio. Battista egli aveva permesso " che segui l'inclination soa et ardente desiderio di servir soa Alt. tenendo esso speranza di crescer a magior grado sempre che sia cognosciuto l'animo suo e per il favor di soa Al. „. — Altra dello stesso da Genova, 25 giugno 1560 (*Genova, Lettere min.*, mazzo I). Esprime il desiderio che a Gio. Battista sia dato il grado di capitano, e prega il Cocconato di parlarne allo Stroppiana, gran cancelliere dello stato, perchè ottenga tale nomina " che cussi ne scrisi al s^r^ de Leynì e ne le ragionerò a bocca dovendo venir qui „. — Altra da Genova, 19 luglio 1550 (loc. cit.) " Gio. Battista fu eletto cap^o^ da soa Al. ne ricevo piacer, desideravo perciò che fussi del nome di qualche luogo nominato et con qualche pocco assegno di soldo „.

Un personaggio notevole nella marina sabauda fu Ricciardetto Scaffa, già segretario del Leynì, e poscia elevato alla carica di tesoriere delle galere il 25 agosto 1560 (1). La scelta a questo posto di un uomo che era già stato segretario dell'ammiraglio stesso, era una nuova prova dell'illimitata fiducia, che Em. Filiberto riponeva nel Leynì, perchè in generale gli altri principi tenevano per tesoriere della flotta uno che fosse in assoluta indipendenza dal comandante della medesima. Certo il controllo era per tal modo più facile, e l'ammiraglio restava notevolmente vincolato. Ma il Duca si fidava del Leynì, e non volle ricorrere a simile espediente (2). Un solo legame gli pose, e fu la nomina del Moretto a veedore delle galere: ogni ordine del Leynì doveva essere sottoscritto dal Moretto finchè questi durava in carica. Morto però il Moretto, il Duca abolì questa carica ed anche quella di tesoriere sostituendovi il commissariato delle galere, che fu tenuto prima dallo Scaffa, poi dal Costantino, e che ebbe importanza molto minore dell'altra, come vedremo a suo tempo.

Ricorderò in ultimo Pietro Sauli, scrivano generale delle galere, e Bernardino Nasi di Sommariva, medico (3). Questi gli uomini principali della marina militare sabauda. Studiamo ora lo svolgimento della medesima e determiniamo il numero delle galere che la composero.

4. — Le galere armate che il Duca aveva a disposizione erano nel 1560 quattro, la *Capitana*, galera ammiraglia, la *Margherita*, la *Moretta* e la *Piemontesa*. Le prime due costrutte dal Leynì a Villafranca, erano di proprietà ducale, la terza apparteneva al Moretto, la quarta allo Spinola. Gli stipendi erano proporzionati: il Leynì, capitano generale, aveva 1800 scudi all'anno, compresi gli emolumenti quale comandante dei forti di S. Elmo e Montalbano, il Moretto 300 scudi, il cap. Girolamo Spinola 200, il cap. Achardi ed il tesoriere Scaffa 180 ognuno, e Pietro Sauli 100 (4).

Ma Em. Filiberto non si contentava di questa flottiglia quasi insignificante. Egli voleva accrescerla a 10 galere, sebbene all'infuori del Leynì gli altri ministri vedessero di mal occhio le spese per la marina. E pareva non difficile nè troppo costoso l'acquisto di altre 6 galere, perchè già quando il Duca impalmava Margherita, la corte di Francia glie ne aveva promesso in dono 4. Restavano solo da comperare o costrurre le due mancanti alla cifra desiderata (5).

---

(1) *Arch. Camerale di Torino. Conti delle galere e fortificationi di Villafranca*, mazzo I. Conto del s[r] Richiardetto Scaffa, fol. 2°, v. copia in *Regia marineria Sabaudo-Sarda*, cit. pag. 71, n. 40. Manno e Vecchi, pag. 435.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte 1566-67*. fol. 112-113. A Mons[r] di Leynì, Torino, 18 dicembre 1566. V. *Appendice Docum. 12°*.

(3) Manno e Vecchi, pag. 436.

(4) *Arch. Camerale di Torino. Conti delle galere e fortificazioni di Villafranca*, mazzo I, fasc. 1°. " Conto del s[r] Richiardetto Scaffa „ cit. 1560 in 1561. — Nell'atto di cessione della *Piemontesa* a Girolamo Spinola si stabilivano a questo capitano 400 scudi d'oro di stipendio.

(5) Albèri, *Relazioni degli amb. veneti*, loc. cit. pag. 437: " Le galere poi che ha sua eccellenza e tiene ordinariamente a Villafranca sono quattro; delle quali due sono totalmente sue, una è di Girolamo Spinola genovese, figlio di messer Bernardo, avendola avuta da sua eccellenza a buon conto del credito che ha detto suo padre coll'illustrissimo signor Duca. L'altra è in parte del signor Cesare da Napoli, e del capitano Moretto da Nizza. Ha sua eccellenza grande opinione di ridur queste galere fino al numero di dieci: e già dice di averne comprate due da un francese con tanti

Il Duca si mise all'opera appena fu di ritorno nei suoi Stati. Egli sapeva che Francesco di Lorena, frate dell'Ordine Gerosolimitano, gran priore ed ammiraglio di Francia, metteva in vendita una sua galera di ottima costruzione, la *Delfina*. Aprì trattative col medesimo, mentre ad un tempo cercava di avere dalla corte di Francia le galere promesse. La cosa presentava notevoli difficoltà, perchè queste non appartenevano allo Stato, ma ai rispettivi capitani. Tuttavia nell'estate del 1560 era decisa la consegna di due galere, di proprietà d'un capitano Cabazola, ed il 3 luglio partivano alla volta di Marsiglia i capitani Moretto ed Achardi per ritirarle. Essi avevano facoltà di garantire al Cabazola il pagamento delle galere, qualora entro sei mesi il re non l'avesse soddisfatto (1). Il Cabazola accettò e le due galere furono condotte a Villafranca (2). Mi risulta che anche la *Delfina*, provveduta di numerose munizioni da bocca comperate dal Moretto a Marsiglia, venne in questi giorni a Villafranca (3), e nel settembre dello stesso anno accompagnò colle altre galere il Duca e la Duchessa a Savona (4), dove i suoi ufficiali e marinai ebbero una gratificazione a titolo di strenna dall'ammiraglio piemontese (5). Ma la nave non apparteneva ancora al Duca causa l'assenza del gran priore, che navigava coll' armata francese nelle acque della Rochelle, per quanto ormai le due parti fossero d'accordo riguardo al prezzo. Em. Filiberto la vide con rammarico ritornare a Marsiglia.

A Fontainebleau frattanto si trovava il conte di Poirino (6), mandato per unire le sue istanze a quelle dell'ambasciatore residente, Girolamo della Rovere, vescovo di Tolone (7), sia riguardo alla restituzione delle piazze, sia per quanto concerneva

---

terreni che si trova avere sua eccellenza in Francia: due n' aspetta di Francia che resta ad avere di quattro che gli furono promesse; il resto dice che le farà fabbricare a Villafranca, la qual sua deliberazione è molto malveduta da ciascuno delli suoi, perchè dicono che questa spesa consumerà gran parte dell'entrate di sua eccellenza senza profitto alcuno „. — *Arch. di Stato di Torino. Roma. Lettere ministri*, mazzo III. Lettere di vari al conte di Collegno. Carlo Malopera di S. Michele al Collegno. Parigi, 18 luglio 1559.

(1) *Arch. Camerale di Torino. Concessioni*, reg. 8°, fol. 23 " Procure aux cappitaines Achardi et Moret de retirer les deux galleres du Cappitani Cabazola avec les conditions „. V. copia in *Regia marineria sabaudo-sarda* cit. n. 38 (pag. 69-70) pubblicata dal Dubois, *Raccolta per ordine di materie delle leggi cioè editti, patenti ecc.*, tomo XV. Torino, Barucco e Arnaldi, 1848, pag. 1165-66.

(2) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit. fol. 4. Nizza, 30 luglio 1560 " Che sono sta condutte da Marseglia due solamente delle quattro galee promesse dal Re X^mo^ a quel Duca per haver le altre due mancamento di homini „.

(3) *Arch. Camerale di Torino. Nizza Contado. Conti delle galere ecc. cit. Conto del cap. Gio. di Moretta, veedore delle galere di sua Alt.^za^ a l'anno 1562* fol. 3. Ricevuta del Leynì. Villafranca, 8 gennaio 1561. V. *App. Documento 6°*.

(4) Il Duca partì da Nizza il 16 settembre sulle galere per Savona, come vedremo a suo tempo.

(5) *Arch. Camerale di Torino. Nizza e contado. Conti delle galere*, cit. *Conto del tesoriere Ricchiardetto Scaffa 1560-61*, fol. 9, n. 24. " Più per virtù di un altro mandato fatto dal detto s^r^ di Leinì per lui et il cap.° Moretto signato dato in Villafranca alli 27 di 7bre 1560, ha pagato alli ufficiali et gente della galera Dalfina venuta sino in Savona, P° al comito scuti diece, al sottocomito scuti sei, al algosino scuti sei, al scrivante scuti diece, al dispensiero scuti tre, et alli marinari ed altri di essa galera scuti trenta, li quali si sono datti alli detti ufficiali per strene. Più per il biscotto di essa galera scuti quindeci, che il tutto fa la somma de sc^ti^ ottanta d'oro, li quali ragionati a fiorini di moneta di Nizza sono fiorini trecento trenta tre et grossi quattro „.

(6) Carlo Rovero, dei signori di Poirino, eletto conte di Poirino nel 1554. V. *Arch. Camerale di Torino. Concessioni*, reg. 1 fol. 35 r-37. Bruxelles, 24 febbraio 1554. Interinazione Vercelli, 1 marzo 1561.

(7) Fu ecclesiastico molto degno. Nel 1564 fu eletto arcivescovo di Torino, dietro le continue istanze del Duca presso la curia romana (v. *Arch. di St. di Torino. Registri, lettere della corte*, 1563-65,

la consegna delle galere. Il cardinale di Guisa, Luigi di Lorena, fratello del gran priore, assicurò i due ambasciatori che il gran priore aveva scritto di lasciare la *Delfina* al Duca, e che la corte aveva trasmesso l'ordine al signor di Montagu, luogotenente del medesimo, coll'avvertenza di inviar pure altre due galere, appartenenti al barone de la Garde, fornite della ciurma ordinaria, perchè così fosse compiuto il numero di quattro galere donate al Duca. Ma non furono che parole, e nulla si effettuò, neanche la consegna della *Delfina*, sebbene, cosa abbastanza singolare, gli stessi agenti del gran priore mostrassero di crederla eseguita (1). Come vedremo, il vero impedimento erano i creditori numerosi del gran priore, che impedivano la partenza della *Delfina* per non lasciarsi sfuggire quel pegno dei loro crediti.

Una spedizione in Oriente fatta dal Leynì e dal Moretto nell'autunno del 1560 rallentò per qualche tempo le trattative. Ma nel gennaio 1561 essendo ritornati i due capitani a Villafranca, il Duca s'affrettò a mandare il Moretto e l'Achardi alla corte di Francia, per la via di Marsiglia dove avevano incarico di comperare due cannoni, visitare le galere che fossero in vendita, e non lasciarsi sfuggire alcun buon contratto. I due capitani ricevettero dal Leynì 100 scudi per le spese di viaggio (2), ed il 21 gennaio partirono. A Marsiglia ebbero notizia che il re di Francia, per diminuire le spese di mare, delle 21 galere che formavano la sua flotta nel Mediterraneo aveva dichiarato di voler conservare solo 12; le altre rimanevano in libera vendita ai proprietarî. Di queste una apparteneva al conte di Tenda, Claudio di Savoia, due al gran priore, due a Baccio Martelli, una a Francesco Meuillon, signore di Pierrebon e di Grolée, una al conte Fiesco, una al conte di Carces, una al conte di Charlus (3).

---

fol. 35-36. Il Duca al Papa. Torino, 8 ottobre 1563). I Torinesi l'accolsero con molti onori (*Arch. comunale di Torino. Ordinati*, vol. 114 (1564), fol. 28. Seduta del 27 maggio 1564). Vi fu difficoltà per l'elezione a cardinale: solo nel 1586 il pontefice diede la porpora al della Rovere. Torino in quell'occasione mandò alcuni consiglieri a congratularsi colla sorella, cognata e nipoti del nuovo porporato (*Id. Ordinati*, vol. 136 (1586), fol. 94. Torino, 21 dicembre 1586) ed inviò a Roma un sindaco ed un consigliere per compiere il medesimo ufficio coll'eletto, facendogli presentare pure un donativo di 1000 scudi d'oro (v. fol. 98 e vol. 137 (1587) fol. 12. Torino, 28 febbraio 1587). Nel 1590 alla morte di papa Sisto V Carlo Emanuele I ne propose la candidatura al pontificato, e forse sarebbe la cosa riuscita, se il venerando cardinale non fosse venuto a morte nel momento opportuno (Vedi *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte*, 1590, f. 7. L'Infanta Caterina d'Austria a Filippo II).

(1) *Arch. di Stato di Torino. Francia. Lettere ministri*, mazzo 1. Il vescovo di Tolone al Duca. Fontainebleau, 21 agosto 1560. — Id. S. Germain en Lays 18 settembre 1560. " Delle galere io ne ho parlato col Car^le^ egli dice che si sollecitarà la ciurma, et li agenti del s^r^ Gran Priore mi spingono ogni giorno di farne opera. Al che non si mancarà, et si stima che mons^r^ il Gran Priore sarà tosto alla Rochella et forsi a Roano, perchè si ha nuova della sua passata di Portogallo, dove gli sono stati fatti di gran presenti. Li detti agenti del s^r^ Gran Priore credono che V. A. habbia tolta la sua Galera Delfina, aspettando le sue ciurme „.

(2) *Arch. Camerale di Torino. Conto dello Scaffa*, cit. fol. 28, n. 114. " Più per ordine del detto s^r^ di Leinì come di altri sopra detti firmato datto in Vilafranca alli venti otto di genaro 1561 ha pagato al cap.° Moreto et cap.° Achiardi per il viaggio che hanno fatto per ordine di sua Alt^za^ alla volta del chr^mo^ re di Francia la somma de scuti cento d'oro li quali a ragion de grossi 50 il scuto fanno fiorini quatrocento sedici, grossi otto, moneta di Nizza „.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari*. Achardi al Duca. Lione 3 febbraio 1561. " Acciò che meritamente V. Alt. restasse servita in la compra de le Gallere che desidera, com'me fece dir et ordinare a Mons^r^ de Leynì et degnosi scrivermi, il cap.° Moreto et io se incamminassimo alli 21 dil passato verso Marseglia et Ivi trovandosi intendessimo il cassamento de le Gallere che so mag^tà^ xpianissima a fatto esser vero et vedutto il numero di quelle vole intretener a suo servitio in do-

L'Achardi, dopo aver comperato i 2 pezzi d'artiglieria, fece una corsa a Marignana, residenza in quei giorni del conte di Tenda, sotto colore di avvertirlo del prossimo suo viaggio alla corte, ma in realtà per avere maggiori informazioni sulle galere in vendita. Tornato a Marsiglia seppe dagli ufficiali della *Delfina* che i creditori del gran priore minacciavano di impadronirsi della galera. Egli, che conosceva quanto desiderio avesse il Duca di acquistare sì bella nave, non esitò ad introdurvisi, ed affidarne il comando al cap.° Francesco Giustiniano, assicurandola così da qualunque creditore. Perchè non fosse poi male interpretata la sua azione, ne mandò pronta notizia al gran priore. L'altra galera di questo signore, che era pure in vendita, sembrava di buona costruzione come la prima, e l'Achardi, vedendola agognata da molti, specie Genovesi, i quali avevano mandato un Bendinelli ad acquistare 2 o più galere a qualunque prezzo, consigliò il Duca per lettera a non perdere quell'occasione. Egli sperava che i capitani delle galere cassate avessero divieto di cederle ai Genovesi, troppo legati alla Spagna per essere in buone relazioni colla Francia (1).

L'Achardi ed il Moretto passarono a Marsiglia vari giorni; forse speravano il ritorno del gran priore dall'Atlantico. Ma vedendo che la cosa andava a lungo si avviarono verso Fontainebleau per la strada di Lione, perchè in questa città a casa di un maggiordomo del Duca, ivi residente, dovevano trovare, secondo le promesse del Leynì, istruzioni e denari (2). Invece il 2 febbraio, giunti a Lione, non trovarono nulla: lo stesso Forget, segretario del Duca, che giunse poche ore dopo (3), non portò alcun ordine.

Decisero allora di attendere per alcuni giorni i corrieri di Piemonte, sebbene questo forzato indugio potesse riuscir dannoso agli interessi ducali. Per fortuna a Fontainebleau l'abile vescovo di Tolone, valendosi dell'aiuto dello stesso gran priore, venuto in quei giorni alla corte, riuscì a strappare al re Carlo IX, o meglio alla regina madre, un atto in cui si dava facoltà a quel signore di alienare la *Delfina* ed al conte di Carces le sue due galere (4). Non si fece alcun cenno però di quelle del barone de la Garde, che dovevano compiere il numero delle 4 donate ad Emanuel Filiberto.

Il 13 febbraio l'Achardi ed il Moretto, stanchi d'attendere inutilmente a Tolone, giunsero a Fontainebleau, e presentarono subito un memoriale al Consiglio privato del re. Passarono alcuni giorni, e non ricevendo risposta, chiesero udienza alla regina madre, e la pregarono di sostituire alle galere prive di ciurma del de la Garde,

---

dece solamente, et qualle restassero in tal servitio, et qualle fussero le cassate. Il numero di quelle che restano, V. Alt. si degnarà vederlo per il rollo ca dentro chiuso „.

(1) Lett. cit. dell'Achardi.

(2) *Id.* " Al partir che feccimo de Nizza mons^{r} de Leinì ne diede una istruttion che non possendo far niente in Marsiglia se incaminassimo verso la cuorte et essendo in Lion dove in casa de ms^{r} Cezare Grosso trovaressimo littere de v. Alt. cum ordini di quanto haveressimo a fare insiem a provvision de danari per il bisogno „.

(3) *Id.* lett. cit., vedi anche altra dello stesso pure del 3 febbraio.

(4) *Loco cit.* Achardi al Duca. Fontainebleau, 27 febbraio 1561. L'Achardi ebbe questa notizia dal provveditore e tesoriere delle galere del Gran Priore, Marco de Branges, che veniva di corte, v. anche: *Archivio di Stato di Torino. Francia. Lettere ministri*, mazzo II. Giovanni Moretto al Duca. Fontainebleau, 27 febbraio 1561. V. *App. Docum.* 7°. Pubblico questa lettera come un saggio di quel famoso marinaio, che è quanto alla forma assolutamente una rarità di scorrezioni.

quelle dei signori di Pierrebon e di Charlus, che erano in pieno assetto. Caterina rispose che fino a quando le galere dall'Atlantico non avessero fatto ritorno a Marsiglia era impossibile sguernire questo porto di ciurme. I due capitani allora informarono per lettera il Duca dei risultati ottenuti (1). Essi consigliarono la compera della *Delfina* ad ogni prezzo, tanto più assicurando il proprietario che avrebbe accresciuto la ciurma di 40 schiavi, e proposero anche le galere del Carces, sebbene fossero lontane, a Nantes, ed il conte non volesse rimetterle che in questa città od a Cadice in Spagna, perchè allora stava provvedendole di ciurma nuova. Certo non era comodo ritirarle da luoghi così lontani, ma in compenso le ciurme erano fresche, e d'altra parte il Moretto poteva con un viaggio non lungo da Fontainebleau recarsi a Nantes e condurle poi a Villafranca (2). Anzi il Moretto approvava le condizioni del Carces e si offriva con gioia al lungo tragitto, anche a patto di garantire colle sostanze e colla vita le due galere da ogni sinistro, finchè stavano a lui affidate (3).

Si noti che il vecchio pirata approfittava in quei giorni della sua presenza a Fontainebleau per chiedere agli eredi del maresciallo Pietro Strozzi il prezzo della galera sequestratagli a Malta, sebbene il Duca ne l'avesse compensato col dono di una casa a Nizza (4). La galera apparteneva allo Strozzi, ma il Moretto quando nel 1556 se n'impadronì a Civitavecchia era in credito dello stipendio di vari mesi. Credette di pagarsi da sè fuggendo colla galera. Vedemmo che il maresciallo era riuscito a farlo catturare nel 1557 dai cavalieri di Malta: il Moretto riuscì a scampare, ma la galera rimase all'ordine, che forse la restituì al proprietario. Ora che si trovava sotto l'egida ducale il Moretto cercò di rivendicare i suoi diritti, molto dubbi, ma la casa Strozzi rispose che l'eredità lasciata dal maresciallo consisteva solo in una casa ed una villa, e che essa non intendeva punto impicciarsi di tal cosa. Il Moretto scrisse al Duca lo facesse rimborsare dall'ordine di Malta, perchè egli non voleva rimetterci (5).

Il 22 marzo finalmente il vescovo di Tolone e l'Achardi firmarono col gran priore il contratto di compera della *Delfina* a prezzo di 12.000 scudi (6), dei quali 1200, avuti in prestito da Gio. Battista Gondi, gentiluomo fiorentino, furono subito pagati. Il gran priore aveva dimostrato ottima volontà, e colle sue istanze persuaso la regina a concedere la galera del Pierrebon ed una del signor di Montagu in cambio di quelle del de la Garde non appena la flotta avesse fatto ritorno a Marsiglia (7).

---

(1) Lettere cit. dell'Achardi e del Moretto, 27 febbraio 1561.

(2) Lettere cit. dell'Achardi, 27 febbraio 1561. L'Achardi aveva scritto che una sola galera del Carces era in vendita, mentre l'altra continuava a servire, v. lett. del 3 febbraio (pag. 32). Si vede che quella notizia non era esatta.

(3) Lett. cit. del Moretto. *App. Docum.* 7°.

(4) *Arch. Camerale di Torino. Concessioni* 1562-63, fol. 332-34. Nizza, 1° marzo 1560. Vi si afferma che " ... lon a trouvé par experience nostre trescher bien amé et féal Jehan de Moretta citoyen de ceste nostre cité de Nice qui non seulement sest abstenu fere chose contre son debvoir durant ledict temps et troubles de la guerre mais a plustost voulu abandonner tout aultre party pour se retirer a nostre service... „. Le espressioni sono certo molto indulgenti verso il Moretto che aveva tenuto le parti della Francia per molti anni.

(5) Poscritta nella lettera citata del Moretto. *App. Doc.* 7°.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali,* vol. 224 (1560) fol. 16.

(7) *Id. Francia. Lettere ministri,* mazzo I. Girolamo della Rovere al Duca. Fontainebleau, 23 marzo 1561. " Il 2° capo delle Galere si è ispedito meglio che non si pensavano da principio, et che non

In complesso il risultato delle trattative era soddisfacente. Negron di Negro, tesoriere generale dello Stato sabaudo (1), ebbe ordine di rimborsare il Gondi della somma imprestata e di pagare al gran priore il prezzo della *Delfina* in due rate, una di 4500 scudi il 25 aprile, l'altra di 6300 entro il mese di novembre (2).

Restava ai due capitani ed al Tolone di comperare il meglio delle galere cassate, cioè l'altra galera del gran priore, le due del barone de la Garde, quando fossero provviste di ciurma, e quelle del Carces (3). A queste ultime si rivolse l'attenzione dei tre ministri, a cui s'era unito da pochi giorni il segretario Forget. Il Moretto fece una corsa a Nantes per assicurarsi del loro stato, e conferì col proprietario. La conclusione fu che dopo alcuni giorni colla massima celerità il vecchio marinaio tornò in Piemonte (4), e comunicò le sue impressioni al Duca. Questi, probabilmente per evitare troppe spese, aveva poco prima scritto all'Achardi di abbandonare ogni pratica, ma quand'ebbe inteso la relazione del Moretto annullò l'ordine precedente, raccomandando all'Achardi ed al Tolone di comperare quelle galere anche a prezzo di 12.000 scudi l'una, purchè il conte di Carces accettasse in pagamento terre e boschi: tutt'al più prima di rompere le trattative consentissero a dargli in contanti 3000 scudi. Il Moretto ebbe istruzione di recarsi a Marsiglia, non appena al gran priore fosse stata sborsata l'ultima parte della somma dovutagli, e condurre la *Delfina* a Villafranca (5).

è contenuto nella risposta. Nel che si è adoperato molto bene il s^{r} Gran Priore, et ha fatto che in luoco dei doi corpi di Galere del barone della Gardia, V. A. sarà fornita di due galere armate, cioè una del cap.^{o} Piere bon, l'altra del cap^{an} Montaguto, subbito che l'armata sarà di ritorno a Marseglia, come V. A. veddrà per la copia della ordinanza, che gli mandarà il cap^{an} Achardi. — Quanto alla compra delle Galere, Hieri si fece il contratto col detto s^{r} Gran Priore della sua galera Delphina, sul modo che veddrà parimente per la copia del contratto. Et per facilitarlo, et perchè ancora detto s^{or} Gran Priore si adoperi più volentieri al essecutione delle due galere di sua M^{tà} havendone egli fatta grande instanza, et anzi non volendo contrattare altramente, se non havea qualche anticipatione di denari, Ho tolto milledugento scuti del sole o sia s^{ti} 1250 d'Italia in prestito per dargli al cap^{an} Achardi a far questo primo pagamento, et sonomi obbligato di fargli pagare a Lione alli xx del prossimo mese, senza niuno interesse. Il quale piacere mi ha fatto ms. Gio. Battista Gondi gentilhuomo fiorentino, principalmente per servitio et respetto di V. A. ... „.

(1) V. su questo personaggio Claretta, *Negron di Negro, ministro di finanze di Eman. Filiberto*. Firenze. 1882 (estr. dalla " Rivista Europea „).

(2) *Arch. di Stato di Torino. Francia. Lettere ministri*, mazzo I. Il duca al della Rovere. Vercelli, 10 aprile 1561.

(3) *Id.* Forget al Duca. Fontainebleau, 10 aprile 1561.

(4) *Id. Em. Filiberto e Margherita di Francia*, mazzo I (1535-61). Girolamo della Rovere a Gio. Matteo Cocconato. Parigi, 20 maggio 1561. " Il cap^{n} Moretto non tornò maj, che era ito da Nantes verso sua Alt.^{a} „. — *Id. Lett. particol.* Achardi al Duca. Parigi, 7 aprile 1561. — *Arch. Camerale di Torino. Conto del Moretto*, cit. " Più scuti 104, 8, spesi per andare da Nantes di Bertagna (*sic*) a Biela, che sono poste 86 con 3 cavali „. Questo conto fu pubblicato dal Dubois: *Raccolta*, cit. XXVII, pag. 1172-73.

(5) *Arch. di St. di Tor. Francia. Lettere ministri*, mazzo I. Minute di lettere del Duca al vescovo di Tolone. 31 aprile 1561. " Dopo la venuta del Capp^{n} Moretta si siamo risolti di comprar le due gallere del s^{r} di Carces a xii/m sc. l'una mentre però che egli pigli in pagamento tanto deli boschi et terre che havemo in Franza, altramente non le vogliamo. Se adunque egli se ne cotenti, il cap^{n} Achardi, al qual scriviamo, ne farà contratto in vigor de la procura che egli ha. Et per far l'estimatione di essi boschi et terre vi mandiamo un'altra procura, qui alligata, acciò che si finisca il negocio intorno il quale sarete avertito di adoperar estimatori da terra et fidi, et far quel di più che giudicarete necessario per servitio nostro, che noi rattifficheremo poi il tutto „. — Il Duca al-

Durò 20 giorni la permanenza del Moretto alla corte del Duca. Il 24 maggio era di ritorno a Parigi (1), dove seppe che a poca distanza dalla città stavano il Re e la Regina, accompagnati dall'Achardi, il quale attendeva una lettera che permettesse la consegna delle galere donate, mentre il Vescovo di Tolone faceva misurare i boschi e le terre di proprietà ducale in vista della compera delle galere appartenenti al Carces (2).

Le cose, al solito, andarono in lungo. Quando la corte si restituì a Parigi nei primi di giugno, l'Achardi nulla aveva ottenuto, ed alle insistenze sue e del Tolone Caterina rispondeva invariabilmente che nell'assenza della flotta da Marsiglia non si poteva fare alcuna concessione. Il Moretto allora narrò alla Regina come Filippo II avesse pregato il Duca di unire quattro galere all'armata spagnuola, che doveva operare in Africa contro i Mori ed i corsari barbareschi, e che Emanuele Filiberto desiderava vivamente di compiacere il Re, ma per ciò aveva bisogno delle ultime due galere donategli da circa due anni, e mai consegnate. Se la Regina avesse soddisfatto il legittimo desiderio del Duca, oltre a beneficare un affezionato parente, avrebbe compinto anche un grande servizio alla cristianità. Caterina rispose con molte promesse, ma fu irremovibile nella prima decisione, forse per lo stato miserando dell'erario, che non poteva soddisfare il prezzo delle due galere ai proprietari (3).

L'Achardi, il Tolone ed il Moretto si rivolsero allora al negozio col Carces.

---

l'Achardi. *id.* " Gionse qua il capp[n] Moretta poco di poi che vi furono spedite le lettere per le quali d'ordine nostro vi si scriveva che non compraste le galere del s[r] di Carces. Però havemo mutato proposto, et hora le compraremo voluntieri a XII/m sc. l'una, mentre che egli se ne voglia pagare sopra li boschi et terre che havemo in Franza et non altrimenti, le quali si farano stimare da persone intelligenti et confidenti. A questo effetto rimandiamo esso cap[n] Moretta instrutto de le provisione che havemo fatte per il pagamento de la *Delfina*, et con procura da relevar Cesar Grosso, se egli farà la responsione deli VI/m scuti per novembre, come è convenuto et che ultimamente vi fu scritto, acciò che satisfatto che s'abbia a questa et a li altri partiti col mezo del Thesorero di Savoia al quale si manda già il recapito necessario, venga quanto più presto a ritirar la detta gallera *Delfina*. Et a voi lasciamo il carico, che in vigor de la procura che havete di 13 di genaio con la quale facesti il contratto di essa *Delfina*, lo facciate ancora di queste due del s[r] di Carces per essi XII/m sc. l'una sotto conditione di pagarsene come di sopra, altramente lo licentiarete per venirvene qua al più presto. Et accettando la conditione di pagarsene vederete fra mons[r] di Tolone, al qual ne scriviamo, et voi di contrattar bene la cosa, et di far far l'estimatione da homini da bene, et fideli, che a tal effetto se gli manda una procura, et noi ratificaremo poi quello che haverete fatto „.

(1) *Id.* Il vescovo di Tolone al Duca. Parigi, 26 maggio 1561. — *Arch. Camerale di Torino. Conto del Moretto* cit. " Più scuti 30.10 per tanti spesi in 20 giorni a seguitar la corte de S. A. con cavali de vitura e un servitore. — Più scuti 31.12 per correr la posta da Invrea a Chiambery con tre cavali per andare alla corte del Re di Franza, dove sono poste 20. — Più scuti 20 per la posta da Chiamberì A Lione con il tressaurier di Savoia e un servitore a sei cavalli. — Più sc. 2 per la spesa de 3 giorni che se suprastete a Lione. — Più scudi 38 per la spesa de poste, 34 per andare da Lione a Pariche (*sic*) „. (Dubois, loc. cit.).

(2) Lett. cit. del vescovo di Tolone al Duca. — V. *Arch. di St. di Tor. Em. Filiberto e Margherita di Francia*, mazzo I, lett. cit. del vescovo di Tolone al Cocconato. Parigi, 20 maggio 1561. " Il cap[an] Achardi è ito in corte per levare la speditione delle galere, che sua M[tà] resta a darci; et poi se n'andarà di longo „.

(3) V. ampiamente di questo in *Arch. di St. di Tor. Francia. Lett. min.* Tolone al Duca. Parigi, 5 giugno 1561.

Questo signore era sempre a Nantes, il che rendeva malagevoli le trattative. Sarebbe stato opportuno un viaggio colà dell'Achardi per indurlo ad accettare i patti offerti dal Duca, tanto più vedendosi dall'estimo che le terre ed i boschi, i quali dovevano servire di pagamento, erano degni di conto. Solo le foreste, scriveva il Tolone, valevano più di cento mila franchi, cioè di 4 galere a venticinque mila franchi l'una (1).

Ma già la flotta dell'Atlantico, compiute le sue operazioni, faceva ritorno nel Mediterraneo, e s'attendeva di giorno in giorno a Marsiglia. Invece dell'Achardi quindi partì il Moretto da Parigi, il 3 giugno, alla volta di Marsiglia, per ritirare al più presto la *Delfina* (2). Si fermò 10 giorni a Lione (3), ed ai primi di luglio, giunto a Marsiglia, poco dopo l'arrivo della flotta, ebbe finalmente dal tesoriere del gran priore la desiderata *Delfina*, per la quale dovette sborsare più di 333 scudi pel vitto della ciurma e dei marinai durante il mese di maggio (4). Il Moretto rimase a Marsiglia otto giorni (5), sperando, ma invano, giungesse dalla corte l'ordine di consegna delle galere donate, ed alla fine salpò colla sola *Delfina*. Egli sapeva che nelle isole di Hières volteggiavano alcune galeotte di corsari (6), ma s'era premunito accrescendo i marinai ed i soldati a 70 uomini. Questa precauzione non fu inutile. Incontrò infatti i corsari che gli diedero la caccia, ma la velocità e buona costruzione della galera, unite alla rapidità e precisione di manovra, lo salvarono, sicchè pochi giorni dopo potè consegnare la *Delfina* a Villafranca nelle mani del Leynì con molte provvigioni comperate per l'uso delle galere (7). Ciò fatto si recò a Rivoli, sede allora della corte sabauda, per comunicare tutto al Duca; ma questi

---

(1) Lett. cit. del Tolone.

(2) *Loc. cit.* Tolone al Duca. Parigi, 15 giugno 1561. — *Arch. Camerale di Tor. Conto del Moretto*, cit. " Più scuti 38 per la spesa de poste 34 per ritornare da Parichi (*sic*) a Lione „.

(3) *Id.* " Più scuti 5 per la spesa fatta che me fermai a Lione giorni x „.

(4) *Id.* " Più scuti 336.16 pagatti a Mons^r le Gramprior de Francia per il vitto della gallera Dalfina che aveva speso in Nel meso (*sic*) de maggio Nel 61 „.

(5) *Id.* " Più scuti 16 per la spesa fatta per poste 15 per andare da Lione a Marciglia. — Più scuti 10 spesi in 8 giorni a Marcilia stando in compagnia del tressaurier de mons^r le Gramprior che me doveva consegnar la gallera Dalfina „.

(6) *Id.* " Più scuti 109 spesi per condure detta gallera Dalfina da marci^a a Villafranca, cioè di marinari, soldati il numero de sentanta persone, parte presi a marcilia, e parte a tolone, e questo se fesse per paura delle galere ch'allora si trovavano all'issole (*sic*) „.

(7) *Arch. di Stato di Modena. Cancelleria ducale. Carteggio degli ambasc. estensi a Torino*, busta 1^a (1560-65), Paolo Emilio Boschetti al Duca di Ferrara, Alfonso II. Rivoli, 13 luglio 1561. " Il cap^no Moretto, che già fu cap^no del priore delle galee di S. M^tà Chr^ma [*Leone Strozzi, priore di Capua*], il quale hora sta al servitio di S. Alt., fu da essa ispedito a' dì passati di Alba per andare a comprare tre galee a Marsiglia, ma non ne ha potuto havere più d'una che gli costa 12/m scuti ed è stata comperata per conto de dennari, che avanza con S. Al^a della dote di sua moglie, et nel volerla condurre ha incontrato alcune fuste de' Turchi ed è stato forzato a lasciarla in uno porto „. (Il Bernieri, come si vede, non è ben informato nella compera della *Delfina* e delle altre galere). — *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario*, cit. fol. 10. Rivoli, 14 luglio 1561. " Ch'l capi° Moretto, havea condotto a Villafranca *una* galea comprata da 'l Duca, et da Franza gli è data buona promessa delle due che restano di quelle che gli sono sta promesse „. — *Arch. Camerale di Torino. Conto del Moretto*, cit. " Più abbi haver scuti 155.16.6 per haver comperato a marcilia li settecento cinquanta cantara de biscoto per la provigione dell'gallere. e facendo condur detto biscoto a Villafr^ca con una barcha e per haver fortuna di tempo e per il manchamento se trova delli supra detti 750 cant^a di biscotto manchar la somma di cantara Novanta quatro del detto biscoto che montano „.

ne era partito da qualche tempo e si trovava a Chambery. Il Moretto si diresse a quella volta (1).

Il Duca in questi giorni aveva compiuto per la marina militare del suo Stato un atto di molta importanza. Fino allora le galere sue erano state amministrate in diretta dipendenza da lui: nulla vi si poteva compiere senza un ordine suo. Di qui molta lentezza e continuo incaglio nell'amministrazione. Ora che il numero andava crescendo, Em. Filiberto pensò di rimetterle del tutto al suo ammiraglio: quindi stabilì col Leynì in vari capitoli quanto si doveva osservare nelle medesime per la conservazione loro, delle ciurme e dei marinai (2). Il Leyni s'obbligò a tenere le galere sottili ordinarie a 3 uomini per banco a prezzo di 400 scudi d'oro al mese per ognuna, e quelle dette *galocchie*, che avevano 4 uomini per banco, in ragione di 450 scudi mensili. Doveva il Duca consegnar le galere ben provviste di ciurme e di tutto il necessario, ma spettava al Leynì di restituire al termine del contratto ogni cosa nello stato in cui l'aveva ricevuta, salvo il caso di perdita di qualche galera o morte di uomini della ciurma, cose di cui non era responsabile, salvo quando apparisse colpevole di negligenza. L'equipaggio ordinario di ogni galera doveva essere di 60 marinai, e di 80 nelle campagne navali: però l'aumento della gente restava a carico del Duca. Le ciurme, cioè i rematori, composte di schiavi turchi e di forzati, erano invece a carico dell'ammiraglio, che doveva vestirle di tutto punto due volte all'anno, provvederle di vitto sufficiente, cioè 30 oncie di biscotto o 36 di pan fresco per uomo al giorno, e minestra di fave o di riso tre volte per settimana. Quando poi occorrevano sforzi nella navigazione si doveva distribuire vino, olio ed aceto, e se cadevano ammalati uomini di ciurma, era obbligo farli curare.

La paga fu stabilita sul diritto di Villafranca (3) e sulla gabella del sale di Nizza a trimestri anticipati. Qualora nello sborso dei danari vi fosse ritardo notevole, che pregiudicasse gli interessi dell'ammiraglio, il Duca s'impegnava di rimborsarlo, capitale e reddito. Oltre l'ordinario v'era poi una somma destinata al mantenimento di gentiluomini al seguito del Leynì ed a premiare i marinai e soldati degni. Del bottino di guerra al Leynì spettava la 4ª parte; se venivano presi schiavi turchi, egli doveva vendere la sua parte al Duca, quando ve ne fosse bisogno per l'uso delle galere, a prezzo di 20 scudi d'oro l'uno. Era proibito poi di servirsi delle ciurme in altro che non fosse a vantaggio delle galere. L'arsenale di Villafranca coi suoi magazzini restava a disposizione del Leynì per i bisogni delle navi.

Tali furono i capitoli stabiliti dal Duca col suo ammiraglio: ambe le parti erano impegnate per due anni, a cominciare dal 1° giugno 1561.

In un ordine poi a parte il Duca raccomandava al Leynì di accettare il riscatto

---

(1) *Id.* " Più scuti 88 spesi per andare da Vilafrª a chiamberi per la posta con 3 cavalli per le speditioni de S. A. compresa la spesa del ritorno a Villafranca „. — *Arch. di Stato di Modena. Loc. cit.*, lett. cit. del Bernieri. " Onde egli è venuto da S. Alt.ª et non l'havendo trovata qua, le è andato dietro in Savoia „.

(2) *Arch. Camerale di Torino. Controllo Patenti*, reg. 1, fol. 90-91. — *Arch. Provana. Conti delle galere*, mazzo I, cat. 1ª, pubbl. del Dubois, XV, 540-41. V. anche Claretta, *Dell'ordine*, pag. 24. I capitoli sono scritti a Châtillon, 17 maggio 1561.

(3) Di questo diritto o dazio parleremo a suo tempo.

degli schiavi; il danaro trattone doveva essere consegnato al tesoriere delle galere Ricciardetto Scaffa, ed impiegato alla compera di altri schiavi. Era vietato assolutamente agli ufficiali e marinai di caricare le galere di merci per loro speculazione durante le spedizioni. Sorvegliare queste cose (1) e tener nota della porzione che spettava al Duca nel bottino era còmpito dello Scaffa, il cui ufficio di tesoriere " per haver noi rimesse dette galere a carico del s^r^ di Leynì nostro capitan generale „ non aveva più che il nome e lo stipendio di 200 scudi all'anno (2). Ben presto, nella fine del 1562, al titolo di tesoriere fu sostituito quello di commissario, meglio adatto ad indicare le sue funzioni attuali (3).

Pochi mesi dopo, il 24 agosto 1561, il Duca affidò una galera da 4 uomini per banco ad Amedeo di Pilla, signor de la Perrière, già uomo d'arme d'una compagnia d'uomini d'arme, pagata dal Re di Francia (4), ed al servizio di Em. Filiberto, con stipendio di 400 scudi d'oro al mese, ed alle medesime condizioni pattuite col Leynì (5).

Così nel bilancio del 1562 noi troviamo che le spese per la marina salirono a 75.874 lire (6).

5. — Torniamo ora alla corte di Francia, dove l'Achardi ed il vescovo di Tolone continuavano i negoziati. Dopo lunghe istanze l'Achardi ottenne una lettera diretta al gran priore, nella quale era permessa la vendita delle galere dei signori di Montagu e di Pierrebon (7), e partì subito da Parigi. Fino allora si ignorava l'arrivo dell'armata a Marsiglia, ma se n'attendeva di giorno in giorno la notizia, che giunse finalmente a Poissy, dove si trovava allora la corte, il 27 agosto, quando già l'Achardi era partito. Il vescovo di Tolone non mise tempo in mezzo, e chiese subito alla Regina madre ed al Re di Navarra, Antonio di Borbone, che allora teneva le redini dello Stato, la consegna delle due galere da tanto tempo donate. Ne trasse buone parole, e ad un tempo preghiera di pazientare alcuni giorni, come se la pazienza del vescovo non fosse già stata messa a dura prova (8). Il Duca stesso aveva perduto la sua, e rinviava in quei giorni il conte di Poirino alla corte di

(1) Dubois, XV, pag. 541. Ivrea, 24 maggio 1561.

(2) *Arch. Camerale di Torino. Concessioni 1551-61*, fol. 89. Ivrea, 16 maggio 1561. Interinazione. Vercelli, 6 giugno 1561.

(3) Dubois, XV, pag. 543-44. Fossano, 3 novembre 1562.

(4) *Arch. Camerale di Torino. Concessioni 1560-62*, reg. 5, fol. 61-62. Vercelli, 25 febbraio 1561. Ordine di pagamento dello stipendio al la Perrière come uomo d'arme nella suddetta compagnia.

(5) Dubois, XV, 542.

(6) Ricotti, II, 482. — Em. Filiberto ai primi del 1562 cercò di attirare al suo servizio un famoso ammiraglio francese, il barone de la Garde, coll'intenzione di affidargli il comando delle galere, togliendolo al Leynì. Il De la Garde era disgustato di servir il re di Francia, che lo lasciava disoccupato; si recò quindi a Rivoli per trattare col Duca, ma non riuscì a conclusione alcuna. V. *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Giovenale di Costaforte a Gio. Matteo di Cocconato. Rivoli, 19 gennaio 1562. " Qua v'è trattato di levar le galere a mons^r^ di Leinì (il qual è gionto a Nizza da 15 giorni in qua), et darle al Baron de la Guardia che offerisce partiti grassi. Et era ad corte per questo, pur hoggi s'è partito irresoluto et io me ne ritorno a Carignano „.

(7) *Arch. di St. di Tor. Francia. Lettere ministri*, mazzo I. Il vescovo di Tolone al Duca. Parigi, 15 giugno 1561.

(8) *Id.*, Il vescovo al Duca. Poissy, 28 agosto 1561.

Francia per reclamare quanto gli spettava e tra l'altro anche quelle navi. Il cardinale di Lorena (1) assicurò il conte che presto le due galere del De la Garde sarebbero giunte a Villafranca colla ciurma intera (2). E fu mestieri accontentarsi di tale promessa.

Intanto l'Achardi, che ignorava ancora l'arrivo della flotta a Marsiglia, aveva pensato di fermarsi a Lione alcuni giorni. Egli sapeva che in quella città abitava da qualche tempo la contessa di Carces; gli pareva quindi buona l'occasione per trattare con questa signora l'acquisto delle galere del conte, suo marito, che le aveva lasciato di ciò ampia procura. Ma i negoziati furono difficilissimi. La contessa andava guardinga, e mostrava poca soddisfazione delle proposte fattele. Per finirla l'Achardi la pregò di formulare per iscritto le sue pretese, " et Dio sa „, scriveva l'ottimo capitano. " qnante parolle et proteste sono passate! Infin la si è rissolta di farlo et aspetar sei giorni la risposta et voluntà di v. Alt. et così li spedisco costui a posta cum ogni diligenza aspettando et dandoli aviso che altro non o pottutto far che quello che se gli contiene „ (3).

In quella l'Achardi venne a conoscere l'arrivo dell'armata e del conte di Carces a Marsiglia, e senza maggior indugio ripartì a quella volta (4). Poco dopo la sua partenza giunse a Lione Antonio Maria di Savoia, conte di Collegno, primo maggiordomo del Duca, coll' intenzione di aiutarlo o sostituirlo, ma proprio allora la contessa di Carces si recò incontro al marito (5).

Em. Filiberto, che ignorava questi ultimi particolari, scrisse all'Achardi il 1° settembre suggerendogli di offrire alla contessa 8000 scudi per galera, da pagarsi a Lione entro otto giorni, con facoltà di crescere man mano la cifra, se quella non si contentasse, fino a 13.000 scudi, purchè venissero accettati in pagamento boschi

---

(1) I Guisa formavano allora una famiglia numerosa. Erano 5 fratelli: Francesco di Lorena, duca di Guisa, il famoso conquistatore di Calais; Carlo, cardinale di Lorena, arcivescovo di Reims; Claudio, conte d'Aumale; Luigi, cardinale di Guisa, arcivescovo di Sens e vescovo di Metz; Francesco, cavaliere di Malta, e gran priore di Francia, e Renato, marchese d'Elbeuf.

(2) *Arch. di St. di Tor. Francia. Lett. min.*, loc. cit. Il vescovo al Duca. Fontainebleau, 21 agosto 1561. — La missione del Poirino non aveva per solo scopo l'acquisto delle galere, ma di indurre la corte a restituire le città ancora trattenute in Piemonte.

(3) *Id. Lettere particolari.* Achardi al Duca. Lione, 18 agosto 1561.

(4) *Id.* Lioue, 25 agosto 1561.

(5) *Arch. di St. di Tor. Em. Filiberto e Margherita di Francia*, mazzo 1. Il Duca al conte di Collegno. Rivoli, 31 agosto 1561. " Quanto a le risposte che si potrebbero fare per le galere di mons^{r} di Carses et quelle che havete particolarmente operato con m^{s} di Cremieu, non accade per hora farne altra instanza, poi che madama di Carses se ne è ita. Et bastarà aspettarne novo avviso, che quello che il capp^{n} Achardi, al quale scriviamo, come da lui saprete, potrebbe tentar di novo con mons^{r} di Carses „. — V. anche *Id. Lettere Savoia. Collegno.* Lettere di varî ad Ant. Maria di Collegno. Giovanni Fabri al Collegno, 1 settembre 1561. " S. Alt. mi ha comandato di soggiugner a V. S. Ill^{re} che se il capp^{n} Achardi non fosse più in Lione, ella debba aprir la lettera inscritta ad esso Achardi, et vedutola operar lej quello che potrà con m^{r} di Cremieu, spacciando subito un homo a posta in tutta diligenza che aggiunga esso Achardi quando sia incaminato alla volta di Marsiglia, perchè operi quanto sua Alt. gli l'ordina per la sua lettera, la qual se gli manderà ritenutaue copia per memoria di V. S. Ill. et un altro homo si potrà mandar a madama di Carses per far l'effetto imposto al cap. Achardi, et intanto ella non si partire di Lione, che non habbia ordine, si come S. Alt. li scrive. — Se il cap. Achardi è incaminato a Marsiglia se gli potrà mandar la lettera per m^{r} de Carses, et se li spedisse a la moglie se gli manderà la sua „. — La lettera di cui qui è fatto cenno, è quella ricordata nella nota seguente.

e terre di Iles e Modon, dove il Duca aveva vasti beni, per l'ammontare della somma, ed il danaro contante fosse ridotto a 3000 scudi ed anche meno. Se l'Achardi poteva con un migliaio di scudi in più venire a conclusione dell'affare, non badasse oltre, ma se la contessa si manteneva intrattabile, e gli paresse più conveniente recarsi dal conte, scrivesse da un lato alla medesima, perchè del frattempo non s'impegnasse con altri, e corresse in tutta fretta a Marsiglia presso il conte. Gli mandava perciò lettere di credenza per ambidue. In ogni evento Emanuele Filiberto avvertì pure Cesare Grosso, suo banchiere a Lione, ed il signor di Cremieu, genero del conte di Racconigi, Filippo di Savoia, di garantire la somma che l'Achardi avrebbe fissato colla signora di Carces, e perchè il Cremieu non facesse difficoltà, unì alla lettera una obbligazione del conte di Racconigi (1).

L'Achardi ricevette naturalmente a Marsiglia l'istruzione ducale, ma il negozio fallì, forse per la mala voglia del Duca di pagare a contanti il prezzo delle galere. Il Carces, senza interrompere i negoziati coll'Achardi, trattò segretamente con uno Spinola, mercante genovese, e nella metà di settembre gli vendette le due galere (2). Quando l'Achardi s'avvide del pericolo, offrì al conte 13.000 scudi per ogni galera, somma al di là della quale non aveva facoltà di procedere, perchè il Duca non voleva " mettere taglia alle cose sue „ (3), ma il Carces tenne duro e le galere passarono allo Spinola. Il vescovo di Tolone ed il segretario Forget, informati della cosa, tentarono persino di mettere innanzi al Carces l'autorità del Re, Carlo IX, ma non ebbero alcun effetto (4). Il Carces dopo tutto era padrone delle sue navi, ed avendole il Re licenziate dal suo servizio, poteva venderle a chi gli conveniva meglio.

In compenso l'Achardi iniziò nel novembre dello stesso anno pratiche per l'acquisto della galera del sig.r di Pierrebon: il Duca gli aveva raccomandato di affidarla al sig.r de la Perrière, appena si fosse messo d'accordo col proprietario, perchè venisse condotta a Villafranca (5). Anche qui le cose andarono in lungo, ed ancora nel 1562 duravano le trattative; il 24 aprile, quando il Duca lasciò all'Achardi l'incarico di condurre la galera a Villafranca (6), nulla ancora aveva egli conchiuso. Il

---

(1) *Arch. di Stato di Tor. Registri lettere della Corte*, 1561-62, fol. 42. Al cap. Achardi 1 settembre 1561. V. anche *id.*, *Lettere Savoia-Collegno*. Forget al Collegno. S. Germain en Lays 11 ottobre 1561.

(2) *Id.* S. Germain en Lays 23 settembre 1561. " Mais a l'instant est arrivé ung homme de mons.r de Carses nommé le cappitaine Vignol, lequel a certiffié a mons.r le Chancellier que les galleres dudict s.r de Carces estoient vendues et delmoerés (*sic*) au marchant genovoys, et quil y a plus de huict Jours quelles sont hors du port de Marseilles, de sorte que ce qui mavoit esté accordé pour le service de Mondict s.r Nous est demeuré Inutille. Je luy en escripts bien au long, affin qu'il coignosse dont vient la faulte „.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte* cit., fol. 71. Al cap. Achardi. Rivoli, 13 novembre 1561.

(4) Lett. cit. del Forget, 11 ottobre. " ...Et encores que cy devant Il vous aye mandé que le Roy avoit eu advis que ses galleres estoient deyà hors le port et entre les mains de Spinola, Je ne laisseray toutesfois de vous mander certe mesme chose par la presente, affin que vous entendiez que les lettres du Roy ne pouvoient servir en ceste affaire „.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte*, 1561-62, fol. 71. Al cap. Achardi. Rivoli, 13 novembre 1561. — L'Achardi s'occupò anche della compera d'una galera del conte di Tenda, che era fra le cassate, e della ciurma della galera ammiraglia del gran priore, ma non ebbe risultato favorevole, almeno per quell'anno.

(6) *Registri* cit., fol. 105.

Pierrebon finì nondimeno per accontentarsi di 12.000 scudi, che il Duca gli fece sospirare a lungo. Trovo che solo nell'agosto 1564 il pagamento venne eseguito (1). La compera fu buona: la galera che aveva nome *San Pietro*, era di ottima costruzione e fece utile servizio.

Restavano ad avere le due galere donate dal Re, che ne procrastinava sempre la consegna. Ancora nell'ottobre 1561 stavano al porto di Marsiglia (2), ma entro il 1562 furono di certo condotte a Villafranca, perchè non trovo che più se ne sia parlato. Solo nel 1565 la camera dei conti di Parigi fece difficoltà nel registrare il brevetto di dono delle 4 galere e l'atto di vendita della galera del Pierrebon, dicendo che il Re Carlo IX non era tenuto ad eseguire le promesse di doni che suo fratello Francesco II aveva fatto (3), ma non credo che la cosa abbia avuto seguito.

6. — Emanuele Filiberto voleva che la sua flottiglia acquistasse fama e considerazione presso gli Stati europei, e quindi nel 1562 cercò anche di mantenervi buoni marinai. Per raggiungere il suo scopo egli proibì a tutti gli uomini di mare del ducato di entrare senza permesso suo al servizio di altri principi, pena la confisca dei beni e 10 anni di galera, e con autorità al Leynì di fare esecuzione sommaria contro i disubbidienti (4). D'altro canto volle attirare al servizio delle galere e favorire quanti mostravano abilità in cose di mare, e nominò nel 1562 il cap. Erasmo Galléan, buon marinaio, comandante della galera *Delfina* (5).

La morte del veedore delle galere, il cap. Gio. Moretto, diede occasione ad Em. Filiberto di comperare da Ottaviano, figlio del famoso marinaio, la galera fino allora di proprietà del medesimo (6). Così tutte le galere che portavano vessillo sabaudo, eccetto la *Piemontesa*, appartenevano ormai esclusivamente al Duca. Esse nella fine del 1562 erano di certo 10: le 4 primitive, compresa la *Moretta*, le altre 4, donate dalla corte di Francia, la *Delfina*, comperata dal gran priore, e la *S. Pietro* dal sig.r di Pierrebon. Non bisogna però credere che tutte fossero armate: sarebbe stato un inutile gravame all'erario. Tre certo si tenevano sempre all'ordine, le altre stavano disarmate nel porto di Villafranca.

---

(1) *Id.*, fol. 1220. Al signor di Meuillon 21 dicembre 1562. Scrive il Duca che mandava a Marsiglia l'Achardi, il quale avrebbe conferito con esso Meuillon per il pagamento della galera *Saint Pierre*. *Id.*, *Protocolli ducali*, vol. 225 (1563 e 1564), fol. 187. Ordine a Negron di Negro di pagare al Meuillon 10,708 scudi in saldo dei 12,000 dovutogli. Si vede che gli altri 1292 erano già stati pagati.

(2) Albèri, loc. cit., pag. 437. " Due n'aspetta di Francia che resta ad avere di quattro che gli furono promesse „. Ora il Boldù era ancora a Rivoli il 23 ottobre 1561 (V. *Arch. di Stato di Venezia, Rubricario cit.*, fol. 12); la sua relazione è del 12 dicembre dello stesso anno.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Francia, Lettere ministri*, mazzo II. Il Duca al segretario Denis. Chieri, 11 febbraio 1565. *Id.*, Il segretario Deudaldeguy al Duca. Angoulême, 15 agosto 1565.

(4) *Arch. di Stato di Tor. Protocolli ducali*, vol. 224 *bis* (1562), fol. 156. Fossano, 18 giugno 1562.

(5) *Id.*, vol. 225 (1563 e 1564), fol. 30. Torino 24 marzo 1563.

(6) *Arch. Camerale di Torino. Conti delle galere e fortificazioni di Villafranca* cit. Conto di Ottaviano Moretto. V. anche *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 225 (1563 e 1564), fol. 44. 21 aprile 1563. Il prezzo della galera fu di 2461 scudi. Il Gioffredo, col. 1533 dice che il Moretto venne a morte nel 1564, e nel Manno e Vecchi, pag. 435 ciò si ripete. Ora un dispaccio dell'ambasciatore veneto Sigismondo di Cavalli del 22 settembre 1562 (*Arch. di Stato di Venezia, Rubricario* citato, fol. 24) non lascia dubbi sull'epoca della morte. Inoltre nell'atto di vendita della galera si parla del Moretto come già defunto, e l'atto è del 1563.

Ma Em. Filiberto non era ancora soddisfatto: egli desiderava che il numero delle galere crescesse a 12 (1), e fece pratica per la compera di altre due. Il conte Scipione Fiesco teneva a Marsiglia una galera cassata. Il vescovo di Tolone, negli ultimi del 1562, chiese alla corte il permesso di comperarla (2). Come negli altri casi, anche in questo vi furono lungaggini: tuttavia il 24 aprile 1564 fu stipulato il contratto col Fiesco a prezzo di 3000 scudi d'oro d'Italia (3). Carlo IX mandò il brevetto di vendita a Marsiglia, dov'era al solito l'Achardi, ed il Leynì incaricò il cap. Marcantonio Galléan di ritirare la galera. Le pratiche per la consegna richiedettero ancora molti giorni, causa la malafede del Fiesco, il quale con mille scuse cambiò i $^3/_4$ della ciurma, sostituendo gente nuova ed inesperta alla vecchia ed ammaestrata. Quando il Leynì vide la galera entrare a Villafranca, s'accorse subito dalla lentezza e cattiva esecuzione delle manovre che v'era stato inganno, ma non potè far altro che mandare lagnanze al Duca: " Sotto pretesto del'ordine del Re, et altri colori ne hanno cambiato li doi terzi della ciurma vechia in nuova, e ben se li pareva al voggare che facevano nella entrata del porto, che andavano inseme como organi. Gl'altri fornimenti sono talli quali, nè so a chi atribuir la colpa di questo fatto, o al conte da Fiesco, o alli ministri del Re, opure a l'aria di Marsiglia, che sempre ne ha portatto così fatti accidenti „ (4).

L'Achardi rimase a Marsiglia per trattare col conte di Tenda l'acquisto della sua galera (5): se riusciva, Emanuele Filiberto raggiungeva la desiderata cifra di 12 galere. Intanto la stessa città di Nizza aveva venduto al Duca una galeotta di 14 banchi, ben armata, e pare che vi fosse intenzione di mandarla in corso sotto un capitano greco per danneggiare i Turchi (6). Ignoro se l'intenzione sia stata messa in atto.

7. — Il bilancio della marina piemontese assunse dal 1562 al 1564 proporzioni notevoli. Date le numerose spese che lo stato doveva affrontare nella costituzione dell'esercito, e nel miglioramento del paese, che in molte parti era incolto e rovinato dalle lunghe guerre, esso eccedeva le deboli forze dell'erario. Emanuele Filiberto confidava che il Re di Spagna avrebbe preso a stipendio le sue galere, come faceva con quelle di Gio. Andrea Doria e del Duca di Firenze, Cosimo de' Medici, e fu probabilmente con tale speranza ch'egli diede alle cose di mare uno sviluppo superiore alle sue forze.

Quando poi s'accorse che Filippo II non mostrava intenzione alcuna a tale riguardo, pensò di compensarsi delle spese sostenute affittando le galere ad armatori

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 13. Rivoli 15 dicembre 1561. " Il Duca disegna di costrurre 12 galere in tutto, e spera che gli saranno pagate dal re catt.co „.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Francia, Lettere ministri*, mazzo I. Parigi, 14 dicembre 1562.

(3) Manno e Vecchi, pag. 437.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particol.* Leynì al Duca. Villafranca, 28 maggio 1564.

(5) *Arch. di Stato di Modena. Carteggio degli amb. estensi a Torino*, busta 1ª (1560-65). Simone Giminelli al Duca di Ferrara, Alfonso II. Nizza 2 marzo 1564. " In dieci giorni il s.r Duca manderà in corso una galeotta ch'egli comprò già dalla comunità di Nizza, la quale galeotta è di quattordici banchi, et benissimo armata, et sopra di essa va capitano un Greco molto pratico nell'arte di Corsaro „.

(6) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 13. 15 dicembre 1561.

privati. A quei tempi gli armatori di maggior grido erano Gio. Andrea Doria, il quale, come suo prozio, Andrea, teneva una dozzina di galere allo stipendio del Re di Spagna, Stefano de' Mari, i Lomellini ed il conte Federico Borromeo, fratello del cardinale Carlo.

Federico Borromeo nel 1561 aveva ricevuto in dono dal duca di Firenze, Cosimo de' Medici, due galere, che il papa, Pio IV, suo zio, fece armare a sue spese (1). Nel 1562 il Borromeo pensò di accrescere la sua flottiglia, perchè servisse a vantaggio della Chiesa, ed anzi, fiducioso di ottenere dal Re di Spagna la stessa concessione avuta dal pontefice, intendeva armare anche qualche altra galera a servizio di questa potenza (2). Emanuele Filiberto, a cui erano note le sue intenzioni, per mezzo del vescovo d'Aosta, Marcantonio Bobba, suo ambasciatore a Roma, offrì al Borromeo di affittargliene due, colla ciurma e marinai ordinarî, a prezzo di 500 scudi al mese caduna. La proposta piacque e le trattative durarono qualche tempo. Il Borromeo chiedeva di avere anche il Moretto a comandare quelle navi, e forse il Duca avrebbe acconsentito. Non fu invece possibile l'accordo sulle paghe, che Emanuele Filiberto voleva in ogni caso eseguite in Italia, mentre il Borromeo riteneva dannosa ai suoi interessi simile obbligazione, perchè quando le circostanze avessero portato lui e le sue navi in Ispagna, l'eseguire i pagamenti in Italia poteva riuscire un notevole aumento di spesa (3). Mentre queste cose si dibattevano

---

(1) Guglielmotti, *Storia della marina pontificia*. Vol. IV: *La guerra dei pirati*. Roma, 1887, pag. 279.

(2) *Arch. di stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo IV. Il vescovo d'Aosta Marcantonio Bobba al Duca. Roma 23 agosto 1561. " Il conte Federico ha già fatto armare le sue due gallere, et m'ha detto che ne vole armare altre due, et che il papa le pagarà tutte quattro, et spera che il Re Filippo gli ne pagarà dell'altre, ma non ha detto quante „.

(3) *Id.*, Bobba al Duca. Roma, 15 maggio 1562. " Si è fatto intendere a questi sig.ri Borromey che V. A. si contenta di gratificargli de le due Gallere con tutti quelli Capitoli che se gli sono mandati, eccetto ch'ella non vuol recuperar li dinari in Spagna, et essi dicono che non vogliono dar questa fatica a V. A. et a suoi ministri di recuperar li dinari da ministri del re. Ma che essi medesimi la farauno recuperare, et li faranno consignare in chi V. A. ordinerà in Spagna però, o vero in Italia, con il difalco che portano i cambi di Spagna in Italia, et se essi gli potranno cavare senza perdita alcuna, gli pagaranno interamente, allegando che così se osserva con tutte le gallere che sono al soldo di Sua M.tà Cat.ca et sperano che V. A., la qual tanto benigna.te si è esibita, si dignerà ancora di farli questa commodità, et piacendoli di così fare, come sperano, la pregano ad ordinare che subito le Gallere si transferiscano a Genova, dove troveranno il capitano Hieronimo Pedrazzuolo, che le farà resignare, et prometterà che quando queste gallere saranno in le mani loro, le faranno tal trattamento, et tante commodità che V. A. conoscerà che essi riconoscono il favore che li fa di accordargline. Di più il conte Federico ne ha fatto grande Instanza che vogliamo supplicar V. A. in nome suo che sia contenta accomodarlo del capitan Moretto, il che desidera perchè intende che è valentuomo, che gli farà onore, et perchè le gallere in mano sue, sianno meglio et più diligentemente governate et per haver presto risposta, ha voluto che facciamo spedire da Genova a Rivoli a posta una staffetta. V. A. adunque si dignerà scrivere la volontà sua „.

Id., Bobba al Duca. Roma, 5 giugno 1562. " Esso s.r conte (Federico) resta tuttavia obligato a V. A., ma dubito che la mente sua non sia ben intesa. Egli s'assicura che V. A. si move ad accomodarlo di queste galere per honorarlo et fargli utile, come quella che gli n'ha fatto dell'altro più all'ingrosso, et consequentemente crede che V. A. in questa parte non lo vuole gravare di più di quello che raggionevolmente può portare. Et mi ha detto ch' io supplichi V. A. a considerare ch'egli s'è obligato a pagar del suo quel numero di gente che bisognasse di più del contenuto nei capitoli, et di pagare li stipendij di tre in tre mesi anchora che il re non gli paghi a lui, sì

il papa donava al Borromeo tre galere in pieno assetto, ma pochi mesi dopo, nel novembre dello stesso anno, il giovane conte moriva improvvisamente (1). Ogni trattativa con Emanuele Filiberto fu quindi troncata (2).

Non essendo riuscito il progetto di affittare le sue galere, il Duca pensò di vendere quelle che avevano maggior difetto di ciurma e di costruzione. Colse l'occasione nella primavera del 1564 della presenza a Marsiglia di un gentiluomo fiorentino mandato da Cosimo de' Medici a comperar galere e ciurme, proprio mentre egli trattava l'acquisto della *Fiesca*, e diede istruzioni al Leynì perchè tirasse il gentiluomo a scegliere qualcuna delle sue galere. Anzi fatta eccezione delle tre migliori che voleva conservare, lasciò ampia facoltà al suo ammiraglio di vendere le altre, quando trovasse compratori a prezzo conveniente. In quei giorni il Leynì si era lagnato del capitano La Perrière, colpevole, ignoro in qual occasione, di disubbidienza ai suoi ordini. Il Duca gli raccomandò di vendere preferibilmente la galera che l'insubordinato capitano teneva a carico (3).

Da principio le speranze parevano ben fondate. Il gentiluomo fiorentino, non essendo riuscito a conchiudere nulla a Marsiglia, il 30 aprile passò a Nizza per ritornare dal suo principe. Il Leynì si trovò con lui, e nel discorso riuscì a fargli palesare il bisogno che Cosimo de' Medici aveva di galere e di ciurme. L'occasione era ottima per insinuare qualche contratto, e l'astuto ministro, parlando come di opinione propria, gli propose di comperare una delle galere che stavano a Villafranca, previa il consenso scritto del Duca. Il fiorentino accettò (4) e conchiuse l'acquisto della galera *Fiesca*, al prezzo di 15.000 scudi. Sgraziatamente dopo alcuni giorni, quando la vide nel porto di Villafranca e s'accorse che la ciurma era nuova, trovò il prezzo eccessivo. Il Leynì cercò di tranquillarlo, assicurandolo che il Duca non avrebbe mancato di mettere la galera in pieno assetto, e tra sè confidava nell'estremo bisogno di Cosimo de' Medici, che pur di trovare uomini da remo forse avrebbe chiuso un occhio sul prezzo (5).

---

che volerlo adesso obligare a pagare li stipendij in Italia in caso ch'egli non gli potesse portare se non con perdita di cambij, gli pare cosa pericolosa, perchè potrà essere ch'egli vi havesse da rifondere più di quello che haveria dal Re. Il che sa non essere mente di V. A., anzi ch'egli senta utile di questa gratia che il Re gli fa, per chè in vero questo è il suo tempo. Onde supplica V. A. si contenti accettare li detti cinquecento scudi al mese per galera in quei medesimi modi et lochi, che gli accettava il principe d'Oria dal'Imperatore gloriosa memoria, et hora il s.r Gio. andrea da S. M. Cat., promettendo che non solo non lasciarà patire le galere sue, ma le farà tal trattamento che si conoscerà che fa differentia dalle sue a quelle degli altri. Et piaccendo a V. A. di così fare come spero, potrà ordinare che vadino a Genova alla risegna in mano del cap.e hier.mo pedracciolo cog.to del Thesorero di S. S.tà. Io intorno a questo particolare non dirò altro a V. A. per ch'ella è prudente, et haverà riguardo alla qualità de' tempi... „.

(1) Guglielmotti, loc. cit.

(2) Il Guglielmotti dice che le 5 galere di Federico Borromeo passarono in eredità al card. Carlo, suo fratello. Infatti in una lettera del medesimo si apprende che esse dovevano svernare a Genova (*Arch. di Stato di Torino, Lettere Cardinali*, mazzo VII, Carlo Borromeo al Doge e signoria di Genova. Roma, 12 dicembre 1562, pubbl. dal Sala, *Documenti circa la vita e le gesta di S. Carlo Borromeo*, vol. III. Milano, Besozzi, 1857, pag. 244). Ma il 1° gennaio 1563 furono tutte e 5 vendute a Marcantonio Colonna (Guglielmotti, pag. 280).

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte*, 1563-65, fol. 99. A Mons.r di Leynì. Torino, 22 aprile 1564.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particol.* Leynì al Duca. Nizza, 1 maggio 1564.

(5) Lett. cit. del Leynì 28 maggio.

Nello stesso tempo il nostro ammiraglio trattava con Gio. Andrea Doria per vendergli un'altra galera, ma era in dubbio quale. Egli preferiva sbarazzarsi della *Fede* piuttosto che della *Margherita*, fino allora galera ammiraglia, ma quando seppe che l'Achardi era a buon punto nelle trattative con Onorato di Savoia, conte di Sommariva, e figlio del conte di Tenda, per l'acquisto di un'altra galera detta *Cavallo*, pensò di vendere piuttosto quest'ultima con un buon guadagno sul prezzo. La *Fede* veramente, che era forse una delle 4 galere donate dal Re di Francia, appariva di maggior valore ed in ottime condizioni: aumentando solo la ciurma di qualche forzato, il Leynì era convinto di poterne trarre in altra occasione guadagno maggiore (1). Anche qui ignoro come siano finite queste trattative. So che la *Fede* fu venduta solo nel 1565, quando il 1° maggio di questo anno il Duca ne lasciò al Leynì ampio potere (2). Si tentò anche in questo anno la vendita della *Delfina* o di un piccolo brigantino o d'una piccola fregata per mezzo dell'Achardi a Marsiglia (3).

Nel 1565 vi fu un atto di molta importanza per la marina piemontese. Emanuele Filiberto rinnovò col Leynì i capitoli per la condotta delle galere, aggiungendovi alcune particolarità che non esistevano nei precedenti del 1561 (4). Ivi le galere nominate furono la *Capitana*, la *Patrona* e la *Moretta*. La prima è forse la galera *S. Pietro*, che fin dal 1564 il Leynì avrebbe voluto fare nave ammiraglia, invece della *Margherita* (5), la seconda era probabilmente una delle galere comperate od avute in dono negli ultimi anni. la terza apparteneva prima del 1563, come vedemmo, al capitano Moretto. Le altre galere si tenevano disarmate nel porto di Villafranca. I nuovi capitoli vincolavano le due parti per tre anni a partire dal 1° aprile 1565; vi si dichiarava che il consumo delle bandiere, tapezzerie ed altre cose d'eleganza, appunto perchè tali (*ad pompam*) " et non al servitio de le galere „ erano a carico del Duca, e non comprese nel pagamento ordinario di 400 scudi d'oro d'Italia al mese per le galere sottili a tre uomini per banco, e di 450 per le galeotte a 4 uomini per banco. I viveri e le tele per uso delle galere ogni anno dal mese di agosto alla fine di dicembre dovevano essere in Mentone a disposizione dell'ammiraglio, il quale, a differenza dei capitoli del 1561, aveva facoltà di concedere ai marinai ed ufficiali delle galere di imbarcare entro i dovuti limiti nei luoghi di fermata qualche merce per loro speculazione.

Anche il commissario delle galere, Ricciardetto Scaffa, ebbe nuove istruzioni (6). Esso doveva ricevere in consegna la galera *Moretta* dal capitano Alessandro Costantino, che ne era il depositario dal 1563, e rimetterla al Leynì, fare l'inventario di tutte le ciurme, perchè quando mancassero uomini il Leynì li sostituisse con forzati

---

(1) Id.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 225 *bis* (1565), fol. 123.

(3) *Id.*, fol. 222. Nel 1562 gia il Duca aveva ordinato al Leynì di vendere o noleggiare al miglior offerente una nave detta *Orca Grossa*, che giaceva inutile nel porto di Villafranca. *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 8° (1562), fol. 11-12. Fossano, 18 giugno 1562.

(4) Dubois, vol. XV, pag. 545-46.

(5) Lett. cit. del Leynì. Villafranca 28 maggio 1564.

(6) Dubois, XV, 546-48. Questi capitoli sono ampliamenti ed aggiunte ad alcuni precedenti dati a Fossano 3 novembre 1562 e da Torino 6 maggio 1564, che ripetevano quelli del 1561.

che verrebbero condotti da Torino a sue spese, e sorvegliare che l'ammiraglio nelle campagne navali accrescesse il numero dei marinai e soldati com'era pattuito. Ogni sabato lo Scaffa era tenuto a visitar le ciurme, ed assicurarsi che esse ricevessero il trattamento prescritto, e che i malati avessero le cure necessarie. Ogni uomo della ciurma doveva ricevere all'anno due camicie e due paia di calzoni, una camiciola di panno ed un berrettino, un gabano, un paio di calze d'inverno, una schiavina senza obbligo fisso di durata, e quando scendessero a terra, anche scarpe di corame. Pei forzati da liberare lo Scaffa doveva prendere copia della lettera ducale, in cui era prescritta tale liberazione, e in nome del Leynì fare un ordine esecutorio al comandante della galera in cui stava il forzato, con firma dell'ammiraglio e controfirma sua. La cura degli infermi era affidata al medico ed a buoni chirurghi " dichiarando che non medicandosi le ciurme con questo ordine coloro che moriranno si intendano morti per poca cura a danno dei capitani „. Il commissario era poi tenuto a registrare le robe private dei marinai e ufficiali che si caricavano sulle galere, e ricevere a Mentone i viveri e le provvigioni annuali per consegnarle al Leynì, che doveva accettarle, " Avendoli di quivi in poi a suo resigo „. Anche i magazzini di Villafranca erano sotto la responsabilità del commissario, e nessuno poteva trarne oggetti, salvo il Leynì per uso delle galere, quando non fosse possibile averne da altre parti. Gli schiavi presi in terra, nelle spedizioni navali e durante gli sbarchi, dovevano essere consegnati allo Scaffa, dando un compenso di 10 fiorini l'uno ai soldati che li avevano catturati.

Questi capitoli contengono, come ben si vede, maggiori particolari di quelli del 1561, specialmente riguardo ai forzati ed agli schiavi che formavano la ciurma delle galere. I primi erano sempre in minoranza, e neanche i secondi abbondavano (1), tanto che spesso i rei di colpe gravissime invece d'essere condannati a morte erano mandati in galera (2); così lo stato assicurandosi delle persone, traeva profitto dalle loro braccia. Tuttavia la penuria era grande, tant'è che, nel 1564 Emanuele Filiberto dovette rivolgersi persino a Margherita di Parma, governatrice dei Paesi Bassi, per avere i condannati di quello stato (3). Vi fu un periodo in cui il Duca ebbe una certa abbondanza di galeotti, nel 1570, e ne imprestò 40 al s^r^ Celio Centurione, 22 condannati di fresco, e 18 che già si trovavano a Villafranca sulle

(1) *Arch. di Stato di Venezia. Savoia-Dispacci,* mazzo I (1570-72). Gio. Francesco Morosini al Doge Pietro Loredano. Nizza, 9 marzo 1570. La ciurma della Capitana " è quasi tutta di Turchi o Mori et pochissimi condennati „.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte* 1566-67, fol. 83. A mons.^r^ di Leynì. 16 novembre 1566. " Di quei due sodomitti se valessero puoco o niente per servire nelle gallere, gli puotrete far brugiare come ci scrivete. Ma se si trovassero assai buoni, visto il gran bisoguo che habbiamo di forzati, si puotranno rittenere con fargli tagliar naso et orecchie, et far di quelle dimostrationi che havemo detto al Commissario predetto (*Scaffa*) „. Così nei primi del 1540 un individuo che aveva sposato sei donne fu condannato alla galera, ed i giudici s'affrettarono a mandarlo a Nizza per servirsi delle sue braccia. V. *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Niccolò Balbo al Duca. Asti, 17 gennaio 1540. " È stato condennato qua uno alla calera, che havià contrato matrimonio cum sey done viventi. Si è dato ordine sia conduto in Nizza per che è homo molto apto ad operar di suoe braze „.

(3) *Papiers d'État de Granvelle,* VIII, pag. 335. Granvelle a Margherita. Baudoncourt, 18 settembre 1564 (in *Collect. des docum. in. pour l'hist. de France*).

galere, a patto che gli fossero restituiti alla sua prima richiesta (1), ma come vedremo, ebbe a pentirsi della sua generosità, perchè nell'anno seguente si trovò a mal punto per mancanza di ciurma, e non potè ottenere un solo dei galeotti imprestati.

La penuria dunque di rematori suggeriva di trattarli bene perchè si conservassero, ed il Duca, vedemmo, ne prendeva cura speciale, anzi il trattamento suo era migliore di quello delle altre potenze. " Tratta sua eccellenza „, scriveva il Morosini, ambasciatore veneziano alla corte del Duca, " le ciurme di queste sue galere, come quello che n'ha poche, eccellentemente, dando oltre le minestre, nei giorni ordinarj, trentasei oncie di pane per cadauno, dove il signor Gioanni Andrea Doria non ne dà più di trenta; per il che il galeotto oltre il suo bisogno, ha pane che gli avanza, il quale può vendere a chi più gli piace, e delli danari ricomprarsi dell'altre cose, e comprano per il più vino, il quale in quelle parti si ha per buonissimo mercato, tanto che rari sono quelli che bevano mai acqua. Oltre questi hanno quasi tutti essi forzati anco delli altri denari, perchè quando non sono impediti dal navigare fanno tutti qualche mestiere e tra gli altri calzette di riguardo, delle quali cavano ogn'anno molti denari, e nell' ultima andata a Nizza di S. E., dov'io mi ritrovai seco, non fu alcuno di quelle galere che non vendesse calzette alli cortigiani per centoventi o centocinquanta scudi d'oro per cadauna „ (2). Sotto gli altri principi i condannati alla galera erano trattenuti spesso oltre il tempo della condanna (3). Non così, pare, sulle navi sabaude, dove anzi nel 1568 Emanuele Filiberto fece visitare i forzati incapaci di lavorare e li mise in libertà (4). Agli schiavi era aperta la via del riscatto, specialmente se abiuravano la religione maomettana (5). I forzati venivano raccolti a Torino, dove il Leynì doveva mandarli a prendere. Accadeva talora che per economia, poichè il trasporto era a spese sue, egli indugiasse a ritirarli. Allora il Duca ne lo sollecitava (6), come altre volte gli

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., 1570, fol. 135-36. A mons.r di Leynì.

(2) Albèri, *Relazioni* cit., serie II, tomo II, pag. 134.

(3) Filippi, *Alcune lettere indirizzate a Gian Andrea Doria relative ai condannati alle galere* in " Giornale Ligustico „, XV (1888), pag. 474.

(4) *Archivio Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 12 (1566-67), fol. 147. Torino, 5 giugno 1568. V. Manno e Vecchi, pag. 35 (del vol. II della " Rivista marittima „, 1879).

(5) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Nizza, 22 marzo 1564. Scrive di uno schiavo delle galere, che era un rinnegato di Oneglia, preso dai corsari turchi in giovane età. Il padre venne a parlargli, e lo persuase a ritornare alla fede cristiana. Quindi per mezzo di Stefano Doria, signore di Dolceacqua, chiese al Leynì la liberazione del figlio; la domanda era appoggiata dal signore d'Oneglia. Il Leynì si rivolse al Duca per istruzioni, consigliandolo però di acconsentire, tanto più che il Doria ed il signore d'Oneglia promettevano alcuni forzati al posto dello schiavo. — Del resto negli stessi capitoli del 1565, come vedemmo, si ammetteva il riscatto degli schiavi.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., 1566-67, fol. 83. A mons.r di Leynì 16 novembre 1566. " Voi sapete esser obbligato per le capitulatione delle gallere di far levar da Turino li condannati a quelle, sempre che saranno ad un certo numero et farvigli menare in là. Nel che si è più volte mancato per non essersi trovato chi da parte vostra gli levasse. Bisogna che vi diate buon ordine, altramente le spese che simili condannati faranno nelle carceri, da poi che saranno nel debito numero, correranno a conto vostro, non essendo giusto che noi portiamo il danno dell'altrui negligenza „.

raccomandava di provvedere i galeotti di schiavine " acciò che per il freddo non si guastino „ (1).

Nel dicembre 1566 Emanuele Filiberto, consigliato dal commissario Scaffa, eletto di recente nobile (2), decise, sebbene contro l'approvazione del Leynì (3), di sostituire la vecchia *Capitana* con una nuova da costrursi a Villafranca, e mandò ordine al nostro ammiraglio di porvi subito mano usandovi ogni diligenza (4). La galera fu costrutta sotto la vigilanza del commissario: le legna si ebbero in parte direttamente dall'arsenale, in parte col demolire due galere vecchie ed inservibili (5). Ai lavori fu adibita la ciurma, ed il Duca ebbe cura di prescrivere che durante i lavori fossero distribuiti vino e minestra, quando i forzati non li ricevessero già dall'amministrazione delle galere (6). Nell'ottobre 1567 mancavano solo più alcune tavole alla nuova galera (7): ben presto essa fu varata (8).

Nel 1570, quando incominciò la guerra di Cipro, oltre le tre galere in pieno assetto, stavano nel porto di Villafranca altre due di riserva, fra cui la nuova. Cercò il Duca in compenso dei crediti che aveva col Re di Francia per la dote della Duchessa, mai sborsata intieramente, di ottenere 13 galere, e di comperarne altre due in modo da raggiungere la cifra di 20 galere. Fece anche pratiche nell'estate dello stesso anno per indurre il Re di Spagna a pagargli le spese della marina. Ed il Re che allora si univa in lega col Pontefice, Pio V, e colla Repubblica di Venezia contro i Turchi rispose essere pronto a pagargli otto galere a 6000 scudi all'anno colle tratte di grano ordinarie che dava a quanti tenevano galere a suo stipendio, ma voleva che il Duca si impegnasse a tenere continuamente armate 10 galere, con facoltà di portare lo stendardo di Savoia su una di quelle che non erano da lui pagate, ma coll'obbligo di mandarle tutte dieci a qualunque spedizione partecipasse l'armata spagnuola, e che il suo ammiraglio, il Leynì, ubbidisse non solo al comandante supremo di quell'armata ed al suo luogotenente, ma a Gio. Andrea Doria ed a qualunque altro comandante spagnuolo avesse a trovarsi in campagna. Tali condizioni erano troppo servili, perchè il Duca potesse accettarle, e ben presto non fece più parola del suo disegno (9).

Del resto le galere piemontesi godevano nel 1570 buon nome. L'ambasciator veneto, Gio. Francesco Morosini, che le vide manovrare nelle acque di Nizza, assi-

(1) V. sull'uso della *schiavina* le osservazioni del Merkel, *Come vestirano gli uomini del Decameron*, nota II in " Rendiconti della R. Accad. dei Lincei „, serie 5ª, vol. VI, fasc. 11, pag. 448.

(2) Lo Scaffa desiderava da vari anni le patenti di nobiltà. Già nel 1562 ne aveva fatto richiesta ed il Duca acconsentì ed incaricò il conte di Stroppiana, suo gran cancelliere, di preparare la patente [*Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 224 *bis* (1562), fol. 235. Memoriale di Ricardetto Scaffa, tesoriere delle galere, Fossano, 12 novembre 1562]. La patente non fu pubblicata che nel 1565 (*Id.*, vol. 225 *bis* (1565), Torino, 13 marzo 1565).

(3) *Arch. di Stato di Torino, Lettere partic.* Leynì al Duca. Villafranca, 19 novembre 1566, pubblicata dal Claretta. *Dell'Ordine*, pag. 278-79.

(4) *Id., Registri lettere della Corte*, 1566-67, fol. 83. A mons.r di Leynì 16 novembre 1566.

(5) *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 12 (1566-73), fol. 66-67. " Ordine intorno alla fattura della gallera „.

(6) *Id.*

(7) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., 1566-67, fol. 310. Al ricevitore Zoaglio 21 ottobre 1567.

(8) *Lett. partic.*, Leynì al Duca. Villafranca 4 novembre 1568.

(9) *Arch. di Stato di Venezia. Savoia Dispacci* cit., Morosini al Doge. Torino, 7 agosto 1570.

curava " che queste galere del signor Duca si possono nominar tra le migliori di Ponente, perchè io „ osservava " le ho vedute vogar con quelle della signoria di Genova, e con quelle del signor Gioanni Andrea Doria, che sono riputate eccellentissime, e non solo sono andate del pari, ma piuttosto hanno avanzato di qual cosa in poco spazio, talchè in molto si può credere che haveriano anco fatto più „ (1).

La battaglia di Lepanto costò caro alle galere sabaude. Il Leynì vi impiegò il 1572 a ristorarle, e sappiamo che ancora due anni dopo risentivano le gravi avarie sofferte (2).

Quando Emanuele Filiberto ebbe il gran magistero dell'ordine di S. Maurizio e S. Lazzaro donò all'ordine due galere, la *Piemontese* e la *Margherita* (3), le quali nel 1573, comandate dal vice-ammiraglio dell'ordine Marc'Antonio Galléan, si recarono a Civitavecchia a disposizione del Pontefice contro gli infedeli. Questa spedizione, breve e d'importanza limitata, fu l'ultima operazione navale a cui abbiano preso parte le galere piemontesi.

Le occupazioni politiche d'allora in poi distrassero Emanuele Filiberto dalle cose di mare, ed il Leynì stesso non potè occuparsene più coll'assiduità d'una volta, poichè gli interessi dello stato sul continente richiedevano troppo spesso la sua presenza a Torino ed altrove.

Questa si può dire è per sommi capi la storia della marina piemontese al tempo di Emanuele Filiberto. Fu merito di questo principe aver riconosciuto l'importanza delle cose navali nel suo stato, e di non aver perdonato a spesa pur di acquistare al suo paese un prestigio che ancora gli mancava. — Resta ora a vedere quale uso abbia fatto il Duca della sua flottiglia, ed a quali imprese le galere sabaude sotto il loro valente ammiraglio abbiano partecipato.

---

(1) Albèri, loc. cit., pag. 133.

(2) Lo stato miserando di quelle galere si vede da parecchie lettere del Leynì del 1572. Pel 1573 V. Albèri, pag. 221. Girolamo Lippomano lo attesta nella relazione di questo anno.

(3) Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 292-305. È l'atto di consegna delle due galere al vice-ammiraglio dell'Ordine Marc'Antonio Galléan.

CAPITOLO II.

Sommario.

1. Il disastro delle Gerbe. Campagna navale del Leynì e del Moretto nell'anno 1560. Saccheggio di navi venete. Grave questione diplomatica tra Savoia e Venezia, ed ordini severissimi di questa contro i capitani piemontesi. Soddisfazione data da Em. Filiberto alla Repubblica. Ritorno del Leynì e del Moretto. Chiusura dell'incidente. — 2. Il Leynì accresce le fortificazioni di Villafranca. — 3. Il diritto di Villafranca. Gelosie della Repubblica di Genova e suoi tentativi a Madrid contro il diritto. Non riesce. Cattura di barche provenzali che frodavano il diritto. Ambasciata di Niccolò Doria al Duca. Risposta amichevole di Em. Filiberto. Rappressaglie genovesi contro il diritto. — 4. Campagna navale del Leynì nel 1563 sotto Orano, e prima spedizione al Peñon de Velez de la Gomera. Il Leynì corre il Mediterraneo colle galere di Malta e di Genova. Scorrerie di galeotte corsare nelle acque di Provenza. — 5. Venuta degli arciduchi Rodolfo ed Ernesto d'Austria nel 1564. Il Leynì li accompagna verso Barcellona. Avarie della *Capitana* e ritorno del Leynì. Il Leynì alla 2ª spedizione del Peñon. — 6. I Turchi a Malta e D. Garçia di Toledo coll'armata spagnuola a Messina nel 1565. Il Leynì parte colle galere piemontesi. Incontro con Gio. Andrea Doria, ed equivoco preso dai due ammiragli. Arrivo a Napoli e viaggio a Messina. Indugi spagnuoli. Il Leynì dirige una esplorazione sulle coste di Malta. Comanda l'avanguardia dell'armata cristiana nell'avanzata, e cattura una grossa nave oneraria dei Turchi presso il capo Passaro. Liberazione di Malta. — 7. Le ire di Solimano II, sultano dei Turchi. Vani timori spagnuoli per Malta e per l'Italia nel 1566. Em. Filiberto impresta artiglierie e munizioni a D. Garçia. Il Leynì contro sua voglia si prepara al viaggio per Sicilia. Incontro con D. Alvaro di Bazan, marchese di Santa Croce. Il Leynì a Messina e suo ritorno. — 8. Breve screzio tra il Duca ed il Leynì.

1. — La pace di Cateau-Cambrésis e le guerre civili di Francia, tenendo occupata questa potenza per lunghi anni a soffocare i germi di ribellione che pullulavano d'ogni parte nel suo territorio, restituirono la libertà d'azione alla Spagna, la quale, memore dei danni sofferti per opera dei Turchi e dei corsari Barbareschi, volle prendere la rivincita, conquistando una seconda volta Tripoli, perduta da otto anni.

Già nel luglio 1559 un numero considerevole di truppe era stato raccolto a Napoli per quell'impresa (1). Nell'inverno 1559-60 la spedizione partì sotto il comando del vicerè di Sicilia, Duca di Medina-Celi. È noto qual esito abbia avuto quest'operazione navale. L'armata spagnuola colle ausiliarie del Pontefice, di Firenze, di Monaco e di Malta, ed alcune di particolari, dopo aver svernato in condizioni deplorevoli a Malta, nel febbraio 1560 giunse all'isola di Gerbi, e la occupò costruendovi un forte, che venne affidato a D. Alvaro di Sandez. Ma quando meno il Medina Celi se l'aspettava, una flotta di Turchi e Barbareschi, capitanata da Pialì-pascià, uno dei più illustri marinai dell'epoca, diede addosso all'armata cristiana, distruggendo o catturando 36 galere, senza che gli assaliti opponessero la menoma resistenza. Il Medina Celi e Gio. Andrea Doria, che faceva parte della spedizione,

(1) *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo III. Rorario al conte di Collegno. Milano, 5 luglio 1559.

scamparono con 17 galere, mentre il forte di Gerbi difeso dal Sandez ed assediato subito dai Turchi, dopo lunga e disperata resistenza, nella fine di luglio era costretto ad arrendersi (1).

Fu in questa spedizione, dopo la rovina della flotta di Spagna, e prima della caduta del forte, che Ouloudj-Alì con alcune galeotte di corsari si spinse a Villafranca, e vi fece quel colpo ardito che narrammo nelle prime pagine di questo lavoro. Em. Filiberto, come già abbiamo accennato, desiderava vendicarsi e por fine a queste scorrerie: il disastro di Gerbi glie ne diede l'occasione. Stava egli partendo sulle sue galere verso Savona per rientrare nei suoi stati, quando ricevette una lettera del re di Spagna, Filippo II, che lo invitava a mandare la sua flottiglia a Messina, dove un'altra armata spagnuola si raccoglieva per tentare la rivincita sui Turchi: duce D. Garzia di Toledo (2). Em. Filiberto sebbene fosse già inchinevole ad accettare, scrisse al vecchio principe Andrea Doria per conoscerne l'opinione (3), e quindi, senza attenderne la risposta e fermarsi a Savona, entrò in Piemonte, lasciando ordine al Leynì di mettere in assetto due galere e salpare al più presto verso Messina.

Andrea Doria pare abbia risposto sconsigliando la partenza delle galere sabaude. La stagione era inoltrata, il forte di Gerbi caduto da più d'un mese: la spedizione mancava di scopo. Il Leynì ricevette la lettera del Doria a Villafranca, dov'era giunto di ritorno da Savona il 26 settembre (4), e s'affrettò a comunicargli l'ordine lasciato dal Duca.

---

(1) V. Manfroni, *Storia della marina italiana dalla caduta di Costantinopoli alla battaglia di Lepanto*. Roma, Forzani, 1897, pag. 407-22; cioè il cap. XXV, in cui v'ha anche una bibliografia quasi completa del fatto. V. anche *Colección de documentos inéditos para la historia de España*, tomo XCVIII. *Correspondencia de los Príncipes de Alemania con Felipe II y de los embajadores de éste en la corte de Viena* (1556-98), vol. I (Madrid, 1891), pag. 143-44. Filippo II al conte di Luna. Toledo, 8 giugno 1560, e la nota 2 a pag. 7 del presente lavoro. — Non so donde il Cabrera, *Historia de Felipe II, rey de España*, Madrid, Sanchez, 1619, pag. 253 (l'edizione più recente della *R. Accademia de la Historia* nella *Colección* cit. mi fu inaccessibile), abbia tratto che nell'impresa di Gerbi si trovassero anche galere piemontesi. Egli scrive che si salvarono colla fuga " los Capitanes del Pontifice, Florencia, *Saboya*, Genova i particulares „. Il Manfroni, meglio informato, non ne fa parola „.

(2) Lett. cit. di Filippo II al conte di Luna. — *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 4. Nizza 9 settembre 1560 " ... s. ecc.tia è stata solicitata dal Re cath.co a mandar le sue galee a Messina per congiungersi con l'armata di S. M.tà che dicono serà fino di 70 galee per soccorrer il Zerbi „. — Il re contava su 4 galere del Duca. V. Rawdon-Brown e Cavendish-Bentinck, *Calendar of State papers and manuscripts*, vol. VII (London, 1890), pag. 213. Paolo Tiepolo, ambasc. in Spagna, al Doge. Toledo, 2 giugno 1560. — Però s'accontentò presto di 2. V. *id.*, pag. 217. Tiepolo al Doge. 8 giugno 1560.

(3) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 5. Savona, 23 settembre 1560. " Ditto Duca havea ricercato l'opinion del Principe Doria, se dovea mandar in Sicilia le galee che gli havea richiesto il Re cath.co, essendo già preso il Zerbi „.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Villafranca 30 settembre 1560. " Mando a v. Alt. la risposta del s.or Principe d'Oria, dove la vedrà il suo parere intorno l'andata mia; io gli ho di novo scritto quello che V. Alt. vedrà per la qui allegata coppia; et tosto che il tempo mel permetta partirò per il mio viaggio „. Ecco la lettera del Leynì al Doria. " Ill.mo et Exc.mo sr mio osser.mo. Ho visto quanto è piaciuto a v. Ex.a scrivermi; e per che come già ella ha inteso, sua Alt.a è passata in Piemonte, et al suo partir di Savona mi lasciò ordine preciso di dover an-

Durante la residenza di Em. Filiberto a Nizza il nostro ammiraglio non era rimasto inattivo. Le guerre civili di Francia, scoppiate con violenza, avevano indotto nella primavera di quell'anno il Duca ad offrire i suoi servigi al re Francesco II ed alla Regina madre, Caterina de' Medici. E fu il Leynì che andò a comunicare l'offerta. Caterina ringraziò il Duca, e narrò per filo e per segno al Leynì l'accaduto, cioè la congiura d'Amboise e le sue conseguenze, perchè ne facesse relazione al suo signore. Con gentile pensiero consigliò il Duca di tener nascosto queste notizie a Margherita, allora gravemente inferma, temendo che il dispiacere potesse aggravarla (1).

Appena tornato di Francia, il Leynì fu mandato a Genova per ossequiare il Duca di Sessa, Gonzalo Fernandez de Cordova, governatore di Milano, che ritornava in Ispagna (2). Ora a Villafranca ultimava i preparativi della sua campagna navale. La spedizione si componeva di due galere, la *Margherita*, fatta *Capitana*, comandata da Giovanni Battaglino, sulla quale stavano il Leynì ed il Moretto, e la galera *Sole*, che ubbidiva al cap. Alessandro Costantino (3). Il Leynì ne rinforzò la ciurma togliendo quella della *Piemontesa*, e lasciò gli ordini necessari per ogni cosa. Fece giurare al presidio del forte di S. Elmo fedeltà al Duca ed ubbidienza al cap. Stefano Baratta, suo luogotenente, a cui lasciò il comando. A Savona s'era fornito di danari con un prestito di 1700 scudi, sicchè ormai aspettava solo più che il mare, molto agitato in quei giorni, si calmasse per salpare alla volta di Palermo (4).

Il 4 ottobre finalmente le due galere partirono, ed il 7 a sera giunsero a Napoli, dove si fermarono un giorno. Il Leynì fece visita in questa città ad Antonio Doria, l'antico consigliere di Emanuele Filiberto in Fiandra, e ne trasse molti utili consigli. Fatte alcune provviste, la notte dell'8 al 9 (5) salpò da quel porto, ed il 12 del mese già lo troviamo a Palermo. Il Leynì vi si fermò fino al 13 per comperare

darmene colle due gallere dove si trovava il sig.^{or} Gio. Andrea, e far quanto da v. Ex.^{a} et da lui mi sarà per servitio di sua m.^{tà} ordenato, non posso ritrarmi da eseguir la mente di sua Al.^{a}. Mi porrò in camino, tosto che il tempo mel permetta. Non ho però mancato di mandarli la lettera di v. Ex.^{a} a ciò che la veda il suo parer; et alla bona gratia sua etc. „.

Id. id. Tommaso Valperga di Rivara al Duca. Castel di Nizza 29 settembre 1560. " Il s.^{or} di Leynì arrivò alli 26 a Villafranca che fu giobia lassando la contessa soa consorte a san Remo per non posser comportare il mare et vene a dormir essa contessa alla Turbia et il vener a disnar a Villafranca. Non aspetta che il bon tempo per partirsi per esser tre giorni che sono di venti gagliardissimi „.

(1) De la Ferrière, *Lettres de Catherine de Médicis*, 1 (Paris, 1880), pag. 134. Caterina ad Em. Filiberto, 21 aprile 1560.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Genova, Lettere ministri*, mazzo 1. Bernardo Spinola al Cocconato. Genova, 23 aprile 1560.

(3) Ciò appare dai conti dello Scaffa (*Arch. Camerale di Torino. Conti delle galere* cit.), dove per le spese d'ognuna delle galere viene citata la parcella firmata dal rispettivo capitano, e l'ordine dato dal Leynì, e firmato da questo e dal Moretto.

(4) Lett. cit. del Leynì. Id. del Rivara. — Da Bernardo Spinola ebbe 1700 scudi. V. *Arch. di Stato di Torino. Genova, Lettere ministri*, mazzo 1. Bernardo Spinola al Cocconato. Genova 2 novembre 1560. — Il Gioffredo, col. 1507 ha notizia confusa di questa spedizione; di essa narra solamente che il Leynì procurò " qualche querela del Senato Venetiano, che dolutosi al duca di qualche danno apportato da Andrea ai sudditi della Republica, n'ottenne il risarcimento „. Da lui il Claretta, *Dell'Ordine* ecc., pag. 24. — Fortunatamente sono riuscito ad appurare i fatti e seguire completamente le operazioni del Leynì.

(5) *Archivio di Stato di Torino, Lettere particolari.* Leynì al Duca. Napoli 8 ottobre 1560.

biscotti, tela e medicine; e far acconciare " le trombe guaste dal fuoco „ (1). Il 13 stesso arrivò a Messina, dove rimase sino al 27, forse in attesa che l'armata spagnuola partisse verso l'Africa. Ma gli Spagnuoli non volevano intraprendere alcuna campagna di questa stagione. Sicchè il Leynì, per non tornare a mani vuote, salpò coraggiosamente verso il mar Jonio coll'intenzione di dare la caccia a navi mercantili di Turchi. Certo colle deboli forze di cui egli disponeva la spedizione era arrischiata. Meglio sarebbe stato attendere nei porti di Sicilia la primavera ed agire coll'armata di Spagna. Ma il Moretto, che doveva avere molta influenza sul Leynì come vecchio e più esperto marinaio, lo persuase indubbiamente a tentare qualcosa da solo (2).

Le due galere piemontesi attraversarono il golfo di Taranto, toccarono Gallipoli, dove il Leynì comperò una piccola fregata (3), e poi nelle acque di Cefalonia presso il porto Viscardo assalirono la nave *Mazzona* veneziana, che veniva da Alessandria d'Egitto, carica di mercanzie appartenenti ad ebrei turchi. Il Leynì ed il Moretto fecero man bassa di 30 cassie di merci, obbligando gli ufficiali e marinai di quella nave a trasportarle sulle galere. Essi credevano che l'appropriarsi di merci turche anche su nave non ottomana fosse pienamente giusto e in loro diritto. Per rendere più evidenti le loro intenzioni, compensarono quegli ufficiali e marinai della fatica avuta con 10 scudi d'oro (4), e comperarono da essi una notevole quantità di biscotto per 29 altri scudi d'oro (5). Passarono quindi nelle acque di Zante, ed a viva forza svaligiarono un'altra nave mercantile veneta, di nome *Aronala,* traendone non poche robe di valore, pure appartenenti a sudditi del Sultano (6). Cariche di bottino le due galere ritornarono nelle acque siciliane, ed il 6 dicembre gettarono l'àncora a Messina (7).

Il Leynì nel procedere a simili rapine contro navi venete non aveva pensato alle conseguenze gravissime che ne potevano derivare. A Zante si aprì subito una inchiesta, e Gio. Battista Querini, console d'Alessandria, che ritornava in patria sulla

(1) *Arch. Camerale di Torino, Conto dello Scaffa* cit., n. 51-54. — *Arch. di Stato di Torino. Genova, Lettere ministri,* mazzo 1. Bernardo Spinola al Cocconato. Genova, 4 novembre 1560.

(2) *Id.*, Spinola al Cocconato. Lett. cit. del 2 novembre. " La partenza del s.r di Leynì con le doa gallere da Palermo per corso in levante intenderà. Prego il s.r Iddio ce la mandi buona, che per l'amor le porto e per il servitio di soa Al. non vorrey ch' havessi facta tal deliberation „. V. anche altra dello stesso. Genova. 16 novembre 1560.

(3) *Arch. Camerale di Torino. Conto dello Scaffa* cit., n. 62.

(4) *Id.*, n. 61. " Più per ordine del detto s.r Generale datto nel porto Viscardo l'ultimo d'ottobre 1560 firmato di sua mano et del cap.o Moreto ha pagato alli officiali et marinari della nave Mascona la somma de scudi diece d'oro, li quali ragionati a g. 50 per scudo moneta di Nizza fanno la somma de fiorini quarenta uno et otto grossi, et sono per la loro fatica de imbarcar i scaffassi 30 de cassie sopra detta nave „.

(5) *Id.*, n. 60. " Pnò per virtù di uno mandato firmato come di sopra, datto in Porto Viscardo l'ultimo d'ottobre 1560 ha pagato a m.r Pietro Sauli scrivante generale la somma de scudi vinti nove d'oro de gr. 50 per scudo moneta di Nizza, che fanno la somma de fiorini cento vinti et grossi dieci, che sono per cantara quatordeci e mezzo de biscotto da lui comprati sopra la nave Mazona venetiana, a razone de sc. 2 d'oro per cantaro „.

(6) *Arch. di Stato di Venezia. Senato I Secreta. Deliberazioni,* registro 72, fol. 35. " All'Ambassator in Savoglia „, 19 novembre 1560. V. *Append., Doc.* 4°.

(7) *Arch. di Stato di Torino. Genova, Lettere ministri,* mazzo 1. Spinola al Cocconato. Genova, 23 dicembre 1560. Mandò " l'aviso a soa Al. del ritorno del s.r di Leynì a Messina alli 6 a salvamento „.

nave *Mazzona*, fece immediatamente relazione dell'accaduto. Il Leynì aveva, come dicemmo, creduto che l'appartenere le mercanzie catturate a sudditi turchi, ne autorizzasse la presa anche su navi non turche. Ma la Repubblica di Venezia non l'intendeva così. Non appena giunse la notizia al Senato, questo mandò ordine al provveditore dell'armata in Golfo, di dare la caccia alle galere nelle acque di Zante e Cefalonia, ed ove riuscisse a catturarle di trattare i comandanti da corsari (1). Alcuni giorni dopo fu scritto ad Andrea Boldù, ambasciatore veneto presso il Duca, perchè facesse vivissima dimostrazione, e si lagnasse dell'accaduto, chiedendo risarcimento dei danni e severa punizione dei colpevoli (2). Anche all'ambasciatore piemontese a Venezia, Claudio Malopera, fu manifestato lo sdegno della Repubblica (3). Il senato veneto reputava che la massima colpa fosse del Moretto, vecchio pirata, che in altri tempi aveva già recato danni a navi venete, e che doveva avere colle sue insistenze persuaso il Leynì al mal passo (4).

Quando il Duca conobbe dalle parole dell'ambasciatore veneto tutta la gravità della cosa, si mostrò sinceramente afflitto e promise di dare quel risarcimento che la Signoria avrebbe domandato, promettendo che i colpevoli sarebbero stati puniti secondo l'opinione dell'ambasciatore stesso, e che avrebbe proibito d'allora in poi alle sue galere di recarsi nei mari della Repubblica (5). Le sincere parole del Duca calmarono l'ira della Serenissima, che rispose con lettera molto benigna (6), ed incaricò il Boldù di accettare l'offerta che le galere piemontesi non navigassero più nelle sue acque (7). Il Duca assicurò che avrebbe mantenuto la parola, e ringraziò delle cortesi parole indirizzategli (8). E già il Senato veneto, calmate le prime ire,

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia. Senato I. Secreta. Deliberazioni* cit., f. 4. " Al Proveditor dell'armata „, 16 novembre 1560. V. *App. Doc* 1°.

(2) *Id.* Lett. cit. all'amb. in Savoia. V. *App. Doc.* 2°.

(3) *Arch. Gonzaga di Mantova. E esterni N° XLV, n°* 3. Lodovico Tridapale al Duca di Mantova. Venezia 16 novembre 1560. " S'ha nova che alcuni navigli che venivano di Levante qui sono dati nelle galere del s.r Duca di Savoglia, da quali sono sta fatti pregioni hebrei et Turchi che vi erano sopra con levarli molte mercantie che conducevano a Venetia „. — *Id.*, 23 novembre 1560. " Questi ss.ri si sono dogliuti col Ambass.r di Savoglia della presa fatta dal cap.no di le due gallere del s.r Duca suo alla Zeffalonia de le robbe ch'erano condotte da hebrei da Costantinopoli qui, le quali loro s.ri hanno risolto di pagar ad essi hebrei, perchè non ne facciano querella al Turco „.

(4) Lett. cit. all'amb. in Savoia. *App. Doc.* 2°. " ... credemo che ciò sia stato fatto dal detto suo capitanio contra l'intention, et espresso ordine di sua ecc.tia, ma co 'l conseglio et persuasione d'un Moretto da Nizza, vecchio corsaro, che ha con esso, dal quale sono altre volte stati fatti insulti et danni a nostri navigli „.

(5) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 6, 22 novembre 1560 " In essecutione delle lettere del Dominio ha fatto querela al Duca della violentia fatta dalle sue galee ad una nave venetiana, dimandando refattion de danni, et castigo delli cap.i delle sue galee. Il Duca rispose che ricevea tanto dispiacer di questo fatto, quanto se l'havessero fatto contro la persona soa con dargli tante ferite. Che dil reffacimento si rimetterà a quello dicesse il Dominio et il castigo lo farà secondo che parrà a l'amb.r, et se lui amb.r vorà, esso Duca darà ordine che le galee sue non vadano più in quei mari, mostrando dil fatto gravissimo dolore „. — *Arch. Gonzaga di Mantova*, loc. cit. Venezia, 9 dicembre 1560. " Il s.r Duca di Savoglia ha fatto dir alla S.ria che farà restituir le robbe che questi dì presenti furono tolte da le sue Galere su quella Nave che veniva da Costantinopoli qui „.

(6) *Id. Senato I Secreta. Deliberazioni* cit., fol. 37-38. V. *App. Doc.* 5°.

(7) *Id.*, fol. 37. V. *App. Doc.* 4°.

(8) *Id., Rubricario* cit., fol. 6. 7 dicembre 1560. " Ha presentato al Duca le lettere che gli scrive il Dominio in materia dello insulto fatto dalle sue galee alla nave venetiana alla Cefalenia et fatto seco in conformità l'officio che gli è imposto che facia, et il Duca disse rengratiar il Do-

aveva scritto al provveditore dell'armata di limitarsi a prendere nelle galere savoine, quando le trovasse, il Leynì ed il Moretto, trattandoli da corsari, ma lasciasse alle medesime libero il ritorno in Sicilia con tutto il loro carico (1).

Fecero dunque bene i due capitani piemontesi ad affrettare il ritorno a Messina, perchè la loro vita correva serio pericolo (2). Il Duca però rimase molto sdegnato col Leynì, sebbene Bernardo Spinola, amico intimo del medesimo, si ritenesse sicuro che, quando il valoroso ma poco cauto ammiraglio fosse stato di ritorno, Em. Filiberto l'avrebbe perdonato, tanto più non essendovi dubbio che il vero colpevole fosse il Moretto (3).

Da Messina, dove per sospetto di peste dovette sottoporre le galere ad una guardia rigorosa (4), il Leynì andò rapidamente a Napoli, e vendette le prede fatte a prezzo di 2500 scudi d'oro (5), che servirono pel viaggio di ritorno (6). Toccò Gaeta, ai primi del gennaio 1561 arrivò a Genova (7), e ben presto ricondusse le galere a Villafranca (8).

Il Duca aprì subito un'inchiesta per istabilire la cifra dei danni recati alle navi veneziane (9), e vi furono lunghissime trattative tra i proprietari delle robe e Claudio Malopera, amb. del Duca a Venezia, ed il suo successore, Francesco Lambert, vescovo di Nizza, per appianare le cose. Era difficile fare un estimo giusto, avendo il Leynì ed il Moretto venduto le prede a Napoli. Quindi il tesoriere Ricciardetto Scaffa cercò d'informarsi del valore che davano ad esse i proprietarî delle robe, ed il Duca chiamò in corte il Leynì per esaminarlo (10). Il Leynì fece una relazione scritta dell'accaduto (11), che il Senato veneto dichiarò falsa e bugiarda (12). Il nostro ammiraglio adduceva a prova delle sue ragioni la testimonianza dello

---

minio della gratia che gli faceva et ch'egli non mancarà di quanto ha promesso, et che con li patroni delle robbe si potria cominciar a trattar della restitutione „.

(1) *Id. Deliberazioni* cit., fol. 36. V. *App. Doc.* 3°.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Genova, Lettere ministri*, mazzo I. Spinola al Cocconato. Genova, 23 dicembre 1560. Le galere piemontesi erano tornate a Messina " ... et non fu poca gracia che siano venute salve al grave periculo corsso per conto di 18 gallere Turche che vi erano in busca, sì che fie fondarsi sopra le persuationi del Cap.° Moretto, per che non vi puottè lui salvo far aquisto e perder nulla, e parmi che tutti se ne possiamo ralegrar come facc'io per la parte mia „.

(3) *Id.* Genova, 30 novembre 1560. " Duolmi della mala satisfacion soa concetta contro il s.r de Leynì, per ciò dove venghi a salvamento et con bona servitù è tanta l'afficion che le porta che manderà tutto in oblio. Cussì desidero, e lo permetti il s.r Iddio „.

(4) *Arch. Camerale di Torino. Conto dello Scaffa* cit., n. 77. " Più di ordine del suddetto s.r di Leinì et come di sopra firmato, datto in Messina alli 7 di dicembre, ha pagato a M.r Nicolao Bonagiuto m.° notaro de i giurati posto per capo guardia delle galere a Messina per il suspetto di peste la somma de scudi sette et reali tre ... „.

(5) *Id.*, fol. 1. " Carigamento delli dinari ricevuti „.

(6) *Id.*, n. 80.

(7) *Id.*, n. 95.

(8) *Id.*, n. 99.

(9) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit. 24 gennaio 1561. " Che le sue galee erano gionte a Villafranca, et faria satisfare le robbe che da quelle erano sta levate dalle navi venetiane, et egli ricerca esser avertito dell'ammontare di dette robbe „.

(10) *Id.*, fol. 7, 30 gennaio 1561 e fol. 8 15 aprile 1561.

(11) *Id.*, fol. 9, 15 maggio 1561.

(12) *Arch. di Stato di Venezia, Collegio IV (Secreta), Lettere 1561 e 1562.* " All'amb.r in Savoglia „. 22 aprile 1561. V. *App. Doc.* 8°.

scrivano d'una delle navi saccheggiate, ma il Senato affermò che tale dichiarazione era stata carpita colla forza, come l'inchiesta fatta a Zante aveva stabilito (1). Non mi dilungherò sulle trattative diplomatiche che seguirono questi avvenimenti, avendo intenzione di occuparmene in altra memoria. Solo noterò come il Duca non si decidesse a punire nè il Leynì, nè il Moretto. Egli cominciò ad osservare che bisognava sentir pure le loro ragioni (2), poi menò la cosa in lungo, e ben presto non ne fece più parola. La signoria veneta, che comprendeva avrebbe fatto dispiacere al Duca insistendo su tale domanda, anch'essa pose in obblìo l'accaduto. Si contentò della proibizione data ai due capitani di mandare d'allora in poi galere dei mari veneti. Quanto ai danni materiali con molte difficoltà e lunghe trattative il Malopera e specialmente il vescovo di Nizza vennero a capo di ogni cosa entro il 1561. Le relazioni fra il Ducato di Savoia e la Repubblica di Venezia ritornarono ottime, come nel passato (3).

2. — Dopo quella malaugurata spedizione il Leynì riprese la direzione dei forti di Villafranca, cioè di S. Elmo e Montalbano. Vedemmo altrove come nel 1557 fossero state messe da lui stesso le basi dei due forti, e come nel 1559 ambidue fossero in buona parte compiuti (4). Quando Em. Filiberto fu a Nizza nell'inverno 1559-60 e comprese tutta la loro importanza deliberò di allargarli e renderli inespugnabili (5). A questo il Leynì non potè attendere nel 1560 causa la spedizione navale di quell'anno, ma bensì nella primavera 1561, essendo interamente libero da ogni altra occupazione. Il Duca gli ordinò allora di tenere a Villafranca 14 rompitori per smuovere il terreno nei luoghi di costruzione, ed uno o due impastatori di calcina. Gli prescrisse di rinforzare la controscarpa del forte di S. Elmo mediante pietre ed i parapetti con terra, perchè non cedessero al peso delle artiglierie, con facoltà di servirsi dei galeotti per vuotare il fosso sottostante al forte (6).

Il 15 maggio poi il Leynì mandò al Duca un lungo memoriale con varie osservazioni sulle opere da iniziare (7). In luogo di accrescere le fortificazioni del ca-

(1) *Id.*

(2) *Rubricario* cit., fol. 9, 11 maggio 1561. " Ha ricercato il Duca a far rifar gli danni della nave *Avonala* et castigar li ministri delle sue galee ch'haveano fatto detti danni, il qual disse che era necessario ascoltar le diffese di detti sui ministri, et vi volea pensare „. V. anche Andrea Mauroceno, *Historiarum venetarum*, Venezia 1719 (in Morosini, *Degl'Istorici delle cose Veneziane, i quali hanno scritto per pubblico decreto*, tomo V), pag. 159. " Et vero iis omnibus quorum ad maris litora ditiones protendebantur, inmediato pavore perculsis, illorum avaritia, atque sitis inexplebilis coerceri, aut sedari nequivit, qui piraticam exercendo, negotiatores aggredi consueverant. *Inter hos Andreas Lenus, Fruzzascii Comes, e Sabaudi ditione, navigio instructo, Nicaea egressus haud parva detrimenta Venetorum rebus intulit. ... De Leno cum Emanuele Senatus conquestus, quae illata ab eo damna fuerant, sarciri Allobrox jussit* „.

(3) Forse quando nel gennaio 1562 Em. Filiberto cercò di sostituire il barone de la Garde al Leynì, egli ricordava l'accaduto del 1560 e voleva che il comandante delle sue galere fosse un ammiraglio più provetto del Leynì, sotto il quale non accadesse più alcuno spiacevole incidente. V. a pag. 28, nota 6.

(4) Nel mio *L'opera politico-militare* ecc.

(5) Albèri, serie II, tomo II.

(6) *Arch. di stato di Torino. Protocolli ducali*, vol. 224 (1561), fol. 18.

(7) *Id.*, fol. 45.

stello di Nizza, scriveva il Leynì, era meglio dedicare ogni sforzo a quelli di Villafranca, i quali " quando saranno sicuri renderano sicurissimo il castello di Nizza, e rimanendo debili non pò restar sicuro il castello di Nizza per qual si voglia fortificatione che se li faci. „ Ora le opere da costrurre a Villafranca non erano poche. Il porto stesso aveva a sola difesa i lontani cannoni del forte di Montalbano: data l'insufficienza delle artiglierie di quei tempi non erano impediti i possibili tentativi di sbarco di nemici. Occorreva un edifizio che lo difendesse da vicino. Il Leynì proponeva quindi d'innalzare presso la porta di S. Sospiro ad una estremità di Villafranca una gran torre, dalla quale con alcuni pezzi d'artiglieria era facile battere il mare all'intorno, e proteggere il porto.

I due forti difettavano di munizioni da guerra e da bocca: occorreva rifornirneli, e pensare anche alle case che alloggiavano i soldati del forte di S. Elmo, perchè erano di legno così fracido da non offrir più riparo dai venti e dalle intemperie. Il Leynì chiedeva il permesso di costrurle in mattoni e pietre; la durata così sarebbe stata maggiore. I soldati poi erano creditori di 9 paghe, soffrivano la fame e mancavano del necessario. Nel trattato segreto fra il Duca e Filippo II, re di Spagna, a Cateau-Cambrésis si era stabilito che i presidi di Nizza e Villafranca sarebbero stati a carico del re (1), ma i ministri del medesimo a Milano, che avevano l'obbligo di pagarli, mettevano sì lungo indugio da stancare la pazienza di quella povera gente (2).

Gli stessi soldati straordinari tenuti nei due forti durante il tentativo dei Gallo-Turchi nel 1558, ed in seguito licenziati, non erano ancora soddisfatti delle loro paghe, cosa che incuorava poco gli ordinari a compiere il loro dovere. Chiedeva poi il Leynì fosse permesso a lui, governatore dei forti, di sostituire i soldati morti, mentre fino allora la cosa doveva passare pel contatore o tesoriere. Faceva anche presente il bisogno nei forti di un armaiuolo che avesse cura delle armi e delle munizioni, e di un capo falegname per le continue riparazioni delle cose in legno e delle carrette d'artiglieria.

Il Duca annuì a tutte le proposte del nostro ammiraglio. Lo autorizzò ad adoperare i forzati delle galere per lo scavo del fosso nel forte di S. Elmo, ad accrescere il numero dei rompitori per allargare la controscarpa, che difendeva il fianco del forte verso la marina, e fissò 200 scudi al mese per le nuove costruzioni. Promise anche di soddisfare le paghe ai soldati vecchi ed a quelli straordinarî, e diede gli ordini opportuni perchè nei forti venissero trasportati in abbondanza munizioni da bocca e polveri. Ammise l'aumento di maestri muratori per costrurre le case dei soldati, e lasciò intera facoltà al Leynì, o a chi per lui comandasse nei forti, di sostituire i soldati morti con nuovi, purchè della sostituzione fossero egli ed il contatore subito informati. Concesse in ultimo la scelta dell'armaiuolo e del mastro falegname (3).

---

(1) Ricotti, II, pag. 89.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Milano, Lettere ministri*, mazzo 1. Francesco Vimercato al Duca. Milano 11 gennaio 1569. V. anche altra dello stesso, 14 gennaio dello stesso anno, 4 e 21 novembre 1570. Poi, *ivi*, le lettere di Gio. Francesco della Torre 9 maggio 1572 ecc. Il segretario residente a Milano aveva molta difficoltà a strappare i danari al governatore.

(3) *Protocolli ducali*, loc. cit.

I lavori di Villafranca occuparono il Leynì per tutto l'anno, e forse spinsero il Duca a non accogliere l'invito di Filippo II di mandare il maggior numero di galere possibili coll'armata spagnuola a vendicare la sconfitta dell'anno trascorso (1). D'altra parte Em. Filiberto in quei giorni si adoperava per aumentare la sua marina militare di varie galere, come vedemmo, e mentre dall'un canto faceva pratiche per la restituzione delle piazze ritenute dalla Francia, dall'altra combatteva i Valdesi nelle loro valli ed apriva vasti disegni su Ginevra per restituirla al dominio di sua casa (2). Il Leynì quindi rimase a Villafranca tutto l'anno, ed il Duca gli dimostrò presto che delle cose del 1560 aveva ormai perduto la memoria. Poichè, essendo morto Luca Provana di Leynì, Em. Filiberto " considerando.... che tra le altre parti de quali debbono essere ornati li principi la migliore et principale è la liberalità quale viene a ritenere gli animi de sudditi, et invitarli oltre il debito che hanno verso il principe loro in ogni caso benchè difficile et impossibile a dimostrare per servitio di quello che il loro animo constante et invitto et esporre per la conservatione sua e i beni e la vita propia, Havendo risguardo alli servitij che ha fatto e fa di continuo Il molto mag^co^ fedele cons^ro^ et camb^no^... carissimo, capp^no^ generale delle nostre galere, M. Andrea Provana s^r^ di Leiny, conte di Fruzasco. „ e che Luca Provana non aveva lasciato nè figli legittimi e naturali, nè agnati della sua linea " almeno che siano da admettere tra il grado stabilito dalla ragione „, concedette al nostro ammiraglio la porzione di feudo sul Comune di Leynì che apparteneva al defunto con tutti i diritti annessi (3).

3. — Nel 1562 ritroviamo il nostro ammiraglio in un incidente diplomatico che per essere sconosciuto ed importante merita narrazione minuta.

Fin dal 1426 il duca Amedeo VIII aveva stabilito a Villafranca un dazio o *diritto* del 2 per cento su tutte le mercanzie che passavano nelle acque di Nizza, ed il re di Francia Carlo VII, aveva riconosciuto tale imposta (4). Il medesimo avvenne con Luigi XI nel 1467 (5), e con Francesco I nel 1516 (6). Durante i lunghi anni di occupazione straniera in Piemonte quel diritto era andato quasi in disuso, ma nel 1558, il 28 febbraio, quando la vittoria di S. Quintino aveva già fatto prevedere prossimo il ritorno della casa sabauda negli stati aviti, Em. Filiberto da Bruxelles diede fuori un editto dove ristabiliva l'imposta, dichiarando che il provento doveva essere impiegato per le fortificazioni di Villafranca, a cui il Leynì stava at-

(1) *Arch. di Stato di Torino. Spagna. Lettere principi,* mazzo I. Filippo II ad Em. Filiberto. 15 aprile 1561.

(2) Dei disegni di E. F. su Ginevra mi occuperò appositamente in un altro studio.

(3) *Arch. Provana. Leynì. Investiture e concessioni,* mazzo I, cat. 1^a^, n. 62. Rivoli 24 agosto 1561. — Il Leynì pochi mesi prima aveva eletto cappellano e rettore della cappellania della B. Vergine a Leynì Pietro Caroccio. *Id., Provana di Alpignano. Benefici e patronati,* mazzo 1, cat. 11^a^, n. 10. 31 maggio 1561.

(4) Gioffredo, col. 1067. Duboin, XV, 591-92. Cais de Pierlas, *La ville de Nice* ecc., pag. 212.

(5) Gioffredo, col. 1067. Duboin, loc. cit.

(6) Gioffredo, 1238. Duboin, loc. cit.

tendendo (1). Le fortificazioni erano ritenute di tale necessità che nell'anno dopo lo stesso pontefice Pio VI volle concedere quattro decime ecclesiastiche (2).

Nel 1560 poi il Duca mandò a Roma Antonio Maria di Savoia, conte di Collegno, suo gran maggiordomo, tra l'altro coll'incarico di chiedere al Pontefice l'assenso al diritto di Villafranca, non perchè ritenesse la cosa necessaria, essendo egli padrone nel suo Stato di agire come gli pareva, ma probabilmente per dare all' imposta maggior autorità, come in altri tempi i suoi antenati avevano fatto col re di Francia (3). Ora quel diritto spiaceva grandemente alla Signoria di Genova, che vedeva con trattenuto malcontento risplendere di nuova luce la stella sabauda, per quanto al ritorno del Duca nei suoi stati avesse stimato opportuno mandargli un ambasciatore ad ossequiarlo e fargli onore (4). Essa temeva molto l' ambizione di Em. Filiberto. Sapeva che le sue mire erano rivolte sulla riviera di Ponente e specialmente sopra Savona, per la quale Genova sentiva odio profondo. Le relazioni anzi tra Genova e Savona erano così tese che i Savonesi avrebbero accettato con piacere la signoria del Duca di Savoia, ed Em. Filiberto quando nel settembre 1560 passò in quella città per ritornare in Piemonte, evitò di visitarne il castello, per non dar sospetto a Genova (5). Il diritto ristabilito a Villafranca aggiungeva alla gelosia politica la preoccupazione economica, perchè il commercio genovese colla Provenza era attivissimo e trovava ora un temperamento tutt'altro che desiderato.

Quindi non appena la Signoria ebbe notizia delle pratiche ducali a Roma, ordinò ai suoi ambasciatori presso il Pontefice di sventarle con ogni mezzo, e fece avvisato della cosa Marcantonio Sauli, suo ambasciatore in Ispagna, perchè con vive istanze pregasse il Re di intromettersi nella cosa, e di persuader il Duca ad abolir il

---

(1) Duboin, XV, 589-95. Ricotti, II, 151. Il diritto di Villafranca rendeva fino a 10.000 scudi. V. la relazione all'amb. Morosini il Alberi, serie II, tomo II, pag. 145-46.

(2) *Arch. di St. di Torino. Roma. Lettere ministri*, mazzo III. Il Duca a Pietro Ferreri, vescovo di Vercelli. Bruxelles, 6 aprile 1559. Gli raccomanda di far preparare subito la bolla nelle 4 decime donategli.

(3) *Arch. di Stato di Genova. Spagna. Lettere ministri*, mazzo III (1552-62). La Signoria a Marcantonio Sauli, amb. in Spagna. Genova, 10 maggio, 1560. — La missione del Collegno a Roma aveva anche altri e più importanti motivi. V. *Arch. di St. di Venezia. Roma. Dispacci*, 1560-61. Marc'Antonio da Mula al Doge. Roma, 20 maggio e 7 giugno 1560.

(4) *Arch. di Stato di Genova. Torino, Negoziazioni diverse.* Il doge e la Signoria a Paolo Giustiniano, mandato a Nizza dal Duca. Genova, 28 novembre 1559. — Em. Filiberto del resto detestava la repubblica. V. la relazione del Boldù in Albèri, serie II. tomo I, pag. 466-67, quella del Cavalli, Ib., serie II, t. II, pag. 45-46, e quella del Correro, Ib., tomo V, pag. 36-38.

(5) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario*, cit. fol. 5. Savona, 23 settembre 1560. " Il Duca non ha voluto veder il castello fatto in Savona perchè è sospetto a' Genoesi, che per il suo andar ivi, vi haveano accresciuto la guardia... Che Savonesi si doleno grandemente di esser mal trattati da Genoesi „.

Le gelosie tra Savona e Genova risalgono ad epoca molto antica. V. Filippi: *Studi di storia ligure* (*Savona*). Roma, Soc. edit. Dante Alighieri, 1897 (il 2° aneddoto delle questioni fra le due città per il comune di Quiliano dal 1191 al 1401). — Nel secolo XVI la discordia scoppiò vivissima, quando nel 1528 Andrea Doria, passato ad servizi di Carlo V, tolse Savona ai Francesi, che avevano voluto fortificarla, e ne distrusse il commercio. V. Manfroni, *Storia della marina* ecc. pag. 286-87. — Le *Cronache Savonesi* dell'Abate sono molto ricche di particolari nelle rivalità di Savona e Genova nel sec. XVI. V. Assereto, *Cronache Savonesi dal 1500 al 1570 di Agostino Abate, accresciute di documenti inediti*. Savona, Bertolotto, 1897, pag. 26 e ss.

diritto (1). Per quanto la cosa fosse agli occhi genovesi urgente, il Sauli dovette aspettare più di un mese prima di farne parola al Re. Era allora giunta notizia in Ispagna della catastrofe di Gerbi, e la corte appariva in preda al massimo sconforto. Il Sauli attese quindi che il primo dolore passasse (2). Poi, ottenuta udienza, espose al Re le domande della Repubblica. Le ragioni addotte, conformi agli ordini ricevuti, erano assolutamente contrarie alla verità. " Dimostrai „, scrive il Sauli (3), " a S. M^{tà}, che era *cosa insolita et iniusta, dannosa alli vassalli et amici della M^{tà} sua* et che potrebbe causare col tempo molti inconvenienti. Et però in nome delle S^{rie} v. Ill^{me} la supplicai a esser servita di far scrivere a S. Alt^{za} et persuaderla a voler desistere da tale impresa „. Ora il dazio di Villafranca era tutt'altro che cosa insolita, perchè esisteva da più di un secolo e mezzo, ed anche era dannoso ed ingiusto come tutti gli altri dazi che le altre potenze marittime mantenevano nelle loro acque. Il Duca non faceva nè più nè meno di quel che si permettevano gli altri principi. Filippo II mandò il Sauli da Ferdinando Alvarez di Toledo, duca d'Alba, ma intanto D. Alonso Osorio, gentiluomo della corte, che stava per recarsi in Piemonte tra l'altro a presentare le congratulazioni del Re al Duca e Duchessa per la ristabilita salute, ebbe, dietro preghiera del legato genovese, incarico di avvertire il Duca come il diritto di Villafranca spiacesse al Re (4).

---

(1) V. Lett. cit. della Signoria al Sauli del 10 maggio. " Gli amb.^{ri} nostri di Roma ci scrivono esser stato proposto a S. S^{tà} per uno agente del Duca di Savoia, che ella si sodisfaccia di prestar l'assenso di poter imponere un dritto di doi per cento sopra tutti quei legni che senza entrar ne' porti suoi passeranno nei suoi mari. Ci scrivono di più che intende esso Duca poterlo fare da sè stesso, ancorchè per cautella ricerchi si fatto accenso, come assoluto s^{re} che gli è, ma che però S. S^{tà} andava ritenuta a risolversene, come di cosa che per dir vero è molto *ingiusta, inusitata e fuor d'ogni lege divina et humana* (!). Noi habbiamo loro risposto che si adversino all'aperta presso N. S^{re}, e li dimostrino l'ingiustizia de si fatta domanda, non si usando in luogo alcuno che navigando i legni per dritto corso a suo camino, senza declinare o servirsi così per volontà o per forza almeno di qualche porto, escano fuori altri legni che li costringano a pagare, e che dimostrino a S. S^{tà} il grave interesse che a noi sopra tuttj et anco alla Toscana, Marema e Romagna ne seguirebbe .. Ne parli al re.

(2) *Arch. di St. di Genova. Spagna. Lettere ministri*, mazzo II (1539-64). La Signoria al Sauli. Genova, 21 giugno 1560. " Circa il negocio et gravezza che pensa d'imporre il s^{r} Duca di Savoia, lodiamo che habbiate dato passata a cotesti travagli e lasciato sfogar la torbidezza di quei primi giorni. Hora però che sarà rischiarato il tempo, lodiamo che non vi si perda tempo godendo della prima opportunità, pregando S. M^{tà} ad intraporvisi e farsi incontro a così *ingiusta, inusitata e dannosa gravezza* „.

(3) *Id.*, Sauli alla Signoria. Toledo, 28 giugno 1560.

(4) *Id.*, lett. cit. " S. M^{tà} mi disse ch'io facessi che 'l Duca d'Alva glie ne ricordasse, così ho fatto. Et havendo inteso che S. M^{tà} mandava Don Gio. Osorio, gentilhuomo di sua casa al detto s^{r} Duca di Savoya per rallegrarsi della sanità che S. Alt. et la consorte havevano recuperato e per far certi altri offitij, ho procurato che si dia commissione al detto don Gio. di parlarli ancora di questo particulare, et mi è stato detto che ne ha havuto l'ordine, il qual officio credo haverà maggior efficacia che non haverebbe havuto una lettera... Como mi ordinavano le s^{rie} v. Ill.^{me}, parlai di questo particulare a tutti questi s^{ri} del cons^{o}, et uno di loro mi disse ch'io veniva molto a tempo, perchè da pochi giorni in qua erano state fatte a S. M^{tà} più di cento querele del detto s^{r} Duca di Savoya di cose che lui ha tentate a pregiuditio di terzi di simile qualità, et si estese poi meco questo signore a biasimare S. Alt^{a} che a pena sia entrata in stato et che già cominci a farsi mal volere da tutti li suoi vicini. Mi disse poi ch'io fussi certo che non se imponerebbe q° dritto, si perchè S. M^{tà} persuaderà S. Alt^{a} a desistere dalla impresa, si perchè *il detto s^{r} Duca*, per quanto mi disse, *è come il sole di marzo qual nuove cose assai et non ne risolve alcuna* „. Come si vede quel consigliere di Fi-

Partì l'Osorio il 26 giugno alla volta di Nizza, ma Em. Filiberto, appena ebbe inteso la domanda del Re, non essendo disposto a rinunziare a quel cespite d'entrata, mandò il conte di Piossasco in Ispagna per rispondere agli uffici dell'Osorio (1). Il Re accolse con molto onore il Piossasco, che ripartì pochi giorni dopo il suo arrivo: dal principe D. Carlos, tra gli altri, ebbe una catena d'oro (2). Ma la sua missione riuscì intieramente: Filippo II non parlò più della cosa, il tentativo della Signoria di Genova svanì, e le navi che passavano nelle acque di Nizza e Villafranca continuarono a pagare il dazio stabilito.

Anzi nel 1562 il 9 gennaio il Leynì armò un brigantino perchè sorvegliasse quei mari ed i porti vicini, ed impedisse le frodi alla gabella, con ordine di arrestare qualunque nave che non soddisfacesse ai suoi obblighi e di condurla a Villafranca in attesa degli ordini ducali (3). Ora avvenne che nella fine dello stesso mese 4 barche provenzali, cariche di vino, costeggiando la riviera giunsero nelle vicinanze di Diano Marina e Porto Maurizio senza fermarsi a Villafranca a pagare il diritto. Il Moretto con una galera le inseguì: una delle barche si salvò, tre furono catturate e condotte a Villafranca. I passeggieri che si trovavano su di esse vennero lasciati in libertà; essi andarono a Genova e narrarono l'accaduto. La Signoria ne ebbe

---

lippo II non solo era nemico del Duca, ma non lo conosceva affatto. Il regno di Em. Filiberto mostra abbastanza com'egli fosse tutt'altro che incapace *a risolvere cosa alcuna*. Solo la restituzione delle sue piazze, l'acquisto di Oneglia e del Maro, l'occupazione di Saluzzo nel 1579-80 sono prova della grande accortezza politica dell'illustre principe. — V. anche Rawdon-Brown e Cavendish-Bentinck, *Calendar of State papers* ecc., cit., VII (1559 80), pag. 229-30. Paolo Tiepolo, amb. veneto in Spagna, al Doge. Toledo, 25 giugno 1560. Narra per filo e per segno la questione del diritto di Villafranca tra Genova ed il Duca di Savoia.

(1) Lett. cit. del Sauli del 28 giugno. " Detto D. Gio. partì dui di sono alla volta di Nizza, che serve per avviso „. Il Sauli scrive sempre D. Giovanni Osorio, mentre il Tiepolo dice D. Alonso Osorio, ed è questo il vero nome del gentiluomo spagnuolo.

Sull'andata del Piossasco in corte v. *Arch. di St. di Venezia. Spagna. Dispacci*, reg. 4 (1559-62). Tiepolo al Doge. Toledo, novembre 1560. — Il Rawdon-Brown ed il Cavendish-Bentinck, nell'op. cit. alla nota precedeute pag. 265-66, conoscono questa lettera del Tiepolo, ma non riportano il passo che riguarda il Piossasco. — V. anche *Arch. Gonzaga di Mantova. E esterni N° 14, n° 3, 591* (1545-60). Girolamo Negro al Duca di Mantova. Toledo, 15 ottobre 1560. " L'altro di arrivo in Corte un gentilhuomo del Duca di Savoia, che si domanda Mons^{r} Piosac, et è Piemontese, et fu già pagio di S. M^{tà}. Non ho potuto sapere quello che sia venuto a fare „.

(2) *Arch. di Stato di Venezia. Spagna. Dispacci*, loc. cit. Tiepolo al Doge. Toledo, 24 novembre 1560 (Nel *Calendar* cit. del Rawdon-Brown e Cavendish-Bentinck manca tutto questo dispaccio).

(3) *Arch. di Stato di Genova. Istruzioni e relazioni politiche 1559 in 1603.* " Andrea Provana di Leiny, conte di Fruzasco, cap^{no} generale delle galere del ser^{mo} s^{or} Duca di Savoia nostro s^{re} etc. — Havendo Noi ordine da Sua Altezza di tener mano et proveder che non passino barche nè altri vasselli carichi di grano dalla Provenza, et Langadoc verso le rivière di levante senza espressa licentia di sua Al^{a} o di soi deputati a tener conti di tonelli in Arles et altri luoghi di Provenza per rimediar alla licenza di molti, che senza saputa di detta sua Al^{a} o di soi deputati trasportano i grani da luochi predetti, dove loro piace in gran danno di detta sua Al^{a}, essendo certi del valor, sufficienza et fedeltà di voi cap° Claudio il Grande, vi habbiamo elletto et depntato per l'ordine che de sua Al^{a} tenemo alla cura et guardia di detto imbarcamento di grani et trasportamento da luoco a luoco come per virtù delle presenti nostre vi ellegemo et deputiamo con facoltà di poter andar con un bergantino armato a visitar per i luochi dove sarà di bisogno le barche e vasselli carichi di grani, i quali trovati che non habbino licenza come sopra, gli provederete et condurete in questo porto di Villafrancha dove sarano detenuti sino a novo ordine di sua Al^{a}, et così anchora prenderete tutte le barche et vasselli così carrichi di grani, come di qualsivogli altra cosa che senza con-

molto sdegno, perchè il Moretto per catturare le barche era entrato in acque liguri ed in località a lei appartenenti, e decise di mandare un'ambasciata apposita alla corte ducale a lagnarsi dello zelo eccessivo del capitano nizzardo. Niccolò Doria, gentiluomo di Genova, ebbe incarico il 23 febbraio di questa missione (1). Il caso volle che pochi giorni dopo il brigantino di Villafranca inseguendo altre barche cariche di vettovaglie, esenti dal dazio, ma che non volevano lasciarsi visitare, fosse catturato dal vicario del porto di Genova, Marco Antonio Costa, perchè s'era inoltrato nelle acque liguri, e ne avesse trattenuto il capitano ed i marinai (2). Il capitano mostrò la patente del Leynì, e la Signoria appena ebbe notizia della cosa, s'affrettò a farlo liberare coi suoi uomini. Mandò tuttavia avviso anche di questo incidente al Doria, con raccomandazione di chiedere al Duca, oltre il resto, la libertà di alcuni forzati liguri, i quali remavano sulle galere ch'egli aveva ricevuto negli ultimi tempi dalla Francia. Genova alla pace di Cateau-Cambrésis aveva liberato i sudditi francesi incatenati sulle galere sue, e riteneva giustamente che la Francia o chi per lei dovesse fare il simigliante (3).

Em. Filiberto accolse il Doria con riguardo. Espresse il suo rincrescimento pei fatti succeduti, e per la violazione che i suoi ministri avevano fatto dei mari liguri, e parlando del brigantino disse: " Dovevano quei ss.ri farli castigar et impicar tutti per la gola, che così meritava l'insolenza loro, essendo ogni cosa seguita contro la commessione e volontà mia „. Naturalmente queste erano solo parole, e la Signoria sapeva benissimo quali conseguenze avrebbe portato l'impiccagione di quella gente. Ma il Duca desiderava allora tenersi in buone relazioni colla Repubblica essendo tale la volontà del re di Spagna (4); volle quindi almeno in discorsi soddisfare l'inviato ligure. Niccolò Doria rispose dignitosamente che la Repubblica aveva voluto per questa volta usar riguardo a esso Duca, fiduciosa che dal canto suo questi avrebbe impedito che gl'inconvenienti si ripetessero (5). — Ma il Duca era deciso a voler rispettato il suo *diritto:* tant'è che nella metà di febbraio avendo il brigantino catturato 2 altre barche provenzali cariche di grano, perchè cercavano di frodare

---

signamenti alli ministri deputati da sua Al.a all'esazion del dritto et cura de' grani qua in Villafrancha volessero passar conducendole qua come sopra, et consignandole agl'officiali sopra ciò deputati et perchè nelle esecutioni di questo ordine della volontà di sua Al.a non vi sia opposto nè fatto ostaculo vi habbiamo fatte le presente lettere di man nostra signate per lei, quali preghiamo li s.ri ministri di sua May.tà chr.ma a permettere che così possiate eseguir nelle giurisditioni di sua detta M.tà come è mente sua et a ministri subditi di sua Al.a per l'authorità che in questa parte tenemo, ordiniamo che vi ricognoscano per deputato da noi a questa cura, nè contravengano alla comission vostra, per quanto la gratia di S. Al.a tengono cara. Datta in Villafrancha li VIII di genaro LXII.

Andrea di leiny
Richiardetto Scaffa.

(1) *Loc. cit.*, Istruzioni al Doria. V. *Append. Doc. 9°.*

(2) V. Poscritta all'Istruzione, cit. in *App. Doc. 9°* e *loc. cit.*, lett. del Costa alla Signoria, 31 febbraio 1562, ore 22.

(3) Poscritta cit. in *App. Doc. 9°.*

(4) *Arch. di Stato di Torino. Negoziazioni con Spagna,* mazzo I, n. 3. Istruzione di Em. Filiberto a D. Francesco de Ibarra, mandato al re di Spagna, e risposte di questo. — È un documento di molta importanza.

(5) Relazione del Doria in *App. Doc. 9°.*

la gabella, esso approvò la risposta ardita che il Leynì fece al conte di Tenda, il quale aveva mandato rimostranze per l'accaduto (1).

Il 16 marzo dello stesso anno il Duca nominò conservatore del diritto di Villafranca Marco Antonio Nucetto, con ordine al Leynì di riconoscerlo in simil carica (2), e il 7 aprile diede il diritto in appalto per 6 anni a Bernardo Castagna a prezzo di 8800 scudi d'oro all'anno (3). Nei capitoli dell'accensamento si stabilì che chiunque frodasse il diritto fosse tenuto al pagamento del danno recato, e non avendo mezzi da soddisfare, restasse condannato alla galera per tre anni (4).

Ma nell'autunno vi fu una rappresaglia da parte degli abitanti di Alassio contro il diritto. Il brigantino fu catturato probabilmente per qualche fatto analogo al precedente, ed il Duca dovette scrivere alla Signoria per farselo restituire (5). La Signoria però aveva fatto incatenare i marinai sulle galere, e pubblicato un bando severissimo contro l'agente del Castagna, un Lomellino genovese, ed ancora nel giugno 1563 il brigantino non era stato restituito. Il Duca insistette nella domanda, assicurando che la mente sua e dei suoi ministri non era mai stata di violare i mari liguri, e che l'avvenuto si doveva più all'ignoranza che alla malizia di chi stava sul brigantino (6). E questo venne restituito, ma decisamente la sorte gli era contraria. Agli ultimi di agosto o ai primi di settembre dello stesso anno incappò in alcune navi turche, le quali subito gli diedero la caccia. Vedendo che la strada di Villafranca era tagliata, il brigantino riparò nella giurisdizione di Ventimiglia. Ma gli abitanti arrestarono i marinai ed il padrone Lando Sauli, che, essendo bandito da Genova per un delitto commessovi, e condannato in contumacia, fu mandato in quella città. Il Duca stava allora sofferente a Rivoli per grave malattia; Margherita quindi scrisse alla Signoria chiedendo la liberazione del Sauli, che aveva riparato in paese ligure non per volontà sua, ma per necessità, e che d'altra parte si trovava in quegli anni al servizio del Duca, e quindi aveva diritto all'impunità (7). Ignoro il risultato di questa domanda.

4. — Dopo il 1561 le galere piemontesi navigarono con frequenza. Nel maggio 1562 il Moretto si recò con 2 galere nello stato pontificio (8), ignoro per qual motivo.

---

(1) V. *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte*, 1561-62, fol. 98-100. A Monsr di Lainy. Rivoli 24 febbraio 1562. "... la risposta fatta al Conte nostro Cuggino è stata bene; et perchè intendiamo che in maniera alcuna non habbino a passar Barche cariche de grani senza haver licentia vostra o di quelli che sono ministri nostri... pagato il tonello che ci aspetta. Manderete con huomo espresso a far intendere al conte nostro cuggino sudetto per ordine nostro, che non vogli impedir l'essecutione contra gl'inobedienti che cercano di rubar il tonello sudetto, perchè così facendo saria apprir la strada a tutti i patroni delle parche di passarsene sicuri senza pagar cosa alcuna...".

(2) Duboin, XV, 595-96. Rivoli, 16 marzo 1562. V. anche Manno e Vecchi, pag. 436.

(3) Duboin, XV, 596-98.

(4) Duboin, XV, 598.

(5) *Arch. di St. di Genova. Lettere principi alla repubblica di Genova*, mazzo 15. Em. Filiberto alla Signoria. Fossano, 9 ottobre 1562.

(6) *Id.* Torino, 18 giugno 1563.

(7) *Id.* Margherita di Francia alla Signoria. Rivoli, 11 settembre 1563. V. anche in genere sulle genovesi Alberi, loc. cit., pag. 145-46.

(8) *Arch. di St. di Venezia. Rubricario*, cit. fol. 19, 13 giugno 1562.

Appena fu di ritorno nel luglio dello stesso anno venne mandato dal Duca con una galera a Barcellona per trasportare in Italia un generale spagnuolo, D. Francesco Guevara (1). Però il Moretto giunto a Barcellona, fece una corsa a Saragozza, dove stava allora la corte, per affari privati, come disse egli all' ambasciator veneto (2). Vi arrivò il 25 luglio e ne ripartì pochi giorni dopo. Questo fu l'ultimo viaggio del vecchio marinaio. Egli morì nella seconda metà di settembre dello stesso anno, dopo una vita piena di avventure (3).

Em. Filiberto trattava in quell'anno colla Francia per la restituzione delle piazze, e nell'estate finalmente la corte francese acconsentì a sgombrare Torino, Chivasso, Chieri e Villanova d'Asti, purchè rinunciasse fino alla maggiorità del Re a Pinerolo, e desse anche Savigliano e la Perosa. Il Duca, sebbene inclinevole ad accettare, volle tuttavia farne avvisato il Re di Spagna, perchè non negasse poi la restituzione di Asti e Santià, ed incaricò della missione nella fin di luglio Gio. Francesco Costa, conte di Arignano, uno dei principali suoi ministri (4). Il conte fu trasportato a Barcellona dal Leynì colle tre galere l'8 agosto (5), ed andò alla sua missione. — Il Leynì alla sua volta salpò per ignota destinazione. Allora i Mori minacciavano Orano in Algeria, e Marcantonio del Carretto, principe di Melfi, con 50 galere di Spagna doveva dare la caccia ai corsari barbareschi, mentre D. Giovanni di Mendozza con un'altra squadra aveva per compito di soccorrere Orano. È probabile quindi che il Leynì sia andato presso il principe di Melfi. Ma la sua presenza fu inutile, perchè il principe non seppe far altro che portare qualche soccorso di viveri e alcune paghe alla Goletta presso Tunisi, forte in proprietà della Spagna, e D. Giovanni di Mendozza prima di giungere ad Orano, vide le sue galere in buona parte affondate da un violento uragano (6).

Questi insuccessi diedero animo ai corsari, che nel 1563 correvano in lungo ed in largo i mari italici, cosicchè gli stati marittimi d'Italia dovettero pensare ognuno per conto suo a combatterli. Ai primi di aprile pare che 5 galere piemontesi siano andate in corso con altre di Firenze (7), certo per dare la caccia ai corsari, ma fu per pochi giorni, poichè agli ultimi del mese Filippo II mandò a pregare il Duca di spedirle a Napoli, dove coll'armata spagnuola avrebbero tentato la liberazione di Orano (8). Em. Filiberto consentì all'invio di 3 galere, ma pose la condizione che nel

---

(1) *Id.* fol. 20, 3 luglio 1562.

(2) *Arch. di St. di Venezia. Spagna. Dispacci,* loc. cit. Tiepolo al Doge. Saragozza, 26 luglio 1562, " Hieri passò per questa città il capitano Moretto del Duca di Savoya, il qual venuto a mia visitation mi disse esser stato mandato dal Duca per levar colla galera sua, colla qual è passato in Barzelona, il sig^r Francesco Gevara, et condurlo in Italia, et andar alla corte per sui particolari negoci; ma che al sicuro non si vuol fermar per più di dui o tre giorni „.

(3) *Id. Rubricario,* cit. fol. 24, 22 settembre 1562.

(4) *Id.* fol. 21, 26 luglio 1562.

(5) *Id. loc. cit.* — *Id. Spagna. Dispacci.* cit. Tiepolo al Doge. Barcellona, 11 agosto 1562.

(6) Duro, *Marina española*, vol. II, pag. 47 in Manfroni, op. cit. 422.

(7) *Arch. di St. di Venezia. Rubricario* cit., fol. 30. Torino, 5 aprile 1563. — V. Albèri, serie II, tomo II, pag. 44. Il Cavalli, amb. a Torino nella sua relazione del 1564 scrive: " Questa state, tornando bene a tutti due [*Em. Filiberto e Cosimo de' Medici*] di mandare in corso giuntarono le loro galere, inviandole per tale effetto „.

(8) *Id.* fol. 30. Torino, 23 aprile 1563.

ritorno viaggiassero di conserva colle galere di Firenze per evitare cattivi incontri (1). Fatti i preparativi necessarî (2), il Leynì andò ad unirsi all'armata spagnuola, che ubbidiva a D. Francesco di Mendozza: le galere ausiliarie di Firenze, Malta, Genova e quelle dei reami di Napoli e di Sicilia già erano arrivate (3). Orano resisteva volorosamente, difesa da scarso presidio, il quale in uno scontro riuscì a battere con tanta efficacia gli assedianti, che questi sgomenti e preoccupati fors'anche dall'avvicinarsi dell'armata cristiana, fuggirono (4). Entro il mese di maggio quindi la spedizione ad Orano aveva termine.

Allora Filippo II accolse una proposta fattagli da D. Pedro Venegas de Cordova, comandante di Melilla e dei possessi spagnuoli nel Marocco, di riacquistare la fortezza del Peñon, perduta fin dal 1522 (5). Il Peñon de Velez de la Gomera era un forte vicino al porto di Velez, che distava da Malaga di sole 40 miglia. Dopo la sconfitta data ai corsari d'Algeri sotto Orano non pareva fuor di proposito tentare la conquista di quel forte, che per la sua posizione era di molta importanza. D. Francesco di Mendozza ricevette l'ordine di condurre l'armata a Malaga, e tentare l'impresa, ma venne a morte prima d'iniziarla. Ebbe allora il comando D. Sancho Martinez de Leyva, il quale giunto nel porto di Velez sbarcò 3000 soldati, occupò Velez e marciò contro il Peñon. Ma i Mori durante la sua assenza distrussero una parte delle genti lasciate a presidio di Velez. Il De Leyva, informato a tempo, e, com'era naturale, temendo di vedersi tagliate le comunicazioni alle spalle, battè in ritirata. Il 6 agosto era di ritorno a Malaga (6).

La campagna era finita per gli Spaguoli, ma i loro collegati, particolarmente il Leynì, Gian Vincenzo Gonzaga, priore di Barletta, comandante le galere di Malta, e Galeazzo Giustiniani, ammiraglio di Genova, risolvettero di passare insieme il resto della stagione, dando la caccia ai corsari Turchi e barbareschi che infestavano quei mari. Il Leynì ed il Giustiniano riconobbero la supremazia del Gonzaga, ed in buon accordo sotto il suo comando si spinsero a Ceuta, fortezza del Re di Portogallo, dove il governatore fece loro ottima accoglienza. Ma vedendo che nessuna nave di corsari

---

(1) *Id. loc. cit.*

(2) *Id.*

(3) Cabrera, *Istoria de Felipe II* ecc., pag. 317. " Sabido en Malta el cerco de Oran, el gran Maestre enbió con sus galeras al prior de Barleta; el Duque de Saboya con las suyas al señor de Leiny. *i el Cardenal Borromeo con sus cinco al Conde Pedro Antonio Lonato* „. Il Claretta, *Dell'ordine*, pag. 25, ricorda pure l'andata del Leynì, il Manfroni, pag. 425, non la conosce. — Il Cabrera parla ancora delle 5 galere del card. Carlo Borromeo, che il Guglielmotti dice vendute fino dal 1° gennaio 1563 (v. il presente lavoro pag. 34, nota 2). È certo che il 12 febbraio di quest'anno il Borromeo scrivendo alla signoria di Genova parlava del Lonato come capitano ancora delle sue galere (v. *Arch. di St. di Torino. Lettere cardinali*, mazzo VII).

(4) Cabrera, pag. 317-26. — Manfroni, *loc. cit.*

(5) Cabrera, pag. 329-30. — Stevenson, *Calendar of State papers (of the reign of Elisabeth. Foreign Series)* 1563 (London, 1869) pag. 468. Robert Cullen a Thomas Challoner. Malaga, 20 luglio 1563. " Since he advised him of the succour of Oran there have come the galleys of Malta, those of Genoa and Savoy, and others newly made in Barcelona, in all fifty, which remans here, taking in victuals and necessary munitions and tarry for order to go into Barbary and take Pinion „.

(6) Cabrera, *loc. cit.* — *Arch. di St. di Venezia. Spagna. Dispacci*, reg. 5° (1563-66). Gio. Soranzo, amb.re in Spagna, al Doge, Madrid, 12 agosto 1563.

appariva sul loro cammino, lasciarono quei mari. ed il 21 agosto erano di ritorno a Cartagena, dove si separarono (1).

Il Leynì tornò a Villafranca, mentre i corsari turchi e barbareschi uscivano di nuovo dai loro porti, e tentavano colpi di mano sulle coste italiche. Così nell'autunno di quell'anno, mentre il Duca era a Nizza convalescente da lunga e pericolosa malattia (2), due galeotte di corsari arrivarono nelle acque di Provenza. Una di esse trovata sola da due barche provenzali fu catturata, l'altra riuscì a fuggire. Em. Filiberto, mentre dall'un canto mandava a comperare la prima con 70 turchi fatti prigioni, spediva le sue galere all'inseguimento della seconda, ma pare senza risultato (3).

5. — Stavano Em. Filiberto e Margherita ancora a Nizza quando giunse la notizia che gli arciduchi Rodolfo ed Ernesto, figli dell' imperatore Massimiliano II, passavano in Italia col loro precettore, il cardinale d'Augusta, per recarsi alla corte di Spagna. Em. Filiberto colse quest'occasione per migliorare le sue relazioni coll'imperatore. Fin da giovanetti tra Em. Filiberto e Massimiliano poca amicizia aveva regnato. Tale freddezza, in cui certamente dobbiamo scorgere uno dei pochi errori politici dell'illustre Duca, fu non ultima causa della sua sconfitta nella questione del Monferrato, ch'egli tenne viva durante tutto il suo regno. Quando Em. Filiberto era in Fiandra generalissimo dell' esercito imperiale e spagnuolo, e Massimiliano solo arciduca, quello usava pochi riguardi al futuro imperatore (4), e quando nel 1563 Massimiliano fu eletto re dei Romani, non mandò il Duca neppure un ambasciatore apposito per congratularsi, come era l'uso, ma ne diede incarico al vescovo d'Aosta, Marc'Antonio Bobba, che già lo rappresentava al concilio di Trento (5). Compren-

(1) Bosio, parte 3ª, pag. 467-68: " ... parte per curiosità propria, e parte per perseguitare le Galeotte Turchesche, che quei mari infestavano, s'accordarono insieme d'andarsene in compagnia, e di conserva con quelle tre Squadre loro fin a Ceuta fortezza del Re di Portogallo, posta in Barbaria, nello stretto di Gibilterra, dove riceverono molte cortesie dal Governatore fratello di Don Vasco d'Acugna, Cavaliero di S. Giovanni Gierosolimitano. Nel qual viaggio, così nell'andare, come nel ritornare, ambedue le Capitane di Savoia e di Genova, diedero l'istessa ubidienza alla Capitana della Religione; così in salutarla di voci, e con le trombe mattino e sera, come nel pigliare il nome e nel navigare sotto vento; non altrimenti, che far solevano alla Galera Reale et allo stendardo di sua Maestà Cattolica... „.

(2) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 34. Torino 25 ottobre 1563. Il Duca giunse a Savona il 13 novembre (*id.*, loc. cit.), e fu trasportato dalle sue galere a Nizza. Ruffia, *Historico discorso*, col. 1153-54.

(3) *Arch. di Stato di Modena. Carteggio* cit. Simone Giminelli al Duca di Ferrara; Nizza 20 novembre 1563: " Hoggi è venuto nova al s^r Duca, che due Barche de Provenzali hanno preso la Galeotta, ch'io dissi nell'altra mia (*che manca*) essersi veduta in questi mari, la quale è di vinti banchi, et vi hanno liberati da cento christiani i quali erano schiavi, et havendo morti alcuni Turchi ne hanno preso circa settanta, i quali S. A. ha mandato per comprare insieme col legno. Dicono erano due galeotte, ma la compagna la quale s'era allargata da sette miglia udendo il rumore di questa ch'era combattuta andò per soccorrerla, ma vedendola già in preda de nostri si fuggì, et hora viene seguitata dalle galere di S. A. le quali tornarono hieri mattina in quella parte.

(4) *Papier d'Estat de Granvelle*, tomo IX, pag. 436. Tommaso Perrenot, conte di Chantonnay, al card. di Granvelle, suo fratello. Vienna 28 luglio 1565: " L'empereur n'aime pas enragément le duc de Savoye, mesmes pour le peu de compte que l'autre fict de luy quand il vingt à Bruxelles, que nocques il ne l'alla veoir, et lui en donna lors sur le partement une petite pointe en passant „.

(5) Albèri, *Relazioni* cit., serie II, tomo II, pag. 38 (relaz. del Cavalli 1564).

dendo forse un po' tardi che bisognava rimediare a questa condotta imprudente, Em. Filiberto volle ricevere con onore i due arciduchi, figli di Massimiliano. Girolamo della Rovere, arcivescovo di Torino, fu mandato a Milano per ossequiarli. Pareva dovessero proseguire alla volta di Torino, e di qui calarsi a Nizza od a Genova, ma invece proseguirono da Milano verso la riviera ligure per vie poco agevoli (1), sebbene, essendo la cosa impreveduta, mancassero lungo la via le provvigioni necessarie (2). Giunti sulla marina i due arciduchi si imbarcarono sulle galere della Signoria alla volta di Nizza, Marsiglia e Barcellona (3). Em. Filiberto si apparecchiò a riceverli con pompa, ed anche il re di Francia Carlo IX mandò Claudio di Savoia, conte di Tenda, governatore di Provenza, suo figlio Onorato, conte di Sommariva, ed il barone de la Garde con 2 galere ad ossequiarli e far loro scorta fino a Marsiglia (4). Il 5 febbraio Em. Filiberto, inteso l'avvicinarsi dei principi, andò loro incontro colle sue 3 galere e quelle di Francia comandate dal conte di Sommariva (5). Ad Oneglia apparvero le galere genovesi: il Duca salì immediatamente sulla *Reale* a far riverenza ai principi, mentre tutti insieme navigavano verso Villafranca. Colle galere genovesi erano pur venute due del Pontefice comandate da Giorgio Spinola, luogotenente di Marcantonio Colonna. Anzi lo Spinola cercò colla sua capitana di porsi alla destra della *Reale,* ma il Sommariva non lo permise, non avendo la galera dello Spinola inalberato lo stendardo pontificio, e la investì con tanta violenza che l'altra per evitare il cozzo e colare a fondo, dovette cedere il posto. Giunti a Nizza il Duca interpose fra i due capitani la sua autorità e non seguì altro (6). Le feste che si fecero in questa città ai principi furono sfarzosissime, e costarono più di 12000 ducati (7). Dopo alcuni giorni gli arciduchi ripartirono, accompagnati dal Leynì colle 3 galere di Savoia. A Marsiglia, dove arrivarono il giorno di carnevale, si trattennero solo due giorni, che il Leynì impiegò, ma invano, alla ricerca di un nuovo albero per la sua *Capitana,* avendo il vecchio in cattive condizioni, e proseguirono verso Barcellona. Però a 24 miglia da Marsiglia il vento cambiò direzione e si fece così avverso, che il Leynì, preoccupato dell'albero della *Capitana,* che incominciava a rompersi in due luoghi,

---

(1) Promis, *Memorabili di Giulio Cambiano di Ruffia dal 1542 al 1611* in *Miscellanea di storia it.,* IX, pag. 194: " 1564. Di genaro sono passati per il Piemonte li figliuoli di Massimiliano d'Austria per andar in Ispagna „. — Tonso, *De vita E. Ph.,* pag. 153. — Ruffia, 1154. — Gioffredo, 1533. — Il Correr nella sua relazione di Savoia del 1566 afferma che ai due principi l'imperatore " commise che non ostante l'asprezza del viaggio e qualunque altra incomodità causata da' tempi che regnavano allora, dovessero camminare per lo Stato del suo buon cugino il Duca di Savoia „. Albèri, serie II, tomo V, pag. 31.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Francia. Lettere ministri,* mazzo I. Girolamo della Rovere al Duca. Torino 23 gennaio 1564.

(3) Stevenson, *Calendar of S. p.* cit., pag. 15. Smith a Cecil. Parigi 15 gennaio 1564. Dice che l'amb. piemontese gli ha fatto sapere che i principi dieci giorni prima erano presso Genova in viaggio alla volta di Villafranca e Nizza, e di qui verso Spagna. — Siccome poi si fermarono a Marsiglia, il che per riguardo al Re di Francia non potevano evitare, ritengo n'avessero avuto istruzione prima di venire in Italia.

(4) *Arch. di Stato di Modena,* loc. cit. Giminelli al Duca. Nizza 5 febbraio 1564. — Stevenson, *Calendar* cit., pag. 15, lett. cit. dello Smith al Cecil, e altra dello Smith a Nicolas Throckmorton dello stesso giorno.

(5) *Arch. di Stato di Modena,* loc. cit. Giminelli al Duca. Nizza 7 febbraio 1564.

(6) Loc. cit.

(7) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 34. Nizza 7 febbraio 1564.

si congedò dai principi, lasciando le altre due galere a scortarli, e ritornò colla Capitana a Villafranca. Fu decisione prudente, dato lo stato della nave e la comparsa di 8 galeotte turche alle isole di Hières (1).

Il 18 marzo i due arciduchi erano a Barcellona, e Filippo II, che era andato a riceverli in questa città, mandò ringraziamenti ad Em. Filiberto per l'ottima accoglienza che loro aveva fatto. Nella stessa lettera lo avvisò pure dell'elezione da lui fatta di D. Garçia di Toledo a capitano generale di mare, colla missione di compiere ad ogni costo l'impresa del Peñon, e gli fece domanda delle sue galere per questa spedizione. Conosceva il Re le avarie sofferte dalla *Capitana*, ma non dubitava che la buona volontà del Duca vi avrebbe rimediato subito (2).

Em. Filiberto pare avesse intenzione di mandare nel presente anno le sue galere con quelle di Firenze a liberar il mare dai corsari: ma quando ricevette la lettera del Re ordinò al Leynì di tenerle a disposizione di D. Garçia (3). Ed è probabilmente in vista di questa campagna navale che il Leynì propose al Duca di fare *Capitana* la galera *S. Pietro*, comperata dal sig.r di Pierrebon, avendo la vecchia, come vedemmo, l'albero inservibile (4).

Nella metà di maggio D. Garçia di Toledo passò colle galere di Spagna in Italia, ed attraversando le acque di Nizza, invitò l'ammiraglio piemontese a seguirlo. Ma, come vedemmo nel primo capitolo del presente lavoro (5), il Leynì era molto occupato di quei giorni nell'acquisto di due galere francesi, ed aveva inviato il cap. Marcantonio Galléan coi migliori ufficiali della sua flottiglia a riceverne una. D. Garçia si fermò qualche giorno a Genova, e quindi partì alla volta di Napoli. Em. Filiberto lo pregò di attendere le sue galere in questa città, chè il Leynì appena fosse stato in ordine l'avrebbe raggiunto (6). Nella metà di giugno infatti il nostro ammiraglio partì (7), ignoro se diretto a Napoli o piuttosto a Malaga, luogo di concentramento dell'armata cristiana. Filippo II voleva prendere la rivincita dello scorso anno. D. Garcia di Toledo disponeva di circa 90 galere, comprese le ausiliarie degli Stati italiani (8). Partito da Malaga, sbarcò presso Alcalá 4000 spagnuoli,

---

(1) *Arch. di Stato di Modena*, loc. cit. Nizza 2 marzo 1564. Il Ruffia, 1154, ed il Gioffredo, 1533, narrano imperfettamente il viaggio dei due principi, e mostrano di credere che il Leynì solo colle sue galere li conducesse in Ispagna, mentre, come vedemmo, esse servirono di scorta d'onore. — Un breve accenno al viaggio dei principi si trova in Claretta, *Dell'ordine mauriziano ecc.*, pag. 26.

(2) *Arch. di Stato di Torino e Spagna. Lettere principi*, mazzo I. Filippo II ad Em. Filiberto. Barcellona 22 marzo 1564.

(3) *Id. Registri lettere della corte*, 1563-65, fol. 99. A mons.r di Leynì. Torino 19 aprile 1564.

(4) *Id. Lettere particolari*. Leynì al Duca. Nizza, 1 maggio 1564.

(5) V. pag. 52.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 122. A Don Garçia di Toledo. 21 maggio 1564.

(7) Gioffredo, 1533.

(8) Manfroni, *Storia della marina ecc.*, pag. 426. — *Arch. di Stato di Venezia. Spagna. Dispacci*, reg° 4°. Giovanni Soranzo alla Signoria. Madrid 1° giugno e 5 settembre 1564. — *Arch. Gonzaga di Mantova, E esterni*, N° XIV, n° 3, 592. Girolamo Negro al Duca. Di corte 2 agosto 1564. Pare che la Spagna sperasse di avere dal Duca 4 galere. Il Negro infatti (*Arch. Gonzaga di Mantova*, loc. cit.) in una sua del 17 settembre 1564 le crede in numero di 4, mentre non erano che 3, ed anche l'ambasc. veneto, il Soranzo, nel computo fatto prima della spedizione affermava che le galere di Savoia in questa spedizione erano 4 (*Arch. di St. di Venezia*, loc. cit. Madrid, 1° giugno 1564).

e marciò contro il Peñon. Era maestro di campo del piccolo esercito Chiappino Vitelli, valente soldato al servizio del Duca di Firenze (1), e comandante dell'artiglieria Gio. Andrea Doria. Marco Centurione tenne il comando dell'armata durante la spedizione di terra. Il Peñon fece poca resistenza: i difensori col favor della notte fuggirono, e la fortezza dopo due giorni di bombardamento rimase agli Spagnuoli (2). D. Garçia, lasciatovi un piccolo presidio, fece ritorno a Malaga nella metà di settembre (3). Ignoro qual parte abbia avuto il Leynì in questa spedizione; probabilmente rimase colle galere in osservazione sulla costa.

Ai primi di novembre le galere di Savoia erano già a Villafranca, e come in quei giorni Marsiglia era minacciata dalla peste, il Duca raccomandò al Leynì di prendere le opportune misure per evitare il morbo a Villafranca, impedendo che sbarcassero ivi quelli della città infetta, e facendo riscuotere il diritto al capo di S. Ospizio, discosto dal porto. Quando poi la peste si estendesse a Nizza, salpasse prontamente e conducesse le galere a Savona, luogo salubre e sicuro (4).

6. — Siamo così giunti al 1565, uno degli anni più notevoli nella vita del Leynì, quello in cui egli stabilì definitivamente la sua fama di valente ammiraglio.

Solimano II, il vecchio e sempre temuto sultano dei Turchi, irritato dai successi spagnuoli in Africa e dalla parte attiva che i cavalieri dell'ordine Gerosolimitano di Malta prendevano in ogni azione diretta a danno dei suoi sudditi e del commercio levantino, pensò di vendicare i lunghi affronti e sbarazzarsi per sempre dell'odiato nemico. Una grande flotta fu armata a Costantinopoli sotto il comando di Pialì pascià, ed uscì il 30 marzo per destinazione dubbia agli occhi del pubblico (5); ad essa si unirono i due grandi corsari del Mediterraneo, Dragut e Ouloudj-Alì (6). Era un uragano ben spaventoso questo che s'addensava sulla cristianità, la quale non poteva opporre ai tre pascià alcun ammiraglio di uguale perizia ed ardimento. Tutti temevano per Malta: già nel gennaio 1565 Antonio Petremol de la Norvoie, residente francese presso il Gran Turco, avvertiva Caterina de' Medici che i preparativi erano contro Malta (7). D. Garçia di Toledo, fatto vicerè di Sicilia dopo la presa del Peñon, era in dubbio se la minaccia fosse diretta a Malta od alla Goletta, forte presso Tunisi tenuto dagli Spagnuoli, ma non dubitava si trattasse d'una

(1) *Arch. Gonzaga di Mantova,* loc. cit. Negro al Duca. Di corte 30 agosto 1564.

(2) Manfroni, loc. cit. — *Arch. Gonzaga di Mantova,* loc. cit. Negro al Duca. Di corte 4 settembre 1564.

(3) Foglietta. *Della sacra lega contro Selim ecc.* Genova, Pavoni, MDXCVIII, pag. 475-81. — Manfroni, 427. — *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Madrid 17 settembre 1564. — *Arch. Gonzaga di Mantova,* loc. cit. Di corte 10 e 17 settembre 1564.

(4) Bosio, pag. 482-85, lett.e cit.e degli arch. di Venezia e Modena. — Non dobbiamo dimenticare fra le cose del 1564 riguardanti il Leynì che in questo anno, il 5 gennaio, il comune di Torino, che litigava con quello di Mondovì per possedere lo *studio* od università, si rivolse a lui perchè facesse valere la sua parola a vantaggio della città. Ved. Bonardi, *Lo studio generale a Mondovì,* Torino, Bocca, 1895, pag. 141.

(5) Charrière, *Négociations de la France dans le Levant* cit., III, 783-84. Petremol a Du Ferriere, ambasc. di Francia a Venezia. Costantinopoli 7 aprile 1565.

(6) Manfroni, *Storia della marina* cit., pag. 429. V. in questo A. la bibliografia dell'argomento.

(7) Charrière, op. cit., III, 774-75. Petremol a Caterina. Costantinopoli 20 gennaio 1565.

delle due terre. Era dunque necessario soccorrerle ambedue, senza distinzione, perchè se Malta fosse caduta " demás de la pérdida de los que en ella están, que seria grande, nó seria sino tener al reino de Secilia y al de Nápoles una cadena al cuello, y dándose là man con lo de Tripol podrian siempre allí tener juntas las fuerzas de Berbéria „ (1).

Papa Pio IV mandò a Malta 4000 scudi, e poco dopo altri 6000 perchè servissero ad aumentare le fortificazioni. D. Garçia provvide l'isola di 500 soldati (2), fece trasportare alla Goletta altri 600 fanti, e scrisse al Re di fornirgli il maggior numero di galere possibili, rivolgendosi agli Stati italiani, fra cui Genova da sola poteva dare 6 galere, ed il Duca di Savoia ne aveva 3 pronte e lo scafo e la ciurma d'una quarta. Si noti che i Turchi con incredibile audacia approfittando dello spavento dei Cristiani, spingevano 12 fuste di corsari nei mari italici, nelle acque stesse di Napoli, durante la seconda metà di marzo, saccheggiavano un luogo tra Napoli e Gaeta, e quindi risalivano fin sotto Ostia desolando quelle coste (3).

Filippo II accettò il consiglio di D. Garçia, ed il 9 marzo si rivolse a Genova, al Duca di Savoia ed a quello di Firenze (4). Em. Filiberto aveva tutto l'interesse ad aiutare colle sue forze Malta, poichè, se i Turchi se ne impadronivano, le sue marine di Provenza, già abbastanza infestate dai corsari, sarebbero diventate inabitabili, ed il commercio annullato. Ma il Re chiedeva che le galere di Savoia fossero pronte agli ordini di D. Garcia per la metà d'aprile; ed il Duca dichiarava per lettera a Gomez Suarez de Figueroa, ambasciatore spagnuolo a Genova, che era assolutamente impossibile apparecchiarle per quell'epoca, ed aggiungeva parergli bene si definissero prima le questioni di precedenza tra le sue galere e quelle di Malta, volendo che le sue avessero il passo (5). Com'era da aspettarsi, quest'ultima osservazione del Duca non ebbe alcun effetto; ma Em. Filiberto non volle per ciò negare le sue galere. Il Leynì ebbe ordine di armarle e tenerle a disposizione di D. Garçia (6). Per evitare anche qualunque incursione dei Turchi a Nizza e Villafranca il Duca vi mandò 3 compagnie di soldati a rafforzare i presidi (7).

Il tempo incalzava. La flotta Turca il 2 maggio era già a Modone, forte di circa 150 vascelli, mentre D. Garçia a Messina non aveva che 36 galere. Preoccupato scrisse alla Signoria di Genova, a Cosimo de' Medici e ad Em. Filiberto mandassero le loro navi (8). Il Leynì indugiò la partenza ancora pochi giorni, poi ai

---

(1) *Colección de documentos inéditos para la Historia de España*, XXIX, pag. 24-27. D. Garçia a Filippo II. Baia, 18 gennaio 1565.

(2) *Arch. di Stato di Venezia. Roma. Dispacci*, 1565, Marc'Antonio da Mula al Doge. Roma 24 marzo 1565.

(3) *Id.*, dispaccio cit. e dispacci del 14 aprile, 5 maggio e 19 maggio.

(4) *Colección* cit., XXIX, pag. 56. Filippo II alla repubblica di Genova. Madrid 9 marzo 1565. — *Arch. di Stato di Torino. Spagna. Lettere principi*, mazzo 1. Filippo II ad Em. Filiberto. Madrid 9 marzo 1565. — *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 42. Torino, 28 marzo 1565.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte*, 1563-65, fol. 213. All'Ambasciator Figueroa. Torino, aprile 1565.

(6) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 42. Torino, 12 marzo 1565: " Il cap° delle sue galee procura di munirle per andar a congiungersi coll'armata spagnuola „.

(7) *Id.*, Torino, 28 aprile 1565.

(8) *Arch. di St. di Venezia. Rubricario* cit., loc. cit. Torino, 8 maggio 1565. — Stevenson, *Calendar of S. p.*, cit., pag. 365. William Phayre a Cecil. Madrid, 12 maggio 1565.

primi di giugno salpò da Villafranca con tre galere, la *Capitana,* la *Margherita* e la *Moretta* (1). Egli sperava d'incontrare Gio. Andrea Doria colle 12 galere che teneva allo stipendio della Spagna, per navigare di conserva fino a Messina. Invece, appena uscito dalle acque nizzarde, s'imbattè in 6 galeotte di corsari che l'inseguirono per ben 120 miglia. La sveltezza delle galere e la precisione delle manovre impedì ai Turchi di raggiungerlo, sicchè all'oscurar del giorno il Leynì vide le galeotte nemiche scomparire dall'orizzonte. Era allora nelle acque dell' isola d'Elba. Sicuro della salvezza s'avviò verso la costa toscana, quando di dietro all' isola apparvero 10 o 12 galere, che a gonfie vele gli correvano incontro. Il buio della notte gl'impedì di riconoscere che si trattava delle navi del Doria, di ritorno dalla Corsica, dove avevano imbarcato fanterie spagnuole. Il Leynì le credette navi corsare, ed alla sua volta il Doria pensò il medesimo delle galere piemontesi. Debole com'era il Leynì a petto dei presunti corsari, non ebbe che un pensiero, di salvare la sua *Capitana*, non essendo possibile combattere e salvare le altre. Incominciarono le artiglierie a tuonare sulle navi genovesi, fortunatamente senza danno. Ma la *Capitana* di Savoia fuggendo a gonfie vele riparò a Livorno, non senza aver veduto la *Margherita* raggiunta dal Doria, e la *Moretta*, dopo sforzi disperati per guadagnare l'alto mare, rimanere indietro per la stanchezza delle ciurme. Il Leynì, al colmo dell'eccitazione, scrisse l'accaduto al Duca, dichiarando perdute le due galere (2). Ma il

---

(1) Il Pingone, *Augusta Taurinorum.* Taurini Heredes Bevilacque MDLXXVII, pag. 85, dice che le galere piemontesi erano 4. " Anno Christi MDLXV mense Junio Dux Emanuel, obsessa a Turcis Melita, Andream Provanam. Leinacum *cum triremibus quatuor instructissimis* mittit, qui una cum Pontificibus, Hispanis, et aliis triremibus suppetias insulae afferret „. Anche il Tonso, pag. 162, scrive: " Ad quem [Garziam] Emmanuel Philibertus Andream Provanam cum *triremibus lectis quatuor* quas armaverat omnibusque rebus instruxerat, misit, cumque alia auxilia convenissent „. Ma il Ruffia col. 1157, afferma che a Malta " il duca Emanuele Philiberto... mandò il signor di Leinì *con tre ben armate galere* proviste di quanto bisognava... „ ed anche il diligentissimo Gioffredo, col. 1537 fa dal Duca " metterc in ordine *tre delle sue galere,* acciò sotto l'Ammiraglio Andrea Provana signor di Leinì s'aggiungessero al resto dell'armata del re Cattolico... „. Ora l'autorità del *Pingone* è certo grandissima: egli era contemporaneo e spettatore anzi degli avvenimenti, e prendeva le sue note man man che questi succedevano. Ma nel nostro caso non prese nota che nel mese di settembre, poichè a lato della notizia è scritto: " ex notis mensis septembris „, cioè quando l'impresa di Malta volgeva a termine; possibile non habbia rammentato bene il numero delle galere partite. Ad ogni modo è certo ch'egli si ingannò. È bensì vero che Em. Filiberto fu invitato a mandare 4 galere, ma nel pagamento del 1° quartiere che il Duca fece sborsare al Leynì prima della partenza dal tesoriere generale Negron di Negro si parla solo " delle tre galere Capitana, Margarita et Moretta „ (*Arch. Provana. Conti per le gallere di S. A.,* mazzo 1, cat. 1ª, n. 27) e nei dispacci dell'amb.r Ferrarese da Torino, di cui nelle note ss., si dice e si ripete che 3 erano le galere. — Il Leynì partì certo ai primi di giugno, poichè il 10 era già a Napoli. V. *Coleccion*, cit. XXIX, pag. 218. D. Garcia al segretario Erasso. V. anche *Arch. di Stato di Torino. Lett. partic.* Leynì al Duca. Napoli, 11 giugno 1565, pubbl. in Claretta, *Dell'ordine,* pag. 276-77.

(2) *Arch. di St. di Modena. Carteggio*, cit., busta 2ª. Gaspare Fogliani al Duca di Ferrara. Torino, 9 giugno 1565. " Hoggi il sr Duca ha havuto nova, ancorchè da S. Altª non l'abbi inteso, come essendosi partite da Nizza le sue galere per andare a congiugnersi con quelle del Doria, quando furono appresso a Cavo Corso, si scopersero alla coda sei galeotte di Corsari, et altrettante alla fronte, che tutte venivano per combatterle, et mentre che Monsr di Leinì, Ammiraglio, cominciava a provedere alla salute de suoi al meglio che poteva in tanto disavantaggio, una galera delle sue, che si chiama la Margherita, fu investita dal nemico con tanto impeto, che si tiene per fermo essere restata presa, poichè di essa non s'è havuto nova alcuna. La seconda, che si chiama la Moretta si diede a fuggire, et per essere assai sottile si guadagnò alquanto di spatio, ma per

giorno dopo arrivò il Doria, che aveva compreso l'equivoco, colle sue galere e colle due piemontesi, sicchè tutto si ridusse a molto spavento per parte del Leynì e viva apprensione del Duca, quand'ebbe letto la lettera del suo ammiraglio. S'affrettò nondimeno questi a mandare le nuove e più confortanti notizie, che furono un vero balsamo per il Duca, il quale tuttavia aveva mostrato molta energia e padronanza di sè al triste annunzio, e solo dato ordine di comperare altre due galere (1).

Intanto Dragut e Pialì pascià, partiti da Modone il 13 maggio (2), erano comparsi il 18 nelle acque di Malta. Un forte esercito di circa 50.000 giannizzeri e 3000 cavalli venne sbarcato (3), ed i forti e le città dell'isola stretti da durissimo assedio. Il gran maestro Parisot de la Valette, prima di chiudersi nella città di Borgo, mandò un ultimo disperato appello al Duca di Savoia pregandolo di inviargli munizioni. Em. Filiberto rispose non potere in modo alcuno, che già l'invio delle galere era aiuto sufficiente e causa di molta spesa al debole erario piemontese (4).

I Turchi concentrarono l'oppugnazione contro il forte di S. Elmo, che aveva molta importanza, dominando i porti di Malta. Ove essi se ne fossero impadroniti, la flotta cristiana non poteva entrare in quei porti, mentre l'armata turca poteva riposare al sicuro in quello di Marza-Muset, protetto dai cannoni del forte, davanti

---

havere le ciurme già stanche si dubita assai della sua perdita, se già col beneficio della notte inminente non si sarà aiutata. La Capitana sopra la quale era la persona dell'Ammiraglio s'è salvata nel porto di Livorno d'onde s'è scritto questo successo di tal modo, nè fin qui se ne sa maggiore certezza, ma come si sappi, non mancarò d'avisarne „.

(1) *Id.* Torino, 16 giugno 1565. " L'aviso ch'io diedi v. Ecc[a] con la lettera di IX del presente intorno alla cacia, che hebbero le galere del s[r] Duca s'è poi chiarito meglio, et sta in questo modo. Essendosi partite dette galere da Nizza per andare a trovare il s[r] Gio. And[a] Doria, furono seguitate per ispatio di centoventi miglia da sei galeotte di Corsali, le quali nell'oscurare del giorno lasciarono il corso, havendo perduta la speranza di pigliarle. Il che veggendo Mons[r] di Leinì comandò che si proneggiasse per terra, tenendosi già sicuro, come era in effetto, quando si vidde all'incontro sboccare fuor di certo loco appresso l'Elba da dieci o dodici Vasselli, et venire alla volta sua come nemici. Il che subito gli fece credere che fossero galeotte compagne dell'altre, che già s'erano dilungate, et che venissero per combatterle, onde si diede a fuggire con la Capitana, lasciando l'altre due in potere delle sopradette galere, le quali havendo havuto nova il giorno medesimo che lungo quella costa erano alcune fuste de Corsali, imaginandosi che queste del s[r] Duca fossero d'esse, perciochè non potevano ben discernere per la notte sopravenuta, cominciarono a sparare l'artig[ria] et l'archibugieria, nè si fecero alcuno danno. Ma fatti poi più vicini, si riconobbero tutti per amici, perchè queste erano del Doria. Del quale successo l'una parte et l'altra restò molto consolata. Mons. di Leinì, che già s'era tolto di mezo, mandò l'aviso del modo ch'io scrissi a v. ecc[za] per detta mia tenendo per fermo che le due galere fossero venute in potere del nemico. Se il s[r] Duca ne ha sentito allegrezza v. ecc[za] lo giudichi, che se bene S. A. è d'un animo grandissimo, nondimeno si dee credere che in questi tempi le premesse molto tal perdita, la quale era però dissimulata da lei, et già haveva dato ordine di far comperarne altre due „.

Arch. di St. di Venezia. Rubricario, cit. fol. 43. Torino, 10 e 12 giugno 1565. — *Arch. di Stato di Torino. Em. Filiberto. Lettere*, 1561-66, n. 30. Al conte di Stroppiana. Torino, 11 giugno 1565. " D'altra parte vi habbiamo voluto avertire che le gallere, che il s[r] di Leiny ci scrisse che le due erano perse si sono ritrovate e sono (gratie a Dio) sane a salve „. — Un po' in ritardo nelle informazioni arrivò l'ambasc.[re] inglese a Madrid. Stevenson, *Calendar*, cit. pag. 399. Robert Hogan al conte di Leicester. Madrid, 30 giugno 1565. " Two galleys of the Duke of Savoy have leen taken by the Moors „.

(2) Charrière, II, 789-90. Petremol a Du Ferrier. Costantinopoli, 12 giugno 1565.

(3) Stevenson, pag. 392. Nicolas Malby a Cecil. Madrid, 12 giugno 1565.

(4) *Arch. di St. di Venezia. Rubricario*, cit. fol. 43. Torino, 23 giugno 1565.

al quale era necessità passare per introdursi nel porto. Era tale il desiderio dei Turchi di conquistare S. Elmo, che disarmarono molte galere e ne adoperarono i marinai e le ciurme ad erigere batterie: solo 60 galere rimasero in assetto per la guardia e la provvisione d'acqua, di cui l'isola era assai scarsa. D. Garçia non poteva decidere nulla prima dell'arrivo delle galere ausiliarie. " Or Dio voglia „, esclamava il Leyni da Napoli, " basti a durarla lungo tempo, benchè sino a qui posano valorosamente e danno gran speranza di dar commodità al soccorso „. Il Gran Maestro era ottimo soldato ed aveva buon numero di cavalieri. Ma appunto il gran numero di persone, la maggior parte inutili alla difesa, chiuse in uno spazio angusto, in mezzo al calore torrido di quell'isola ed alla penuria d'acqua poteva causare un'epidemia. Di più i Turchi erano sopravenuti prima che tutti se l'aspettassero: perciò D. Garçia non aveva introdotto alcuna compagnia di soldati, come desiderava, e 5 galere che avevano portato munizioni e uomini qualche tempo prima, non erano tornate a tempo, e si trovavano chiuse in uno dei porti. Certo la loro presenza nella flotta spagnuola sarebbe riuscita più vantaggiosa ai difensori dell'isola (1).

D. Garçia attendeva con impazienza le galere di Genova, Savoia e Firenze ed una squadra spagnuola per iniziare qualche operazione in aiuto di Malta (2). Ma gli ammiragli italiani da Napoli, dov'eran giunti, non si fidavano di attraversare le acque del reame, avendo inteso che presso le isole Lipari era comparso Dragut con 40 navi: essi tutti insieme non avevano che 25 galere. Quanto alla squadra di Spagna, questa era ancora nei porti di quel regno. Il Doria ed il Leynì pregarono D. Garçia di uscire da Messina in un giorno determinato e venire loro incontro. Dragut inferiore alle loro forze collegate non avrebbe certo tentato un'aggressione (3). Pare che D. Garçia non abbia aderito alla proposta: scrisse invece al Leynì di imbarcare una parte delle truppe, 500 uomini, che il Pontefice stava apparecchiando sotto gli ordini di Pompeo Colonna per soccorrere i cavalieri di Malta (4).

Erano ancora il Doria ed il Leynì a Napoli, quando giunse colà un rinnegato uscito da Malta il 4 giugno, il quale riferì come l'armata dei Turchi avesse già subìto gravi danni: 3000 uomini dei migliori erano già morti parte combattendo, parte di malattia. Tuttavia per un'incuria veramente strana, e che mostra appunto come il Gran Maestro non s'aspettasse ancora l'invasione, trovarono i Turchi nell'isola gran quantità di bestiame, che fu per loro un grande ristoro, senza il quale

(1) Lett. cit. del Leynì da Napoli, 11 giugno (Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 276-77). — Nondimeno mancava nell'esercito Turco quella disciplina che sarebbe stata necessaria ad un'impresa difficile com'era quella di Malta. I giannizzeri in un tumulto diedero un assalto il 3 giugno, senza ordine alcuno da parte del loro capo, e furono respinti. V. *Archivio di Stato di Torino. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Napoli, 16 giugno 1565.

(2) *Colección*, cit. XXIX, pag. 238. D. Garcia al segretario Vargas. Messina, 22 giugno 1565. " Juan Andrea aguardo de hora en hora, que llegó en Nápoles á los diez deste con sus galeras, y en su compañía las de los duques de Saboxà y Florencia „.

(3) *Id.* pag. 218. D. Garcia al segret. Eraso. Messina, 17 giugno 1565. " No ha venido Juan Andrea aquí porque estos dias se han descubierto número de navíos en estas islas y después han desaparecido „. — V. anche specialmente la lett. cit. del Leynì.

(4) Lett. cit. del Leynì.

avrebbero sofferto la fame, e molti cavalli ed asini, che furono ottimo mezzo per trasportare ogni giorno nel campo l'acqua dall'interno dell'isola (1).

Urgeva dunque che l'armata cristiana fosse unita e pronta ad operare. Agli ultimi di giugno il Doria colle galere sue, di Savoia e di Firenze giunse a Messina (2), dove D. Garçia ricevette con speciale riguardo il Leynì (3). Il Vicerè, uomo prudente e marinaio esperto, desiderava soccorrere immediatamente Malta, ma gli ordini della corte l'obbligavano a non fare mossa alcuna senza prima averne istruzioni. Di qui uno spreco di tempo prezioso ed un fallire di tutte le occasioni vantaggiose. La corte indugiava a permettere l'uscita di D. Garçia da Messina, e la squadra spagnuola, tanto attesa, si faceva ancora aspettare (4). Pio IV a Roma ne era disperatissimo. " Sig^{r} Amb^{re}, diceva egli al Da Mula, ambasciator di Venezia, il 2 giugno (5), che sarà di questa Malta? Da noi non è mancato di fare ogni officio per difesa sua, et di ogn'altra parte, ma niente ci è giovato ..... Habbiamo dato a Malta dieci mila scudi, et più haveressimo dato, ma habbiamo conosciuto che il Re Catt^{co} è pieno di sospetti, et non si deve dare maggior gelosia massimamente quando non si vien chiamati „.

Nell'attesa D. Garçia volle mandare un piccolo rinforzo d'uomini e di munizioni; erano 600 fanti divisi su quattro galere, sotto il comando di D. Giovanni di Cardona. Questi aveva però ordine di non sbarcare gente, se il forte di S. Elmo fosse già caduto. Il Cardona s'accostò con precauzione all'isola, e s'accorse che S. Elmo era in mano dei Turchi; ebbe tuttavia la felice idea di non ottemperare alle istruzioni avute, e sbarcò i 600 soldati. Naturalmente D. Garçia fu sdegnato dell'infrazione ai suoi ordini, temendo perduta quella gente (6), ma ben presto ebbe motivo di rallegrarsi, perchè i 600 soldati, ben diretti, riuscirono a penetrare in Borgo salvi, e furono di grande vantaggio alla difesa. Il Gran Maestro, dopo tante ansie, felice del soccorso, piangeva di gioia " abrazando la gente sin podellos hablar, que lloraba de placer „ (7).

Visto il felice risultato di quello sbarco, e le insistenze di Pompeo Colonna per introdurre a Malta anche i soccorsi del Pontefice, D. Garçia decise di mandarveli. I soldati pontifici in numero 400 con Pompeo Colonna furono imbarcati su 3 galere, 2 della religione di Malta, ed una di D. Giovanni di Sanoguera. D. Garçia per maggior sicurezza desiderava unirvi un'altra galera, ed allora si offrì il Leynì colla sua *Capitana*. D. Garçia accettò, e l'ammiraglio di Savoia ebbe il comando della

---

(1) *Biblioteca civica di Torino. Raccolta Cossilla.* Leynì al Duca. Napoli, fine giugno 1565. V. *App. Docum.* 10°.

(2) Claretta, pag. 27. Manfroni, pag. 430. — V. anche *Arch. di Stato di Venezia. Roma. Dispacci.* Da Mula al Doge. Roma, 7 luglio 1565.

(3) Ruffia, col. 1157. " Fu il signor di Leinì da don Garzia ben ricevuto et accarezzato, et conoscendolo huomo di grand'esperienza et valore comunicava seco delle cose più importanti della guerra „.

(4) Stevenson, *Calendar*, cit. pag. 396. William Phayre a Cecil. Madrid, 22 giugno 1565. V. anche la lettera del Gran Maestro a fra Pedro Mezquita in *Colección*, cit. pag. 411.

(5) *Arch. di St. di Venezia. Roma. Dispacci.* 1565. Roma, 2 giugno 1565.

(6) *Id.* Roma, 11 luglio 1565. Ruffia, col. 1158. *Colección*, cit. XXIX, pag. 252-53. D. Garcia al Re. Messina, 5 luglio 1565.

(7) *Id.* pag. 270. Messina, 16 luglio 1565. Manfroni, pag. 429-30.

spedizione. D. Giovanni di Sanoguera, pratico delle acque di Malta, serviva da guida. Il 7 luglio partirono le galere da Messina, ed il 9 giunsero a 20 miglia dall' isola. Subito 2 soldati su una barchetta furono mandati al Gran Maestro per informarlo del loro arrivo, e concertare i segnali che indicassero se era conveniente sbarcare i soccorsi o no. Il 10 a notte si avvicinarono le galere a 4 miglia dal porto, e sul forte di S. Michele apparvero segnali che avvertivano l'inopportunità d'uno sbarco. Il medesimo avvenne la notte seguente. Pare che il Sanoguera e gli altri comandanti fossero tuttavia d'opinione di sbarcare, ma il Leynì vi si oppose recisamente, e costrinse tutti a seguirlo nelle acque di Messina. Il 16 luglio le galere rientravano in questo porto (1).

(1) Bosio, *Dell'historia della Sacra religione... di S. Giovanni*, ecc. parte 3ª, pag. 595-96. Claretta, p. 27, Manfroni, 431. — *Colección*, cit. lett., cit. di D. Garcia al Re. Messina, 16 luglio 1565. " Quiso Dios que al lúnes una hora ántes que amaneciese, veniendo el mártes entró á salvamento la barqueta que yo habia enviado para avisar al maestre de las señales, con las cuales tuvo aviso de lo que habia de hacer, y tornando las galeras et martes en la noche á otras cuatro millas del puerto, el maestro les hizo las señales del fuego clarísimas para que no entrasen, *y así lo dice Mosiur de Leñí y todos los demás*, y dentro de la hora señalada las continuó la segunda vez y las galeras se tornaron á meter á la mar por no ser descubiértas, y han llegado aquí esta mañana. El D. Juan Sanoguera, que es el que las guiaba, lo hizo muy bien y todos los de mas; *y este no haber querido el maestre aceptar estas galeras*, aunque podria ser por parescielle la entrada muy difficultosa, *no dejo de tenella por buena señal*. Dicen todos los nuestros que en acabando el maestre de hacer las señales, vieron y oyeron una gran cantidad de arcabuceria, y que juzgaban ellos que era salva para mostrarnos que nuestra gente era dentro „. — V. *Arch. di Stato di Venezia. Roma. Dispacci.* cit. Da Mula al Doge. Roma, 11 luglio 1565. Annunzia la partenza di Pompeo Colonna da Messina il 6 luglio, *id.*, Roma, 21 luglio 1565. Riferisce una lettera del Colonna del 16 luglio. " Che alli 7 partì il sig^r Pompeo Colonna, il quale alli 9 arrivò 20 miglia sopra Malta, di dove espedì due suoi soldati al Gran M^ro per farli intendere il suo arrivo, et che se 'l voleva che l'entrasse, li facesse certo segno, se anco non lo voleva, o per che li paresse impossibile l'entrarvi o per altra causa, si facesse un'altro segno, et così il giorno seguente andò quattro miglia vicino al Porto, et dal Castello li fu fatto certo segno, che non lo potendo bene intendere se ne ritornò indietro 20 miglia, et espedì due altri soldati, et tornò la seconda volta circa un miglio et mezo vicino a Malta, et vide il segno, che 'l non dovesse entrare, et il Gran M^ro li mandò una Barchetta con li due primi soldati che furono mandati a farli intendere che aveva più bisogno di viveri che di gente, con tutto che non si atrovasse più che mille homini da combattere, compiutati li 600 che erano entrati ultimamente sotto D. Giovanni di Cardona, reca che aspettava il soccorso generale da Don Garzia, perchè altrimenti temeva del fine „. Se paragoniamo le relazioni di D. Garcia e del Colonna e la narrazione del Bosio, troviamo differenze notevoli. Anzitutto le date. Il Bosio dice come il Colonna, che due notti di seguito le 4 galere si accostarono all'isola per scorgere i segnali, ma aggiunge che furono il 12 e il 13 luglio, mentre il Colonna con D. Garcia dice il 10 e l'11. Inoltre solo il Bosio narra che il Sanoguera e compagni volevano tuttavia sbarcare le genti, e che il Leynì vi si oppose. Il Colonna dice che i segnali al Gran maestro furono da lui mandati quand'era nelle acque dell'isola; invece D. Garcia parla della " barqueta que *yo habia enviado para avisar al maestre de las señales* „. Il Colonna scrive che non si scorgevano bene i segnali, mentre D. Garcia assicura che erano chiarissimi, ed adduce in prova la testimonianza del Leynì e di quanti stavano sulle galere, quindi implicitamente del Colonna stesso, ed in questo anche il Bosio s'accorda con D. Garcia. Ma quello che colpisce maggiormente è il notare come la risposta del Gran Maestro al Colonna mostrasse l'estrema angustia in cui si trovava, e D. Garcia invece scrivesse al re che il non volere soccorsi d'uomini era per lui un buon segnale " no dejo de tenella por buena señal „. Come spiegare queste diversità? Che D. Garcia volesse nascondere il vero stato delle cose? Ma se chiedeva continuamente galere per andare alla difesa di Malta! Certo è cosa oscura.

D. Garcia nella lett. cit. del 16 luglio, scrive: " han llegado aqui esta mañana „. Invece il Da Mula (*Arch. di Stato di Venezia. Roma. Dispacci*, cit. Roma, 28 luglio 1565) dice che giunsero a Messina il 14 del mese.

A Roma, quando si conobbe la caduta di S. Elmo e la partenza di Pompeo Colonna per Malta solo colle sue genti, fu un vero lutto. Il Pontefice considerava perdute le sue genti, ed era molto irritato contro il Re di Spagna che metteva tanta dilazione ad una mossa risoluta di tutta l'armata. Se ne sfogò coll'ambasciator veneto il 14 luglio. " Che vi pare, Sig^r Amb^re, di Malta? li aiuti saranno come quelli di Pisa, che andorono tre giorni dopo il fatto. Così queste galere di Spagna veniranno all'esequie di quella povera isola. Intendiamo che Turchi non fortificano altrimenti Sant'Ermo, ma attendono all'espugnatione del Borgo. Dio faccia, che con le prime nove non intendiamo che si sia fatto del resto. Habbiamo pianto et commiserato il sig^r Pompeo Colonna, il quale insieme con li nostri soldati tenemo per perduti „ (1). Ed il Papa aveva ben ragione di essere sdegnato. A Madrid la notizia della caduta di S. Elmo fece leggiera impressione. Ben presto nessuno se ne curò più, ritenendo sicura la vittoria finale. Ma intanto il Re scadeva di fama, e nella capitale stessa tutti disapprovavano tanta inazione (2).

Giunsero finalmente a Messina altre galere di Spagna sotto D. Alvaro di Bazan, marchese di S. Croce, e probabilmente l'ordine di muoversi a D. Garçia. Con 60 galere e 10.000 fanti l'ammiraglio di Spagna uscì da Messina ed attraversò lo stretto preceduto da quattro galere d'avanguardia, due di Savoia, fra cui la *Capitana*, una di Stefano di Mari ed una di Giorgio Grimaldi, sotto il comando del Leynì, perchè fossero esplorate con cura le località del capo Passaro. Il 26 al mattino in vista del capo il Leynì s'imbattè in una nave Ragusea, a cui subito diede la caccia. D. Garçia sopravenendo distaccò altre 4 galere per aintare l'ammiraglio di Savoia; ma già questi colla sua *Capitana* aveva raggiunto la nave e presone possesso. Era stata mandata da Malta all'isola di Gerbi per caricar viveri, ed infatti portava ben 4000 salme di grano e 5000 cantara di biscotti oltre a varie altre munizioni da bocca. D. Garçia mandò la nave a Siracusa (3).

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Roma, 14 luglio 1565. — Era l'opinione che si formò nel popolo spagnuolo quando si intese la caduta di S. Elmo. V. *Arch. di Stato di Venezia. Spagna. Dispacci*, 1565. Antonio Tiepolo al Doge. Madrid, 28 luglio 1565. " La nova della perdita di S. Elmo in Malta ha battuti questi s^ri grandemente, perchè già tengono per perso il Borgo et tutta l'Isola, et hora pare che cominciano a veder il gran danno che sia per portar alla Sicilia et agli altri stati di questa M^tà et alle due piazze in Barbaria, la Goletta et Oran, questa perdita „.

(2) *Arch. Gonzaga di Mantova. E esterni* n° XIV, n° 3, 596 (1565-66). Girolamo Negro al Duca. Di Corte, 24 agosto 1565. " La cosa di Malta dà qui hora poco pensiero, credendosi al certo, che sij per andar benissimo. Anzi la maggior parte di questi di qua sono entrati in ferma speranza che Don Garsia sia per rovinar affatto l'armata del Turco. Piaccia a Dio che così sia..... „. — Pochi giorni dopo l'opinione era ben cambiata. Scrive infatti il Phayre al Cecil il 3 settembre da Madrid che il re aveva perduta molta riputazione per non soccorrere Malta, e che aveva disponibili 105 galere, 50 navi e 30 o 35,000 soldati (*Calendar* del Stevenson cit., pag. 448).

(3) Gli storici piemontesi conoscono questo aneddoto, ma cercano di farlo più importante della realtà. Così il Tonso, pag. 162 scrive che il Leynì: " cum in itinere ob viam habuisset magnam forte Turcarum oneraria navem supportandi commeatur causa Africae littora petebat, impetu in eam ad Pachinum facto, fortiter espugnavit „. Il Gioffredo, 1537 invece, più esatto, avverte che col Leynì stavano pure alcune galere di Onorato Grimaldo, signor di Monaco, ma erroneamente dice che il Leynì vi prese parte con tutte le sue galere. Io seguo il racconto del Bosio, pag. 669. " E nell'uscire dal Porto, Don Garçia diede carico al Conte di Leinì Generale delle Gallere di Savoia, il quale delle tre sue, due benissimo riuforzate ci haveva, ch'in compagnia delle Capitane di Giorgio Grimaldo e di Stefano de' Marij, navigar dovesse con quelle quattro Galere, come di vanguardia,

Ai primi di settembre l'armata cristiana era in vista di Malta; alla baia di Melaica prese terra, ed il 6 settembre vi sbarcò i soldati con viveri, polvere e munizioni per un mese. I Turchi saputa la cosa, scoraggiati dell'eroica resistenza dei cavalieri e dalla morte di Dragut, avvenuta lo stesso giorno della caduta di S. Elmo, levarono l'assedio, e dopo un vano tentativo contro le genti di D. Garçia salparono alla volta di levante (1). Se D. Garçia con minor prudenza e maggior audacia avesse tentato un vigoroso assalto alla flotta ottomana, questa sarebbe stata distrutta; così infelice era la condizione delle navi e degli equipaggi turchi. Preferì l'ammiraglio di Spagna lasciare i *ponti d'oro* al nemico che fuggiva, e fors'anche non ebbe torto (2).

Così Malta fu salva con poca gloria degli Spagnuoli, che diedero prova in tutta la campagna di grande indolenza e di indecisione di mosse straordinaria. Il Gran Maestro non esitava a confessare per lettera al suo ambasciatore in Roma che non erano i soccorsi spagnuoli quelli che gli avevano permesso di resistere al Turco, ma 200 barili di polvere donati all'ordine dal Duca di Firenze nello scorso anno. Queste parole suonavano di rimprovero agli Spagnuoli, che indispettiti tacciavano il venerando la Vallette di *ingrato* e di *ubbriacone!* (3).

---

alcune miglia innanzi, facendole scoperta, con tener sempre ad alto il calcese guardie vigilantissime „. Pag. 699: " Il Conte di Leinì in tanto, il quale con le quattro Galere, che dette habbiamo andava navigando innanzi per antiguardia, tosto che fu giunto sopra Capo Passero, nella mattina della Domenica 27 d'Agosto, s'incontrò in una grossa nave di quattro mila salme, la quale non volle altrimenti smainare, nè dargli ubidienza, anzi si pose incontanente in ordine per combattere e per difendersi. Com'egli la cominciò con l'artiglierie delle quattro Galere a battagliare „, D. Garcia mandò altre 4 galere, ed allora la nave s'arrese. — Questo racconto è confermato dalle lettere di D. Garcia e di altri, salvo nella data, che non è 27 agosto, ma 26, e lo prova una di D. Garçia in cui si narra il fatto, e che porta la data del 26. *Colección*, cit. pag 469. D. Garcia al re. A 6 miglia dal capo Passaro, 26 agosto 1565: " ... al amanecer me hallé sobre Cabo Pásáro, desde donde se descubrió doce millas á la más una nave, y ansi a cabo de media hora descubrimos que cerca de dicha nave estaban cuatro caleras, las cuales fueron las de Mus[r] de Legnì, y Mari y Grimaldo que yo habrà enviàdo á los 24 del mismo desde Zaragoza (*Siracusa*) para que fiesen la vuelta del dicho Cabo á procurar que los enemigos no pudiesen tomar lengua desta armada, y ansí llegaron á ella y la combatieron y tomaron. Era arragusea eviada por los Turcos á los Gelves. Venia con cinco mil quintales de bizcocho y setenta turcos, que todo les hará falta. Envio la uave a Zaragoza „. Questa riceve compimento da un' altra di D. Sancho da Londoño, loc. cit. pag. 503. D. Sancho a D. Gabriel de la Cueva, duca d'Albuquerque, governatore di Milano. Messina, 11 settembre 1565. Dice che nella *Capitana* del Leyni v'era una compagnia di soldati sotto il cap[no] Gonzalo de Salinas. " Diéronle caza cuatro galeras que la tomaron despues de haberse defendído bien rato setenta Turcos que en ella veniam „. A lato è scritto: " De letra diferente „ dice " Imbistió á esta nave la galera capitana del duque de Saboya, donde iba el capitan Gonzalo de Salinas con su compañia „. — *Arch. di Stato di Venezia. Roma. Dispacci*, cit. Da Mula al Doge. Roma, 8 settembre 1565. Per lettere da Siracusa del 26 e 27 agosto si ha: " che alli 27 giunse in Siracusa un cavalleggero che portò una lettera al secretario del sig[r] Don Garzia, scritta alli 26 da Capo passero, con aviso, ecc. „. Narra quanto già vedemmo direttamente nella lettera di D. Garçia.

Ricorda il fatto, traendolo dal Tonso e dal Gioffredo, il Claretta, pag. 27-28. Il Manfroni non ne fa parola.

(1) Parla a lungo della liberazione di Malta, come anche del resto di questa guerra, il Cabrera, pag. 377-86, v. fra gli altri il Manfroni, pag. 432-33.

(2) *Biblioteca civica di Torino. Raccolta Cossilla.* Leynì al Duca. Napoli, 22 ottobre 1565. V. *App. Docum.* 11°.

(3) *Colección*, cit. Cf. *Correspondencia de los príncipes de Alemania con Felipe II*, ecc. vol. II, pag. 113. D. Francisco Sarmiento al Commendator maggiore di Castiglia, D. Luigi di Requesens, Roma. 28 settembre 1565. " Tambien escribe el Maestre á su Embajador, allendo de la carta que

Quando a Torino Em. Filiberto conobbe il felice esito della guerra, volle si facesse una solenne processione in segno di allegrezza (1), e scrisse una lettera di congratulazione all'ammiraglio di Spagna, pregandolo anche di mettere in libertà il Leyni e le sue galere, la cui presenza non era più necessaria (2). D. Garçia il 17 settembre aveva lasciato Malta (3), e di ritorno a Messina s'affrettò ad ottemperare al desiderio del Duca. Il Leynì voleva tornare nelle acque nizzarde colle galere di Spagna e di Genova. D. Garçia desiderando rimandare nei loro presidi 15 compagnie di soldati, le fece imbarcare nelle galere del Leynì, di D. Alvaro di Bazan e di Gio. Andrea Doria (4), e così insieme i tre ammiragli partirono da Messina nella metà di ottobre. Il 20 agosto il Leynì era a Napoli con tempo molto triste. Alla prima occasione, sbarcate le fanterie spagnuole, salpò verso Villafranca. Mandò prima avviso al Duca tenesse pronte al suo arrivo le paghe del trimestre trascorso (luglio-settembre) (5), e quando giunse a Villafranca trovò 1500 scudi dell'ultimo quartiero, e 2000 del trimestre ottobre-dicembre in compenso delle spese sopportate ed anche per le provvisioni necessarie ad un viaggio in Ispagna (6) che pare abbiano fatto subito due galere a trasportarvi Francesco della Rovere, principe di Urbino (7).

---

escribió al Papa, diciéndole que de la carta del Papa se sirviese por aviso para los demás Príncipes; le dice á él particularmente, que fuera de sus caballeros, el buen suceso de Malta se debe al Duque de Florencia, que le dió el año pasado doscientos barriles de pólvora, por los cuales se defendió Malta, como si don García no les hubiera daldo gente, bastimentos y ofrecídoles municiones y todo lo que quisiesen; que vea V. S. I. si hay ingratitud y maldad en el mundo que llegue á estos términos; que allende que hoy día está en pie Malta por S. M., ellos sin el no son nada, porque de Francia no les viene estos años, ni tienen un real... é loque tienèn en el estado de la iglesià no es nada, que el Papa cuando se les antoja les provee las encomiendas, como lo ha hecho ahora de una de un caballero que murió en Malta, *y con todo esto tenemos siempre un borracho por Maestre...* „.

Il Papa poi era irritato contro gli Spagnoli per la loro condotta in tutta la campagna, e dichiarava che non avrebbe perdonato neanche a Pompeo Colonna di non essere entrato colle sue genti in Malta, nonostante i segnali del Gran maestro, se non fosse stato guidato da uno spagnuolo, e qui accennava indubbiamente al Sanoguera. V. loc. cit. pag. 114-16. " Platica de S. S. sobre la nueva del socorro de Malta y huída del armada „. 20 settembre 1565.

(1) Pingone, *Augusta Taurinorum*, pag. 85. " Quam ob victoriam Taurini immensae laetitiae ... — *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 44.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte 1563-65*, fol. 337.

(3) *Colección*, XXIX, pag. 551. D. Garcia al re. Messina, 19 ottobre 1565.

(4) *Id.* " Lleva D. Alvaro esta gente, y ayudárselo han á hacer hasta Napoles las del duque de Saboya y Génova, pues es rayon enviar luego á los particulares sus galeras, y (como digo), lleva nueve galeras, sus ocho y la de D. Joaquin „.

(5) *App. Doc.* 13°.

(6) *Registri*, cit. fol. 349. Torino, 28 novembre 1565. " Si scrisse a mons[r] de Leiny che il Ratto [*Nicolino Ratto*] oltra li 1500 del quartiere passato fornirà 2000 scuti del presente per il viaggio di Spagna „.

(7) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario*, cit. fol. 45. Torino, 30 novembre 1565. *Arch. di Stato di Firenze. Urbino. Savoia.* Classe prima. filza CCXLVI. Em. Filiberto a Guidobaldo II duca di Urbino. Torino, 17 novembre 1565. " Per il quale scrivo a Mos[r] di Leinì, capitano generale di mie galere, che ne facia metter due in ordine prestamente: ma però elle non fanno che arrivare di un sì lungo camino, come v. Ecc[a] sa, pensandoci star in isverno, vi bisognerà un poco di tempo per porle in equipaggio, del quale egli mi avisarà, et io l'Ecc[a] v. acciò che Ella sappia quando il detto Principe si potrà imbarcare per trovarsi presto al luogo, et schivar quanto potrà la mala stagione del navigare „. Ignoro nondimeno se il viaggio abbia avuto luogo; il Della Rovere era però atteso in Ispagna e vi andò certamente. V. Douais, *Dépèche de M. de Fourqueraux, ambassadeur*

Così ebbe fine la memoranda campagna navale del 1565. Mai come in questo anno le galere piemontesi furono in azione, ed il loro ammiraglio ebbe a dimostrare l'alta sua capacità e pratica di cose marittime. D'allora in poi il Leynì tenne un posto notevolissimo fra i comandanti navali dell'epoca, e vedremo nelle successive campagne considerata di grande importanza la sua presenza nel teatro delle operazioni (1).

7. — La sconfitta e la successiva ritirata dei Turchi da Malta non aveva punto rassicurato il Pontefice e la cristianità. Solimano II, quand'ebbe inteso l'esito infelice della spedizione, salì ad un vero parossismo di furore, vietò all'armata di ritornare a Costantinopoli, volle che entro un mese altre 50 galere si unissero alla medesima e che l'impresa fosse ritentata. La cosa era impossibile, ma il Sultano non ragionava più ed il residente francese, il Petremol, temeva non senza fondamento che facesse massacrare tutti i cristiani del suo impero, tanto più vedendo che ai poveri Greci, venuti a supplicarlo di concedere la vendemmia nella metà di ottobre, non aveva dato udienza, ma ordinato senz'altro di sradicare i loro vigneti, di non raccogliere più vino, anzi di gettar quello che già avessero o che restasse dello scorso anno, cosicchè, conchiudeva filosoficamente il Petremol, " nous serons contraints à l'avenir de boir de l'eau „ (2). Cose da barbari, e di un assolutismo mostruoso, possibile solo, anche a quei tempi, nel beato regno del Gran Turco!

A Roma il 12 novembre 1565 il Pontefice raccolse alla sua presenza i cardinali protettori dei principi (3) e gli ambasciatori delle varie potenze, comunicò il felice esito della guerra, e raccomandò a tutti di avvertire i loro sovrani, essere

---

du roi Charles IX en Espagne 1565-72, tomo I (Paris, Leroux, 1896), pag. 9. Fourquevaux (Raymond de Rouer, s^r^ di) al re. Madrid, 5 novembre 1565. " Je ne veulx, Sire, oblier vous dire que le filz du duc d'Urbin doyt arriver sur lesd. [*di D. Garcia*] gallaires au premier jour pour suyvre et servir ceste Majesté „.

(1) Non dobbiamo. Quanto alle cose private del Leynì scarsi documenti ci sono pervenuti di questi anni. Sappiamo che nel 1564 ebbe una lite con Guido Ferrero, vescovo di Vercelli, abate e perpetuo commendatario dell'abbazia di S. Michele della Chiusa, il quale pretendeva il possesso del Chioso di San Giacomo d'Alpignano, dopo la morte di Carlo di Mombello, conte di Frossasco (*Archivio Provana. Alpignano, Investitura del Chioso e bandi campestri*, mazzo I, cat. 3^a^ e 4^a^, n. 13). La causa fu portata innanzi al Senato di Torino. Ma il Duca, dovendo in quei giorni recarsi a Lione per abboccarsi col re Carlo IX e con Caterina de' Medici, ordinò si soprassedesse al giudizio fino al suo ritorno (*id.*, Torino, 5 giugno 1564). Nel gennaio 1565 fece riprendere la causa ma " senza strepito et figura di giudicio, riguardata la sola verità del fatto et ministrando alle parti buona et spedita giustitia alla forma delle lettere già per noi... concesse „ (*id.*). Ignoro quale sia stata la sentenza; ma data l'ottima disposizione del Duca verso il suo ammiraglio credo probabile che la causa sia stata vinta dal Leynì.

Nello stesso anno poi prima che il Leynì partisse alla volta di Messina il Duca gli fece solenne conferma dei privilegi accordati dai duchi Filiberto II e Carlo II (III) alla sua famiglia (*Arch. Provana. Provana di Alpignano. Genealogie e prove di nobiltà*, mazzo I, cat. I^a^), e ripetè l'atto nel 1566, ratificando quello del 1565 (*id.*, loc. cit. Torino, 13 maggio 1566. V. copia in *id. Leynì. Atti per il feudo*, mazzo V, cat. 12, n. 41).

(2) Charrière, II, 806, Petremol a Du Ferrié. Costantinopoli, 15 e 25 ottobre 1565.

(3) Ogni principe regnante aveva alla corte pontificia uno o più cardinali, che s'occupavano delle questioni ecclesiastiche ad esso attinenti, e spesso le appoggiavano presso il Pontefice, e quindi in certo modo *proteggevano* il principe.

necessario prevenire nel prossimo anno un'altra invasione. Quindi ognuno s'apparecchiasse a soccorrere coi mezzi disponibili i valorosi cavalieri di Malta (1). La corte di Spagna temeva pur essa un ritorno di Turchi (2), tanto più essendosi scoperto reali intelligenze fra i Mori di Valladolid con quelli d'Algeri e con un inviato turco alla corte di Francia, il quale allora si trovava a Lione (3). Dalla Goletta poi erano venute a Madrid suppliche di rinforzi e d'aumento di fortificazioni (4).

Il re mandò quindi ordine a D. Garcia di svernare colla flotta in Sicilia per favorire le costruzioni di Malta e della Goletta (5), salvo le galere di Spagna già tornate col marchese di Santa Croce, D. Alvaro di Bazan. Il Gran Maestro impetrava soccorso da ogni parte, anche dal Duca di Savoia (6). Pio V, succeduto a Pio IV, defunto in quei giorni, conoscendo le strettezze dell'ordine, volle provvederlo di 15.000 scudi, e D. Garcia diede numerosi consigli sulle fortificazioni necessarie a Malta, che furono approvate dal re (7). I lavori fervevano in tutti i cantieri del regno. Filippo II voleva che nel prossimo anno fossero pronte 72 nuove galere, cioè 40 a Barcellona, 20 a Napoli e 12 in Sicilia, essendo ben informato degli apparecchi del Gran Turco (8). Si dispose anche a comperare le galere di Adamo Centurione e dei Lomellino, armatori privati di Genova, e pensava di servirsi, mediante contratto apposito, di quelle di Genova e Savoia. Scrisse intanto ad Emanuele Filiberto, a Cosimo de' Medici ed alla Signoria di Genova di armare le loro galere e di mandarle presso D. Garcia, quando questi ne facesse richiesta (9). A Malta pure si lavorava attivamente per riparare i danni e le distruzioni dei Turchi. Il forte di S. Elmo era di nuovo posto in istato di difesa. D. Ascanio de la Cornia doveva comandare il presidio dell'isola, ed il priore D. Hernando di Toledo quello della Goletta (10). Questi due generali erano ancora in Ispagna nel febbraio 1566 (11), forse perchè le ultime notizie di Levante cominciavano a dare qualche dubbio di un ritorno dei Turchi.

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo IV. L'abate di S. Solutore, Vincenzo Parpaglia, al Duca. Roma, 12 novembre 1565.

(2) Douais, *Dépèches de M. de Fourquevaux* cit., I, 6-7. Fourquevaux a Caterina de' Medici. " ....l'on craingt icy bien fort que le Turc fera, l'an prochain, ung merveilleux effort par mer et par terre, s'il ne meurt de courroux que son armée soit esté repoulcé de Malte „. V. anche *Colección* cit., CI, Filippo II al s.r di Chantonnay, Tommaso Perrenot, amb.re di Spagna a Vienna. Madrid, 16 gennaio 1566.

(3) Douais, I, 7-8. Fourquevaux a Carlo IX. Madrid, 5 novembre 1565.

(4) *Id.*, pag. 9, lett. cit.

(5) *Id.*, pag. 11. Fourquevaux al Re. Madrid, 21 novembre 1565. " Il a mandé à don Garssie que son armée hiverne en Sicille pour favorizer Malte, excepté douze gallères que don Alvaro de Vassan ramène par decà „.

(6) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., f. 45.

(7) *Colección* cit., XXIX, pag. 81-88. Filippo II a D. Garçia. Madrid, 18 giugno 1566. *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo IV. S. Solutore al Duca. Roma, 12 novembre 1565.

(8) Douais, loc. cit. e pag. 42-43. Madrid, 6 gennaio 1566.

(9) *Colección*, XXIX, pag. 80-87.

(10) Douais, I, 46. Fourquevaux a Caterina de' Medici. Madrid, 17 gennaio 1566.

(11) Id., pag. 50. Fourquevaux a Carlo IX. Madrid, 4 febbraio 1566 " ...Ascanio de la Corgne debvoit partir pour Malte, il y a ung mois, il est encore icy; et le prieur don Hernando de Tollède, le quel va pour général à la Gollete, m'a dict ne scavoir le jour de son partement, n'est ce que les expeditions sont esté faictes „.

Infatti, causa le questioni di Transilvania, Soliman o II apriva guerra in Ungheria all'imperatore Massimiliano II. Era poco probabile che il Sultano volesse ad un tempo combattere l'imperatore e ritentare la prova a Malta. Emanuele Filiberto desiderava nondimeno soddisfare le domande del Re, ed unire le sue galere a quelle di D. Garçia in servizio della cristianità. Egli aderì pure alla preghiera dell'ambasciatore spagnuolo a Genova, Gomez Suarez de Figueroa, di imprestare alla flotta di Spagna artiglierie e munizioni. Gaspare Rodriguez, gentiluomo del Figueroa, ritirò il 15 maggio dal castellano di Nizza, Tommaso Valperga di Rivara, 4 cannoni coi loro affusti, 20 barili di polvere e 80 palle, e dal Leynì a Villafranca altri 2 cannoni, 20 barili di polvere e 40 palle (1).

Massimiliano II per provvedere contro le ostilità del Turco, volle raccogliere la dieta ad Augusta. Siccome si dovevano in questa dieta trattare anche questioni politiche che interessavano molto lo stato piemontese, Emanuele Filiberto decise di recarvisi personalmente. Prima di partire scrisse però al Leynì di mandare il commissario Scaffa in corte per concertare le cose necessarie alla nuova spedizione (2), lo avvertì che nella sua assenza Margherita avrebbe tenuto il governo dello stato, e gli raccomandò prima che salpasse alla volta di Messina di prendere ogni disposizione a mantenere la tranquillità al contado di Nizza. Il Leynì rispose assicurando che non avrebbe mancato a nulla, ma che riteneva assolutamente inutile la spedizione navale del presente anno, perchè i Turchi non mostravano alcuna intenzione ormai di venire nelle acque di Malta o d'Africa, e che la sua presenza sarebbe forse stata più utile a Nizza che non a Messina. Promise nondimeno di eseguire appuntino le istruzioni che il commissario Scaffa gli avrebbe trasmesso (3).

Pochi giorni prima D. Garçia dalla Sicilia era venuto a Genova per vari provvedimenti, ed aveva scritto al Leynì di recarsi colà e navigare in sua compagnia, ovvero di preparare le galere ed unirle poi alla squadra di D. Alvaro di Bazan, che s'attendeva di giorno in giorno dalla Spagna. Il nostro ammiraglio rispose che tutt'ora gli mancavano i danari delle paghe, ma che avrebbe usata ogni diligenza per eseguire quanto egli desiderava. D. Garçia replicò il 25 da Lerzo vedesse il Leynì di recarsi in questa località ad imbarcarvi il colonnello Cesare Maio da Napoli con 1000 fanti italiani e li trasportasse a Cagliari a disposizione del vicerè di Sardegna (4). La lettera di D. Garçia giunse a Villafranca il 29 maggio, mentre passava in quelle acque D. Alvaro di Bazan. Il Leynì, recatosi a bordo della Capitana di Spagna, pregò D. Alvaro lo attendesse a Genova, per eseguire insieme gli ordini di D. Garçia. Ma quegli rispose di non avere istruzioni fino a quel momento, che sperava trovarne a Genova: ad ogni modo avrebbe atteso quanto gli sarebbe

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Tommaso Valperga di Rivara alla Duchessa. Castello di Nizza, 16 maggio 1566.

(2) V. nota 4.

(3) *Id.* Leynì al Duca. Villafranca 20 maggio 1566.

(4) *Id.* Memoriale al capitano Antonio Giorgio. Villafranca 7 giugno 1566 (v. copia in *Carteggio e memorie* cit., II, n. 102). — V. anche *Colección* ecc., XXIX, pag. 267-68. D. Garçia a D. Alvaro di Bazan. Lerzo, 25 maggio 1566 " ... diré en esta á V. S. que cumple al servicio de S. M. que en las galeras que trae á ne cargo y en las del señor duque de Saboya que se juntarán con ellas, embarque aquí en Lerzo al coronel Césaro de Nápoles con mil infantes italianos y más si cupieren „.

stato possibile. Il Leynì mandò con lui un suo fidato, perchè gli ricordasse la promessa e scrisse anche all'ambasciatore Figueroa. Ma questi, e poi anche D. Alvaro, per lettera l'avvertirono non potersi differire la partenza oltre il 3 od il 4 di giugno (era un lunedì o un martedì) (1).

Le galere piemontesi erano pronte: mancavano solo le paghe dell'ultimo trimestre, ed il danaro necessario alle spese minute (2). Questo ritardo non proveniva dal Duca, perchè Emanuele Filiberto licenziando lo Scaffa, oltre a varie istruzioni sulla condotta che il Leynì doveva tenere, aveva dato al medesimo un ordine di pagamento di 1000 scudi d'oro solo per le occorrenze di alcuni signori francesi, fra cui il conte di Brissac e Filippo Strozzi, che sembra volessero partecipare alla campagna sulle galere piemontesi; in caso però che questi signori rinunziassero al viaggio, come dev'essere accaduto, i 1000 scudi potevano servire a qualunque spesa fosse necessaria, cioè a compera di schiavi e da Napoli " ... sallami, conserve e confitture e vini e da Cicilia palmiti, carramelle, e piccioni per razza, et inserti di piante ellette per il nostro giardino „. Lo Scaffa portava anche una dichiarazione, in cui era stabilito che qualunque atto, promessa od obbligo di danaro, fatta di Nicolino Ratto, gabelliere generale del sale di Piemonte e Nizza, in nome del Leynì e per uso delle galere dovesse venire registrato senza difficoltà dalla camera dei conti (3). Tutti questi mandati ricevette il Leynì solo il 6 giugno a notte. Egli stimò fosse troppo tardi per raggiungere a Genova D. Alvaro di Bazan (4), mentre invece questi impedito dal cattivo tempo, si tratteneva in quella città fino al 12 (5), e mandò il capitano Antonio Giorgio Provana a Torino dalla Duchessa per farle presente che il recarsi a Messina con tre galere era cosa pericolosa e di grande responsabilità per lui, non avendogli il Duca lasciato alcuna istruzione precisa sulla condotta da tenere quando fosse solo in viaggio. D. Garçia nulla più aveva scritto, ed il Duca era già partito alla volta di Augusta. Il nostro ammiraglio chiedeva gli ordini della Duchessa " acciò che non paia che per una bizarria io ponga le gallere a pericolo senza ordine, massime per quello che il sig^{r} Duca nella sua lettera et nella instruttione m'incarga di goder le conserve et andar sicuro „, e proponeva di accrescere le genti delle galere di 30 archibugieri ognuna, quando fosse costretto a viaggiar solo (6).

(1) Memoriale cit. al cap. Antonio Giorgio.

(2) *Colección* ecc., XXIX, pag. 269-70. D. Alvaro di Bazan a D. Garçia. Genova 31 maggio 1566. Dice che si recherà a Lerzo, appena potrà, per imbarcare il Maio colle sue genti, ma non potrà ricevere tanta gente come esso Garçia vorrebbe, " porque Mos. de Lenì entiendo que no verná á tiempo, según me dijó cuando pasé por Villafranca, porque aunque tiene las galeras a punto no le habian venido los dineros para la paga o provision dellas .... „.

(3) *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 12, fol. 36. Torino, 7 maggio 1566. — Nell'istruzione data allo Scaffa il Duca prescriveva al Leynì, che dovunque trovasse marinai di Nizza e Villafranca, capaci ed abili nel loro mestiere, li rimpatriasse con promessa di buon mantenimento. V. *Bibl. di S. M. in Torino. Lettere di Andrea Provana.* " Instrutione a voi Ricciardetto Scaffa commissario nostro di quello che nel presente viaggio havete a fare „.

(4) Memoriale cit. al cap. Antonio Giorgio.

(5) *Colección* cit., XXIX, pag. 287. D. Alvaro di Bazan a D. Garçia. Genova, 8 giugno 1566. Dice che il cattivo tempo gli ha impedito di partire. " De las galeras del duque de Saboya es venido un mensajero y entiendo por lo que escribe Lenì que no vendrán „.

(6) Memoriale cit. al cap. Antonio Giorgio. *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì alla Duchessa. Villafranca 7 giugno 1566.

La Duchessa non seppe che decidere, e chiese per corriere speciale al Duca la sua volontà. Avvertì però il Figueroa che se credesse necessario, poteva scrivere al Leynì e farlo andare a Genova, dove avrebbe atteso le istruzioni del Duca, e ne fece avvisato anche il Leynì stesso (1). Così avvenne. Emanuele Filiberto il 13 giugno rispose che egli aveva promesso le sue galere al Re di Spagna e voleva mantenere la parola; il Leynì quindi, anche solo, si recasse a destinazione, e se il tempo lo permetteva non frapponesse più indugio (2). La lettera trovò il Leynì a Genova. Egli salpò subito verso la Spezia, ed il 15 giugno incontrò colà D. Alvaro di Bazan, che stava imbarcando le genti di Cesare Maio. Il Leynì gli fu di grande aiuto in quest'occasione (3). I due ammiragli navigarono quindi insieme verso la Sicilia (4). Emanuele Filiberto, prima di partire da Torino, aveva scritto a D. Garçia ringraziandolo dell'amorevolezza dimostrata nello scorso anno al suo ammiraglio, ed offrendogli i suoi servizi. Così pure aveva comunicato al Gran Maestro di Malta il ritorno delle sue galere in quei mari (5). Sicchè il Leynì fu certo ben veduto a Messina, dove lo troviamo alla fin di luglio. Il 26 egli avvertiva che l'armata turca forte di 115 galere, senza le navi di piccola capacità, era uscita dalla Velona e minacciava Castelnuovo, Ragusi, Fiume e Trieste. Era evidente che contro Malta o la Goletta nulla meditava, sicchè il Leynì aveva indovinato ritenendo inutile la sua venuta. D. Garcia, che era molto soddisfatto delle galere piemontesi, chiese in quei giorni al Leynì se il Duca avrebbe consentito a tenerne 8 o 10 a pagamento del Re come il Duca di Firenze: che in tal caso, quando il Duca consentisse, egli avrebbe fatto riuscire il progetto. Il Leynì rispose favorevolmente, senza tuttavia impegnarsi; aggiunse nondimeno che la spesa doveva intendersi tutta a carico del Re (6). Vedemmo nel primo capitolo della presente memoria come il progetto sia

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte* 1566-67, fol. 16. Margherita al Figueroa. Torino, 9 giugno 1566 (copia in *Cart. e mem.*, II, n. 103) e *id.*, fol. 17. Margherita al Leynì. Torino, 10 giugno 1566 (copia in *Cart. e mem.*, II, n. 104).

(2) *Carteggio e memorie*, II, n. 105. Em. Fil. al Leynì.

(3) *Colección* cit., XXIX, pag. 288. D. Alvaro a D. Garçia. Spezia, 17 giugno 1566. " Mos. de Lenì vino antier, que no ha sido poca ayuda para llevar esta gente „.

(4) Accenna a questo viaggio il Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 28. Gli altri storici piemontesi, il Tonso, il Ruffia, il Gioffredo ed il Guichenon non ne fanno parola.

(5) *Lettere di Andrea Provana*, ms. della Bibl. di S. M. cit. Manca la data.

(6) *Archivio storico italiano. Appendice* alla serie I, vol. III. Cibrario, *Lettere scritte al Duca Emm. Filiberto di Savoia da varii suoi ministri*, pag. 153. Leynì al Duca. Messina, 26 luglio 1566. Non si fece nel 1566 la più piccola mossa. V. sulle titubanze ed incertezze di D. Garçia un'altra del Leynì da Messina 30 luglio 1566 in loc. cit., pag. 137-38. D. Garçia avrebbe voluto sciogliere l'armata, e rimandare 19 galere in Ispagna, ma poi, scrive il Leynì, " seguendo il suo costume di variar spesso delliberatione secondo li occorrenti „ rinunziò alla prima idea. L'armata turca era entrata nell'Adriatico: bisognava vederne il fine. Quindi nuovamente agli ultimi di luglio propose in consiglio di condurre la flotta a Brindisi per cogliere le occasioni opportune a danno dei Turchi. Si diceva infatti che la Signoria di Venezia avesse veduto di cattivo occhio l'ingresso dei Turchi nell'Adriatico, e che fosse disposta a romperla col nemico della cristianità. Il Leynì riteneva che D. Garçia non si sarebbe mosso, perchè mancavano ancora 22 galere, e le fanterie spagnuole che bisognava imbarcare quando fosse decisa la partenza per Brindisi; erano ancor tutte a Malta od alla Goletta; non meno di 12 o 15 giorni sarebbero trascorsi prima ad averle sottomano. Ora l'armata Turca era partita dalla Valona da più d'un mese, e non doveva tardare il ritorno. Inoltre non si poteva credere " che li signori Venetiani, soliti a prender in tutte le cose loro molto pesatamente et con maturo consiglio, si muovano ora leggiermente a far alcuna novitate col Turco, salvo

stato ripreso nel 1570, ma senza esito alcuno per le condizioni poco dignitose e convenienti che il Re proponeva.

Come fu inutile la presenza del Leynì a Messina nel 1566, così furono inutili i 6 cannoni imprestati dal Duca agli Spagnuoli. Quando le galere piemontesi fecero ritorno nel settembre, Emanuele Filiberto sperava riportassero anche quelle artiglierie. D. Garçia invece li aveva mandati alla Goletta per rinforzare questa piazza. Il Duca se ne lagnò col Figueroa, con D. Hernando di Toledo, e con Juan Carillo de Maçuelo, suo ambasciatore a Madrid, reclamando la pronta restituzione dei medesimi o un compenso di 6 pezzi simili dallo stato di Milano (1). Il Figueroa ne scrisse al Re, il quale si affretto ad ordinare la restituzione dei cannoni al Leynì o a chi ne avesse incarico (2). Ma D. Garçia, al solito dei capitani spagnuoli, mise tempo in mezzo, e durante il resto dell'anno i cannoni rimasero dove erano. Nel 1567 Emanuele Filiberto ne donò uno grande all'ordine di Malta, ed imprestò pure al medesimo gli altri 5, che furono trasportati dalla Goletta con 20 tiri di munizione. Il Gran Maestro mandò di tutto vivi ringraziamenti (3).

8. — Mi resta a ricordare che nella fine del 1566 il Duca aveva deciso la fabbrica d'una nuova galera, come già narrammo altrove, ascoltando in ciò l'opinione del commissario Scaffa, che aveva fatto venire a Torino. Egli chiamò anche in quei giorni il mastro falegname delle galere, coll'intenzione però di consultarlo d'altre cose. Ora il Leynì, pieno di zelo, se l'ebbe a male di veder lo Scaffa dare consigli al Duca invece di lui. Già in una sua del 19 novembre, accennando alla deliberazione ducale comunicatagli dallo Scaffa, si era mostrato offeso. " Per lettere del commissario Scaffa io sono avisatto che V. Al. vole far fabricare una bastardella nova, *et ancor che io non dovessi metter, come si dice, la bocca in cielo, nè dir altro, massime non havendomi lei fatto saper cosa alcuna,* non voglio però .... mancar di dirli quanto io ne sento „. E continuando osservava che già si avevano 2 ottime *bastardelle*, la *Capitana* e la *Fede*, che non era il caso di entrare in nuove spese di galere (4). Il 12 dicembre poi in un'altra manifestò più apertamente ancora il suo malumore, lagnandosi che il Duca non si servisse più di lui come nel passato, e commettesse ad altri cose di suo carico. In quei giorni il valoroso ammiraglio era

---

che vi fossero costretti da lui, il che manco è credibile, poi che rittrovandosi implicato nelle imprese che si trova con nemici tanto potenti, non li metterebbe conto allienarsi li Venetiani „. L'andata a Brindisi poteva essere utile un mese prima, non ora. In conclusione, ed i fatti non lo smentirono, il Leynì riteneva che nessuna operazione avrebbe l'armata spagnuola intrapreso. — V. anche Bosio, pag. 773-74.

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte* 1566-67, fol. 37 e 38. Al Figueroa, a D. Hernando di Toledo. Al Maçuelo. Torino, 22 settembre 1566.

(2) *Colección* cit., XXIX, pag. 422. Filippo II a D. Garçia. Madrid, 27 novembre 1566. " Gomez Suarez de Figueroa, nuestro embajador en Génova, nos ha escripto que el duque de Saboya in primo hace grande instancia en que se le vuelvan las seis piezas de artillería que prestó este verano pasado .... os encargamos que en recibiendo esta .... sin dilación ninguna se las volvais y entregueis á Mos. de Lení, o á quien teniese orden del dido duque para cobrarbas ... „.

(3) *Id. Roma. Lettere ministri,* mazzo V. S. Solutore al Duca. Roma, 25 aprile 1567.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Villafranca, 19 novembre 1566 pubblicata in Claretta, *Dell'Ordine* ecc., pag. 278-79.

malandato di salute, sicchè è probabile che l'infermità gli accrescesse il malumore. Emanuele Filiberto rispose con una lettera severa ed affettuosa, nel tempo stesso. Fece presente al Leynì come egli si fosse consultato collo Scaffa perchè esso Leynì non era venuto in corte dopo il suo ritorno da Messina, come invece faceva ogni anno, e che il non seguire la sua opinione non era cosa di grande entità, perchè talora i principi non possono agir solo conforme ad un parere, tanto più che il consigliere non conosce sempre le ragioni che possono muovere i principi a deliberazione contraria. Assicurava però il suo vecchio compagno d'armi che non aveva diminuito l'affetto che da tanti anni gli portava. Badasse a guarire per essergli ministro lunghi anni ancora e costruisse rapidamente la nuova galera, senza cadere in melanconie (1).

Questo fu l'unico screzio che in tanti anni sia avvenuto tra il Leynì ed Emanuele Filiberto, e non ebbe conseguenza alcuna, provenendo solo dall'amor proprio e dallo zelo che il glorioso ammiraglio aveva di servire il suo principe. Il Leynì era forse l'unico ministro piemontese, che usasse la massima famigliarità col Duca: avevano combattuto accanto nella prima gioventù, erano uniti da viva simpatia personale e profonda stima; troppo naturale che il Leynì facesse sempre conoscere intera la sua opinione a quegli che oltre ad essergli sovrano era anche il suo principale amico.

Ed appunto in quei giorni di malumore l'opera del Leynì fu di prima necessità al Duca per alcuni fatti gravissimi che si succedettero nel contado di Nizza tra il 1567 e il 1570.

---

(1) *Id. Registri della Corte*, 1566-67, fol. 112-13. A mons.r di Leynì. Torino, 18 dicembre 1566. V. *App. Doc.* 12°.

CAPITOLO III.

Sommario.

1. Gli Ugonotti nel contado di Nizza. I Beuil. Gli Ascros. Vigilanza e ad un tempo tolleranza del Duca e malcontento del Pontefice Pio V. Ribellione di Federico e Francesco d'Ascros. Ottaviano, loro fratello, prima cerca di piegarli, poi aderisce loro. Onorato Grimaldi, barone di Beuil, ed il Leynì contro Ascros. Tentativi di accomodamento. Passaggio del Duca d'Alba in Piemonte nel 1567. Il Leynì induce gli Ascros a sgombrare il castello. Ultimi loro tentativi e partenza per l'esiglio. Provvedimenti contro la baronessa di Beuil. — 2. La questione del Monferrato. Restituzione di Gex e dei baliaggi del Genevese e del Chiablese al Duca. La guerra civile in Francia nel 1567. Lettere del Leynì a Baldassarre della Ravoira, signor della Croce, sul Monferrato e sui torbidi francesi. La lite del Leynì col conte d'Entremont per il feudo di Frossasco. Sentenza del Duca. L'Entremont respinge la sentenza. — 3. Il Leynì torna a Villafranca. Va a Savona. Incidente nel viaggio di ritorno. Gli Ugonotti nel contado di Nizza dànno di nuovo preoccupazioni. Il Leynì cavaliere dell'Annunziata. Arrivo dell'arciduca Carlo nel 1568. Preparativi sulle galere piemontesi ed a Genova. L'arciduca va in Ispagna sulla *Capitana* di Savoia. Sua soddisfazione. Ritorna nell'aprile 1569 e conferisce con Emanuele Filiberto a Savona. — 4. Relazioni di Savoia con Monaco. Il signor di Monaco vuole l'esenzione dai dazi di Nizza e Villafranca. Il Leynì concede quella dal diritto di Villafranca ed il Duca finisce per approvare. — 5. Moti degli Ugonotti nel Nizzardo ed altrove. Loro congiure. La battaglia di Jarnac in Francia. Il Leynì va a Marsiglia colle galere. Arresto importante fatto ad Aix. Scoperta di un'estesa congiura degli Ugonotti contro le terre ducali. Ricerche e processi. — 6. Mala disposizione del papa Pio V verso il Duca nel 1596. Grave carestia di grano. I Nizzardi s'impadroniscono del grano d'una nave comperato dal Pontefice. Sdegno di Pio V che ordina al Nunzio di fulminare l'interdetto. Il Leynì ed il Nunzio. Prudenza di questo. Soluzione pacifica dell'incidente. — Il Leynì a Nizza. Il Duca procura grano a questa città. Scoperta d'un'altra gravissima congiura. Il Leynì pone le mani sui principali congiurati. Processo. Il Duca va a Nizza. Condanna severa dei capi della congiura e premio allo scopritore.

1. — Da lunghi anni nello stato sabaudo esisteva un fomite di ribellione pericolosissimo. Gli Ugonotti francesi, numerosi nella Provenza e Delfinato, andavano estendendosi nella limitrofa contea di Nizza, e conquistavano alla loro fede non solo il volgo, ma anche i principali feudatari del paese, e fra questi alcuni della famiglia di Beuil, la cui ricchezza ed autorità era grandissima.

Quando il conte Amedeo VII acquistò Nizza e nel settembre 1388 vi fece solenne ingresso, era luogotenente generale in Provenza per conto dei re angioini Giovanni Grimaldi, barone di Beuil (1). Durante la minorità di Amedeo VIII i Beuil pare volessero sorprendere il castello di Nizza; il loro disegno fu scoperto ed indusse Oddone du Villars, primo ministro di Bona di Berry, madre e tutrice del futuro primo duca di Savoia, a confiscare i loro beni. I Beuil si rivoltarono, e per varî anni il contado fu insanguinato da una guerra civile. Quando Amedeo VIII uscì di tutela, s'affrettò a porvi termine, e conchiudere nel 1400 un trattato, nel quale i Beuil cedettero la città ed il castello di Puget Théniers, ed in compenso furono reintegrati nei loro beni, ed anzi ottennero la signoria di Torrette-Revest e di Ascros (2).

(1) Cais de Pierlas, *Le premier siècle etc.*, pag. 46.
(2) Durante, *Chorographie du comté de Nice*. Turin, Favale, 1847, pag. 241.

Per un secolo regnò accordo. Ma nel 1490 il barone di Beuil, Giorgio Grimaldi, ispirò nuovi dubbi nella sua fedeltà, e pare macchinasse ancora una volta l'acquisto di Nizza. Questi sospetti durarono molti anni, finchè il 5 gennaio 1508 il barone fu assassinato da un suo servo, non senza opinione che il duca Carlo II (III) vi avesse mano. Coll'appoggio di Luigi XII e del pontefice Leone X la baronìa passò al fratello di Giorgio, Onorato Grimaldi, sig^re^ d'Ascros (1). Onorato visse tranquillo, ma i suoi figli Renato e Gio. Battista tennero ben altra condotta, specialmente Gio. Battista. Renato ereditò la baronìa di Beuil coi numerosi feudi annessi, Gio. Battista le terre di Ascros, Todon e Cadenet. Quest'ultimo abbracciò la religione riformata, e si ribellò apertamente al Duca. Egli seguì l'esercito francese all'assedio di Nizza del 1543, vi fece tutto il male possibile, e finì per morire nella battaglia di Ceresole del 1544. Gli succedettero nei beni i figli Ottaviano, Federico e Francesco sotto la tutela della madre, Maria de la Baume (2), la quale continuò ad allevarli nella religione riformata e nella ribellione al loro principe naturale. Le condizioni del ducato erano ad essi favorevoli, poichè Carlo II (III) non era in grado di punire chi si ribellava.

Quando però il vecchio Duca venne a morte, ed Em. Filiberto prese le redini dello stato, questi, sebbene lontano nelle Fiandre, volle por termine a tale stato di cose. Il Leynì, che nel 1554 stava a Nizza, ebbe incarico di tentare la sottomissione dei ribelli, e coadiuvato dal giovane barone di Beuil, Onorato II Grimaldi, figlio di Renato, si mise all'opera. Nessuno meglio di lui poteva riuscire. Legami di famiglia lo univano al barone, perchè il padre suo, Giacomo Provana, aveva sposato in seconde nozze Anna Grimaldi, zia paterna di Onorato (3). Quindi fra il Leynì ed il Beuil vi furono sempre relazioni intime, tant'è che il Beuil, non appena ebbe conosciuto la presenza del Leynì a Nizza, non aveva mancato di fargli visita, dichiarandosi fedele suddito del Duca, e di offrirgli l'opera sua per indurre i suoi cugini, gli Ascros, all'omaggio voluto (4).

La buona volontà di Onorato di Beuil, cosa molto importante per la tranquillità di Nizza e del contado, non s'era mai smentita. Quindi nel 1543, il 18 maggio, Carlo II (III) gli aveva concesso l'investitura della baronìa (5), ed il barone non aveva mancato di mostrare sincera fedeltà durante l'assedio di Nizza, quando suo zio, il conte di Ascros, militava coi Francesi, e metteva a ferro e fuoco il contado. La sua opera però nel 1554 verso gli Ascros non approdò ad alcun risultato. Nel 1555 il conte di Stroppiana, Gio. Tommaso Langosco, venuto a Nizza, fece importanti trattative coi ribelli (6), i quali finalmente comprendendo che ormai la fortuna di casa Savoia ritornava, e che Em. Filiberto era principe ben diverso dal padre, pensarono di chiedere perdono dei falli trascorsi. Nell'aprile 1558 Ottaviano

---

(1) Durante, pag. 242-43. — Tisserand, op. cit., II, pag. 13.

(2) Gioffredo, col. 1445. — Di questo e della condotta di Gio. Battista d'Ascros nell'assedio di Nizza, mi occupai nel già cit. lavoro di prossima pubblicazione: *L'opera politico-militare ecc.*

(3) Anna era figlia di Onorato I Grimaldi, barone di Beuil, e nonno di Onorato II.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Castel di Nizza 7 marzo 1554.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Contado di Nizza*, mazzo 26, n. 11 (copia).

(6) *Id. Lettere part.* Stroppiana al Duca. Castel di Nizza 25 ottobre 1555.

Grimaldi d'Ascros, suo fratello Federico si recarono in Fiandra a fare omaggio al Duca (1), il quale non solo li perdonò, ma per finirla chiuse gli occhi sulle loro credenze religiose, poichè essi persistevano nella fede calvinista.

Era un risultato importante, ma non bastava. Dicemmo che il barone di Beuil mostrava buona volontà: ma non tutti nella famiglia seguivano le sue orme. Nel 1554 due suoi fratelli avevano chiesto servizio al re di Francia, il primo, Luigi, per averne un vescovato, il secondo per ottenere il comando di 3 galere (2). Si vociferava anzi che il barone trattasse con Claudio di Savoia, conte di Tenda, siniscalco e luogotenente generale in Provenza, per la mano d'una sua figlia. Questo matrimonio non ebbe luogo, ma certo diede non poca preoccupazione ad Em. Filiberto, che conosceva la non buona volontà del conte a suo riguardo e la sua propensione alle dottrine eretiçali (3). Fu conchiuso invece il matrimonio tra il Beuil e Giulia Piccamiglio, figlia di Cosimo Piccamiglio di Genova e di Maria Doria, sorella di Antonio Doria, consigliere del Duca nelle campagne di Fiandra. Em. Filiberto diede il suo consenso il 31 ottobre 1554 sotto Edinsfert (4), ed il matrimonio si effettuò. Ma Giulia Piccamiglio si mostrò pur essa di fede religiosa così sospetta, che Em. Filiberto, dopo il ritorno nei suoi stati, pauroso dell'estendersi delle credenze ugonotte che procuravano alla Francia le guerre civili, pare abbia cercato nel 1562 di comperare la baronia di Beuil, per assicurarsi quelle terre. Il Beuil non accettò (5), ma in occasione delle domande che i ministri di Francia facevano nella contea di Nizza, durante le trattative per la restituzione delle piazze, dichiarò solennemente di non riconoscere altro sovrano, che il Duca di Savoia, non ostante le pretese del re di Francia come erede dei conti di Provenza (6).

L'eresia andò crescendo negli stati piemontesi in proporzione al favore con cui si sviluppava in Francia. Il Duca ne era preoccupatissimo, tanto più che da Roma i Pontefici che si succedettero, Pio IV e Pio V, menavano continue lagnanze per la sua longanimità (7). Egli aveva pure, al ritorno nei suoi stati, pubblicato un editto, in cui si proibiva d'ascoltare ministri protestanti (8); aveva intrapreso la lotta coi

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lett. part.* Leynì al Duca. Villafranca 30 aprile 1558.

(2) *Id.* Stroppiana al Duca. Castel di Nizza 22 settembre 1555.

(3) V. De Panisse-Passis, *Les comtes de Tende de la maison de Savoie*, pag. 85-89 ecc. Paris, Firmin-Didot, 1889.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Contado di Nizza,* mazzo 26 (1531-69). *Boglio e Contado,* n. 19. La dote era di 7000 scudi d'oro. — Trovo in altri luoghi la sposa detta Tullia e non Giulia. Io m'attengo a questo documento, che la chiama Giulia.

(5) Tisserand, II, pag. 52.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Contado di Nizza,* loc. cit., n. 24. Atto del 21 gennaio 1562.

(7) Ciò appare di continuo nelle relazioni diplomatiche tra Savoia e Roma in quegli anni. V. Albèri, *Relazioni* cit., serie II, tomo IV, p. 110 (relazione di Roma di Girolamo Soranzo del 1563). *Id.*, pag. 189. " Quanto a' principi d'Italia, verso il Duca di Savoia non è il Papa molto bene inclinato, sì perchè egli comporta i protestanti in qualche parte del suo stato e principalmente in quello che gli fu poco fa restituito da' Bernesi, come ancora perchè gli è parso che in alcuna cosa abbia aggravato il clero ... „ (relazione di Roma di Paolo Tiepolo del 1569). — Il Morosini nella sua Relazione di Savoia del 1570 dice che la Duchessa Margherita era molto sospetta al Papa per la religione e che aveva " la... corte piena d'uomini e di donne macchiati di questo peccato d'eresia, e che favorisce fuor di modo quasi tutti gl'Ugonotti „ (Albèri, II, tomo II, pag. 169).

(8) Dubois, libro V, tomo VI, pag. 1.

Valdesi, che disubbidivano (1), e s'era mostrato in varie occasioni cattolicissimo. Ma ben presto s'era accorto essere vana fatica quella di voler soffocata l'eresia, ormai troppo rigogliosa in varie parti dello stato. L'esempio della Francia sconvolta ed insanguinata dalle lotte religiose, nelle quali gli Ugonotti non sempre soccombevano, la vicinanza di Ginevra, quartier generale dei Calvinisti, e dei cantoni protestanti, dovevano suggerirgli di evitare ogni conflitto interno, e chiudere gli occhi, purchè gli eretici non minassero direttamente alla rovina dello stato. Quindi pur non lasciando ai Calvinisti libero il culto esterno, anzi obbligandoli a pratiche cattoliche, gli eretici godevano, specialmente nel contado di Nizza, d'una certa libertà, e si può dire che il Duca si mostrava intollerante solo nella capitale, Torino, e nelle principali città del Piemonte, ed ancora di una intolleranza relativa, perchè aveva introdotto fra i gentiluomini di corte Ottaviano Grimaldi d'Ascros, ed eletto grande elemosiniere Luigi Grimaldi di Beuil, vescovo di Vence dal 1560 (2), e fratello del barone. Ora l'Ascros, sebbene avesse fatto sottomissione al Duca, perseverava nella fede ugonotta, e Luigi Grimaldi, pur essendo ecclesiastico, pareva consentisse alle pratiche calviniste, aveva tenuto contegno equivoco nell'assemblea di Poissy, dove era stato mandato a rappresentare il clero di Provenza, ed anche nel concilio di Trento, del quale aveva fatto parte, s'era attirato i sospetti dei prelati. Tant'è che ai primi del 1569 quando il Duca credette di mandarlo in missione a Roma, il papa non volle riceverlo (3). Dovette anzi il Vence sottoporsi ad un'inchiesta presso la curia pontificia per giustificare la sua condotta.

L'Ascros in particolare faceva pubblicamente professione d'ugonotto, e fu causa nel 1563 di un disordine in corte non privo di gravità. Un giorno d'ottobre egli ed un altro gentiluomo del Duca, Lazzaro Cademosti, nipote del cardinal Sermoneta, legato al concilio di Trento, vennero a discussione di cose religiose. Il Cademosti lodò il rito della Chiesa romana, l'Ascros cercò di dissuaderlo, e lo invitò a recarsi con lui in un luogo segreto di Torino, dove ogni giorno si facevano adunanze di Ugonotti, che l'avrebbero ammaestrato nella loro fede. Il Cademosti respinse l'offerta, e pare, con parole ingiuriose. Allora l'Ascros con due compagni nello stesso giorno lo aggredì, ed il Cademosti dovette la sua salvezza interamente alla vigoria del braccio. La cosa fece scandalo, tanto più vedendosi che con troppa facilità i gentiluomini alzavano le armi nella corte stessa. Em. Filiberto mandò l'Ascros agli arresti nel castello di Carignano, il Cademosti in quello di Torino, e fu tutto (4).

---

(1) Ricotti, II, 180 e ss. — Claretta, *La successione di Em. Filiberto al trono Sabaudo*. Torino, Botta, 1884.

(2) Gioffredo, col. 1499.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo IV. Minute di lettere del Duca all'abate di S. Solutore. Torino 11 febbraio 1569, mazzo V. S. Solutore al Duca. Roma 3 febbraio 1569.

(4) *Arch. di Stato di Modena. Cancelleria Ducale. Carteggio degli amb. estensi a Torino*. busta 1ª. Simone Giminelli al Duca di Ferrara. Torino 25 ottobre 1563: " Non tacerò a V. Eccza d'una questione nata in materia di religione tra il sr Lazero Cademosti, nipote dell'Illmo sr Carl Sermonetta, legato al Conc°, et Monsr di Scrosso, ambi Gentmi di S. A. a fine che V. E. giudichi *quale deve essere generalmente il Piemonte, se particolarmente in corte, alla presenza, si può dire, del Principe, non solo si disputa, ma si viene sino al cimento dell'armi per detta ragione*. Detto sr Lazero lodando il rito della chiesa romana, fu da quell'altro non solo dissuaso da tal opinione, ma pregato ancora a volere

Ai Cattolici la condotta del Duca appariva quasi connivenza cogli Ugonotti, ma chi guardava le cose da vicino, poteva facilmente comprendere che solo le ragioni politiche trattenevano Em. Filiberto. Era facile criticarlo, ma egli che aveva sofferto tanti anni l'esiglio dal suo paese, egli che aveva trovato nel 1560 il Piemonte dissanguato e pieno di rovine doveva certo meditare a lungo prima di esporsi a nuova catastrofe. A lui non conveniva esasperare gli Ugonotti, essendovene troppi nel ducato e moltissimi nei confini. Qualora quelli del suo paese si fossero sollevati, e gli altri di Francia e Ginevra avessero loro porto la mano, la casa di Savoia finiva di regnare, e la rovina del ducato sarebbe stata inevitabile e completa. Le forze del Duca erano troppo deboli per resistere a simile coalizione (1); quindi egli, meno imprudente di altri principi che, perseguitando gli Ugonotti, ne accrescevano il numero e la potenza, si limitò, finchè potè, a leggi restrittive ed a punizioni non numerose. Un principe troppo zelante avrebbe rovinato il paese e perduto il trono. Em. Filiberto seppe con una condotta nè troppo severa nè troppo arrendevole impedire che scoppiassero ribellioni. Egli avrebbe certamente continuato in tutto il suo regno simile politica interna, se l'imprudenza dei ministri cattolici e calvinisti, che aizzavano le ire dalle due parti, le sollecitazioni continue ed insistenti del pontefice e del re di Spagna, non l'avessero spinto a pubblicare il 10 giugno 1565 un editto terribile, in cui intimava agli eretici dello stato di convertirsi entro 2 mesi, o di espatriare, vendendo i loro beni nel termine di un anno; pena la morte e la confisca d'ogni cosa ai recidivi, ai predicanti, ai venditori di libri proibiti, ed a chi li assistesse (2).

La corte di Francia appoggiava la deliberazione ducale, e Carlo IX e Caterina de' Medici ingiunsero al maresciallo di Tavannes, governatore di Borgogna, di non permettere agli esigliati dal ducato di entrare nella Borgogna (3). Ma i ministri oculati del Duca disapprovarono l'editto. Lo stesso vescovo d'Aosta, e poi cardinale, Marcantonio Bobba, di cui Em. Filiberto, volle conoscere il parere avanti la pubblicazione dell'editto, si mostrò del tutto contrario (4). " Io mi ricordo, Signore „, scriveva egli, " haver letto un' historia, ch' Alessandro Magno diede a' un giovine soldato un cavallo il qual haveva la coda molto rara, et gli comandò che levasse tutti quei peli. Nel medemo tempo in un luoco appartato diede a un vecchio un altro cavallo con la coda molta folta, et gli comandò il medemo. Il Giovine voleva

---

andar seco in un loco segreto di questa Città, dove si faceva ogni giorno ad un ationе di genti pie et religiose, che l'haverebbono alla loro legge santamente instituito. Quel giovane, come di mente cat^ca, così d'animo generoso, lo toccò forte di parole, per le quali tenendosi quell'altro ingiuriato, lo assaltò il medesimo giorno con due compagni, ma egli arditamente si difese. S. A. fece andar subito lo Serosso nel castello di Carignano, et il s^r Lazero in questo di Turino, et vi sono ancora senza essersi fatto altro, havendo l'heretico havuto buoni avvocati presso S. A. „. — Il Cademosti era stato creato gentiluomo ordinario del Duca il 1° gennaio 1561. V. *Arch. di Stato di Torino. Concessioni del Duca Em. Filiberto a favore di vassalli e particolari*, registro 1° (1560-68), fol. 39.

(1) *Arch. di Stato di Torino. Roma. Lettere ministri*, mazzo IV. Il Duca all'ab. di S. Solutore, ottobre 1566. È una bellissima lettera, che meriterebbe di esser pubblicata.

(2) Ricotti, II. 311.

(3) De la Ferrière, *Lettres de Catherine de Médicis*, III (1567-70), pag. 1. Caterina al Tavannes. Parigi 9 gennaio 1567.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Roma. Lettere ministri*, mazzo IV. Bobba al Duca. Aosta 29 aprile 1565, cit. anche dal Ricotti, II, 312.

estirpare quei peli tutti in una volta, et si sforzava quanto poteva, et non faceva frutto. Il vecchio cominciò a levarli a uno a uno, et in breve hebbe spogliata la sua coda. — Non vorrei dunque che mentre noi ci sforziamo con un bando generale cacciar tutti gl'heretici o non facessimo effetto alcuno, o vero dessimo causa qualche mal'humore, ma ch'imitando quel buon vecchio, a poco a poco spogliassimo questa coda, cio è estirpassimo l'heresia. „ Certo coll'editto il Duca dava prova di zelo, ma se egli si limitava a punire severamente alcuni colpevoli, poteva fare molta impressione sugli altri, senza gran strepito, tanto più quando i suoi ufficiali fossero tutti di fede non dubbia, e predicatori zelanti ed istrutti girassero per i villaggi e predicassero ogni domenica ora in una terra ora in un'altra. Questi rimedi avrebbero dato, secondo il Bobba, ben maggior frutto che un editto così severo e clamoroso, perchè quando il medesimo fosse eseguito con fermezza il paese avrebbe sofferto grave diminuzione negli abitanti, e tumulti pericolosi sarebbero di certo nati, se invece non fosse applicato con energia, riusciva lettera morta, e gli eretici lungi dallo spaurirsi avrebbero preso maggior animo. In ambidue i casi l'autorità ducale ne usciva menomata. L'avvenire diede ragione al Bobba. Il Duca quand'ebbe pubblicato l'editto, lo trovò così rovinoso, che finì per non applicarlo (1).

Se nel Piemonte l'eresia aveva trovato un buon terreno, nel contado di Nizza germogliava e si estendeva con vigore grandissimo. Già nel 1563 Em. Filiberto aveva raccomandato al barone di Beuil, governatore di Nizza dal 1560, di sfrattare dalla città ogni forestiero disoccupato o di dubbia fede: tempo 8 giorni (2). Nel 1565 avendo Stefano Doria, comandante il presidio della città, chiesto licenza per recarsi in Corsica a combattere contro Sampiero da Bastelica, il barone di Beuil ebbe pure quella carica insieme alla direzione suprema nel contado. Tutto quindi dipendeva ormai da lui (3). Ma il 26 maggio di quest'anno il Leynì, Francesco Lambert, vescovo di Nizza, e Tommaso Valperga di Rivara, governatore del Castello di Nizza, avvertirono il Duca che sotto il Beuil non solo l'eresia pullulava nei suoi feudi ed in quelle degli Ascros, ma che la stessa consorte del barone, Giulia Piccamiglio, teneva mano agli Ugonotti. Consigliavano il pronto invio dalla corte, dove si trovava, di Pietro Grimaldi di Beuil, fratello del barone, e di Federico e Francesco d'Ascros, anch'essi al servizio ducale, perchè smorzassero l'eresia nelle loro terre, e così s'evitasse il pericolo che la baronessa facesse " qualche tratto al sopradetto s^{r} di Boglio, ... per esser il detto s^{or} tanto buono, che è poco temuto et rispettato, et mentre che lui va dissimulando, questi altri crescono di numero et potentia, et non cessano di attirar a sè delle persone assai, con astutie et pratiche da non suportare „ (4).

Il Duca seguì il consiglio; Pietro di Beuil si recò presso il fratello, Federico e Francesco d'Ascros rientrarono nelle loro terre. Proprio in questi giorni l'editto del 10 giugno fu pubblicato nel contado di Nizza. Passarono pochi giorni, e la condotta degli Ascros assunse un aspetto poco rassicurante. Certo l'editto li aveva irritati,

(1) Ricotti, II, 313.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali,* vol. 225 1563-64), fol. 46. Torino 15 aprile 1563.

(3) Gioffredo, col. 1537.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì e suddetti al Duca. — V. anche Claretta, *Dell'ordine ecc.*, pag. 28.

essendo di fede sempre ugonotta; ora poi che si trovavano nei loro castelli, così vicini agli Ugonotti di Francia, lo spirito di ribellione doveva facilmente risorgere nei loro animi. Quando Em. Filiberto venne a conoscenza di questi malumori, dovette certo pentirsi di averli allontanato dalla sua vigilanza, e fu alquanto in dubbio se dovesse imprigionare il loro fratello, Ottaviano, che stava sempre in corte. Preferì tentare le vie della persuasione, tanto più avendo una certa fiducia in Ottaviano, creato di recente gentiluomo di camera (1). Egli lo mandò presso i fratelli perchè li inducesse a sottomettersi, con facoltà di promettere loro salva la libertà.

Ottaviano partì, preceduto da una lettera al barone di Beuil, nella quale il Duca raccomandava ad Onorato di accarezzare e trattar con ogni dolcezza il cugino e di far buona guardia nelle sue terre in modo da assicurarsi in ogni pericolo (2). Em. Filiberto scrisse pure a Tommaso Valperga di Rivara di accrescere la vigilanza in tutti i castelli e forti di sua dipendenza, specialmente in quello del Puget, che era in territorio abitato quasi per intiero da Ugonotti (3). Infine il vescovo di Nizza ebbe ordine di iniziare l'applicazione dell'editto nel contado (4).

Per facilitare l'esecuzione dei suoi voleri Em. Filiberto mandò a Nizza il vescovo di Vence, e volle vi si recasse pure il cap^no^ Giulio Corso, governatore di Barcellonetta, per concertare col Beuil e col Rivara la pubblicazione dell'editto nel suo governo (5). Il Beuil era riuscito a tranquillare le sue terre ed a farsi consegnare le armi. Em. Filiberto glie ne fece molti elogi, e lo incoraggiò a perseverare cogli altri Ugonotti del contado. Allora un sig^r^ di S. Maria, ugonotto dichiarato, dopo la promessa di vivere secondo i riti cattolici, teneva contegno peggiore di prima, ed aveva svaligiato persino un servo del Beuil che portava lettere. Il Duca volle fosse mandato a Nizza e punito esemplarmente (6). Il S. Maria ebbe confiscati i beni, che vennero donati a Pietro di Beuil, fratello del barone (7). Per dirigere le operazioni giudiziarie inviò anche a Nizza il senatore di Torino Giovenale Costaforte. Il Beuil però se l'ebbe a male, e protestò contro l'incarico dato al Costaforte, dichiarando che " benchè per il passatto li governatori havessero la justicia in mano, niente di manco questa preminenza non *gli doveva* essere levatta „. Differisse quindi o desistesse il Costaforte dalla visita (8). Tuttavia il senatore andò a Nizza, ma si guardò dall'agire in nessuna causa per non offendere la suscettibilità del barone, sebbene fosse piccato di tale opposizione (9).

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali,* vol. 225^bis^ (1565), fol. 447. Torino 16 aprile 1565.

(2) *Id. Registri lettere della corte,* 1563-65, fol. 258. A Mons^r^ di Boglio, Torino 2 luglio 1565.

(3) *Id.*, fol. 259. A mons^r^ di Rivara. Torino 1 luglio 1565. — Le fortificazioni dovevano elevarsi a spese degli abitanti del luogo, ma se essi rifiutavano, il Rivara aveva facoltà di costrurle a spese dello Stato. V. *Id.*, fol. 306. A Mons^r^ di Boglio. Torino 28 agosto 1565.

(4) Loc. cit.

(5) *Id.*, fol. 281. Al cap. Giulio Corso. Torino 5 agosto 1565.

(6) *Id.*, fol. 271. A mons^r^ di Boglio. Torino 18 luglio 1565. — *Id.*, fol. 272. Al s^r^ di S. Andrea. Torino 17 luglio 1565.

(7) *Arch. di Stato di Torino. Concessioni* cit., reg. 1°, fol. 377, 23 novembre 1567.

(8) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Onorato Grimaldi di Beuil a Gio. Matteo Cocconato. Villar 17 novembre 1565.

(9) *Id.*, Nizza 5 dicembre 1565.

Gli Ascros non promettevano nulla di bene (1). Ottaviano, il primogenito, recatosi a Todon presso i fratelli ai primi di novembre, dava notizia a Gio. Matteo di Cocconato della sua missione infruttuosa fino a quel momento. Scrisse che arrivato a Nizza aveva visitato il Beuil e chiesto desse sicurtà agli Ugonotti del contado, disposti a sottomettersi, di viaggiare per le terre ducali, e recarsi in corte. Il Beuil rifiutò, dicendo che dopo la pubblicazione dell'editto non si poteva concedere simil cosa, salvo che il Duca ne desse ordine. Questo rifiuto impediva ad Ottaviano di condurre a Torino i fratelli, secondo quanto aveva promesso al Duca (2). Fin qui la condotta di Ottaviano pareva sincera. Ma il Duca, che sperava una pronta riuscita in quella missione (3), ricevendo inoltre di continuo pessime informazioni dal Beuil, cominciò a sospettare anche di lui.

Durante tutto il 1566 Ottaviano continuò a trattare coi fratelli e col Duca. I due ribelli ai primi di gennaio erano a Cuebris, mentre non pochi Ugonotti del contado, spaventati dall'editto e tormentati dalla miseria e dai ministri ducali, abiuravano (4). I due fratelli invece, sebbene privi essi pure del necessario, persistevano nella loro condotta equivoca, e non si smovevano da Cuebris (5). Solo alla fine dell'anno, quando non v'erano più dubbi nelle loro intenzioni, sebbene Ottaviano trattasse ancora alla corte, mostrarono di volersi ritirare nel castello di Todon (6). Ma il Duca, che ormai era deciso ad agire colla forza, faceva accrescere i presidi dei luoghi vicini, ed affidava il castello del Puget al cap. Alessandro Costantino, ottimo marinaio e soldato, e buon conoscitore di quei paesi essendo di Nizza (7).

In quest'anno morì il conte Claudio di Tenda, che aveva sempre tenutò mano agli Ugonotti, e nella sua posizione di luogotenente del re in Provenza era stato per essi un grande sostegno. Gli succedette nel titolo e nella carica il figlio Onorato, conte di Sommariva, che aveva invece conservato fedeltà alla Chiesa romana, contrapponendosi al padre per vari anni. Em. Filiberto, come capo della casa e coll'autorità della sua persona, nel 1564, quando Claudio ed Onorato si recarono a Nizza per ricevere gli arciduchi Rodolfo ed Ernesto, li fece rappacificare (8). Ora nel 1566 gli Ugonotti fiorivano nel contado di Tenda e di Vernante, vicino alle terre ducali. Il Leynì consigliò Em. Filiberto ad approfittare delle tendenze cattoliche del nuovo conte per ottenere il bando dei predicatori, che tentavano di estendere anche nelle

---

(1) Lett. cit. del Beuil del 17 novembre: " ..... che debia [*Ottaviano*] far cosa bonia non lo poscio creder „.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Ottaviano d'Ascros [" des Cros „] al Cocconato. Todon 4 novembre 1565.

(3) *Id., Registri lettere della corte* cit., fol. 306. A mons^r di Venza [*Vence*]. " ..... et quanto al s^r di Scros non habbia paura che sa ben S. A. ciò che li devrà far dire et scrivere da parte sua, et sarà molto ben contenta che conforme alle promesse faccia il debito suo „.

(4) *Id. Lettere particolari.* Onorato di Beuil al Cocconato. Nizza 13 gennaio 1566.

(5) *Id.*, Nizza 1 marzo 1566.

(6) *Id.* Nizza 26 dicembre 1566.

(7) Cibrario, *Lettere di principi e di ministri ad Em. Filiberto*, vol. I (1510-73), n. 28. Istruzione al cap. A. Costantino. Torino 13 novembre 1566 (Bibl. di S. M. Mss. di storia patria, n. 1070).

(8) De Panisse-Passis, *Les comtes de Tende de la maison de Savoie.* Paris, Firmin-Didot, 1889, pag. 76-104. — V. anche sulla riconciliazione dei due signori *Arch. di Stato di Modena*, loc. cit. Giminelli al Duca di Ferrara. Nizza 5 febbraio 1564.

città e nei villaggi dello stato la religione riformata, e di impedire qualunque esercizio della medesima, negando ricetto pure a quelli del contado di Nizza, che per motivi religiosi esulavano. Il Sommariva era ministro del re di Francia: governandosi come il Leynì desiderava non faceva che applicare gli editti di Carlo IX, oltre agli interessi personali che lo consigliavano a tenere simile condotta (1). Ignoro se il Duca abbia seguito la proposta del Leyni. Certo è che gli Ugonotti approfittando dei malumori vivi in Francia tra cattolici e protestanti, presero molto ardire. Gli Ascros in particolare, mentre da principio si mostravano titubanti e rimettevano al cap. Stefano Baratta il castello di Todon, nel 1567 fortificarono quello d'Ascros, e più non parlarono di sottomissione.

Em. Filiberto vedeva con dolore la tenacia e resistenza degli Ugonotti nel suo stato. Egli confessava per lettera all'abate di S. Solutore, Vincenzo Parpaglia, suo ambasciatore a Roma, che la sua era una posizione imbarazzante (2). " Parmi a punto esser a le mani con l'hydra, quando considero l'esser mio con questi heretici. Perciò che quanto più penso haver schivato uno inconveniente, tanto più me ne veggo nascere de gl'altri „. Per contener quelli della valle d'Angrogna aveva costrutto due forti, e tuttavia quelli di Cuneo, di Caraglio e delle vicinanze continuavano le loro congreghe. Mise allora presidio a Caraglio ed elevò a Cuneo un castello. Ecco che nel contado di Nizza le teste dell'idra si alzarono: egli costrusse i forti di Puget, Sospello, Cigalle ed altri. " Ma reparato che si ha d'un canto, c'è che far subito d'un altro, sì come al presente avviene, che non potendo sicuramente adunarsi gl'heretici ne le predette terre si sono da qualche giorni in qua raccolti in circa quattrocento nel luogo di Scros, et celebratovi la Cena publicamente. Quivi non c'è castello (3), nè si può far così presto, massimamente in questa stagione. Sono vicini a Provenzali, discosti da le nostre forze, li cammini difficili. Et siamo avisati, che li vicini loro stanno all'erta, et si armano sotto pretesto de l'essercito che il Re di Spagna deve incaminare (4). La onde se vi mandassimo numero di gente per castigar quei di Scros si puotrebbe mover qualche humor difficile da resolvere, essendo le cose hoggidì in tal combustione, che si comprende sì in quelle parti, come in più altre doverne succeder di travagli. Mi sarà caro „, conchiudeva il Duca, " che ragioniate con Monsignor il cardinal Bobba, et ponendovi così ad ambidue ne diate parte a S. S^{tà} con pregarla di volerci dare il suo buon consiglio „.

Alla fine però Emanuele Filiberto decise con un'azione risoluta di colpire senza ritegno alcuno i ribelli. Così forse avrebbe trattenuto per sempre gli altri Ugonotti da ogni novità. Conferì a Torino col Leynì, poi l'8 giugno mandò ordine al barone di Beuil di bloccare il castello d'Ascros, e mettere nel forte di Cigalle 50 soldati, in

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Villafranca 27 aprile 1566, pubbl. in Claretta, *Dell'ordine ecc.*, pag. 28-29 e 279-80.

(2) *Id. Roma. Lettere ministri*, mazzo IV. Minute di lettere del Duca all'ab. di S. Solutore, aprile 1567.

(3) Ad Ascros v'era un castello, ma era dei 3 fratelli; nessun forte invece con presidio ducale, come in altre località.

(4) Filippo II vedendo la rivolta in Fiandra prendere vaste proporzioni, vi mandava un esercito sotto Ferdinando Alvarez di Toledo, duca d'Alba, che doveva attraversare il Piemonte.

quello del Puget 100, di Todon 100 e di Gattières 50 (1). Queste truppe dovevano difendere i luoghi del contado, impedire le scorrerie dei ribelli, unirsi a tempo opportuno per disfarli nelle sortite, ed all'ultimo, se gli Ascros persistevano, dare l'assalto al castello. " Intorno al qual forte „ aggiungeva il Duca nella sua lettera al Beuil " havemo discorso col detto Mons^r di Leinì tutto il modo di procedere che haverete a tenere, et quel tanto che vogliamo esser esseguito con le forze che haverete, nel che egli vi assisterà et aiuterà a poter suo et vi porterà ampie instruttioni del tutto, onde a lui si rimettiamo, che poco tarderà a trovarsi con voi „. Il Leynì doveva recarsi a Nizza, mettere a disposizione del Beuil 300 fanti, tenuti colà a servizio delle galere, quando esse andavano in corso: così le forze del barone salivano a 650 uomini, sufficienti ad espugnare Ascros. In ogni caso il Leynì e Tommaso Valperga di Rivara, castellano di Nizza, raccoglierebbero il resto delle loro forze affidandole al barone. Emanuele Filiberto non ammetteva per i tre fratelli d'Ascros che la resa a discrezione; il Beuil doveva poi rinchiuderli nel castello di Nizza, in attesa di suoi ordini. E prima che questi giungessero " s'haverà particolar cura che i fratelli di Scros non evadino, et si cerchi bene per tutto se si troverà alcuna lettera del s^r Amiraglio (2), che siamo avvisati ha scritto, et si conserverà bene. Vi si ritirino tutte le scritture che si troveranno havere, et si manderanno qua serrate et sigillate „. Se gli Ascros non s'arrendevano, ed il castello era preso d'assalto, i superstiti dovevano essere subito mandati in galera. Però " nel tutto „ avvertiva il Duca al Beuil, " vi assisterà mons. di Leinì, della cui opera et consiglio potrete valervi per esser instruttissimo della mente nostra „ (3).

Il Leynì tornò dunque a Nizza, ed esaminate bene le cose, si convinse che il meglio era tentare qualche accomodamento: egli da ministro prudente ed oculato desiderava evitare un conflitto, che poteva offrire agli Ugonotti del contado e della Provenza l'occasione di qualche novità. Emanuele Filiberto diede ragione al suo ammiraglio, ed esso ebbe facoltà di abboccarsi con Ottaviano d'Ascros, e persuadere questo e i suoi fratelli alla resa. " Al che fare „ scriveva il Duca, " starà a voi di rimostrargli come amico il manifesto pericolo dove sono di esser appicati, come rebelli con perditione propria di soi beni, che poco ponno durar al contrasto, ... oltra che havete le forze bastanti in pronto, et maggiori sono proposte da mandarvi. Più che voi farete quello che Intercederete et farete opra che se gli dia permesso di partirsi, et che le cose poi col tempo si accomodino meglio. Ma perchè

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte*, 1566 e 1567, fol. 914-16. A mons^r di Boglio. Torino 8 giugno 1567. — V. la *Cronaca di Giambernardo Miolo*, in " Miscellanea di st. it. „, I (1862), pag. 230, 1567, giugno. " De eodem mense fertur dominum Scrochi et Bogli niciensem Emanueli Philiberto duci rebellare „.

(2) Gaspare di Coligny, ammiraglio di Francia e capo degli Ugonotti nel regno.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 217-19. Istruzione a Mons^r di Boglio. Durante la sua permanenza a Torino, il Leynì diresse col conte d'Arignano il battesimo del principe di Piemonte, Carlo Emanuele, cui furono padrini il Gran Maestro di Malta, la Signoria di Venezia, il Pontefice e la regina Caterina, rappresentati dai rispettivi ambasciatori. Claretta, *Dell'ordine ecc.*, pag. 29, n. 3. — *Arch. di Stato di Torino. Roma. Lettere ministri*, mazzo V. S. Solntore al Duca. Roma 25 aprile 1567.

nel tutto si salvi la reputation nostra bisognerà che sia forma tal al negotio che essi scusandosi di non haver mai havuto comandamento di non reparar Scros, hauno fabricato per sicurezza solo di loro persone havendo di particolari inimici, et per non disobedire mai a noi, et che per tal segno di fidelta et obedienza offeriscono di remetter il forte et le persone loro a nostro bon volere, supplicando di esser ricevuti in gratia „. A questi patti egli poteva lasciarli uscire dallo stato, e dar loro in compenso ancora alcune centinaia di scudi. Ma durante le trattative continuasse a stringere il castello, infestarlo giorno e notte senza dar riposo agli assediati, e, caso mai necessità lo costringesse a ritirarsi, mettesse a fuoco quanto poteva, perchè almeno i ribelli fossero rovinati (1).

Si noti che Ottaviano d'Ascros due mesi prima era tornato presso il Duca con ferma intenzione di conchiudere qualche cosa. Emanuele Filiberto l'aveva rinviato colle seguenti condizioni: cedessero Federico e Francesco d'Ascros il castello, e venissero ad abitare in Piemonte a patto di vivere conforme agli editti. Se a quest'ultima condizione negassero di ubbidire, sgombrato il castello partissero in esiglio. Agisse Ottaviano sugli abitanti dei feudi suoi e dei fratelli, perchè anch' essi seguissero l'editto, ed ove s'imbattesse in qualche ministro o maestro di scuola ugonotto lo cacciasse immediatamente. Gli aveva raccomandato anche il Duca di mandare continue informazioni, e di chiedere aiuto, quando si avesse bisogno, al barone di Beuil, che doveva sostenerlo (2). Ottaviano era andato alla sua missione, ed ora serviva d'intermediario tra i fratelli ed il Leynì. Ma il Duca aveva sentore per altre vie che Francesco d'Ascros durante le trattative ricercava soccorso da Ginevra e dai protestanti tedeschi, e questa notizia lo inquietava al sommo grado (3).

Il Leynì fu provveduto di 1000 scudi d'oro in contanti ed una lettera di credito per altri 1000 (4), allo scopo di indurre, come già dicemmo. Federico e Fran-

(1) *Id.*, fol. 232. A Mons^{r} di Leynì. Torino 21 giugno 1567.

(2) *Id.*, fol. 159. A Mons^{r} di Boglio. Torino 5 aprile 1567. — V. fol. 161. " Memoria a Mons^{r} di Scros. — Darà la lettera di S. A. a Mons^{r} di Boglio, et gli farà intendere la mente di lei essere che faccia opera di ridur i fratelli soi a venir qua, mentre vivano conforme a glordini de l'altri, quando non a fargli partir di là. Et con detti soi fratelli tratterà in conformità, et gli rimostrerà la bona mente di S. A. et quello che dallì ponno pensare facendo essi il debito di fedeli vassalli. — Più farà intendere a li predetti quel che si è fatto ne i particolari di esso s^{r} di Scros et la fede che ha conosciuto che S. A. ha in lui. — Più farà che soi sudditi vivano secondo li ordini de l'altri et si guardino bene di far alcun essercitio di nova religione, come a promesso per essi, altramente S. A. darà tal castigo che saranno essempio ad altri. — Et de li deportamenti loro avvertirà spesso S. A. come de la resolutione de soi fratelli. Et ove non si contengano et comportino bene farà proceder per l'official suo, et ricercarà bisognando braccio forte da mons^{r} di Boglio, oltre che S. A. ad ogni avviso provvederà lei come sarà conveniente. — Se trovasse qualche ministro predicatore o maestro di scola suspetto di heresia gli manderà subito via, et farà quella bona opera che S. A. confida in luj. Date in Tur^{o} alì 5 d'aprile 1567 „.

(3) *Id.*, f. 208. Memoria a Monsignor di Monfort [*Luigi Odinet, barone di Monfort, presidente del Senato di Savoia*]. " Il s.^{r} Franc.^{o} di Scros è andato sconosciuto con dne a cavallo che gli vanno inanti un tiro d'archibugio longe con un tabarro di panno burello per ciascuno, et lui va a piede. Passerà a Ginevra et di là al Ill.^{mo} s.^{r} Conte Palatino et porta li privillegi che hanno con S. A. volendo allegar che defendeno l'imperio et darsegli acciò che gli diano aginto, et l'animo loro è di far una ritirata li come a Mirandola „.

(4) Lett. cit. del Duca al Leynì del 21 giugno.

cesco d'Ascros alla resa a prezzo di danaro. Il Duca temeva l'intervento dei Ginevrini o degli Ugonotti di Francia, e voleva sbrigare la cosa. Il Leynì con buon servizio d'informazioni prese esatta conoscenza del castello d'Ascros. Vide che si opponevano molte difficoltà al trasporto di artiglierie sotto le mura di quello, e che le probabilità di un soccorso agli assediati da parte degli Ugonotti francesi crescevano, perchè quelli di Provenza andavano accostandosi ai confini di Nizza. Anche la corte di Francia, sebbene odiasse gli Ugonotti, forse non vedeva di buon occhio un'azione risoluta sotto Ascros, temendo che gli Ugonotti del suo paese col muoversi a favore dei correligionari nizzardi le procurassero anche una nuova guerra civile. Certo, dato il gran fuoco che covava in quel regno, la distruzione degli Ascros poteva essere causa di conseguenze gravissime sia al Ducato di Savoia sia al regno di Francia. Tutte queste cose il Leynì rappresentò al Duca in una sua del 20 giugno, ed Emanuele Filiberto non potè che approvare le giudiziose osservazioni del suo ministro. Gli rispose quindi di sospendere le ostilità, di tener " attaccata la pratica col s^{or} di Scros ... procurando ... di far che i fratelli soi rimettano a lui il forte et poi se ne vadano via, et dargli „ soggiungeva, " per ciò fare quei danari che vi parerà et se non basta di mil scuti se gli ne darà due mila et poi partiti che siano il s^{r} di Scros ci rimetta il forte, rendendosi iscusato, che per il passato i fratelli lo sforzavano, et come meglio la saprete accomodare „. Durante la pratica lasciava il Duca facoltà al Leynì di trattenere i soldati raccolti, o di licenziarne una parte, secondo gli paresse meglio; badasse tuttavia di tener sempre 300 uomini, 100 al Puget, 100 a Todon, 50 a Cigalle, ed altri 50 in due forti minori. " Et siamo venuti in questa determinatione di non mover altro romore per adesso, sì per le cause che voi discorrete in detta vostra lettera, come per che ci par necessario di dover comunicare la cosa al Papa et a li Re, prima che intreprenderla et chiedergli aiuto, acciochè se ne riuscisse qualche maggior movimento, habbino da porvi essi la mano et che se il mio particolar intento non mi succedesse essi non habbino ad incolparmi, ch'io l'habbia fatto senza comunicatione loro, et anche per non dar che dir a ministri del re catholico che in su la passata di sua gente si habbi mosso romori oltra che subito che sarà passata la gente che è in Geneva potria portarsi tutta al soccorso de li predetti. Sì che giudichiamo esser bene diferire l'impresa infin che sia comunicata al papa et a S. M. et che si habbia con l'ainto loro forze bastanti a farla come si deve „. Mentre si continuavano le pratiche, il Duca mandò a Nizza anche il colonnello Sebastiano Grazioli da Castrocaro, governatore della valle d'Angrogna, perchè alla cheta osservasse, esaminasse i luoghi e poi ne riferisse al Leynì, seguendo in ogni cosa la sua opinione, e per evitare spreco di tempo ed apparecchiarsi in caso che le trattative non riuscissero, ordinò al Leynì di fondere in luogo opportuno e vicino ad Ascros due cannoni, fortificando anche il sito per evitare i danni di qualche sortita. Impiegasse pure mille o due mila guastatori, quanti erano necessari, ma conducesse l'opera a buon fine. "... Non lasciaremo per questo di soggionger, „ conchiudeva il Duca, " che se per via di molti argani si potesse menar di quarti di canoni su Scros et spedirvi l'impresa prima che la gente di Gineva possa andar al soccorso, non si doveria diferire; pure voi che siete sul luogo et nel fatto il tutto ben reconosciuto ve ne risolverete,

o ci manderete in tal caso il parere vostro, che ve ne mandiamo poi l'ordine espresso „ (1).

In quei giorni, come accennava il Duca, l'esercito spagnuolo del duca d'Alba attraversava lo stato piemontese, viaggiando alla volta di Fiandra. Il 17 giugno l'Alba si incontrò a Poirino con Emanuele Filiberto, che gli fece ottima accoglienza (2). Egli sperava che la presenza di quell'esercito potesse influire nell'affare d'Ascros, se non altro per trattenere i Ginevrini. Invece aveva dato sospetto agli Ugonotti di Francia, e Gaspare di Coligny, loro capo, ritenendo che l'esercito spagnuolo avesse anche missione di combattere lui ed i suoi, fin dal gennaio 1567 faceva stare in arme tutti i correligionari, ed aveva cercato aiuti presso i principi tedeschi protestanti (3).

Carlo IX e Caterina de' Medici, per aiutare indirettamente il Duca, ingiunsero al conte Onorato di Tenda di impedire che dalla Provenza passassero soccorsi ai ribelli d'Ascros; ed Emanuele Filiberto il 25 giugno mandò una nota diplomatica al suo ambasciatore presso la corte, il presidente Milliet, nella quale espose i motivi della sua risoluzione contro gli Ascros, accusandoli di ribellione. Il Milliet doveva pregare le Loro Maestà di reiterare l'ordine al conte di Tenda, e quindi recarsi dall'ammiraglio Coligny, narrargli la condotta degli Ascros ed esprimergli la fiducia che il Duca aveva in lui, ch'egli non avrebbe sostenuto sì grande ribelliene, ma piuttosto aiutato a soffocarla, insistendo " qu'il ne s'agist aucunement de fait de religion, mais de pure fellonie et rebellion „. Ne informasse il Milliet anche il conestabile Anna di Montmorency e gli altri principali signori della corte (4).

---

(1) *Archivio di Stato di Torino. Registri* cit., 1566 e 1567, fol. 236-38. A mons.r di Leynì. Torino, 23 giugno 1567.

(2) *Colección de documentos* ecc., IV, pag. 368. Il Duca d'Alba a Filippo II. S. Giovanni di Moriana 28 giugno 1567. " ... a los diez y siete parti y vine á dormir á Puerin, donde hallé al Duque de Saboya con el cual estuve come una hora; hizome grandes ofrecimientos en el servicio de V. M., y que si fuese necesario iria conmigo de muy buena gana hasta sacarme de Saboya, y aún hasta Flandes; yo se lo agradecí de parte de V. M. y le satisfié lo que me pareció convenir á tan buena voluntad; y para en caso que se ofreciese necesidad por lo que adelante diré, le dije si me podria valerme de algunas de sus plazar. Dijome que si, y de todas ellas y cuanto él tenia que fuese necesario al servicio de V. M. „. V. anche *Arch. di Stato di Firenze. Carte Strozziane*, filza 2962. Torino, 26 giugno 1567. " Hoggi otto giorni S. A. s'abocco col s.or Duca d'Alva in Poirino, essendo prima uscito mezzo miglio fuor della porta di detta terra ad incontrar et ricever S. Ecc.a, che veneva d'Asti in lettica alquanto indisposta; la quale mostrò manifesti segni d'allegrezza presentandolesi la persona di S. A. et questo tra gl'altri, che volse in ogni modo uscir di lettica, et montar a cavallo, non volendo mai accettare la mano destra da S. A. Gionti adunque a Poirino stettero due grosse hore insieme, et di poi S. A. tornò a dormire in Cheri, et il dì seguente a Turrino. Et l'istessa mattina il s.or Duca d'Alva mandò Don Ferrante suo figliolo a visitar Madama nostra Ser.ma in Turrino accompagnato dal s.or Don Cesar d'Avalos et dal s.or Chiappino Vitelli ... „. Parlano anche del passaggio del Duca d'Alba in Piemonte il Ruffia, col. 1164 ed il Gioffredo. 1542.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Il Portughese al Duca. Nizza 4 gennaio 1567. Questo *Portughese* era un anonimo, nativo di Brignole, e faceva da agente segreto del Duca tenendolo informato di quanto avveniva in Provenza e nelle altre parti di Francia.

(4) *Id. Francia. Lettere ministri*, mazzo II. Il Duca al Milliet [Luigi Milliet, barone di Faverges, vice-presidente del senato di Savoia. V. *Mémoires et documents publiés par la Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie*, VIII (1864), Rabut, *Histoire généalogique de l'illustre maison de Milliet (de Chambéry) par M. Besson*, pag. 175], 25 giugno 1567. " Nous vous envoyons cy enclos ung double du faict des frères de Scros pour vous servir d'instruction en ce que vous dirons cy appres et non point

Il Leynì continuava frattanto le pratiche cogli Ascros, ma fino allora con poco frutto. Stanco il Duca di attendere, e non volendo indugiare finchè l'esercito spagnuolo fosse lontano in Fiandra, finì per decidersi di nuovo ad un'azione militare. Diede ordine al Leynì di investire il castello, di cingerlo intieramente, raccogliere all'intorno il grano ed inquietare gli assediati giorno e notte, trasportandovi cannoni d'assedio sufficienti a battere il sito. " Se volete gente „ scriveva, " avvisatemi del numero e del danaro necessario, che vi provederemo speditamente ... Voi mirate di proveder là ale vittuaglie necessarie per quanta gente vorrete, come già vi havemo replicato, che non vi mancarà gente nè danari „. Emanuele Filiberto non dubitava che se qualche soccorso di Ugonotti agli Ascros tentasse di aprirsi il passo, il Leynì avrebbe saputo disperderlo, salvo il caso di inferiorità nelle sue forze, ed allora poteva riparare le genti nelle terre vicine, mentre gli avversari trovando i campi privi di grano ed essendo spinti dalla fame, dovevano necessariamente ritirarsi. Il Duca era sempre disposto a concedere a Federico e Francesco d'Ascros la facoltà d'emigrare, e ad Ottaviano, che aveva mostrato miglior volontà dei suoi fratelli, di rimanere nel contado, purchè il castello fosse smantellato. Il colonnello Castrocaro andando a Nizza, portava anche una lettera del Duca ai ribelli, in cui si offriva loro ancora una volta la libertà, mediante una capitolazione, ma si minacciava, quando il castello venisse occupato colla forza, trattamento severissimo (1).

---

pour en donner aucune copie dehors „. Vedrà quanta sia la malvagità di quei fratelli, tanto più grande in quanto egli li avea trattato con bontà e clemenza. " Maintenant se monstrant plus oultrecuidés que Jamais, sestans tresbien fortifié à Escros, Nous sumes resolus les chastier, et avons dressé quelques forses pour les expugner, de quoy ils ne monstrent pas grand soucy pour l'asseurance qu'ilz ont, ainsy que nous sumes adverty de bon lieu, destre fort bien secourus de Provence, non obstant les edicts et defenses du Roy, et disen (*sic*) en avoir certaine promesse de ceulx de la religion de Provence, resoulus de nobeir en cela à sadicte Ma.^{té}, ains bravent de prendre les armes en mans en despit de tous. Et parc en remerciant le Roy et la Reine de ce que desjà leur a pleu escripre à mons.^{r} le conte de Tende par l'affaire, leur remonstrerès de suit comme il est passé, et notammant que lon n'a oncques procedé contre lesdicts frères pour cause de la religion, Ains simplement pour commandement de ne fortifier de sorte que cest propre felonie et rebellion par eulx commise. En laquelle nous supplions ses Ma.^{tés} me vouloir tant favorizer que maider à les chastier en declairant où besoing sera telle estre leur volonté et mandant des plusfort audict s.^{r} conte de Tende de ne permettre estre donné aucune sorte de secours audicts de Scros et ou quelques ungs le volusse entreprendre, quil ait à employer les forces de sa Ma.^{té} pour les empescher et chastier comme rebelles dicelle solicitant que les provisions soyent mander en bonne diligence. Semblablement vous fault transporter vers monsieur l'admiral de France là ou il sera, luy fere entendre le fait de dedicts frères, et que leur principale fiance est que ledict s.^{r} les fera secourir, et que encores que nous ne pouvons croire telle chose à neanmoings lon avons bien voulu advertir, et que nous avons ceste fiance en luy que non seulement Il ne vouldra soustenir ny assister une si enorme rebellion, mais plustost semploye voluntiers à nous faire tomber entre les mains les rebelles, pour les chastier, et de nostre part len requiéréz par la bonne volunté quil a tousjours monstré nous porter, le rendant bien capable quil ne sagist aucunement de fait de religion, mais de pure fellonie et rebellion. Et parce attendons quil sy employe ouvertement pour nous fere cognoistre et à tout le monde combien luy desplaisent semblables sortes de gens, en quoy nous ferez le plus grand plaisir quil nous pourroit fere en ce temps, par dont nous aurons perpetuelle souvenance. Et sil vous semble que cella ne suffira a lesmouvoir et quil le faille resouvenir en debvoire et service quil nous a de vassallage, le pouvrez faire, comme Jugerez estre plus convenable pour mes services, le remettant à vostre discrettiou „. Ne parli anche al conestabile ecc.

(1) *Id. Registri* cit., fol. 242-44. A mons.^{r} di Leiny. Torino, 25 giugno 1567.

Finalmente dopo molto stento il Leynì riuscì a conchiudere un accordo, pel quale mediante alcune centinaia di scudi in compenso dell'artiglieria del castello, questo veniva ceduto. I fratelli d'Ascros vollero ancora una dichiarazione attestante che essi non erano nè ribelli nè felloni. Il Leynì comunicò subito il risultato al Duca, che sanzionò l'accordo il 27 giugno, sebbene a malincuore, perchè il concedere una dichiarazione ai ribelli com'essi desideravano, così contraria alla realtà, gli riusciva molto ostico. Tuttavia non poteva che approvare l'abilità del Leynì, che dopo tutto aveva posto termine ad uno stato di cose pericoloso. " Vi avisiamo bene „ osservava, " che se non era fatto l'accordo, d'altra manera passava il negotio, ma via col nome di Dio il tutto per il meglio „ (1).

Mandò quindi agli ultimi di giugno il seguente proclama:

" A tutti sia manifesto qualmente havendo noi per cause concernenti il servicio nostro ordinato al s^{or} di Scros et a soi fratelli che dovessero rimetter il castello di Scros in mano de nostri ministri, et essendosi mostrati pronti di obedire a tal nostro ordine, c'è parso, ragione vole, provedere in modo che tal remissione non habbia a causar loro rimprovero alcuno. Pertanto havemo potuto attestare et dichiarare, sì ben per le presenti et certa scienza attestiamo et facciamo fede che noi ritiriamo in poter nostro il detto castello di Scros non per ribellion nè fellonia alcuna de predetti fratelli, ma perchè così consideriamo servitio nostro. Et in testimonio ci siamo sottoscritti di propria mano. In Torino ali XXVII di giugno 67 „ (2).

Questa dichiarazione era così contraria al vero, che Emanuele Filiberto ne sentiva vergogna, e raccomandava al Leynì di non mostrarla nè pubblicarla, quando fosse possibile (3). Ad ogni modo il castello d'Ascros fu consegnato. In tutto la breve campagna contro i ribelli era costata 2000 scudi d'oro, compresi 592 per la paga di un mese alla compagnia di soldati del capitano Antonio Giorgio Provana, che aveva bloccato il castello (4).

Restava a provvedere contro la baronessa di Beuil, Giulia Piccamilio. Emanuele Filiberto mandò al barone un altro suo fratello, Alessandro Grimaldi, per indurlo a cacciare dai beni gli eretici o sospetti d'eresia ed a sorvegliare la consorte tenendosela accanto a Nizza, e non permettendole di ricevere lettere o persone sospette. Insinuava il Duca sarebbe stato bene allontanare le figlie dalla madre, perchè non fossero ammaestrate nei cattivi costumi ed in fede non cattolica. Offriva pure di riceverne in corte il figlio, Annibale, che sarebbe stato educato a fianco del principe di Piemonte, Carlo Emanuele, rimanendo così puro dalle dottrine eretiçali. Ordinava poi al barone di compiere le fortificazioni del castello d'Ascros, secondo un disegno fatto dall'illustre Francesco Paciotto, con numerose indicazioni sul modo di comportarsi coi soldati di quel presidio, e di togliere le armi agli

---

(1) *Id.*, fol. 254-55. A mons.^{r} di Leynì. Torino, 27 giugno 1567.

(2) *Id.*, fol. 252. " Dichiaratione della remissione del castello di Scros „.

(3) Lett. cit. Al Leynì 27 giugno.

(4) *Arch. Provana. Conti delle galere*, mazzo I, cat. 1^{a}. Quaderno con titolo " Conto di mons.^{r} di Leiny ... per causa di alcuni dinari ricevuti et spesi per ordine di sua Alt. „, fol. 1.

Ugonotti del contado, ai quali ogni mese si doveva fare una perquisizione in casa (1). Il presidio del castello di Ascros fu di 10 soldati sotto il capitano Lazzarini con stipendio di 10 scudi al mese pel capitano e 3 per ognuno dei soldati (2).

Tutto pareva finito, ed il Duca sperava che la tranquillità sarebbe ritornata in quel contado. Invece seppe che gli Ugonotti di Ascros, di Sospello e di altri luoghi mormoravano per la confisca dei beni e dei raccolti, e che in Ascros specialmente ministri della religione riformata facevano prediche notturne pubblicamente. Egli se ne lagnò per lettera col prefetto di Nizza, Cuffi, e col tesoriere Zoaglio, dicendo che nella capitolazione fatta dal Leynì non si parlava nè di raccolti nè di beni; che quindi se essi a parte, senza sua saputa, avevano promesso qualcosa, non lo dovevano fare. Che tuttavia egli non sarebbe stato a guardare per alcuni beni, se coloro avessero osservato la capitolazione. Il che non era avvenuto, e quindi egli non restituiva nulla, e neanche era disposto a tollerare tanta insolenza. Il prefetto ed il tesoriere avvertissero dunque quella gente, che se essa si risolveva a vivere cattolicamente riavrebbe il suo e le sarebbe concesso di rimanere in patria, ma se persisteva nella mala fede i beni resterebbero confiscati e le persone bandite, o condannate alla galera a vita quando fossero trovate nello stato; tempo un mese per uscirne (3).

Scrisse pure Emanuele Filiberto al capitano Alessandro Costantino, comandante del forte del Puget, di recarsi segretamente nel forte di Sant'Elmo a Villafranca, o in quello di Todon, dove si trovasse il capitano Stefano Baratta, e concertare con lui il miglior modo per catturare i fratelli d'Ascros, che stavano nascosti nel contado, invece di uscirne secondo i patti. Il medesimo facesse col capitano Lazzarini ad Ascros. Appena arrestati li chiudesse in questo castello, e poi li facesse trasportare in quello di Todon in attesa di ordini. " Se essi reagissero e molta gente si adoperasse a salvarli, " non potendo far di manco „, scriveva il Duca, " usarete di quei estremi modi che si conviene contra quelli che resisteno al suo Principe „ (4).

I tre fratelli compresero il pericolo ed uscirono dallo stato (5), ritirandosi in Francia. I loro feudi d'Ascros, Todon e Cadenet furono incorporati poi nella religione di S. Maurizio e Lazzaro sotto forma di commenda, data al Leynì. Questi nel 1589, consenziente Carlo Emanuele I, li rimise al suo genero, Annibale Grimaldi, figlio del barone di Beuil (6), cosicchè quelle terre ritornarono alla baronia, di cui facevano parte nell'inizio del secolo. I tre fratelli morirono in Francia, esuli, i primi due senza discendenza, il terzo, Francesco, lasciando una figlia, Livia Grimaldi, che andò sposa ad Andrea Arnoul signore di S. Simon (7).

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registro* cit., fol. 261-62. " Instrutione al s.r Alessandro di Boglio, di quanto ha da trattar con Mons.r di Boglio suo fratello per parte di S. A. „. Torino, 1 ag. 1567.

(2) *Id.*, fol. 264-65. Al s.r di Boglio. Torino, 2 agosto 1567. V. anche *Lettere part.* Leynì al barone di Beuil. Torino, 6 agosto 1567.

(3) *Id.*, fol. 266. Al prefetto Cuffi e tesoriere Zoaglio. Torino, 2 agosto 1567.

(4) *Id.*, fol. 274-75. Al cap. Alessandro Costantino. Torino, 12 agosto 1567.

(5) *Arch. di Stato di Venezia. Rubricario* cit., fol. 53. Torino, 8 luglio 1567. L'amb. veneto annunzia la remissione del castello e la partenza degli Ascros. Si vede che a Torino v'era la convinzione che gli Ascros fossero partiti subito.

(6) Sposò Francesca Provana, figlia del Leynì.

(7) Gioffredo, 1445.

2. - Il Leynì fu in quest'anno occupatissimo. Oltre alla pericolosa questione degli Ascros egli aveva a Villafranca in costruzione la galera nuova di cui parlammo altra volta (1). Di più nei mesi di residenza a Torino, teneva d'occhio il Monferrato, dove l'odio verso il signore, il Duca di Mantova, Guglielmo Gonzaga, traboccava da ogni parte, e si accresceva la simpatia per Emanuele Filiberto, che pretendeva il possesso del marchesato. Non è qui il luogo di narrare le rivalità fra il Gonzaga ed il Duca di Savoia; altrove forse me n'occuperò. Basti per ora accennare a questi fatti solo per quel tanto che interessano la vita del Leynì. Emanuele Filiberto, dopo tentativi fatti apertamente nel 1565 per ottenere una sentenza in suo favore dall'imperatore e dal re di Spagna, in occasione della rivolta di Casale, vide i suoi disegni crollare, causa la mala volontà dei ministri imperiali e la gelosia della Spagna, il cui contegno in quei giorni fu offensivo verso la sua dignità. D. Gabriele della Cueva, duca d'Albuquerque, e governatore di Milano, senza chiedere permesso alcuno, fece attraversare dalle sue genti alcune terre del ducato ed occupò Casale. Emanuele Filiberto scrisse lettere di fuoco alla corte di Spagna, lagnandosi con parole vivacissime dell'affronto ricevuto, ma non ebbe in compenso che espressioni di stima (2). Anche l'imperatore, per quanto non tenerissimo col Duca di Mantova, lasciò fare ai suoi ministri, i quali si commuovevano più innanzi all'oro del Gonzaga che leggendo le note, proteste e memoriali dell'ambasciator piemontese, Cristoforo Haller.

Emanuele Filiberto, volendo resistere fino all'ultimo, mandò a Vienna uno dei gentiluomini piemontesi di maggior ingegno e dottrina, Baldassarre della Ravoira, signore della Croce e cugino materno del Leynì, e poi nella primavera del 1566 si recò in persona ad Augusta per conferire coll'imperatore Massimiliano II e cogli elettori tedeschi. Ma le cose erano rimaste nel medesimo stato di prima. Tuttavia le pratiche a Vienna duravano vivissime, e nell'autunno 1567 il Leynì informava il Della Croce che il Duca dopo aver ricevuto a Gex poco prima da un ambasciatore imperiale una memoria scritta, simile ad un'altra già rimessagli dal Duca d'Albuquerque in nome di Filippo II, aveva saputo a Bourg in Bressa di un rumore avvenuto a Casale, che pare fosse suscitato dallo stesso Duca di Mantova, per far credere all'imperatore quel che non era, cioè che le ribellioni del Monferrato fossero suscitate da lui stesso, Emanuele Filiberto. Il Duca naturalmente respinse l'accusa, non avendo anzi ricevuto nè Oliviero Cappello nè gli altri profughi Casalaschi, i quali cercavano il suo appoggio per sollevare il paese, e non si mosse d'oltr'Alpe che alla fine di ottobre, quando la sedizione di Casale era di nuovo soffocata, ed Oliviero Cappello assassinato a Chieri in casa sua, probabilmente ad istigazione del Gonzaga. Il Leynì informò di tutto il Della Croce, perchè comunicasse la perfidia del Manto-

(1) Per questa galera, che dovea sostituire la vecchia Capitana, il Duca chiese palamenti a D. Garçia di Toledo (*Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 183. Torino, 20 aprile 1567), e si rivolse pure alla corte di Francia per avere facoltà di comperare in Provenza altri palamenti, cotoni, sete e piombo. Ne avvertì anche il conte di Tenda, perchè il trasporto delle robe, non appena fosse giunta la licenza dalla corte, non soffrisse ritardo (*Id.*, fol. 201. Torino, 29 aprile 1567).

(2) Sulle aspirazioni di Em. Filiberto al Monferrato e le sofferenze di Casale sotto i Gonzaga v. le belle pagine del Ricotti, II, 290-301.

vano all'imperatore, e lo avvertisse, che se il Gonzaga continuava in tale condotta, i Casalaschi disperatissimi avrebbero fatto certo una grande sollevazione (1).

Emanuele Filiberto s'era deciso nell'autunno 1567 ad un viaggio oltr'Alpe per gravi motivi politici. Nel 1564 aveva conchiuso coi signori di Berna i trattati di Noyon e di Lausanne, per cui gli erano restituiti il paese di Gex ed i baliaggi del Genevese e del Chiablese posti a sinistra del lago di Ginevra e del Rodano. Dopo molte difficoltà ottenne la ratifica dei re di Francia e di Spagna, ed acquetò il papa Pio V, poco soddisfatto perchè il Duca aveva promesso libertà di coscienza nelle terre restituite (2). In queste trattative egli impiegò circa tre anni, quindi nell'autunno 1567, scongiurata ogni difficoltà, si recò in Savoia per ricevere la consegna delle terre (3) accompagnato dal Leynì. Durò la permanenza colà poco più d'un mese: nella metà di ottobre era già di ritorno. Il Leynì ne approfittava per comunicare al Della Croce notizie di Francia, dove gli ultimi avvenimenti erano gravissimi (4).

Gli Ugonotti, guidati dal principe di Condé, avevano tentato di sorprendere il re Carlo IX, mentre tornava da Meaux, e per poco il colpo non era loro riuscito (5). Carlo IX e Caterina de' Medici, risoluti di finirla cogli Ugonotti, si rivolsero ad Em. Filiberto (6) ed al Pontefice, pregandoli di soccorso. Pio V rispose avrebbe fatto ogni cosa a vantaggio del re (7) ed esortò per lettera il Duca ad assecondarlo (8). Il Duca armò da solo 1000 cavalli sotto D. Alfonso d'Este, mentre il papa col Duca di Firenze apparecchiavano altri 4000 fanti ed alcune centinaia di cavalli. Il Leynì riteneva che ben presto gli Ugonotti avrebbero rammaricato la loro ultima alzata di capo, e dato occasione al re di distruggerli una volta per sempre (9). Caterina ai primi di novembre ringraziò il Duca dell'aiuto che preparava al re suo figlio (10), ma prima che il soccorso giungesse a S^{t}. Denis le forze del re e l'esercito del Condé s'incontravano con poco frutto dei cattolici, che ebbero ferito a morte il vecchio conestabile Anna di Montmorency (11). Apparentemente fu una vittoria pel re, nella realtà le operazioni militari dovettero essere sospese (12). I due partiti stettero varî mesi

---

(1) *Archivio di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, mazzo IV. Lettere di varî al Della Croce (1566-68). Leynì al Della Croce, Torino, 20 ottobre 1567. V. *App. Doc.* 13° e Torino, 24 ottobre 1567. *App. Doc.* 14°.

(2) Ruffia, col. 1163. Ricotti, II, 263, 267, 268.

(3) Ruffia, col. 1163.

(4) Leynì al Della Croce. Lett. cit. del 24 ottobre 1567. *App. Doc.* 14°.

(5) De la Ferrière, *Lettres de Catherine de Médicis* cit., III, pag. 62. Caterina al Duca di Savoia. Parigi, 29 settembre 1567. V. anche in nota, Carlo IX al Duca di Ferrara. Parigi, 29 sett. 1567.

(6) *Id.*, pag. 71. Caterina al Duca. Parigi, 30 ottobre 1567.

(7) *Arch. di Stato di Torino. Roma, Lettere ministri*, mazzo V. San Solutore al Duca. Roma, 20 ottobre 1567. — Desjardins, *Négociations de la France avec la Toscane*, III, pag. 550. Gian Maria Petrucci a Francesco de' Medici. Parigi, 3 novembre 1567.

(8) De Potter, *Lettres de Saint Pie V sur les affaires religieuses de son temps, en France*, pag. 9-10. Roma, 18 ottobre 1567 (Bruxelles, Tarlier, 1827).

(9) Lett. cit. del Leynì del 24 ottobre 1567. *App. Doc.* 14°.

(10) De la Ferrière, III, pag. 71. Caterina al Duca 6 novembre 1567.

(11) De la Ferrière, III, 73. Caterina al Duca. 11 novembre 1567. " Je ne veuls oublyer que Monsieur de Nemours ha trionfay et beaucoup servy à la vyctoyre que avons eue „. Giacomo di Savoia, Duca di Nemours, era fra i comandanti dell'esercito reale.

(12) Lavisse e Rambaud, *Histoire générale* ecc., V. pag. 136 (Paris, Colin et comp., 1895).

di fronte uno all'altro senza effetto alcuno. Em. Filiberto ebbe tempo di riunire i 1000 cavalli e mandarli ai primi del nuovo anno 1568 (1).

Queste le notizie che il Leynì comunicava al Della Croce. Lo informò pure degli ultimi avvenimenti di Casale dopo la morte di Oliviero Cappello. Vespasiano Gonzaga con due compagnie presidiava la misera città, e la metteva a dura prova. I preconsoli di Casale per liberarsi dai soprusi e dalla rovina finirono per accordare al Gonzaga i pieni poteri, sottoponendosi al giogo del Duca di Mantova a qualunque condizione; ma intanto ben 120 cittadini erano incarcerati (2).

Il Leynì rimase a Torino per il resto dell'anno (3). Il Duca lo voleva accanto per servirsi più comodamente del suo consiglio e della sua opera. Ciò lo aveva mosso a respingere la domanda fattagli sulla fine di agosto da Antonio Doria, suo antico consigliere di Fiandra, che desiderava servirsi delle galere piemontesi per andare in Ispagna. Egli rispose che non s'affidava di mandar in corso le galere senza il Leynì, di cui aveva " molto bisogno al presente „, e dal quale in conseguenza non poteva separarsi (4). Fu probabilmente questo caso che decise anche il Duca a nominare il cap. Marc'Antonio Galléan, marinaio capace ed ardito, luogotenente del Leynì. Così quando la presenza di questo sulle galere era impossibile, il Galléan l'avrebbe sostituito (5).

Nel mese di dicembre il Leynì fu occupato da una lite di molta importanza. Già vedemmo che il conte di Entremont, Sebastiano di Mombello, contendeva a lui il possesso dei beni di Frossasco, Alpignano e S. Secondo, proprietà del defunto Carlo di Mombello. La lite era incominciata nel 1560. Nel 1567 in un compromesso le parti rimisero la cosa a due arbitri, l'Entremont a Guglielmo Desportes, presidente del parlamento di Grenoble, e il Leynì ad Ottaviano Cacherano d'Osasco, secondo presidente del Senato di Torino. Ma i due arbitri non s'accordarono, e si rivolsero al Duca come soprarbitro. Il Duca sentenziò il 23 dicembre condannando

---

(1) V. *App. Doc.* 16°.

(2) *Archivio di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, loc. cit. Leynì al Della Croce. Torino, 26 novembre 1567. V. *App. Doc.* 15°.

(3) Il Leynì e la sua famiglia possedevano una casa in Torino, sita in via Porta Palatina, e nota sotto il nome di palazzo *del Vescovo*. L'esistenza di questa casa appare in un documento del 1517, 7 settembre, in una divisione di beni tra Gioanello Provana, avo paterno del Leynì, e Francesco, suo fratello (*Archivio Provana. Provana di Alpignano*, cat.ª 1ª, mazzo I). Come poi nel 1618, 2 maggio, Francesco Provana, conte di Frossasco, nipote del Leynì essendo figlio di Carlo, primogenito del nostro ammiraglio, vendette al Duca Carlo Emanuele I un suo palazzo vicino alla Metropolitana di San Giovanni per abitazione dell'arcivescovo, che nel 1583 aveva ceduto al Duca stesso il suo palazzo, così è probabilissimo che tal casa sia l'antica di cui si parla nel documento del 1517. Debbo queste indicazioni alla gentilezza del chia.mo signor conte Emanuele Provana di Collegno, che qui ringrazio pubblicamente.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 282. Al s.r Antonio Doria, settembre 1567.

(5) Gioffredo, col. 1543. L'atto di nomina del Galléan è del 22 novembre 1567. Il Leynì compare questo anno come testimonio con Negrone di Negro, tesoriere generale dello Stato, in una dichiarazione in cui Em. Filiberto confermava a Niccolò di Enrico, signore di Cremieu, il possesso d'Altessano cedutogli per 14000 scudi, di cui il Cremieu era creditore (*Arch. Camerale di Torino. Controllo Patenti*, reg. 10, fol. 212-14. L'atto è del 9 luglio 1567). Sappiamo anche che il Leynì fece una transazione colla contea di Grugliasco su differenze per una bealera di proprietà sua. Egli permise si immettesse l'acqua della Dora per i bisogni di Grugliasco in compenso di 100 scudi e varie altre condizioni minori (*Arch. Provana*. Leynì Parrocchiale, mazzo I, cat. 11ª, n. 9, 3 novembre 1567).

il Leynì a sborsare fra tre anni 10.000 scudi all' Entremont, e questo a cedere i suoi diritti sulle tre terre all'avversario. La contessa d'Entremont, Beatrice Pacheco, che rappresentava il vecchio marito a Torino, non accettò la sentenza, volendo prima esserne autorizzata dal conte, e tornò in Savoia. Il conte infatti rifiutò, cosicchè la lite fu riaperta con gran noia del Leynì, che si rammaricava col Della Croce della sua lontananza, perchè certo, se il cugino fosse stato a Torino, gli avrebbe recato grande aiuto nella causa. Solo nel 1576 dopo la morte dell'Entremont, a Torino si fece composizione tra Giachelima d'Entremont, sua figlia, ed il nostro ammiraglio, e più non si parlò di liti (1).

3. — Ai primi del nuovo anno 1568 la presenza del Leynì a Villafranca fu necessaria. Da parecchi mesi il nostro ammiraglio ne era lontano e molte cose riguardanti l'amministrazione navale, la costruzione della nuova galera e di uno schifo, le opere del porto e dei forti, abbisognavano della sua direzione. Di più il cap. Alessandro Costantino aveva scritto che le robe dell'arsenale erano quasi inservibili ed opportuno venderle al miglior prezzo. Il ritorno quindi del Leynì, che giudicasse coi suoi occhi quanto occorreva fare, si imponeva (2).

In pochi giorni il Leynì provvide alle cose di maggior urgenza, specialmente alla galera nuova, cosicchè avuta notizia che a Savona presto doveva compiersi il matrimonio di un suo cugino, trovò il tempo di parteciparvi. Disegnava egli partire su una galera, ma aveva scarsità di rematori: quindi dopo essersi rivolto al Duca per l'invio di alcuni forzati da Torino, vedendo che questi non sarebbero giunti a tempo (3), fece il viaggio su una fregata. Da Savona diede notizia di sè al Della Croce. Avrebbe voluto informarlo pure delle cose di Casale, ma Savona era troppo lontana da Torino, centro delle informazioni, per sapere qualche cosa. Egli aveva a Casale una sorella, Violante, sposa di Vespasiano Bobba, signore di Lu (4), ma da vari giorni non ne riceveva nuove " perchè se mirano et comettano le lettere che entrano et escono di Casale più strettamente che non si faceva nel andar della guerra et perciò restiamo di riceverci et visitarci, per non cader impensatam^te^ in qualche

---

(1) *Archivio Provana. Eredi Provana d'Alpignano. Investiture*, mazzo 1, n. 4. " Transatione fra l'Ill.^mo^ sig.^r^ di Leynì et l'Ill.^ma^ sig.^ra^ Contessa d'Antremont „. Torino, 19 gennaio 1576. Questo documento di molta importanza contiene la narrazione della lite per esteso. Reca pure notizia di questo documento da una copia il chiar.^mo^ Claretta nel suo interessante studio *Giacomina d'Entremont, ammiraglia di Coligny ed Em. Filiberto, duca di Savoia* (estr. dalla " Nuova Rivista „ di Torino). Torino, Locatelli, 1882, pag. 48-51. V. anche *Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, mazzo IV, Leynì al Della Croce. Torino, 1 gennaio 1568. V. *App. Doc.* 16° e Ottaviano Cacherano d'Osasco al Della Croce. Torino, 6 gennaio 1568. " Credo che 'l nostro mons.^r^ di Leinì havrà datto aviso a quella [*V. S.*] della sentenza datta nella causa di Fruzasco etc. nella quale ha condannato detto Mons^r^ di Leinì fra tre anni pagar dieci millia scudi a mons.^r^ d'Entremont mediante i quali habbi da ceder le sue raggioni al sud.^to^ sig.^r^ di Leinì. Però esso Mons.^r^ d'Entremont non ha volsuto accetar detta sentenza. Il tutto per il meglio „.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della Corte*, 1568, fol. 23. Al cap. Alessandro Costantino. Torino, 18 gennaio 1568.

(3) *Id.*, fol. 25. A mons.^r^ di Leynì. Torino, 18 gennaio 1568.

(4) V. il mio *Un gentiluomo piemontese* ecc., pag. 5.

fastidio „. Il Della Croce s'era lagnato che lo stipendio di vari mesi non gli giungeva; il Leynì promise di adoperarsi perchè il ritardo non si prolungasse (1).

Terminate le feste il Leynì in compagnia dell'arcivescovo di Torino, Girolamo della Rovere, di Leonardo della Rovere, conte di Vinovo, e del conte di Ceresole ripartì per Villafranca sulla fregata, nave certo molto leggera e poco atta a sopportare le furie dei venti. Durante il tragitto, com'era da temere, ignoro se per un brusco movimento, o, com'è più probabile, per un colpo violento di mare, il Leynì ed i suoi compagni caddero nelle onde. Il nostro ammiraglio, nuotatore esperto " si mostrò un'altro Neptuno „ e tolse presto sè e gli altri d'imbarazzo senza conseguenze (2).

Giunse poco dopo salvo a Villafranca, dove attese intieramente alle cose di sua carica. La galera nuova fu compiuta, ed i forti ebbero in quell' anno sotto la sua direzione e coll'aiuto dell'ingegnere Orazio Pacciotto nuove opere difensive. Il Leynì tenne pure d'occhio gli Ugonotti del contado di Provenza, mediante le informazioni di un abile spione. Nel contado si praticava apertamente la religione calvinista, non ostante gli editti del Duca, che dal Leynì informato (3), volle provvedere con energia. Mandò ordini rigorosi di sorveglianza al barone di Beuil, al conte di Rivara, ed al signor di S^{t} André, il quale doveva recarsi a Sospello, uno dei focolari dell'ugonottismo in quella contrada, e scacciare alcune donne ugonotte che ivi abitavano (4). Ma in quei giorni gravi avvenimenti in Francia favorivano lo sviluppo della religione riformata. Nel febbraio di quell'anno Carlo IX, scoraggiato dall'infelice giornata di S^{t} Denis, e dai rinforzi numerosi che gli Ugonotti del regno avevano ricevuto di Germania, aveva firmata con essi la pace di Longjumeau. Questa notizia fece dispiacere al Duca, perchè il principe di Condé e specialmente l' ammiraglio di Coligny potevano approfittarne per aiutare i loro correligionari del contado di Nizza e minacciare il castello di quella città e di Villafranca. Quindi dopo aver raccomandato al Leynì la massima vigilanza (5) a S. Elmo, il Duca prescrisse al Rivara di non permettere l'ingresso a qualunque forestiero nel castello di Nizza senza una licenza firmata di sua mano (6). Em. Filiberto faceva bene di stare all'erta. Gli Ugonotti ed i protestanti tutti dopo la cacciata degli Ascros ed i soccorsi da lui mandati in Francia al re, lo ritenevano nemico capitale, e facevano serie minaccie non solo

(1) *Biblioteca civica di Torino. Raccolta Cossilla.* Leynì al Della Croce. Savona. 11 febbr. 1568. V. *App. Doc.* 17°.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri,* mazzo IV. Ottaviano Cacherano d'Osasco al Della Croce. Torino, 17 marzo 1568. " Non li dirò di la gratia fatta da Iddio alli giorni passati a Mons.^{r} di Torino, sig.^{r} di Leinì, sig.^{r} di Vinovo, di Ceresole, quali furono per negare (*sic*) andando da Savona a Nizza al passo della Cerusa, ove sendo la fregatta forzata da venti cascorono tutti in mare et il nostro mons.^{r} di Leinì si mostrò un'altro Neptuno in modo che agiutati dala gratia di dio niuno si he sommerso „.

(3) *Id. Registri* cit., 1568, fol. 86-87. A mons. di Leynì 8 aprile 1568.

(4) *Id.*, fol. 86 e 87. A mons.^{r} di Boglio 8 aprile 1568. *Id.*, al Rivara. *Id.* al Prefetto Cuffi ed al s.^{r} di S. Andrea 9 aprile 1568.

(5) Lett. cit. al Leynì 8 aprile. " Datene aviso de quanto occorrerà a la giornata et fatte che quelli vostri soldati stiano avisati ogni uno de loro al cargo suo circa la guardia de questi forti adesso massime con questa pace fatta in Francia „.

(6) *Arch. Camerale di Torino. Controllo Patenti.* reg. 12, fol. 152-53. Nizza, 26 giugno 1568.

contro il ducato, ma anche contro la vita del Duca stesso (1). Egli, che lo sapeva, si rafforzava d'ogni parte. Fece accrescere le fortificazioni del contado di Nizza, ed incaricò il vescovo di quella città ed il cap. Giovanni Achardi di convocare gli ecclesiastici del luogo e richiederli di un dono gratuito uguale a due decime da levarsi per un decennio su tutti i benefici ecclesiastici della regione (2), giacchè il donativo annuo dei laici sembra fosse diminuito nel 1568, specie per Villafranca, in causa dei gravami che essi già sopportavano (3). I denari ecclesiastici dovevano sopperire alle spese delle nuove fortificazioni.

Ai primi d'agosto il Leynì si assentò di nuovo da Villafranca. Il Duca attendeva allora alla ristaurazione dell'antico Ordine dell'Annunziata, andato quasi in disuso. Oltre a lui non portava il collare che il conte d'Entremont. Em. Filiberto il 14 agosto creò cavalieri i principali personaggi della corte, cioè il principe di Piemonte, Carlo Emanuele I, Filippo di Savoia, conte di Racconigi, Claudio di Savoia, conte di Pancalieri, il Leynì, Gio. Francesco Costa, conte d'Arignano, e Tommaso Valperga, conte di Masino. Altri ebbero il collare man mano, cosicchè salirono i cavalieri a 15, e poi a 21, non compresi il Duca ed il principe (4).

Era il Leynì a Torino quando l'armata spagnuola comandata da D. Giovanni d'Austria si concentrò nel porto di Napoli per una operazione contro i Turchi ed i corsari barbareschi, e forse contro Algeri o Tunisi (5). Gio. Andrea Doria andava a raggiungerla, e scrisse al Duca offrendosi di navigare in compagnia delle sue galere fino a Napoli. Ma Em. Filiberto rispose che senza il Leynì non lasciava uscir le galere dai suoi porti, e che del medesimo aveva bisogno in quei giorni. Dal re inoltre non era venuta ancora alcuna domanda, e d'altra parte le tre galere piemontesi non aggiungevano molto alle forze spagnuole (6). Qualche tempo dopo arrivò la domanda formale del re (7), ma nè le galere nè il Leynì si mossero.

Il Duca aveva motivi seri per rifiutare le sue galere anche al re di Spagna. Ai primi di agosto l'imperatore Massimiliano aveva deciso di mandare a Filippo II

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, mazzo III. Baldassarre della Ravoira, signor della Croce, al Duca. Vienna, 4 dicembre 1567. Narra che il mattino di quel giorno nell'anticamera dell'Imperatore si parlava degli eccessi degli Spagnuoli in Fiandra, e che il conte Nicolò di Salma, nemico dichiarato della religione cattolica " ha detto liberamente che è cosa publica (della quale ne sono molto bene informati gl'Uggonoti) che V. A. è quella che ha dato cons.° al Re di Spagna di mandar l'essercito in Fiandra et di far tutte quelle provisioni che ha fatto, et di più che parimente il Re di Francia si governa in tutto secondo il cons.° di V. A. et che gl'Uggonoti non hanno il più capital nemico di lei; *ma che si guardi, perche all'ultimo la disperatione fa far delle cose assai, motteggiando del caso successo a Mons.r di Ghisa bo: me:*, che Dio ne diffenda l'Alt. v.a. Io non c'ero presente, ma un Gentilhuomo molto ser.re di V. A. essendo io dall'altro canto della Camara subito è venuto a dirmi ogni cosa „.

(2) *Id., Protocolli ducali*, vol. 226 *bis*. fol. 124. Torino, 17 aprile 1568.

(3) Lett. cit. al Leynì 8 aprile 1568. Il Duca fa capire che consentiva ad una diminuzione del donativo per Villafranca " la quale volemo haver per ricomandata „.

(4) *Archivio di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 234. A mons.r di Leiny 4 agosto 1568. — Tonso, pag. 174-75. Ruffia, 1173-74. Guichenon, pag. 689. Gioffredo, 1543.

(5) Douais, *Dépêches de M. de Fourquevaux* cit., I. 354. Fourquevaux a Carlo IX. Madrid, 8 maggio 1568.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 237. Al s.r Gio. Andrea Doria. Torino, 7 ag. 1568.

(7) *Id. Spagna. Lettere principi*, mazzo I. Filippo II ad Em. Filiberto. Escuriale, 20 agosto 1568.

il fratel suo, l'arciduca Carlo per affari politici di molta importanza. Da vari anni egli desiderava unire in matrimonio il principe di Spagna, D. Carlos, colla sua figlia primogenita, ma le ultime notizie dalla corte di Madrid recavano che il principe era stato arrestato sotto accusa di intenzioni patricide. Inoltre le cose di Fiandra, ora che il Duca d'Alba le governava, andavano di male in peggio e commuovevano i principi tedeschi. L'arciduca doveva quindi veder modo di indurre Filippo II a restituire la libertà a D. Carlos e lasciarlo venire alla corte imperiale, dove forse si sarebbe potuto conchiudere il desiderato matrimonio, e persuadere il re a recarsi personalmente in Fiandra. Forse colla sua presenza le sciagure di quel disgraziato paese avrebbero avuto un termine (1). Ora nel viaggio da Genova a Barcellona, Massimiliano II disegnava che l'arciduca si servisse delle galere piemontesi, e ne parlò all'ambasciatore ducale, il Della Croce (2). L'11 agosto poi fece domanda di quelle galere, aggiungendo che avrebbe ricercato solo queste, se non avesse temuto di far dispiacere al re di Spagna (3). Ben presto però venne a sapere che non era possibile avere dalla Spagna alcuna galera, trovandosi allora l'armata sotto D. Giovanni in campagna, sicchè rivolse intiera la sua speranza sulla flottiglia di Savoia (4). Questo il Duca desiderava ardentemente, ed a suo nome il Della Croce tempo prima aveva già espresso simile speranza. Una lettera dell'ambasciatore spagnuolo Figueroa del 28 agosto confermò al Duca le intenzioni dell'imperatore e dell'arciduca (5), ed egli in risposta chiese che questi salisse nella sua *Capitana* durante il viaggio (6).

Il Leyni, dopo le cerimonie di Torino, s'era recato a visitare una sorella inferma, ignoro quale (7), e dove. Certo non ebbe il tempo di fermarsi, perchè il Duca appena informato del prossimo viaggio dell'arciduca, gli mandò ordine di correre " volando „ a Villafranca e mettere in assetto le galere. — Il fratello di Massimiliano doveva partire da Vienna il 4 settembre, quando improvvisamente arrivò alla corte la notizia della morte di D. Carlos. L'imperatore ne provò dolore vivissimo, vedendo tutti i suoi disegni svaniti, ed il viaggio dell' arciduca fu aggiornato (8). Fece tuttavia il Della Croce di nuovo offerta delle galere piemontesi, ma sembrava poco probabile che l'arciduca avesse occasione di servirsene (9); l'imperatore espresse nondimeno all'ambasciatore la sua riconoscenza. Tuttavia siccome in quei giorni si teneva una dieta

(1) *Id. Vienna, Lettere ministri,* mazzo III. Della Croce al Duca. Vienna 5 agosto e 11 agosto 1568 (in un registro dei dispacci del 1568, fol. 87-12).

(2) *Id.* Lettere citate.

(3) Lett. cit. dell'11 agosto. L'imperatore aveva mandato a Genova Orazio Landi per assicurarsi qualche galera di Spagna.

(4) *Id.* Della Croce al Duca 19 agosto 1568 da Vienna. L'imperatore del resto disegnava fin dal mese di luglio di servirsi delle galere piemontesi. V. *Colección de documentos ineditos* ecc., vol. CI, pag. 465. D. Luis Vanegas a Filippo II. Vienna, 28 luglio 1568.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 291. All'amb. Figueroa. Torino, 29 agosto 1568, pubbl. dal Claretta, *Dell'Ordine* ecc., pag. 30 e 310.

(6) Lett. cit.

(7) Il Leyni aveva 4 sorelle, Maria, Violante, Antonina e Cassandra. V. il mio *Un gentiluomo piemontese* ecc., pag. 5.

(8) *Archivio di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri.* loc. cit. Della Croce al Duca. Vienna, 2 settembre 1568.

(9) *Id.* Vienna, 16 settembre 1568.

a Vienna, e gli elettori dell'impero per mezzo dei loro ambasciatori facevano proteste vivacissime contro il duca d'Alba, che aveva fatto decapitare i conti di Egmont e di Horn, e si mostravano disposti a prendere le armi in favore dei fiamminghi, non ostante che l'imperatore avesse pubblicato il sommario del processo fatto ai due signori, di cui l'Alba aveva mandato copia (1). Per calmare gli sdegni Massimiliano finì per riprendere l'idea di un viaggio in Spagna allo scopo di indurre il re a miti propositi, e chiese al Della Croce se le galere ducali erano ancor libere, che in tal caso il fratel suo arrivando a Genova il 10 del prossimo mese di novembre, come disegnava, vi si sarebbe imbarcato (2).

A Villafranca quindi il Leynì preparò tutto il necessario per ricevere degnamente l'arciduca. Em. Filiberto gli aveva raccomandato di cercare un buon maggiordomo, di comperar mobili, velluti, e drapperie eleganti, e non appena l'arciduca fosse salito nella *Capitana*, di parare le navi a lutto con stendardi, fiamme, gagliardette e tendali neri per la morte di D. Carlos e per quella di Elisabetta, regina di Spagna, avvenuta poco dopo l'altra. A questo proposito per cansare le spese inutili, il Leynì poteva togliere in affitto le coperte di panno per la poppa: così si farebbe buona figura con poca spesa (3). Anche la ciurma occorreva fosse ben vestita, però senza troppo sciupìo di danari " perchè „, avvertiva il Duca " non bisogna far tanto in questo caso come se fosse per un nostro padre, per nostra madre, fratello od altro che ci fosse congiunto di stretta parentela od affine, tanto più che l'Archiduca è già parente remoto per esser cugino secondo „. Mise intanto a disposizione del Leynì più di 500 scudi (4). Si ebbe un momento timore che l'arciduca non salisse nella *Capitana* di Savoia, e già il Duca aveva ordinato al Leynì di risparmiare la compera di velluti preziosi a Genova; solo manifestava il desiderio che la galera nuova in quest'occasione sostituisse la vecchia *Capitana*, poichè sapeva che l'imperatore ne aveva parlato al Della Croce (5). Ma il dubbio non durò a lungo (6). Così il Leynì ai primi di novembre sperimentò la nuova galera al remo ed a vela, e la trovò di ottima costruzione: solo il legno aveva bisogno di assuefarsi all'acqua. Ignoro se questo inconveniente abbia impedito al Leynì di condurla seco. Em. Filiberto, solito a pensare sino alle più piccole cose, tenne conto anche del caso in cui l'arciduca fermandosi a Genova, o sulla costa ligure, desiderasse cavalcare, e mandò un piccolo cavallo a Genova, raccomandando al Leynì di riserbargli un posto su una

(1) *Id.* Lett. cit.

(2) *Id.* Della Croce al Duca. Vienna 7 ottobre 1568.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 356, 384-85 e 389. A mons.r di Leynì. Torino, 16, 30 e 31 ottobre 1568. — *Id. Vienna, Lettere ministri,* mazzo IV. Il Duca al Della Croce. Torino, 16 ottobre 1568.

(4) Lett. cit. al Leynì del 30 ottobre.

(5) Lett. cit. e *Vienna, Lettere ministri,* mazzo III. Della Croce al Duca. Vienna 5 agosto e 7 ottobre 1568.

(6) Lett. cit. del Duca al Della Croce. V. *Colección* cit., vol. CIII (Madrid, 1892), pag. 19. Tommaso Perrenot, signor di Chantonnay a Filippo II. Vienna 28 ottobre 1568. " ....el Emperador, á ruego del dicho Duque, ha consentido que el Archiduque pase en la capitana de Saboya que sellama la *Duquesa*... „.

delle galere (1). Il maggiordomo Francesco Tana fu scelto a servizio del principe e mandato a Genova (2).

La notte del 4 novembre il Leynì ricevette una lettera del Duca scritta il 1° del mese, con ordine di trovarsi a Genova il 5. Egli si trovò in grave imbarazzo, non essendo ancora giunto il gabelliere Nicolino Ratto, che doveva pagargli il restante trimestre luglio-settembre e l'ultimo trimestre dell'anno (3), ed inoltre avendo ancora da compiere gli ultimi preparativi. Egli rispose quindi che fino agli 8 non poteva arrivare a Genova (4). Fortunatamente giunse in tempo il 9 del mese. L'arciduca, dopo essersi abboccato con Em. Filiberto a Tortona (5), arrivò alla sera dello stesso giorno a Genova (6), dove il maggiordomo Tana diresse il servizio della sua casa in modo inappuntabile. L'arciduca salì il 10 sulla *Capitana* di Savoia, ed i riguardi e le cortesie ricevute dal Leynì e dagli ufficiali piemontesi furono così squisite, che scrivendo al fratello ebbe infinite parole di elogio e di riconoscenza per tutti, e specie pel Leynì (7). Facevano scorta d'onore, oltre le galere di Savoia, 5 galere di Genova, cioè la *Capitana* di Gio. Andrea Doria, 2 dei Lomellino e 2 dei Centurione, armatori genovesi (8). Da Genova, senza fermarsi nè a Nizza nè ad Antibo, veleggiò alla volta di Spagna (9). Egli si fermò alla corte di Filippo II tutto l'inverno fino

(1) Lett. cit. al Leynì del 30 ottobre. Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 31.

(2) Lettere citate del 30 e 31 ottobre al Leynì. — V. sulla famiglia *Tana* il Savio, *La famiglia Tana di Chieri* in " Giornale Araldico Genealogico „, XVIII (1890-91), pag. 13-17.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 380. Torino, 25 ottobre 1568.

(4) *Id. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Villafranca, 4 novembre 1568.

(5) *Id. Vienna, Lettere ministri*, mazzo III. Della Croce al Duca. Vienna, 25 novembre 1568. " La sera inanti sua [*dell'Imperatore*] partita gionse il Gabrino, suo cam.re, da Genova, il quale ha posto sino al nono cielo le cose di V. Alt. cioè la sua andata a Tertona ad incontrar l'arciduca, et l'apparato delle gallere „.

(6) *Colección* cit., vol. cit., pag. 50. D. Luis de Vanegas al re. Vienna 23 novembre 1568. " El Archiduque llegó á Génova á los 8 deste mes „. In realtà l'arciduca giunse il giorno dopo. *Arch. di Stato di Torino. Lett. part.* Leynì al Duca. Genova, 9 novembre 1568. " Questa mattina ho scritto a V. A. il nostro arrivo qua, *et questa sera al tardi* è gionto poi il sermo Arciduca „.

(7) *Id.*, pag. 51 " llegó un criado ... de Génova, el qual ... trajo nueva como el Archiduque se embarcó á 10 deste en las galeras del Duque de Saboya „. — *Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, loc. cit. Della Croce al Duca. Vienna 6 gennaio 1569. " ... Non devo anco lasciar di dire a V. A., non ostante che Mons.r di Leynì mi sia cugino germano (per non tacerle cosa cho mi dicesse sua M.tà), che la mi disse ch'esso Ser.mo suo fratello le haveva particolarmente scritto la gran sodisfa.ne che haveva havuto di conoscer et pratticar detto Mons.r di Leinì lodandolo infinitamente, et anco Mons.r il Maestro Tana dandogli l'honor di ben compito maggiordomo ... „.

(8) Lett. cit. del Leynì del 9 novembre.

(9) *Id.* Della Croce al Duca. Vienna. 23 dicembre 1568. " Hebbi con l'ordinario passato una lettera dil s.r Scaramuzza (*maestro delle poste nel ducato*], dove mi dava avviso come il ser.mo Arciduca era passato a Nizza et Antibo senza smontar in alcun luogo per non perder il bel tempo che haveva di seguir suo viaggio „. Nella *Colección* cit., loc. cit., si dice che a Vienna si credeva " que tambien el Duque de Saboya le aguardaba en Niza „, ma le notizie del Della Croce sono troppo esplicite. Nello stesso luogo si avverte pure che " el Archiduque [*oltre le galere di Savoia*] lleva otras seis de las de V. M. „. — Quanto agli storici piemontesi il Tonso, pag. 175, dice che il Leynì accompagnò l'arciduca in Ispagna, senz'altro. Così pure il Guichenon, pag. 689. Il Gioffredo, col. 1545, afferma che il Duca incontrò l'arciduca a Gavi, e con lui si recò a Nizza, dove poi Carlo s'imbarcò per la Spagna. Ora questa notizia è inesatta. Il Duca incontrò Carlo a Tortona, e Carlo s'imbarcò a Genova, e non si fermò in alcun luogo. — Naturalmente prima di entrare nel territorio ligure il Duca ne avvertì la Signoria di Genova, e la pregò di apparecchiargli l'alloggio a Gavi ed in altri luoghi (*Arch. di Stato di Genova. Lettere principi*, loc. cit. Abbadia di S. Bartollomeo, 4 novembre

all'aprile del nuovo anno 1569, quando sulle galere di Genova e di Spagna fu da Gio. Andrea Doria ricondotto in Italia. Il 19 aprile giunse a Savona, dove Em. Filiberto venne con bel seguito ad incontrarlo. Conferirono insieme sulle questioni del Monferrato e del Finale, che allora occupavano molto il Duca ed i suoi ministri, e si lasciarono reciprocamente soddisfatti. L'arciduca promise ad Em. Filiberto di abbracciare i suoi interessi, e sostenerli con ogni energia presso l'imperatore suo fratello (1).

4. — Ai primi del 1569 il Leynì tornò di Spagna a Villafranca (2), ed ebbe occasione di condurre a buon termine un atto di molta importanza con Onorato I Grimaldi, signore di Monaco. I Grimaldi di Monaco erano vassalli dei duchi di Savoia per 11 parti di Mentone e Roccabruna fin dal 1448: ad ogni successione dovevano quindi riceverne l'investitura (3).

Nel 1506 il Duca Carlo II (III) l'aveva concessa a Luciano Grimaldi, salito alla signoria di Monaco coll'assassinio del fratello Giovanni: ciò procurò a Carlo non poche noie, perchè i Genovesi intrapresero una guerra per abbattere il fratricida (4). Quando poi Em. Filiberto succedette a Carlo, egli volle conoscere esattamente quali legami lo unissero al signor di Monaco, e nel 1556 dal Leynì, che ritornava in Piemonte dopo un breve viaggio a Bruxelles, avea fatto avvertire il conte Gio. Amedeo Valperga di Masino, suo luogotenente, perchè venissero esaminate le carte e patenti

---

1568), ma essendosi poi incontrato coll'arciduca senza fermarsi, rinunziò alla domanda già fatta (*Id.*, Castellazzo 6 novembre 1568).

(1) Gioffredo, col. 1545-46. Assereto, *Cronache savonesi dal 1500 al 1570 di Agostino Abate*, p. 210-11. " .... e la cauza de la sua [*dell'Arciduca*] venuta si fu per essere a parlamento con lo signore Duca di Savoia, e lo jorno seguente, che fu ali 20 de aprile a ore 13 ½ jonse in Saona lo dito Duca de Savoia e avia con lui cavali 150, quale fu alogiato in fosa vera in casa di Nicherozo Bertoroto e lo duca de Savoia ne andò a vizitare larciduca in la sua stancia e più volte furono a parlamento insieme e lo terzo jorno havendo concluzo lo loro negocio larciduca se inbarcò sopra le sue galere navicando a suo camino „.

Arch. di Stato di Torino. Registri, lettere della Corte, 1569, fol. 166. All'Arciduca Carlo. Torino, 14 aprile 1569. " ...per schivargli questa fatica di venire da me, mi son risoluto di partire posdomani che sarà alli sedeci del presente per andar ad incontrarla a Nizza; et per non fallarla per strada et per più mia commodità mi inviarò alla volta di Savona et di là a Nizza, su le Gallere mie „. *Arch. di Stato di Modena*, loc. cit. Gaspare Fogliani al Duca di Ferrara. Torino, 20 aprile 1869. " questa Alt. partì per Savona là ove si dovevano ritrovare le sui gallere per levarlo, et andare a Nizza ad incontrar l'arciduca Carlo, come le scrissi con le antecedenti mie „. Anche questa volta il Duca aveva chiesto alla Signoria di Genova il permesso di recarsi a Savona. V. *Arch. di Stato di Genova*, loc. cit. Torino, 11 aprile 1569. E da Savona scrisse al Della Croce il risultato dell'abboccamento coll'arciduca. *Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri*, mazzo IV. Savona, 22 aprile 1569. " Qui siamo venuti a visitare il ser.^{mo} s^{r} Archiduca Carlo, sì come ne haveva significato per le sue al quale havendo fatto motto de nostri particolari negocij in quella corte, ne ha detto che lasciassemo fare a lui et che ne voleva tener la protettione „.

Quanto alle cose private del Leynì, Em. Filiberto già nella fine del 1567 aveva ceduto all'ammiraglio il feudo di Balangero per 3000 scudi; nel 28 novembre 1568 accordò a lui ed ai suoi discendenti la facoltà di alienarlo. V. *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 12, fol. 210-11.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari. Il Portughese* al Duca 28 dicembre 1568 " ... tanto più che essendo in navigatione Mons.^{r} de Leinì .... „.

(3) Cais de Pierlas, *Documents inédits sur les Grimaldi et Monaco et leurs relations avec les Ducs de Savoye suivis des Statuts de Menton* (Turin, Bocca, 1885), pag. 53-54.

(4) Calligaris, *Carlo di Savoia, e i torbidi Genovesi del 1506-7*, in " Atti della società ligure di st. patria „, XXIII (1890-91), pag. 533.

antiche le quali riguardavano la dipendenza feudale di Monaco (1). Dopo la pace di Cateau-Cambrésis Onorato I Grimaldi, in base agli antichi trattati, cercò di ottenere l'esenzione dal diritto di Villafranca, e mandò presso il Leynì nel 1568 Urbano Cerrato e Gio. Agostino Montoglio, auditore della camera l'uno, gentiluomo di corte l'altro, ad iniziare trattative. Il Leynì si mostrò favorevole ad un accordo. Em. Filiberto informatone volle conoscere a fondo la cosa, ed il signor di Monaco mandò a Torino le scritture sulle quali appoggiava la sua domanda. Il documento principale era una transazione fra quelli di Nizza e di Monaco del 6 gennaio 1329, dove i Monacesi s'impegnavano a non esigere alcun dazio dai Nizzardi, allora sudditi del Re Roberto d'Anjou, ed una dichiarazione di Roberto del 30 giugno 1339, dove si stabiliva l'esenzione come reciproca fra le due parti. Ora nel 1342 quelli di Monaco si rifiutarono di ammettere le patenti del Re Roberto, e pretesero il pagamento dai Nizzardi, dicendo che il loro dazio era l'unico mezzo per sostenere il castello di Monaco contro i nemici, e che sotto tale esenzione si tentavano frodi. Dopo il 1342 non ebbero più questioni, fino al 1516, nel qual anno i Nizzardi si lagnarono col Duca Carlo, che quelli di Monaco avessero preteso di nuovo pagamento del dazio. Carlo fece un'inchiesta, e chiese la restituzione ai suoi sudditi del danaro sborsato; pare nondimeno che uno solo abbia riavuto il suo (2).

Em. Filiberto era favorevole ad accettare le proposte del Grimaldi: però desiderava che l'esenzione pei Monacesi riguardasse gli antichi dazi di Nizza, di cui si parlava nelle patenti del Re Roberto, e quindi fosse escluso il diritto di Villafranca, perchè, scriveva egli, si trattava di dazio nuovo, ed accordato recentemente dal Pontefice Giulio III per pubblica utilità " e defensione de cristiani da pirati et altri infedeli e nemici della santa Chiesa Catt^ca Ap^ca Romana „. Egli consultò il suo consiglio di stato, ed i consiglieri espressero opinione uguale alla sua. Il Leynì ebbe quindi ordine d'insistere perchè i Monacesi continuassero a pagare il diritto di Villafranca (3); sebbene il Duca in una sua al signor di Monaco esprimesse il desiderio vivo di accordarsi con lui (4). Ma il Grimaldi tenne duro, ed il Leynì, stimando opportuno soddisfarlo, il 9 agosto 1569 esentò quelli di Monaco da tutti i dazi di Nizza e Villafranca, compreso il famoso diritto, almeno finchè il Duca avesse mandato decisione concreta in proposito. L'esattore del diritto, Antonio Lomellino, ebbe però ordine di prender nota delle navi e merci di Monaco, che passavano in quei mari, senza pretendere alcun pagamento (5).

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Masino al Duca. Vercelli, 13 agosto 1556. " Circa quello che v. Alt. desidera sapere come sy son governati suoy Ill^mi predecessori colli sig^ri di Monaco tanto per rispetto dj Monaco, quanto di Mentone et Roccabruna per sapere che diritto et autorità sia la sua con loro, sicome per parte di v. Alt. mi ha rifferto Mons^r di Leynì, li s^ri Maestri de la Camera si ritrovano dy presente in la val d'Avosta. Io non mancarò dy avisarli de la mente di v. Alt. et che ricerchino con ogni diligentia tutte le scritture concernenti questo particolare „.

(2) *Id., Registri lettere della corte 1569,* fol. 270-71. A mons^r di Leynì. Torino, 8 luglio 1569.

(3) *Id.,* fol. 268-69. A Mons^r di Leynì, 8 luglio 1569, pubbl. dal Saige, *Documents historiques relatifs à la principauté de Monaco depuis le quinzième siècle,* II, pag. 150-51, v. anche l'" Introduzione „, pag. LXXVII.

(4) Saige, op. cit., pag. 149. Em. Filiberto ad Onorato I. Torino, 7 luglio 1569.

(5) *Id.,* vol. III, pag. 143-45. Declaration d'André Provana General des gallères de Savoie et gouverneur de Villefranches sur l'exemption des Monégasques du droit de Villefranche. Villefranche, 9 aoust 1569.

Così si continuò per alcuni mesi, quando al principio del 1570 il Lomellino arrestò alcune barche di Mentone, e volle il pagamento del diritto, contro la dichiarazione del Leymì. Egli agiva probabilmente con proposito deliberato, perchè di quel diritto era appaltatore, e come tutti gli appaltatori vedeva di mal occhio le esenzioni ducali, che diminuivano i suoi introiti. Ma Urbano Cerrato, a nome del Grimaldi, scrisse ad Em. Filiberto, lagnandosi dell'accaduto (1), ed allora il Duca accordò al signor di Monaco l'esenzione intera dal diritto fino a 200 scudi all'anno. L'atto è del 15 novembre 1570. Il Grimaldi ebbe così quanto desiderava (2).

5. — Nel 1569 le questioni religiose che dopo la cacciata degli Ascros avevano lasciato in quiete relativa lo Stato sabaudo, risorsero vivissime causa gli avvenimenti di Francia. La pace di Longjumeau del febbraio 1568 non aveva punto restituito al regno la sua tranquillità. I cattolici, ed in particolare il duca d'Anjou, Enrico di Valois, il futuro Enrico III, erano malcontenti della tregua, e gli Ugonotti non si mostravano concilianti, cosicchè già nell'agosto 1568 le ostilità erano riaperte. Caterina de' Medici fece sospendere il libero culto dei riformati, con bando ai loro ministri di uscire entro 15 giorni dallo Stato, pena la vita. Il duca d'Anjou, generalissimo dell'esercito reale, assalì a Jarnac il 13 marzo 1569 con forze preponderanti il principe di Condé, capo degli Ugonotti, che dopo breve scontro rimase sconfitto e perdette la vita. Ma i protestanti non piegarono, e pochi mesi dopo, nel giugno di quell'anno, alla Roche-Abeille, ottennero un successo sui Cattolici (3).

Durante la guerra, gli Ugonotti del Nizzardo, sempre numerosi, osservavano i movimenti dei loro correligionari, mantenendo relazioni occulte e continue coi medesimi. La cosa non era sfuggita al Leymì ed al Duca, essendo avvertiti minutamente da un prezioso informatore, che si firma sempre il *Portughese*. Questo agente sapeva insinuarsi con Cattolici ed Ugonotti ad un tempo, e trarne numerose informazioni. Già nel 1567 egli aveva scoperto e palesato al Duca la progettata sollevazione del Condé e del Coligny (4). Ora nella fine del 1568 fiutò un maneggio segreto, che mirava a sollevare la Provenza ed il contado di Nizza, e lo comunicò tosto al Leymì, tornato allora di Spagna (5), il quale ne fece avvisato il Duca. Questi da buon vicino mandò notizia d'ogni cosa al cardinale Strozzi ed a Giovanni di Pontèves, conte di Carces, governatore di Provenza quando mancava il conte di Tenda (6). A Nizza da parecchi

(1) Saige, *id.*, pag. 153-54. Urbano Cerrato ad Em. Filiberto, 1570.

(2) *Id.*, pag. 154-56.

(3) Lavisse e Rambaud, *Histoire générale*, cit., v. 138.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Il *Portughese* al Duca. Nizza, 4 gennaio 1567. — V. pag. 87, nota 1.

(5) *Id.* Nizza, 28 dicembre 1568 e 4 gennaio 1569.

(6) *Id.*, *Registri lettere della corte*, 1569, fol. 37. Al card. Strozzi. Torino, 19 gennaio 1569. " Ill^mo et R^mo sig^r. — Scrivo al s^or di Leiny generale di mie gallere di significar a V. S. Ill^ma alcune pratiche ch'io ho intese le quali ponno concerner il servitio di sua M. chr^ma et anche il mio et di dirle sopra ciò il mio desiderio. Prego V. S. Ill^ma che sia contenta dargli quella credenza che farebbe a me medesimo et di prender intorno a ciò quella risolutione ch'io spero dalla molta prudenza et

mesi era detenuto un ugonotto molto sospetto, Gaspare Giusto, da Castelnuovo. Il Leynì avrebbe voluto deferirlo al senato di Torino, mentre il Duca preferiva farlo esaminare colà (1). Come in quei giorni si attendeva l'arciduca Carlo, ed il Leynì doveva preparare le galere, l'istruttoria non fu neppure incominciata. Stando alla giustizia, certo l'accusato doveva essere esaminato da un giudice del paese; ma, dato il motivo del processo, qualunque giudice nizzardo era sospetto (2). Appena il Leynì fu di ritorno a Villafranca, il Duca ascoltò il suo consiglio, e mandò ordine si traducesse il Giusto a Torino (3). Contemporaneamente a Montmélian si era scoperta una congiura gravissima. Un capitano francese, il s^{r} de la Coche, delfinengo, aveva subornato alcuni soldati con danaro, perchè lo aiutassero ad impadronirsi di quel castello. Il governatore Alessandro Michele di Jotems, s^{re} di Dallian (4), avvertito dal duca d'Aumale, Claudio di Lorena, che aveva arrestato il de la Coche, pose le mani sui soldati colpevoli (5). Due d'essi, Stefano Martinet e Giovanni Loviset, furono condannati a morte. Ora il Loviset, dopo la sentenza, ai primi di gennaio 1569 parlò di un'impresa che i Ginevrini, d'accordo coi signori di Berna e del Vallese, meditavano sui tre baliaggi, che vedemmo restituiti in questi anni al Duca, con mire anche sulla valle d'Aosta (6). Questa deposizione, sebbene potesse contenere solo falsità, inquietava il Duca, perchè il Vallese s'era mostrato nel precedente anno molto restìo nell'acconsentire alla restituzione accennata, ed in quei giorni, in cui le ire ugonotte erano scottanti nella Francia e nei suoi Stati, una guerra cogli Svizzeri poteva riuscir fatale al ducato. Em. Filiberto sapeva che, quando fosse assalito od assalisse i cantoni svizzeri di religione calvinista, gli Ugonotti del suo Stato gli si sarebbero sollevati alle spalle. Furono probabilmente queste considerazioni che indussero il Duca a rinunziare al distretto di Monthey nel Vallese, ed a stringere con questo cantone una lega perpetua a Thonon il 4 marzo (7). Tut-

---

amorevolezza sua, et rimettendomi al sudetto et offerendomi di core a V. S. Ill^{ma} le prego dal s^{or} Iddio ogni prosperità et contento. Da Torino alli XIX di Genaio 1569. Di V. S. Ill^{ma} et R^{ma} servitore
Il Duca di Savoia.

Id., a mons^{r} di Carces.

(1) *Id.*, *Registri*, ecc. 1568, fol. 389. A Mons^{r} di Leynì, 31 ottobre. — *Id. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Lett. cit. del 4 novembre 1568 "... per far le cose giuridiche, bisognerebbe per forza farlo esaminare da alcuno officiale di questo paese, li quali tutti in questo caso tengo suspetti, sì che per esser la cosa dell'importanza che V. A. può considerare, mi pare che la dovrebbe ordinare... di farlo condur costì a Torino, et metterlo in mani di qualche persona esperta et sufficiente „. V. anche lett. cit. del Leynì del 9 novembre 1568.

(2) *Id.*, *Registri*, cit. fol. 39. A mons^{r} di Leynì, 30 gennaio 1569.

(3) *Id.*, Lett. cit.

(4) V. notizie di questo signore e degli altri governatori di Montmélian in Dufour e Rabut, *Montmélian, place forte* in " Mémoires et documents publiés par la Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie „, vol. XX. Chambéry, Bottero, 1882, pag. 9.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Francia Lettere ministri*, mazzo II. Il Duca all'amb. Crest. Torino, 4 dicembre 1568. — Em. Filiberto chiese al duca d'Aumale e fece pregare il re Carlo IX, la regina Caterina de' Medici, ed il card.^{e} di Lorena perchè gli fosse consegnato il la Coche; ma non potè ottenere nulla. V. *Id.*, loc. cit., lett. cit., ed altre due pure al Crest del 22 gennaio e 14 febbraio 1569.

(6) *Carteggio e memorie* cit., III, n. 2. Confessioni di due condannati a morte. Montmélliian, 4 gennaio 1569.

(7) Ricotti, II, 270.

tavia simili coincidenze di macchinazioni in varie parti del ducato lo preoccuparono non poco.

Egli attese all'aumento delle fortificazioni e della sorveglianza nel contado di Nizza. Cento scudi furono dati al conte Benedetto Cacherano di Bricherasio, comandante del forte di Gillette, perchè lo rinforzasse, ed il Leynì ebbe ordine di visitarlo e farne relazione. Altra gente sospetta venne arrestata per mezzo del *Portughese*; in particolare il comandante del forte del Puget, Alessandro Costantino, riuscì a mettere le mani su un Claudio Jordan, che insieme ad un compagno, Claudio Arnaud, era venuto da Provenza. L'Arnaud riuscì a fuggire dirigendosi verso il Piemonte, ma il *Portughese* s'affrettò a mandarne i connotati al Duca (1).

Lo scontro di Jarnac servì per un momento ad attutire gli Ugonotti. Caterina se ne rallegrò in una sua lettera ad Em. Filiberto (2), il quale pure ne sentì grande sollievo, tanto più che da informazioni varie egli sapeva che gli Ugonotti di Francia avevano progettato un'invasione nella Bressa: 2000 fanti e 1000 cavalli, oltre a vari pezzi d'artiglieria stavano raccolti sotto Ludovico di Genlis. La sconfitta del partito ora rassicurava il Duca dalle ostilità (3). Egli annuì pure alla domanda di Carlo IX di mandare le sue galere in osservazione nel porto di Marsiglia, durante l'assenza della flotta francese che usciva alla volta dell'Atlantico (4), mentre alcuni mesi prima aveva rifiutato una sola galera al conte de la Mole per non diminuire le sue forze (5). Scrisse quindi al barone de la Garde comunicandogli il prossimo arrivo della sua flottiglia (6), ed il 9 luglio mandò ordine al Leynì di partire alla volta di Marsiglia. Qui giunto, se le galere del Re andavano in ponente, aveva il Leynì facoltà di rimanere, ma se il viaggio loro non s'effettuasse, doveva ricondurre le navi a Villafranca, e se anche i ministri del Re avessero voluto trattenerlo, persistere nella decisione, facendo però ritorno quando la sua presenza fosse realmente indispensabile (7). Non era ancor partito il Leynì, che Gio. Andrea Doria faceva anch'egli domanda al Duca delle sue galere. Emanuele Filiberto rifiutò, dicendo che, quand'anche la presenza loro non fosse necessaria a Marsiglia, del Leynì egli aveva bisogno, e che al solito non si fidava di mandar le galere senza l'ammiraglio.

Il Leynì si recò dunque a Marsiglia, ma, come il Duca prevedeva, la sua presenza fu inutile, non essendo ancor partite le galere di Francia. Egli s'affrettò a ritornare nella seconda metà di luglio a Villafranca, dove fu di grande utilità negli avvenimenti che si succedettero in quel contado (8). Lo ritroviamo nell'autunno a Marsiglia, ma allora gli Ugonotti avevano ripreso ardire e minacciato la tranquillità in Provenza.

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Il *Portughese* al Duca. 22 marzo 1569.

(2) De la Ferrière, *Lettres de Catherine de Médicis*, III, pag. 234. Caterina al Duca. 31 marzo 1569.

(3) *Id.*, pag. 227. Caterina al Duca, Joinville, 13 febbraio 1569. — *Arch. di St. di Torino. Francia. Lettere ministri*, mazzo II. Crest al Duca. Metz, 18 maggio 1569.

(4) *Carteggio e memorie* cit., III, n. 9. Carlo IX ad Em. Filiberto. Metz, 4 marzo 1569.

(5) *Arch. di St. di Torino. Registri* cit., fol. 39. Lett. cit. al Leynì del 30 gennaio 1569.

(6) *Id.*, fol. 196. Al s^{r} barone de la Garde. Torino, 1^{o} maggio 1569.

(7) *Id.*, fol. 279. A mons^{r} di Leynì. Ivrea, 9 luglio 1569.

(8) *Id.*, fol. 281. Al s^{r} Andrea Doria. Aosta, 11 luglio 1569. Fol. 282. Al s^{r} Gio. Andrea Doria. *Id.*

Fra gli Ugonotti od intriganti arrestati a Nizza c'era un Antonio Faverge, molto addentro negli affari dei conti d'Ascros e della signora di Beuil. Interrogato, confessò che a Torino abitava uno il quale guidava la baronessa in tutte le sue azioni, e che faceva da intermediario fra lei e i due fratelli d'Ascros, Federico e Francesco (1). Il Duca riuscì a porre le mani sull'individuo designato dal Faverge, ma non appena la baronessa ne fu avvertita, temendo che le confessioni di quel suo ministro non la compromettessero, pose mano a fortificare Beuil e raddoppiare i presidi nelle sue terre, distribuendo armi ai suoi sudditi. Il Duca, che allora s'era recato in Savoia per osservare da vicino le cose di Francia, raccomandò al Leynì di tener d'occhio la baronessa e di informarsi minutamente d'ogni sua azione (2).

Intanto ad Aix in Provenza il conte di Carces pose le mani su uno spione, che veniva dalla Rochelle, quartiere generale del Re di Navarra, Enrico di Bourbon, e dell'ammiraglio Coligny, succeduti al Condé nella direzione degli Ugonotti. Lo spione messo alla tortura tra l'altro confessò che gli Ugonotti volevano impadronirsi di Barcellonetta e di S^{t} Paul, terre del ducato di Savoia (3), ed aggiunse che esistevano pratiche di sudditi ducali per sorprendere alcune piazze dello Stato e togliere la vita ad Em. Filiberto, dietro istigazione degli Ugonotti di Francia (4). Il Duca fu avvisato di tutto dal segretario Marco Secco, allora ad Aix, e dal Carces stesso (5), il quale chiese subito istruzioni alla corte, mandandovi l'abate di Belle Étoile. L'ambasciatore piemontese, Giuseppe Montmayeur, sig^{re} di Crest, a cui l'abate comunicò sommariamente il fatto, s'affrettò egli pure a scriverne al Duca (6). Carlo IX, quando conobbe l'accaduto, ordinò al Carces di rimettere l'arrestato al parlamento d'Aix, che ne facesse il processo. Ma Em. Filiberto, inquietissimo, desiderava gli fosse consegnato per esaminarlo e trarne le confessioni possibili. Quindi raccomandò al Crest di farne domanda al Re, ed inviò nel frattempo a Nizza e di qui ad Aix il segretario del senato di Torino, Gio. Battista Carrocci. A Nizza il conte di Rivara avrebbe munito il Carrocci delle opportune istruzioni: egli poi ad Aix si presenterebbe al Carces ringraziandolo dell'arresto eseguito, e lo pregherebbe di interrogare lo spione su alcuni punti che stavano molto a cuore del Duca. Lo spione aveva accennato vagamente che della congiura facevano parte alcuni signori della casa di Beuil; il Duca voleva specificasse quali fossero questi signori, perchè v'erano quelli di Beuil propriamente detti, cioè il barone ed i suoi fratelli, e v'erano i conti d'Ascros, ed il figlio del Beuil, Annibale, s^{r} di Laval. Inoltre era necessario che lo spione dicesse chi aveva scritto le lettere da lui portate, e a chi erano indirizzate: se sudditi ducali o forestieri, se gente solita a frequentare lo Stato piemontese o no, e qual fosse la loro abitazione. Quanto alla congiura diretta contro Barcellonetta, S^{t} Paul ed altre terre, come la valle di Pragellato e d'Angrogna, di Cuneo, Caraglio, ecc., chiedeva il Duca quali fossero i complici dei signori accusati. Lo spione aveva detto che un

(1) *Id.*, *Lettere particolari*. Il *Portughese* al Duca. 23 giugno 1569.

(2) *Id.*, *Registri*, cit., lett. cit. al Leynì. Ivrea, 9 luglio 1569.

(3) *Id.*, *Francia*, *Lettere ministri*, mazzo II, Marco Secco al Duca. Aix, 28 marzo 1569.

(4) *Id.*, Il Duca al Crest. Torino, 18 marzo 1569.

(5) V. nota 3. *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari*. Il conte di Carces al Duca. Aix, 30 marzo 1569.

(6) *Id.*, Verdun, 19 aprile 1569.

signore di Beuil doveva recarsi in Piemonte con altri gentiluomini vestiti da villani per incontrarsi col Duca in una partita di caccia e dargli la morte. Chi erano questi altri gentiluomini? Il Carrocci portava anche una lettera pel Secco, a cui il Duca raccomandava la massima diligenza ed attenzione nel caso presente (1). Il Carces fece interrogare lo spione alla presenza del Carrocci su tutti i punti indicati (2), ma siccome il Duca chiese in seguito esplicitamente la consegna dello spione per esaminarlo (3), il Carces si rifiutò: anzi il 9 maggio lo avvertì che il processo volgeva già a termine per lo spione, mentre incominciava per alcuni provenzali da lui accusati (4).

Venne l'estate, ed Em. Filiberto visitò la Bressa e la Savoia, sia per le trattative cogli Svizzeri, sia per vedere da vicino i successi di Francia. Mentre era a Chambéry nella fine di settembre ebbe una lettera del duca d'Alba, che lo pregava di mettere a disposizione del duca di Nagera e del contestabile di Navarra, suo figlio, una galera per ritornare in Ispagna. Sulle prime Em. Filiberto rispose con un rifiuto, dicendo che le galere sue stavano in crociera lungo la costa di Provenza per conto del Re di Francia (5), ma poco dopo, vedendo che la loro presenza in quelle acque era inutile per la vittoria di Montcontour riportata il 3 ottobre dal duca d'Anjou sugli Ugonotti (6), consentì alla domanda, e scrisse al Leynì di preparare due galere. Pare che in quei giorni la salute del nostro ammiraglio fosse mal ferma: il Duca gli lasciò facoltà di recarsi egli stesso ad imbarcare i due signori, oppure di farsi sostituire dal Galléan suo luogotenente (7). Il 30 ottobre il duca di Nagera ed il contestabile arrivarono a Chambéry, quando già Em. Filiberto era ritornato in Piemonte; il 4 o 5 novembre erano attesi a Torino, ed il 9 o 10 a Genova, dove il Leynì od il Galléan dovevano imbarcarli. Ma il Duca all'ultimo espresse il desiderio che il Leynì non partecipasse al viaggio, e piuttosto si recasse a Torino, dove la sua presenza era necessaria (8).

Continuavano intanto i processi in Savoia ed a Nizza degli Ugonotti arrestati. Antonio Faverge, esaminato di nuovo, ai primi di novembre, confessò che quando il capitano Stefano Baratta stava per occupare il castello di Todon, era venuto da Ginevra a Cuebris, dove vedemmo avevano posto dimora nel 1566 i signori d'Ascros, un ministro calvinista, Antonio Ramusat, il quale con un altro ugonotto, di nome Fabri visitava anche a Villar la baronessa di Beuil. Ora essendo corsa la voce che i due ugonotti erano stati arrestati dagli ufficiali del Duca, il cap. Garin di Cuebris ne diede notizia ai fratelli d'Ascros. La nuova procurò ai medesimi " tanto dollor et fastidio ... che non potea esser magiore, con dir imparolle che più presto haves-

(1) *Carteggio e memorie*, cit. III. n. 15. " Instruttione a voi Gio. Battista Carrocij secr° dal nostro Senato de quanto havrete da fare a Nizza et in Aix di Provenza per n^r° servicio „. 1° aprile 1579.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Il conte di Carces al Duca. Aix, 16 aprile 1569.

(3) *Arch. di Stato di Tor. Registri* cit., f. 183. Torino, 30 aprile 1569.

(4) *Arch. di St. di Tor. Francia. Lettere ministri*, mazzo II. Carces al Duca. Aix, 9 maggio 1569.

(5) Lavisse et Rambaud, op. cit., V, pag. 139.

(6) *Id., Registri* cit., fol. 352. Al duca d'Alba. Chambéry, 2 ottobre 1569.

(7) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 354. A mons^r di Leynì. Chambéry, 3 ottobre 1569.

(8) Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 31. – *Registri* cit., fol. 372. A mons^r di Leynì. Rivoli, 1° novembre 1569. " Et perchè voi non andarete in questo viaggio, havemo a caro che ne veniate da noi per cose di nostro servitio et quanto più tosto sarà il meglio „.

sero perso il castello de Thodone, il castello des Cros et ogni cossa et substantia loro che tel cossa fussi et questo era per dubio che non si scoprisse la negotiation, che fasiano „. Invece la voce era falsa. Il Faverge aggiunse che quando il Ramusat ed il Fabri si recarono a Villar, non era presente il barone di Beuil, ma che vi andò poco dopo, e che durante la sua residenza in quel feudo, il Ramusat di notte lo visitò spesso. Quando poi i due fratelli di Ascros si chiusero nel castello di questo nome, diceva il Faverge, che Francesco, e qualche volta anche Federico, di nascosto andavano col Ramusat a Villar, e che dopo l'occupazione del castello di Todon dal Baratta, Ottaviano d'Ascros di corte mandò un lacchè ai fratelli per avvertirli che il Duca l'obbligava a rimettere anche il castello d'Ascros, e che non l'aveva lasciato libero finchè non ebbe scritto l'ordine, e che dopo la consegna il Duca prometteva in compenso qualche feudo a Carignano. Tutte queste cose, affermava il Faverge, erano dette pubblicamente dal Fabri (1).

Il Duca che desiderava illuminare queste mene e confessioni tenebrose, tornò ad insistere presso la corte di Francia per ottenere la consegna dello spione di Aix. Il segretario Marco Secco ebbe ordine di recarsi a Parigi, ed insieme al Crest, ambasciatore residente, di farne viva istanza presso il Re Carlo IX e la Regina. Quando le loro Maestà non ottemperassero alla sua legittima domanda, egli doveva rimostrare quanta importanza esso Duca riponesse in tale consegna, trattandosi di cosa che toccava la sua vita, e non più l'interesse del Re. Infatti, come dicemmo, ad Aix era cessato il processo in corso, essendo apparsa l'innocenza degli accusati riguardo alle cose del regno. Ma restava sempre l'imputazione di aver macchinato contro lo Stato e la vita del Duca, il quale osservava, che come, quando si fosse trattato della vita del Re avrebbe esposto non che la vita di un prigioniero, ma la sua propria ed i suoi beni, così era debito del Re fare il simigliante, e che un rifiuto in questo caso mostrava poco interesse a suo riguardo (2). Perchè non vi fossero indugi al viaggio del Secco, Em. Filiberto scrisse al conte di Tenda di lasciarlo in libertà (3). Mandò pure a Barcellonetta Gio. Battista Carrocci, tornato di recente da Aix, perchè procedesse all'arresto di un Giovanni Gavot, uomo sospetto, e lo trasportasse con buona scorta a Torino. In caso però che il Gavot fosse uscito dallo Stato, ordinava al Carrocci di non più occuparsene, finchè il Re non avesse soddisfatto le domande fattegli. Da Barcellonetta il Carrocci doveva recarsi ad Avignone, presso il cardinale d'Armagnac, che governava in qualità di legato questo Stato pontificio, e chiedergli l'arresto dei capitani Lisle e Mormoyron, accusati pure dallo spione. Egli era provveduto di alcuni brevi di Pio V che ordinavano tale detenzione. Il Lisle ed il Mormoyron, secondo il desiderio del Duca, dovevano essere chiusi in prigioni separate, senza comunicazione possibile nè tra loro nè con altri, e senza far loro noto il vero motivo dell'arresto (4).

L'insistenza di Em. Filiberto in queste domande era giustificata. Egli comprendeva che nelle varie deposizioni sentite sia nel ducato sia in Francia si nascondeva

(1) *Arch. di St. di Torino. Lettere particolari.* Il *Portughese* al Duca. 4 novembre 1569.
(2) *Id., Francia. Lettere ministri,* mazzo II. Il Duca al Crest. Torino, 26 novembre 1569.
(3) *Id.* al conte di Tenda " per l'expeditione dil sec^rio Secco „. Torino, 26 novembre 1569.
(4) *Id.* " Instruttioni a Ms. Battista Carroccio „. Torino, 26 novembre 1569.

un vasto tradimento, e che ponendo a confronto tutti gli arrestati si poteva forse scoprire il filo conduttore. L'avvenire doveva dar ragione all'oculato principe.

6. — Il Pontefice Pio V osservava da lungo tempo le cose religiose del ducato e ne sentiva poca soddisfazione, come già accennammo nelle prime pagine di questo capitolo. Ad accrescere lo scontento del Pontefice si aggiunse un incidente di qualche gravità. Nell'estate 1569 il raccolto del grano in tutta l'Italia era stato molto scarso, sicchè nacque una gravissima carestia. Pio V, per sollevare le sofferenze di Roma, fece incetta di grano in Provenza, pare, per 24 navi. Ora avvenne che una di queste navi toccò Villafranca. Il comune di Nizza non potè trattenere i cittadini affamati. Pagò ai mercanti il prezzo del grano che la nave trasportava, e lo distribuì alla popolazione. La cosa avvenne con tanta celerità, che il castellano di Nizza, il conte di Rivara ed il prefetto Cuffi non poterono opporre la menoma resistenza. La fame del resto era triste consigliera, ed il resistere in quel momento al popolo eccitato poteva esser causa di gravi tumulti. Passata la foga, il 18 novembre, il comune ed il castellano fecero noto l'accaduto al Duca, che ne provò molto dispiacere, temendo che una tal violazione di cose pontificie procurasse molte noie al suo Stato (1). Il Leynì, che dopo la passata del duca di Nagera e del contestabile di Navarra erasi recato a Torino, visitò subito il Nunzio, Vincenzo Laureo, vescovo di Mondovì, gli comunicò il fatto, esprimendo il dispiacere provato dal Duca, il quale aveva già scritto all'abate di S. Solutore, Vincenzo Parpaglia, perchè facesse le sue scuse al Pontefice, e lo pregò di credere che la sola necessità in cui s'erano trovati i Nizzardi aveva causato il doloroso fatto, e che la reverenza del Duca per S. Santità era sempre grandissima (2).

Infatti Em. Filiberto s'era da tempo preoccupato della carestia di Nizza, ed aveva chiesto al governatore di Provenza, conte di Tenda, ed in caso di sua assenza al conte di Carces, l'estrazione di 1500 some di grano per uso delle galere, allo

---

(1) Gioffredo, col. 1545. S'inganna però il Gioffredo nell'epoca dell'avvenimento: lo attribuisce al 1568, mentre è del novembre 1569.

(2) *Arch. Vaticano. Nunziatura di Savoia*, reg. 1°, fol. 37. Lettere del vescovo di Mondovì al card. Alessandrino. Torino, 23 novembre 1569. " Questa mattina in nome di S. A. Mons^r di Leignì, General delle sue galere, è venuto a darmi ragguaglio, che in Nizza per la penuria grande de' grani è stata ad instantia di quel popolo ritenuta una barca delle XXIIII che passorono di là carighe di frumento per servigio di N. S^re; di che si come l'Alt^a S. ne ha sentito straordinario dispiacere, così non potendo per la lontananza del luogo obviare al disordine, desidera grandemente ricompensare il danno nela maniera che piacerà a S. S^tà comandarle; et in questo S. A. non s'è contentata solamente scriverne al s^or Abbate di S. Solutore suo Amb^re in Roma, ma ha voluto, che io con una mia facessi intendere tutto ciò a V. S. Ill^ma, et pregarla humiliss^te, che le piaccia fare opera, che N. S^re con la solita clementia sua si degni in ciò havere risguardo non al modo di procedere d'un popolo impaurito da la fame, ben che catt^co, ma ala somma divotione et osservanza dell'Alt. S. verso di S. B^ne, et a tal effetto esso Mons^r di Leignì mi ha mostrato la lettera che il s^or Castellano di Nizza scrive a S. A. delli 18 del presente, dala quale io ho cavata copia di un articolo, che sarà accluso con questa, il quale come che faccia mentione solo di XII barche, nondimeno il prefato s^re di Leignì mi ha affermato havere aviso, che prima n'erano passate XII altre „. — Debbo molta gratitudine all'Egregio S^r Padre Venzel, direttore dell'Arch. Vat., per la gentilezza con la quale favorì le mie ricerche.

scopo di sollevare il paese (1). Occorreva veramente il permesso del re, ma il Duca, vista la necessità di Nizza, non attese la patente, e reiterò la domanda al conte di Tenda. Le sue galere avevano servito il re nell'estate, sorvegliando la costa di Provenza; dopo un tale servizio Carlo IX non poteva negare la concessione (2).

In questa avvenne la presa di possesso del grano pontificio, e giunse a Torino la lettera del comune di Nizza. Rispose il Duca, lagnandosi amaramente della violazione fatta e della poca cura nel provvedere ai bisogni della città. " Si siamo maravigliati di voi sindici „ scriveva egli, " che habbiate avuto così poca cura et avvertenza alla politica et governo di quella città che a tempo et luogo non si siano fatte le monitioni di grani, et provedere a l'instante bisogno senza lasciarvi ridur a tale estremità che di esser forzati a prendere la sudetta barca, et con questo metterci in travaglio et pena con S. B^ne^ con la quale non vi renderà poca fatica a riparare l'errore che havette commesso „ (3). Il comune obbiettava a sua difesa una proibizione ducale di far incetta di grani per rivendere al popolo. Ma Em. Filiberto rispondeva che dovevano i sindaci ricorrere subito a lui od alla Duchessa, in sua assenza, ed allora avrebbero saputo che tale proibizione non li riguardava, e se anche questo fosse stato, data la necessità in cui erano, egli l'avrebbe rivocata per Nizza, come faceva immediatamente. Scrisse pure al Rivara ed al prefetto Cuffi di impedire qualunque ripetizione di simile caso, che lo avrebbe costretto a punire severamente i capi (4). Al Rivara raccomandò anche di fare l'elenco di tutti i proprietari di grano nel contado e proibire in modo assoluto l'esportazione del medesimo (5). Questi ordini furono puntualmente eseguiti (6).

Em. Filiberto aveva ragione di preoccuparsi dell'accaduto rispetto alla Santa Sede. Pio V sdegnatissimo, e probabilmente mal informato, diede ordine al Nunzio di chiedere la restituzione del grano, con minaccia d'interdetto, essendo il Duca incorso nelle censure della bolla *In Caena Domini* (7). Tale decisione era molto grave. Il vescovo di Mondovì, prelato di molto senno e prudenza, che dal Leynì aveva già appreso come il Duca fosse del tutto innocente, e che solo la necessità aveva spinto i Nizzardi a violare la proprietà della Santa Sede, tenne consiglio col padre inquisitore, Mons^r^ Dionigi, col padre Aquario, lettore di teologia nello studio o università di Torino, e col rettore del collegio dei Gesuiti. Tutti furono unanimi nell'opinione " che non pure il s^or^ Duca non sia in modo alcuno incorso nelle censure de la bolla *in Caena Domini,* perciò che non è stato nè consapevole, nè consenziente de sì fatta ritentione, ma ne anco quelli de la comunità di Nizza, li quali commisero tal atto costretti dalla fame, et non in dispreggio, disubbidienza, o altro verso la Sede Ap^ca^ „. Il vescovo quindi si guardò dal pronunziare l'interdetto, sebbene il grano diviso nel popolo fosse già da' molti giorni smaltito, e quindi impossibile il

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 388. Al conte di Tenda ed a quello di Carces. Torino, 19 novembre 1569.

(2) *Id.*, lett. cit.

(3) *Id.*, fol. 409. Alla comunità di Nizza. Torino, 24 novembre 1569.

(4) *Id.* Al s^r^ di Rivara. Al Prefetto.

(5) *Id.*, lett. cit. al Rivara.

(6) *Id.*, fol. 41. Al s^r^ di Rivara. Torino, 25 gennaio 1570.

(7) Gioffredo, col. 1545.

ricuperarlo. Egli anzi pregò il cardinale Alessandrino, frà Michele Bonello, di far ben note le cose al Pontefice, e che un interdetto ad un principe il cui zelo cattolico era vivissimo, e solo temperato da considerazioni politiche, fosse cosa non solo ingiusta, ma imprudente e pericolosa; s'avvicinava il Natale, che il Duca soleva celebrare solennemente; l'interdetto gli avrebbe impedito l'ingresso nelle chiese e la partecipazione alla festa religiosa; ciò avrebbe sdegnato lui e tutti i cattolici dello stato, mentre gli eretici sarebbero stati felici. Non mancò tuttavia il vescovo, secondo gli ordini della curia, di riferire al Duca come i complici della violazione fossero incorsi nelle censure suddette, e come il papa n'avesse provato molto dispiacere. Em. Filiberto lo assicurò della sua innocenza, ed osservò che non poteva restituire ora quel grano, essendo già stato consumato, ma promise di mandare presto a Roma l'equivalente a sue spese. Diede a credere anche al Nunzio che egli aveva disposto l'arresto e punizione dei colpevoli; in realtà, come vedemmo, non pensò ad alcuna dimostrazione ostile verso gli abitanti di Nizza. Quanto alla censura, rispose Em. Filiberto, che " sì come un cap^no^ o soldato, che rendeva una fortezza per fame, non meritava la morte, ma era scusato, così per simile cagione pensava, che non si incorresse la pena de la morte de l'anima che aviene per la scomunica „ (1). Si noti che il Pontefice estendeva il suo sdegno anche sul Leynì, ritenendolo connivente coi Nizzardi nell'accaduto. Il vescovo di Mondovì dovette assicurare la Curia che non vi era più fervente cattolico e nemico degli Ugonotti nello stato sabaudo del nostro ammiraglio e che esso non era neanche stato presente al doloroso fatto (2).

I Nizzardi mandarono a loro spese un carico di grano equivalente a quello preso, e diedero commissione ad alcuni loro cittadini che abitavano a Roma di impetrare il perdono del Pontefice con intermediario l'abate di S. Solutore. Chiesero pure al Duca concedesse loro di evitare l'invio d'un ambasciatore apposito per non avere nuove spese, ma Em. Filiberto fu irremovibile e volle che il comune si umiliasse al Pontefice (3). Così finì questo incidente senza gravi conseguenze.

Il Leynì rimase qualche tempo ancora in corte. Egli voleva che si facesse un esame della sua amministrazione passata, molto vasta, essendo ad un tempo ammiraglio, e governatore dei forti e del porto di Villafranca, oltre alla sopraintendenza tenuta nel castello di Nizza, " uffici tutti, nel maneggio de quali si sono spesi molte megliara de scudi „. Emanuele Filiberto il 29 dicembre in una patente dichiarò che la sua amministrazione era stata ottima, che di tutte le somme spese aveva dato

---

(1) *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 16 febbraio 1570.

(2) *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino 19 gennaio 1570. " ... non posso mancare di farle intendere, che Mons^r^ di Leignì, uno de' principalissimi ministri et confidentissimo a S. A., faccendo professione non pure di s^re^ catt^co^, ma di nemico capitale d'Ugonotti, resta sconsolatissimo di havere inteso, da Roma, che S. S^tà^ habbia qualche sinistra opinione di lui per conto della ritentione de i detti grani, et massime che egli non si trovò presente a quello eccesso, et fu il primo (siccome io ne scrissi a V. S. Ill^ma^) che venne a trovarmi, et riferirmi in nome di S. Alt. il caso soccesso, con la offerta d'ogni sorta di sattisfattione; per il che quando egli non possa altrimente, desidera più tosto morire, che senza sua colpa restare di ciò in ombra di un minimo sospetto app^o^ l'animo di S. B^ne^, la quale esso confessa osservare et riverire, come il suo Dio in terra. Hora la innocenza e il buon zelo et il valore di questo sig^re^ merita, che ella si degni fare app^o^ N. S^re^ amorevole obb^o^, et scrivermi quello che giudicherà spediente per sua consolatione „.

(3) *Id.*, lett. cit. del 16 febbraio.

minuta ed esatta notizia, e quindi gli concedeva quietanza di tutte le spese fatte, perchè in avvenire nessuno pretendesse da lui o dai suoi successori conto alcuno (1).

Dopo qualche tempo il nostro ammiraglio fece ritorno a Villafranca, dove la carestia del grano e le cose religiose assorbirono la sua attività. Le ciurme delle galere ed il popolo erano affamati; sicchè il Leynì trattò ad Arles per comperare una certa quantità di grano, ed il Duca pregò per lettera i conti di Tenda e di Carces di concederne l'estrazione. Ma qui, come sempre, occorreva la patente reale. Em. Filiberto ne fece richiesta a Carlo IX, che dopo vari mesi mandò il decreto. Il Leynì spedì quindi ai primi di aprile del nuovo anno 1570 una galera a Marsiglia per caricare il grano, e seppe che i Marsigliesi, come già i Nizzardi col grano pontificio, se n'erano impadroniti, offrendosi però di pagarne il prezzo. Em. Filiberto irritato di simile violazione, che lasciava continuare a Nizza la carestia, ordinò al Leynì di prendere il compenso offerto, e di farsi rimborsare capitale ed interessi (2). Fortunatamente il raccolto di grano era stato abbondante in Bressa; solo la distanza da Nizza ne rendeva difficile e costoso il trasporto. Il Duca pensò quindi di farlo passare per gli stati del re di Francia, dove il Rodano permetteva di condurlo rapidamente al mare; e di qui a Nizza. Chiese al s^r di Gordes, governatore del Delfinato, il passaggio del grano per la sua provincia. Ma il Gordes sospettò che nella domanda del Duca si nascondesse qualche speculazione di mercanti. Em. Filiberto dovette assicurarlo che s'ingannava. " Si de la Provence „ scriveva egli, " estoit loisible d'en extraire, pouvez bien pancer que ie ne vouldrois faire la despence, moins permectre quon print la peine de les fere conduire si long traict, et par tant de rencontres et d'hazarts comme est là long du Rosne en ces temps, tant y a que soudain il seront eu lieu près de la mère (*sic*), pour la grande necessité quil y a eu madicte comté de Nices, Ie delibère de fere venir mes galleres pour charger et enlever lesdicts, bleds, pour secourir, comme Jay dict, mes subiects, et pourvoir les forteresses comme cy devant vous ay faict entendre „ (3).

(1) *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 13, fol. 155-56. " Quitanza fatta per sua Alt.^a a Mons^r di Leiny di tutto quello ch'egli ha maneggiato d'ordine e per servitio di sua Alt. „. Torino, 29 dicembre 1569.

Qualche mese prima, il 10 agosto, non appena fu tornato da Marsiglia, il Leynì fece un inventario della galera *Margherita* (*Arch. Provana. Conti delle galere*, mazzo II in un quaderno al fol. 23); e 16 dicembre ebbe ordine di rimetterla in consegna al cap. Alessandro Costantino. Questi non doveva riceverla che dopo un esame minuto dello stato degli oggetti, e quando mancasse qualcosa farne debitore il Leynì, e creditore invece, quando esso restituisse più di quel che doveva (*Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 441. Torino, 16 dicembre 1569).

Delle cose private del Leynì al solito le notizie sono rare. Il 23 novembre 1568 ebbe facoltà dal Duca, con estensione anche ai suoi discendenti, di disporre del feudo di Balangero, come meglio gli pareva (*Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 12, fol. 210-11). Sappiamo pure che il 6 febbraio 1569 venne fatto per conto del Leynì e di Niccolò Provana, suo cugino, un inventario dei beni della chiesa parrocchiale di S. Martino di Viù (*Arch. Provana. Lemie e Forno, Margone ed Usseglio*, mazzo I, cat. 1^a, n. 17). Il 28 maggio poi Em. Filiberto investì il Leynì delle porzioni di feudo che egli aveva nel territorio di Leynì e di Viù (*Id. Leynì. Investiture e concessioni*, mazzo II, cat. 1^a, n. 1. Torino, 28 maggio 1569).

(2) *Archivio di Stato di Torino. Registri, lettere della corte*, 1570, fol. 134-36. A mons^r di Leynì. Torino, 22 aprile 1570.

(3) *Id.*, fol. 131. A mons^r di Gordes. Torino, 20 aprile 1570.

Ma vedendo che il Gordes non cedeva, il 3 maggio gli indirizzò una lettera vivacissima. Desistesse dalle difficoltà, oppure " vous me donnez occasion de me plaindre vivement à sa Mate veu l'estrème necessité en la quelle demeure mondict peuple, et que cela sera cause de la mort de le plus grand part d'icelluy „ (1). Il Gordes tentò ancora qualche obbiezione, e ripetutamente il 4 ed il 19 maggio il Duca dovette muoverle lagnanza (2). Infine un passaporto del re, che permetteva l'imbarco del grano sul Rodano ed il trasporto a Nizza, troncò le difficoltà (3). Così, dopo molte sofferenze lo spettro della fame fu allontanato da Nizza.

Non poterono ugualmente appianarsi le cose di religione. Il sr di Montbrun, uno dei più temuti capi Ugonotti, dopo la sconfitta di Montcontour s'era rifugiato in Provenza, e vi manteneva pratiche segrete coi suoi correligionari del contado di Nizza. Em. Filiberto per misura di precauzione rinforzò i castelli di quella regione, specialmente il nuovo di Gillette, e permise al conte Benedetto Cacherano di Bricherasio, castellano del medesimo, di prendere a luogotenente il proprio figlio con 15 lire al mese di stipendio. Lasciò poi incarico al Leynì di provvedere ai bisogni di quel castello e dell'altro di Ascros, e fece una leva di 300 soldati che servissero nelle galere in caso di navigazione (4). In pari tempo per togliere i sospetti e l'eccitamento alla ribellione, vedendo che un ugonotto prigioniero al Puget prometteva di abiurare e vivere secondo l'editto del 1565, mandò ordine al conte di Rivara di farlo liberare (5). Così pure restituì la libertà a Claudio Jordan, detenuto a Nizza (6).

Eppure proprio mentre il Duca colla clemenza cercava di mantenere la quiete nel Nizzardo, il Leynì ebbe sentore di una congiura, che mirava a dare in mano al Montbrun Nizza, il suo castello e le galere piemontesi. Chi l'avvertì fu Gio. Battista Raibaudo di Nizza. Egli fece subito arrestare Pietro Scaffa da Beinette, cugino dell'antico commissario delle galere, sul quale pesavano gravi sospetti. Infatti in un primo interrogatorio lo Scaffa confessò che lo scopo della congiura era di saccheggiar il monastero di S. Onorato a Nizza, ed in un secondo invece disse " haver pensato di disservire al suo principe „, attribuì la sua colpa a mente turbata, promise di rivelare in iscritto il piano della congiura, ma intanto raccomandò al Leynì di far buona guardia alle galere ed al forte di Villafranca, perchè non accadesse qualche sinistro. Questa confessione a mezzo e la raccomandazione finale lasciava gravi dubbi al nostro ammiraglio. Questi comunicò tutto in una sua del 14 febbraio al Duca, il quale osservò giustamente che l'ultima parte del secondo interrogatorio

(1) *Id.*, fol. 144. A monsr di Gordes. Torino, 3 maggio 1570.

(2) *Id.*, fol. 146 e 154.

(3) *Id.*, fol. 173. Ai principi ed all'ammiraglio. Chambéry, 11 giugno 1570. V. Albéri, serie II, tomo II (relaz. di Savoia del Morosini (1570), pag. 136-37): La Bressa è bellissima e fertilissima di grani, tanto che " l'anno scorso accomodò la Savoia, ne fece anco il signor duca condurre giù per il Rodano sino a Marsiglia e indi per mare sino a Nizza *più di ducento mila sacchi*, nei quali ha guadagnato S. Eccª vicino a cinquanta mila scudi „.

(4) *Id. Registri lettere della corte*, 1569, fol. 428. Al conte di Bricherasio. Torino, 5 dicembre 1569. — *Id.*, fol. 444. A monsr di Leynì.

(5) *Id.*, lett. cit. al Leynì.

(6) *Id. Registri*, 1570, fol. 41. Al sr di Rivara. Torino.

mostrava come lo Scaffa sapesse altre cose e non volesse manifestarle. " Et perchè „ aggiungeva egli, " in spacio di tempo simili persone si vanno imaginando di coprir soi maggior falli sperando o di salvar o di prolungar la vita sotto il velo di qualche false inventioni, ci par, come havemo letto, che senza dargli altro indugio si debba mettere a la questione per cavarne la verità, atteso che lo ignorarla potria in poco tempo apportare qualche gran danno, o dar campo di complir a quali la captura di lui non potrà esser più oltre celata di salvarsi „. Recò molta soddisfazione al Duca la prontezza colla quale il Leynì seppe sventare il disegno dei congiurati " Nè accade di dirvi „ conchiudeva, " quanto gradiamo la diligenza et destrezza che usate in queste et tutte altre cose di nostro servitio, che ne dovete esser assai certo „ (1).

Intanto a Barcellonetta il cap. Giulio Corso, d'ordine del Duca, aveva arrestato il capitano Puis Michel, sul quale gravavano varî sospetti (2). Ma il segretario Carrocci, mandato ad esaminarlo, lo trovò innocente. Tuttavia, scoppiata la congiura, il Duca volle fosse trattenuto per accertare meglio il suo passato, e fece partire alla volta di Nizza il Carrocci perchè vi dirigesse l'esame e la tortura dello Scaffa. Raccomandò anche al Leynì la massima vigilanza sulle galere e sul forte di S. Elmo, al conte di Rivara il medesimo pel castello di Nizza, e l'invio all'intorno di spie per togliere informazioni e fiutare gli individui pericolosi (3).

Pare che Em. Filiberto, prima di conoscere la congiura di Nizza disegnasse di accompagnare in Ispagna l'arciduchessa Anna, figlia dell'imper. Massimiliano II, che andava sposa a Filippo II. Egli colle galere l'avrebbe scortata fino a Rosas od a Palamos, e di là probabilmente si sarebbe recato a Madrid. Tale viaggio avrebbe avuto molta opportunità, quando si considerino gli interessi che univano il Duca alla Spagna, e le visite già fatte nel 1564 al re di Francia e nel 1566 all'imperatore (4). Il nuovo avvenimento ne lo distolse. Anzi desideroso di conoscere i particolari dell'inchiesta partì agli ultimi di febbraio da Torino. Si fermò un giorno a Fossano sotto colore di esaminare un canale d'irrigazione che si stava scavando in quel contado, ma in realtà per essere più vicino a Nizza ed avere informazioni più frequenti. Ebbe notizia che s'era scoperto nell'inchiesta la connivenza dello Scaffa con un Marco Giorgi di Peveragno, che, servendo su una delle galere, aveva cercato di subornare dieci o dodici marinai per impadronirsi della galera, e che lo Scaffa aveva confessato di agire d'accordo con un capitano Chartrais, ugonotto di Provenza (5).

---

(1) *Id.*, fol. 87-89. Al s^{r} di Leynì. Torino, 28 febbraio 1570. — Tonso, pag. 177. " Nam forte per eos dies certis indiciis compererat, scelesta a nonnullis nefarijs initi consilia, ut urbem Niceam eiusque munitissimam arcem, Montbruno desperato perditoque homini, ac partibus Hugonoticis infecto, proderent „. — Gioffredo, col. 1541, Claretta, *Dell'Ordine* ecc., pag. 31-32.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 37. Torino, 23 gennaio 1570.

(3) *Id.*, lett. cit. del Duca al Leynì del 20 febbraio.

(4) *Arch. di Stato di Modena. Cancelleria ducale, Carteggio degli amb. estensi a Torino*, lista 2^{a}. Il conte Baldassarre Boschetti al Duca di Ferrara. " Sopra l'andata di questa Alt. in Spagna quel che ne posso sottrare è questo che venendo la Reg.^{a} Catt.^{ca} per andar in Spagna, S. Alt. havea determinato con le sue gallere andar accompagnarla fin a Rosas o Pallemos, et di lì anche trasferirsi da S. M.^{tà} per assai suoi neg.^{ci} et tanto più s'induceva a far questo poi ch'è di già stato a visitar in Franza il re et in Augusta l'Imp.^{r} „.

(5) *Id.* Torino 6 marzo 1570. Non potè eseguire finora gli ordini avuti " ... per esser ito il s.^{r} Duca a Nizza in gran dilligenza, et dicono per conto d'uno trattato che si teneva per levarle le

Queste notizie indussero il Duca a procedere fino a Nizza, dove giunse il 5 marzo. Qui tutta la congiura venne in luce. L'organizzatore era il cap. Chartrais ugonotto, il quale da Ginevra e da altri luoghi infetti d'eresia intendeva mandare a Nizza 200 soldati eretici separatamente. Pietro Scaffa coll'aiuto di questa gente avrebbe occupato le galere e tentato una sorpresa al forte di S. Elmo; poi colle 3 galere rubate facilmente si sarebbe impadronito di Antibes e di Tolone, luoghi mal difesi. La parte più difficile dell'impresa era la sorpresa di S. Elmo, perchè questo forte si trovava sotto la diretta sorveglianza del Leynì, che vi teneva come luogotenente, Stefano Baratta, abile e sagace capitano (1).

Il Duca fece personalmente un'ispezione nei forti e castelli del contado. Visitò il forte del Puget, e decise di accrescerne i baluardi, quello di Gilette che era in buona posizione, ed in grado da sostenersi contro ogni attacco, e gli altri tutti. Gli ultimi avvisi di Francia recavano che il re e l'ammiraglio di Coligny trattavano accordo, ma non s'erano ancora intesi, ed il Duca temeva che gli Ugonotti continuando la guerra entrassero nel Delfinato e Provenza e di qui nel contado di Nizza. Volendo essere in grado da respingerli (2), spese per le opere del castello d'Ascros 300 scudi, per viveri e munizioni di quello di Gilette 100 e per quello di Puget 300 (3).

Munito contro i nemici esterni, pensò il Duca intieramente a quelli interni. Da lungo tempo a Torino abitavano la contessa di Tenda e la marescialla di Thermes,

---

Gallere, et altri dicono per la fortezza d'esserli dentro uno tradimento. Fin al suo arrivo non posso saper la verità, se havrà da tardar niente gli scriverò il tutto „. *Arch. di Stato di Venezia. Senato Secreta. Savoia Dispacci*, mazzo I. Gio. Francesco Morosini al doge Pietro Loredan. Fossano, 2 marzo 1570. Narra la venuta a Fossano del Duca sotto colore di veder il canale ed aggiunge che andrà presto a Nizza " La principal causa del suo recarsi colà è per provvedere ad alcuni banditi che col pretesto d'essere ugonotti si erano sollevati ed avevano tentato di impadronirsi di un luogo detto S. Onorato, e nel castello di Nizza si dubita avessero qualche intelligenza; perciò si erano incarcerati alcuni soldati e presi 2 dei sollevati. Il Duca aveva dato servizio in una sua galera ad un Marco Zorzi di Peveragno, che invece subornava 10 o 12 uomini di una galera per rubarla e portarla via. Il che fu scoperto ed il Duca crede necessaria la sua presenza colà per provvedere a questi disordini „.

(1) *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 16 marzo 1570. " Il Generale delle galere del s.r Duca ha scoperto in Nizza, che per opera del cap.no La Ciatra Ugonotto Provenzale, il quale dovea da Geneva et d'altri luoghi forti di Piemonte mandare alla volta di Nizza sbandati 200 soldati heretici. Un certo Pietro Scafa da Beinette, Ugonotto, voleva nel porto di Villafranca rubbare le Gallere; et all'improvviso sorprendere quella fortezza; et poi con le medesime galere occupare Antibo et Tolone luoghi mal provisti; la impresa per quanto si ragione sarebbe riuscita con non molta difficultà in tutto il resto, fuor che in pigliar il forte di Villafranca; il sodetto Scafa è già preso in Nizza con alcuni altri, et ha senza tormenti confessato il trattato; s'attende hora di scoprire et havere gli altri complici „.

(2) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Nizza, 20 marzo 1570. " Questi giorni passati son stato con il s.r Duca a visitar li confini di questo contado alle frontiere di Provenza, dove ha dissegnato sua ecc.a un poco di fortezza, che si principiava subito dopo la Pasqua in un loco detto il Pogieto, et l'anno passato ne ha principiata un'altra che si dimanda Giletta sopra un sasso, che hora è fornita tutta, et va tuttavia facendo racconciare certi altri castelli che sono in quelle parti per il timore che ha delli Ugonotti a quella volta, perchè con li ultimi avisi, che ha sua ecc.a da Marseglia che sono de XV del mese presente s'intende, che non seguendo la pace l'amiraglio stava con la sua gente per entrar nel Delfinato, et forse anco nella Provenza „.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 115. A mons.r di Leiny. Savona, 28 marzo 1570.

vedove dei defunti Claudio di Savoia e Paolo di Thermes, il vinto di Gravelines, che essendo di religione calvinista, ispiravano molti sospetti al Duca ed alla Curia pontificia. Ma le necessità politiche impedivano sia di permettere all'inquisizione un processo contro le due signore, sia di cacciarle dallo stato, sebbene ne fossero un vero pericolo (1). Ora dietro certi indizi, prima della partenza del Duca alla volta di Nizza, il gran cancelliere dello stato, Gio. Tommaso Langosco, conte di Stroppiana, era andato in persona nella casa della contessa di Tenda, ed aveva fatto prigione innanzi a lei un dottore provenzale di fede ugonotta, di nome Maddalène, molto sospetto (2). Da Fossano poi il Duca aveva già scritto al nuovo conte di Tenda di catturare il Chartrais (3). Il re Carlo IX favoriva nelle ricerche il Duca, concedendo al segretario Secco la prigionia di tutti coloro che nel Delfinato e nelle altre provincie del regno fossero indicati come macchinatori a danno dello stato e della persona di Em. Filiberto dallo spione di Aix (4).

I prigionieri a Nizza, esaminati colla tortura, confessavano molte cose. Si scoprì che il Chartrais era stato segretario del fu s^{r} di Cipierre, figlio secondogenito del defunto conte di Tenda, e, come il padre, partigiano della religione riformata, e che un altro complice di molta importanza era Pietro Paolo Non di Cuneo, abitante nel marchesato di Saluzzo. Inoltre il cap. Michel tradotto nel castello di Nizza, ammise la complicità nella congiura, e disse anche avere gli Ugonotti intelligenze segrete per occupare i castelli di Vienne nel Delfinato, di Briançon e di Avignone. Ma coi metodi di procedura dell'epoca e coll'abitudine alla menzogna di quella gente era difficile discernere il vero dal falso, Em. Filiberto tuttavia fece nota la confessione del Michel al re ed al s^{r} di Gordes, governatore del Delfinato (5). Reiterò poi la domanda dell'arresto del Chartrais al conte di Tenda, ed in mancanza di lui, a quello di Carces (6), e chiese poco dopo la consegna di altri due individui di Peveragno, abitanti allora al Vernante (7). Pregò in ultimo il governatore del marchesato di Saluzzo, Ludovico Birago, di arrestare il Non ed altri complici minori rifugiatisi nel marchesato (8), e mandò al conte di Tenda ed al parlamento d'Aix un sommario di interrogazioni da farsi al Chartrais, appena arrestato (9).

Em. Filiberto voleva assolutamente veder chiaro in questa matassa arruffata.

---

(1) Albèri, *Relazioni degli amb. veneti* ecc., serie II, tomo II, pag. 175. L'Albèri scrive " marescialla di Leynì „ invece di " marescialla di Thermes „ per una svista troppo manifesta.

(2) *Arch. Vaticano*, loc. cit. " ...et qui per qualche inditio il Gran Cam.^{re} in questi giorni ito in persona in casa dela Contessa di Tenda, et ha nella presenza di lei fatto prigione et mandato in castello un Dottor Ugonotto provenzale, nomato la Madalena di grande auttorità appresso la prefata Contessa; il che fu potissima cagione di far così subito avviare a quelle bande S. A., la quale con queste visite, che il s.^{or} Iddio le manda dovrà accendersi a perseguitar con più rigore all'avenire et estirpare a fatto dalli suoi stati questa seditiosa et malvaggia setta, che posposta ogni legge divina et humana ha la mira prin.^{le} a tradire i suoi Pren.^{i} per vivere nella libertà dela carne „.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 92. Al conte di Tenda. Fossano, 5 marzo 1570.

(4) *Id. Francia, Lettere ministri*, mazzo II. Il Duca al Crest. Nizza, 12 marzo 1570.

(5) *Id.* Nizza, 14 aprile 1570.

(6) *Id. Registri* cit., fol. 101. Al s.^{r} di Carces, fol. 102 al conte di Tenda. Nizza, 10 marzo 1570.

(7) *Id.*, fol. 119. Al conte di Tenda. Torino, 31 marzo 1570.

(8) *Id.*, fol. 103. All'arcidiacono di Saluzzo. Nizza, 11 marzo 1570.

(9) *Id.*, fol. 105. Al conte di Tenda, fol. 106. Al Parlamento d'Aix. Nizza, 12 marzo 1570.

Lo spione di Aix aveva, come avvertimmo, accusato pure i signori di Beuil di congiurare contro la vita del Duca, dicendo che loro intenzione era di ucciderlo in una delle partite di caccia ch'egli faceva presso Torino in un parco, dove di solito si recava con 2 o 3 gentiluomini soli (1). Fortunatamente il re aveva concesso al Secco anche la consegna dello spione; così sarebbe venuta alla luce la verità. Il Secco fu tosto mandato ad Aix per ricevere lo spione (2). Ludovico Birago arrestò Pietro Paolo Non a Dronero, e lo consegnò ai ministri ducali, ed il conte di Tenda rimise al Secco lo spione. Restava ad avere da Avignone il cap. Mormoiron, accusato tempo prima dallo spione di congiurare ai danni del Duca. Il Pontefice per indurre il card. D'Armagnac, suo vicario in Avignone, a consegnarlo, gli aveva mandato alcune bolle, ma il cardinale con poco riguardo a S. Santità ed al Duca affidò invece al Mormoiron una compagnia di soldati, e non volle consegnarlo. Em. Filiberto ne fece vive lagnanze al Nunzio, che trasmise la cosa alla corte di Roma (3). E questa volta gli ordini furono così espliciti, che il d'Armagnac dovette rimettere il capitano al segretario Carrocci (4), pur assicurandone l'innocenza. Veramente a Nizza, quando venne confrontato collo spione apparve manifesta la sua buona fede. sicchè presto fu liberato. Egli volle tuttavia, prima di tornare ad Avignone, recarsi a Torino e far capace il Duca della sua innocenza non dubbia. Il Leyni lo raccomandò con una sua (5).

In conclusione dal processo di Nizza risultarono colpevoli principali Pietro Scaffa, Pietro Paolo Non ed il Maddalène, con varî complici di minor importanza. Il Duca fu con essi inesorabile. I tre capi vennero condannati a morte (6), lezione terribile,

---

(1) *Archivio di Stato di Venezia*, loc. cit. Nizza, 20 marzo 1570. Accenna ai sospetti del Duca verso i Beuil.

(2) Lett. cit. Al conte di Tenda ed al parlamento d'Aix del 12 marzo 1570.

(3) *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 3 maggio 1570. " Questa mattina il s.r Duca mi ha detto essere da qualche tempo in qua stato avertito, che un Ugonotto Provenzale havea scoperti alcuni li quali macchinavano contra la vita di S. A. e tra gli altri vi era nominato il cap.n Marmoiron, che si trovava in Avignone, e in questo comechè N. S re a richiesta dell'Altezza S. si sia degnato ordinare a Mons.r Ill.mo Car.al D'Armaguac di far prigione il detto cap.no, nientemeno S. A. ha inteso che esso S.or Car.le non pure non l'havea ritennto, ma gli haveva data la cariga d'una compagnia de' soldati, di che l'Alt.za sua se n'ha doluto con meco, soggiongendomi che havendo ottenuto dal Re il sodetto Provenzale, et fattolo di già coudurre con una sua gallera in Nizza, desiderava sommamente che S. B.ne si contentasse darle nelle mani il prefato Marmoiron; et quando N. S.re restasse servito farle questa honesta gratia, saria di bisogno dare ordine tale, che 'l Card.al d'Armaguac non mancasse in modo alcuno mettere incontanente in una prigione sicura il Cap.no senza fargli parlare da persona veruna, affine che S. A. potesse poi subito mandare la sua galera per condurlo a Nizza, et perchè l'Alt.a ha (come debbe) questa cosa grandemente a core, ne farà per il s.or Abbate di S. Solutore supplicare N. S.re, et ha voluto anco che io ne faccia app.o di V. S. Ill ma ogni caldo et efficace off.o. Hora giudicando io di soverchio mettere in consideratione ala molta prudenza di V. S. Ill.ma la importanza et qualità del caso, le farò solamente intendere che questo ser.mo Pren.e ... tuttavia mostra gran veneratione et osservanza verso N. S.re ... „. — Il Duca aveva chiesto la prigionia del Mormoiron già da due mesi. V. pag. 157.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 157. " Spaccio al Carroccio per Avignone „. Torino, 28 maggio 1570.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari*. Leyni al Duca. Villafranca, 10 luglio 1570.

(6) Tonso, pag. 177. " Qua re Emmanuel Philibertus illuc [*Niceam*] confestim profectus, pluribus qui in maleficij suspicionem venerant comprehensis, et in carcerem coniectis, questioneque severiter habita, de sceleris auctore et socijs sumi supplicium iussit „. Gioffredo, 1546. " Svani

ma necessaria contro il ripetersi incessante di congiure nello stato. E come la pena dei colpevoli fu severa, così il premio a chi aveva scoperto la congiura fu grande. Gio. Battista Raibaudo ebbe un assegno annuo di 100 scudi sul diritto di Villafranca, e lettere di nobiltà (1). Certo senza la fedeltà di questo nizzardo e l'energia del Leynì la congiura sarebbe scoppiata, recando chissà quale scompiglio e rovina nel contado di Nizza.

---

questo perverso disegno con l'arrivo del Duca che avendo fatto incarcerare quelli che di tale scelleratezza venuti erano in sospetto, dopo aver loro fatto fare rigoroso processo fece condannare al meritato supplizio il capo e complici che avevano partecipato a quel tradimento „. Il Gioffredo, come ben si vede, traduce solo le parole del Tonso. Ricotti, II, 322. Claretta, *Dell'Ordine*, pp. 31-32. *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 13 aprile 1570 " i capi del tradimento, che erano tre, son tutti presi, ciò è Pietro Scafa da Beinette, Pietro Pavolo Non da Cunio ed il Maddalena Dottore Provenzale di grande auttorità appresso la Contessa di Tenda . . . „.

(1) *Arch. Camerale di Torino. Controllo patenti*, reg. 13, fol. 74. " Donatione et assignatione di cento scudi d'intrata perpetua sopra il diritto di Villafranca per Gio. Battista Raibaudo et suoi posteri „. — *Archivio di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 9 aprile 1570. " L'altro hieri sua ecc.ª fece un privilegio di nobiltà con assignatione di scudi cento l'anno in perpetuo a colui che ha scoperto il trattato di Villafranca „. — *Arch. Vaticano*, loc. cit. " Il trattato di occupare le galere et il forte di Villafranca fu scoperto da un giovane di Nizza; il quale è per ciò stato da S. A. fatto nobbile, con cento scudi d'entrata *ad haeredes* „.

CAPITOLO IV.

Sommario.

1. La guerra di Cipro. Richiesta delle galere sabaude fatta dal re di Spagna. Marc'Antonio Galléan a Genova. Il Duca offre a Venezia le galere e la persona del Leynì. Il Leynì ed il Morosini, ambasciatore di Venezia. Fama ed elogi dell'ammiraglio piemontese. La Repubblica di Venezia fa domanda formale delle galere di Savoia. Il Duca esprime al Lippomano, successore del Morosini, la sua alta stima pel Leynì. Domande di Spagna e del Pontefice. Risposte del Duca. Provvedimenti per le galere. Arrivo dalla Spagna di D. Giovanni d'Austria e degli arciduchi Rodolfo ed Ernesto (giugno 1571). Istruzione del Duca al Leynì. Partenza del Leynì con D. Giovanni. — 2. Le galere piemontesi e i loro comandanti D. Giovanni ed il Leynì a Napoli. Visita del Leynì al segretario veneto, Alvise Bonrizzo. Viaggio per Messina. Incidente tra il Leynì e l'ammiraglio di Malta. Il Leynì e sue relazioni coll'ammiraglio veneto, Sebastiano Venier, e col provveditore Barbarigo. Cattivo stato delle ciurme piemontesi; soccorso dato da D. Giovanni e dal Venier. Partenza dell'armata da Messina. Osservazioni del Leynì. L'armata a Cefalonia. Battaglia di Lepanto. Parte presavi dalle galere piemontesi. Il Leynì è ferito, ma cattura una galera turca. Provvedimenti del Leynì a Corfù. L'annunzio della vittoria a Torino. Gaudio universale. Ansie del Duca sulla salute del Leynì. Partenza del Leynì da Corfù e cortesie fattegli dal Venier. Arrivo a Napoli. Visita al Bonrizzo. Il Leynì giunge a Villafranca ed a Torino. — 3. Il Leynì ed i Piemontesi nelle poesie sulla battaglia di Lepanto. Scarsi ricordi italici. Il poeta portoghese Girolamo Corte Real. Suoi versi sul Leynì e sulle galere piemontesi. Scarso valore poetico, ma notevole dal lato storico. — 4. Soddisfazione della Repubblica di Venezia per l'opera del Leynì, e sua domanda al Duca pel nuovo anno. Jacopo Tintoretto dipinge le galere di Savoia nel quadro della battaglia. Lettera del Leynì a Sebastiano Venier, doge, nel 1577. Conclusione.

1. — Ai primi di febbraio 1570 Selim II, sultano dei Turchi, mandava un'ambasciata a Venezia per chiedere la consegna dell'isola di Cipro, minacciando in caso contrario di appropriarsene (1). La Repubblica, sebbene da lunghi anni per amor di pace schiva da ogni passo arrischiato, a tale superba intimazione ebbe la dignità ferita, e fece una risposta al sultano ed al suo primo vizir, Mohamed Sokolly, che equivaleva ad una dichiarazione di guerra (2).

Em. Filiberto, non appena conobbe la necessità che stringeva Venezia a tale passo, espresse all'ambasciator veneto, Gio. Francesco Morosini, il suo rammarico, e manifestò subito vivo desiderio e speranza che la Repubblica si legasse col re di Spagna, naturale nemico dei Turchi, sicuro che in tal modo potrebbe conservare le sue terre ed annientare il predominio del feroce nemico (3). Filippo II aveva notato

(1) Charrière, *Négociations de la France avec le Lévant*, III, pag. 103. M. de Grantrie de Grandchamp (amb. francese a Costantinopoli) al s^r^ de Foix. Costantinopoli 9 febbraio 1570. Annunzia la partenza dell'inviato Turco, Cubat-chiaus.

(2) Non mi dilungherò a parlare di questa guerra se non per quanto interessa il ducato di Savoia, anzi il solo Leynì, perchè della parte diplomatica che Em. Filiberto vi prese intendo discorrere ampiamente in luogo più opportuno. — Quanto alla bibliografia di questa guerra V. in Manfroni, *Storia della marina italiana* cit., capo XXVII, e la recensione di quest'opera fatta dal Cogo nel " Nuovo Archivio Veneto „, XIII (1897). Dopo uscirono tre studi del Molmenti nella " Rivista marittima „, XXX (1897), fasc. 3°: *Relazione di Sebastiano Venero nella guerra contro i Turchi (1571-72)*, XXXI (1898), fasc. 2°: *La battaglia di Lepanto nell'arte, nella poesia, nella storia* e *Id.*, fasc. 6°: *Una lettera di Marc'Antonio Colonna al Doge di Venezia dopo la battaglia di Lepanto*. Anche il Pometti nel suo studio: *Per la storia della marina italiana* (lb., fasc. 4°) reca un contributo notevole alla conoscenza della campagna contro il Turco. — Il Molmenti pubblicò pure nella " Nuova Antologia „, LXVI (6° bim. 1896) un breve lavoro sopra *Sebastiano Veniero e la sua tomba*.

(3) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Nizza 20 marzo 1570.

gli armamenti dei Turchi, ma come essi non invasero subito Cipro, ritenne che potessero mirare ai suoi possedimenti d'Africa; di qui un nuovo concentramento dell'armata spagnuola sotto D. Giovanni d'Austria, fratello naturale del re, nelle acque di Sicilia, e l'ordine mandato a Gio. Andrea Doria di raggiungere l'armata colle galere che teneva a stipendio del re e di portare soccorsi alla Goletta, minacciata dai corsari algerini.

Em. Filiberto, prima di riceverne invito, aveva offerto le sue galere al Doria, quando vi fosse da intraprendere qualche spedizione. Ma accaduta la congiura di Nizza scrisse al re facendogli nota la sua condizione attuale, e come le cose richiedessero imperiosamente la presenza del Leynì nello Stato, sia per gli avvenimenti che si succedevano, sia per l'ampliamento ch'egli voleva dare al porto di Villafranca. Gli palesava pure l'intenzione che aveva di recarsi nell'estate in Savoia, dove erano in costruzione il forte dell'Annonciade e la cittadella di Chambéry, e voleva che il Leynì potesse tener d'occhio il paese durante la sua assenza. Offriva nondimeno per il soccorso di Tunisi e della Goletta, quando avesse luogo, due galere, purchè il re accettasse in luogo del Leynì il cap. Marcantonio Galléan (1). Egli mandò anche in Ispagna D. Giorgio Manrique, inviato dall'imperatore alla corte di Torino, perchè facesse noto a viva voce lo stato del Piemonte, e rappresentasse al re alcune sue considerazioni circa il piano di soccorso della Goletta. Chi minacciava la fortezza era Algeri coi suo covo di corsari. Nulla più facile di un attacco ad Algeri, mentre i corsari stavano sotto la Goletta. Certo questi ultimi avrebbero abbandonato l'assedio intrapreso per soccorrere la loro città, oppure Algeri, priva di difensori, sarebbe caduta, recando un colpo mortale alla pirateria barbaresca. Solo il capitano generale doveva ricevere ampie istruzioni per volgere d'improvviso le forze al luogo destinato, e procedere con energia e rapidità. Naturalmente prima di intraprendere la spedizione era bene esaminare le difficoltà che presentavano il soccorso della Goletta, se assediata, e l'espugnazione di Algeri, e scegliere con risolutezza quell'impresa che apparisse più facile (2).

Stava il Duca il 18 marzo col Leynì al forte del Puget, quando ricevette una lettera di Gio. Andrea Doria, che lo pregava d'inviare al più presto le galere a Genova, perchè intendeva partire senza indugio. Egli rispose (3) che per terminare i preparativi aveva bisogno ancora di alcuni giorni, e che volesse attendere le sue due galere, perchè qualora egli fosse già partito, non avrebbe loro permesso di andar sole a Messina. Il 22 marzo il Galléan colla *Patrona* e *Moretta* ricevette le istruzioni pel viaggio. Si recasse a Genova, e tenesse durante tutto il tempo lo stendardo

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 97 e 100. A. S. M. Cat^{ca}. Nizza 9 marzo 1570.

(2) *Id.*, fol. 98-99. Nizza 9 marzo 1570.

(3) *Id.*, fol. 109. A Gio. Andrea Doria. Nizza 18 marzo 1570: " ... Essendomi capitate le lettere di V. S. anche questa matina al Pugietto ove esso Leinì era meco sì che essendo gionti a la notte si spenderà il prossimo tempo a spalmarle et metterle in ordine con tutta prestezza da partir al detto giorno mercore se il tempo lo permette. Imperò prego V. S. a volerle aspettare, acciò che possano andar in compagnia delle sue sicuramente; che se per caso non le trovassero quivi le mie non si metteranno in viaggio a seguirle, anzi se ne torneranno per non correr pericolo. Pregola ancora che fatto questo viaggio et servitio me le voglia rimandare al più tosto et con la più sicura occasione et haverle sempre per raccomandate „.

sabaudo " con la riputatione che a noi convicne, cioè il primo appresso il stendardo di Soa Maestà, il qual luogo non cederete ad alcuno salvo che vi si trovasse il stendardo di soa Santità o di Soa Maestà Chr^ma^ o vero del Ser^mo^ Re di Portogallo, et ove non vi lasciassero detto luogo ve ne ritornarete piuttosto „. Seguisse il Doria, salvo che dal re, o da D. Giovanni d'Austria, comandante supremo dell'armata, o da D. Luigi di Requesens, commendator maggiore di Castiglia, e luogotenente di D. Giovanni, gli venissero altri ordini. Mostrasse ai generali delle galere di Firenze e Genova amicizia, e soccorsa la Goletta facesse ritorno in loro compagnia (1). Ebbe il Galléan lettere di raccomandazione per i vicerè di Napoli, Sicilia e Sardegna, e facoltà di accrescere i soldati sulle 2 galere fino a 100 per ciascuna, e di assoldare una fregata al ritorno, quando ritenesse la cosa necessaria. In ultimo per le spese imprevedibili ebbe 600 scudi (2), e partì alla volta di Genova. Ma qui si seppe ben presto che i Turchi erano sbarcati a Cipro, e quindi che nulla minacciava la Goletta, perchè i corsari Algerini non sostenuti dall'armata turca rinunciavano alle ostilità. Gli Spagnuoli allora cedendo alle insistenze del Papa e dei Veneziani mandarono Gio. Andrea Doria con una sezione dell'armata ad unirsi alla flotta veneta. Em. Filiberto non volle che le sue galere partecipassero a qualche operazione pericolosa senza il Leynì; quindi il Galléan fece ritorno da Genova nella metà d'aprile (3).

Il Duca sentiva molto interesse per le cose di Venezia. Dopo l'incidente diplomatico del 1560-61 causato dal Leynì, le relazioni sue colla repubblica erano ritornate ottime come per lo innanzi. Egli di continuo offriva la sua opera all'ambasciator Morosini (4), e permetteva al conte Vinciguerra da S. Bonifacio, veronese al suo servizio, di rientrare in quello della repubblica (5), ed al conte Francesco Martinengo di Malpaga, suddito veneto pur esso, di raccogliere 1000 o 2000 fanti e condurli a Venezia (6). Inoltre approfittando della sua famigliarità col re di Spagna, per mezzo di D. Giorgio Manrique, ch'egli mandò replicatamente in Ispagna nel 1570, consigliò con insistenza il re di unire l'intiera sua flotta alle armate di Venezia e del Pontefice per schiacciare la prepotente forza dei Mussulmani (7).

Nel marzo 1570, quando si recò a Nizza per la congiura scopertavi, il Duca degli ambasciatori residenti alla sua corte offrì al solo Morosini di accompagnarlo per visitare le sue galere e quella parte dello Stato che ancora non conosceva (8). Il Morosini della flottiglia piemontese ebbe ottima impressione. " Hieri poi son stato con sua Ecc^a^ „, scriveva egli, " nelle sue galere da questa città [Nizza] a Villafranca

(1) *Lettere di Andrea Provana* (*Bibl. di S. M. Mss. di storia patria*). " Minuta d'Istruzione al capitano Marco Antonio Galeano „. Nizza 22 marzo 1570.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 113. A Gio. Battista e Daniele Spinola. Nizza 21 marzo 1570. A Cristoforo Centurione. Nizza 22 marzo 1570.

(3) *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Torino 14 aprile 1570. " Le galere di questo s^or^ Duca che andarono già con quelle del s^or^ Gio. Andrea Doria per condur il soccorso alla Golleta sono ritornate a Villafranca „.

(4) *Id.*, loc. cit.

(5) *Id.* Torino, 26 aprile 1570.

(6) *Id.*, lett. citt. del 14 aprile.

(7) Sull'azione diplomatica di Em. Filiberto nella guerra di Cipro m'occuperò di proposito altrove, com'ho già detto.

parte a vela et parte a remi, prendendo un lungo giro per andar in quel porto che non è più che doi miglia lontano di qui, havendo piacere Sua Eccª ch'io vedessi come navigavano bene, et alla vela et alla voga, et per il vero la sua capitania nella quale noi eravamo, che è di XXVI banchi armata a cinque huomeni per remo di bellissima ciurma et molto ben trattata, la quale però è quasi tutta di Turchi o Mori et pochissimi condennati, va così bene quanto si possi desiderare et nell'uno et nell'altro modo, oltre l'esser guarnita tanto alla grande, che pare galera da condurre ogni gran regina. Le altre due sono de XXIIII banchi a tre huomini per uno et vanno assai bene „.

Nel settembre poi dello stesso anno il Morosini, richiamato a Venezia, nella sua relazione, dopo aver parlato con viva ammirazione di Em. Filiberto e della sua opera nel Piemonte, fece, come già vedemmo, molti elogi alla marina militare del ducato (1) e mostrò grande considerazione pel Leynì. " Oltre di questi [degli altri consiglieri ducali] vi è „ disse al Senato, " Monsignor di Leynì, general delle galere di sua eccellenza, gentiluomo veramente molto da bene e molto intelligente, ma che rare volte si ritrova presente per esser obbligato alle galere et al governo della fortezza di Villafranca; pure quando è alla corte fa molta stima il signor Duca del suo giudizio, conoscendolo di molto valore e molto suo affezionato, per aver ancora lui seguita sempre la fortuna di sua eccellenza nei tempi ch'era spogliata de' suoi stati „ (2).

Em. Filiberto desiderava ardentemente di metter in luce la sua buona volontà e la valentìa del suo ammiraglio; sicchè nel novembre 1570 esprimendo al Lippomano, nuovo ambasciatore di Venezia alla sua corte, il rammarico per la caduta di Nicosia nell'isola di Cipro, lo assicurava che le sue galere nel prossimo anno sarebbero state a disposizione della repubblica, e che il Leynì avrebbe ubbidito al solo ammiraglio di Venezia. Ed aggiunse di invidiare la sorte del Leynì che poteva combattere in guerra sì grande e così giusta; avrebb'egli voluto possedere forze ben maggiori di 4 galere, che sperava inviare all'armata, ed adoperarle tutte a benefizio della repubblica. Il 17 novembre poi il nostro ammiraglio passò molte ore col Lippomano, al quale lasciò ottima impressione. " Tutt'hoggi „, scrive l'amb. veneto (3), " è stato meco il sopᵗᵒ Monsʳ de Linì, generale, che così lo chiamano, di queste galee, il quale è Cavalliero dell'ordine di sua Eccᶻᵃ et huomo di molta stima nella professione sua di mare, et mostrando grande allegrezza di dover andare a una così gran guerra, si rallegrò meco, et mi disse che Iddio volesse che tutti i Principi Christiani fossero di quel buon desiderio che è il Duca suo, poiche non nascerebbono ogni giorno tante difficoltà. Et si offerì di far ogni opera per servir in maniera che ben si potrà conoscere che è buon Christiano, e che tiene gli istessi pensieri del Principe suo nel bon servitio a quella Serᵐᵃ Rep. Io gli risposi che altro quella serᵐᵃ signʳⁱᵃ non staria aspettando che quello che lui promette sapendo esser mandato da Principe tanto suo congiunto come è questo, e che lo ringratiavo di buonissº cuore; nè cesserò di tenerlo grato in ogni modo possibile „.

(1) V. pag. 39.
(2) Albèri, *Relazioni* ecc., serie II, tomo II, pag. 128.
(3) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Lippomano al Doge. Torino, 17 novembre 1570.

Naturalmente simili dichiarazioni invogliavano la Serenissima a servirsi delle galere piemontesi. Tuttavia per qualche tempo non volle farne domanda esplicita, per quanto il Duca dal suo ambasciatore a Venezia, l'abate Giuseppe Parpaglia, cercasse di muoverla a tal passo (1). Ma quando Venezia vide la sconfortante condotta della Spagna nel 1570, in cui non fu possibile compiere alcuna impresa, per la mala volontà del Doria (2), e comprese pienamente le intenzioni egoiste di quel regno, allora finì per accogliere le offerte del Duca, il solo principe che coll'imperatore potesse avere qualche influenza sull'animo di Filippo II. Agli ultimi dell'anno il Lippomano ricevette ordine di chiedere al Duca le sue galere per la campagna del nuovo anno (3). Em. Filiberto accolse la domanda con vivo trasporto " ma in particolare „, scrisse il Lippomano (4), " si dilatò assai sopra la persona di Mons^r de Leinì, laudandolo di prudentia, desterità et molta intelligentia nelle cose da mar; et che si come conosceva di darle poco aiuto con le sue galee, così voleva ben dire che le potria esser di qualche servitio la persona di questo cap°, il quale non haverà di attendere a niun'altra cosa, che al solo servitio di quella Ser^ma Rep. „. In quei giorni il progetto che Em. Filiberto accarezzava di essere fatto capitano generale della lega svaniva in causa dell' opposizione occulta della Spagna (5). Per lo meno la presenza di una capacità navale come il Leynì nell'armata della lega avrebbe mantenuto alto nella cristianità il suo prestigio.

Il Leynì godeva allora di fama universale. Dopo varie spedizioni navali, quella di Malta del 1565 ne aveva mostrato luminosamente il senno e la perizia. Egli aveva diretto, come vedemmo, una spedizione di soccorso per quell'isola, e nell'avanzata dell'intiera flotta comandato felicemente l' avangnardia. Uomo di molto tatto politico e di fine accorgimento era riuscito a soffocare i germi di rivoluzione del contado di Nizza, oltre a molti utili servigi recati in varie occasioni allo Stato. Em. Filiberto si riposava intieramente su di lui: lo amava come amico, e lo teneva in conto di ottimo fra i suoi ministri. Ad ogni momento, si può dire, glie ne dava prova. Così nel 1570 quando la lite che il nostro ammiraglio aveva col conte d'Entremont prese nuovo impulso pel matrimonio dell'ammiraglio Gaspare di Coligny colla figlia del Conte, Giachelina (6), il Duca mostrò apertamente che le sue dispo-

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Venezia. Lettere ministri*, mazzo 1. Il Duca al Parpaglia. Torino 18 maggio 1570. Badi col Doge e colla Signoria di rinfrescare la memoria " del nostro buon animo verso di loro con assicurargli che se in queste loro occorrenze della guerra col Turco possiamo cosa alcuna a commodo et servitio loro ci trovaranno pronti a farlo „.

(2) V. tra gli altri il Manfroni, loc. cit., pag. 462-65. Il Manfroni fa una giusta e severa requisitoria a carico dell'ammiraglio genovese.

(3) *Arch. di Stato di Venezia. Senato Secreta. Deliberazioni*, reg. 77, fol. 20. V. *App. Doc.* 18°.

(4) *Id. Savoia. Dispacci*, loc. cit. Torino 1 febbraio 1571.

(5) Ho di questa affermazione prove sicure, che metterò in luce nello studio già promesso sulle relazioni tra Em. Filiberto e Venezia.

(6) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino 10 ottobre 1570. " È comparso qui due giorni sono un agente del conte di Antremont per riavvivare presso questo sig^r Duca una lite che hebbe con Mons^r di Leinì, Generale delle galee, et gentilhuomo molto stimato, della quale hebbe già sententia contra, con grande alteratione di esso Conte, et viene giudicato che hora che l'Ammiraglio ha da esser suo genero, voglia tentare questa lite, sperando che per questa causa il Duca le debba haver rispetto con darle la sententia in favore „. — Nel matrimonio di Giachelina col Coligny vedi Claretta, *Giacomina d'Entremont ecc.*, pag. 8-11.

sizioni verso il fedele ministro non erano diminuite (1). L'Entremont probabilmente confidava nel terrore che il Coligny faceva ai cattolici dopo la pace ottenuta dal re Carlo IX, ma alla sua volta il Coligny non amava romperla col Duca. Em. Filiberto diede prova luminosa che non temeva il formidabile ugonotto, concedendo il 25 marzo al Leynì l'unione dei luoghi di Alpignano e S. Secondo al feudo di Frossasco con trasmissione ai suoi figli (2). Se il conte d'Entremont aveva ancora qualche speranza, dovette perderla da quel momento in poi.

Il Leynì aveva disimpegnato nell'inverno 1571 un incarico affidatogli, che non era di facile soluzione. Orazio Paciotto, ingegnere di grido e fratello dell' illustre Francesco, nell'estate 1570 accompagnando il Duca in Savoia, fu accusato di comunicare il piano d'una fortezza piemontese ad un principe straniero, poco favorevole agli interessi sabaudi. Em. Filiberto credette all'accusa, lo fece imprigionare e pose il sequestro alle robe sue e del fratello. Questi, che stava allora presso il duca Guidobaldo II di Urbino, pregò questo signore di interessarsi al caso suo, e Guidobaldo mandò ad Em. Filiberto un ambasciatore speciale, Pietro Benedetti. Ma quando il Benedetti giunse in Piemonte, il Paciotto già era ritornato libero con malleveria di 500 scudi e proibizione di presentarsi al Duca. Il Benedetti si recò a Nizza, dove si trovava Em. Filiberto da qualche tempo, e lo pregò di rimettere i Paciotto in grazia. Ne ebbe un rifiuto. Il Duca consentì solo di affidare la cosa al Leynì ed a Baldassarre della Ravoira, signor della Croce, ritornato allora dalla corte di Vienna (3). Non è noto con sicurezza il giudizio dei due arbitri. Em. Filiberto però il 15 aprile 1571 scrivendo a Guidobaldo II disse che per riguardo a lui riceveva di nuovo i Paciotto in grazia (4). È probabile quindi che l' inchiesta dei due abili ministri abbia conchiuso riconoscendo l'innocenza degli accusati.

Em. Filiberto stava ancora a Nizza, quando Filippo II lo pregò per lettera di mandar le sue galere con quelle di Napoli e Genova ad imbarcare i principi di Boemia, Rodolfo ed Ernesto, di ritorno dalla Spagna, dove s'erano recati a fargli visita. Ma il Duca avendo già promesso le sue galere alla Serenissima, ritenne di doverne chiedere prima autorizzazione alla medesima. La domanda fu fatta dal Leynì al Lippomano, il quale acconsentì di buon grado con espressioni di riconoscenza pel riguardo usato alla Repubblica (5). Allora Em. Filiberto rispose a Filippo II promettendo l' invio delle galere (6), e fece mettere in mare la galera nuova (7). Quando però il 26 aprile giunse a Nizza D. Alvaro di Bazan, marchese di Santa Croce

(1) *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Torino 8 ottobre 1570.

(2) *Arch. camerale di Torino. Controllo Patenti,* reg. 11, fol. 175-76.

(3) Il Della Croce era tornato a Torino alla fin di marzo. V. *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Torino 28 marzo 1571. " È ritornato qui Mons^{r} della Croce, che è Amb^{r} di questo Ill^{mo} s^{r} Duca all'Imp^{re} „.

(4) Carlo Promis, *Vita di Francesco Paciotto da Urbino, architetto civile e militare del sec. XVI* in " Miscellanea di storia italiana „, IV, pag. 409, V. anche Id., *Gli ingegneri militari che operarono o scrissero in Piemonte dal 1300 al 1650* in " Miscell. di st. it. „, XII, pag. 542-43.

(5) *Arch. di Stato di Venezia.* Lippomano al Doge. Nizza 16 aprile 1571. — V. anche *Carteggio e memorie* cit., III, n. 24. Em. Filiberto a Filippo II. Nizza 8 aprile 1571. La minuta di questa lettera è in *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte,* 1571, fol. 33.

(6) Lett. cit. del Duca a Filippo II.

(7) Lett. cit. del Lippomano del 16 aprile.

con 16 galere di Napoli e 3 di Genova, solo 2 galere sabaude se gli unirono. La *Capitana* ed il Leynì non vi presero parte, " si crede ", scriveva il Lippomano, " per non voler, che 'l s^r de Linì andasse sotto l'obedientia di esso Marchese " (1). Em. Filiberto pensava di attendere a Nizza il passaggio dei principi, quando l'improvvisa occupazione del marchesato di Finale dagli Spagnuoli, mentre verteva una causa che egli aveva intentato al marchese presso la corte di Vienna, lo preoccupò talmente, che decise di ritornare subito a Torino (2). Rimase il Leynì per ossequiare i principi nel loro passaggio (3).

Ormai era venuta l'epoca della partenza per l'Oriente. Dal novembre dello scorso anno il Leynì attendeva a mettere in assetto le galere, poichè il Duca avrebbe desiderato fornirne quattro all'armata veneta. Ma ben presto si dovette rinunziare a tal progetto: la 4^a^ galera era troppo malandata e sdruscita (4). Il Guarini, ambasciatore estense a Torino, dice che il Duca voleva armarne una 5^a^, comprandola da un gentiluomo provenzale (5), ma certo questa idea, se pur esistette nell'animo del Duca, non durò a lungo. Il Pontefice fece anch'egli in quei giorni domanda delle galere piemontesi, perchè servissero colla sua flotta sotto gli ordini di Marc'Antonio Colonna, ma Em. Filiberto rispose di averle già promesse a Venezia, e diede uguale risposta al re di Spagna, che poco dopo glie le domandò (6). Tuttavia avendo saputo dall'ambasciator suo a Roma, l'abate di S. Solutore, che la Repubblica acconsentiva a cedere le sue galere al Pontefice, avvertì il nunzio che le avrebbe messo in buon ordine, ed armato la 4^a^, se era possibile. In ogni caso se S. Santità volesse imprestargli lo scafo d'una galera, egli l'avrebbe armato prontamente colla ciurma e coi soldati (7). La cosa non ebbe luogo, e le galere piemontesi rimasero al servizio di Venezia; ma il Pontefice espresse la sua riconoscenza per le gentili offerte, tanto più che il Duca dichiarava assumersi del tutto il mantenimento delle galere durante la guerra senza pretendere compenso alcuno (8).

Eppure le spese che il Duca sosteneva in quegli anni non erano piccole. Nel novembre 1570 faceva sborsare da Cristoforo Centurione, banchiere di Genova, al

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Nizza 29 aprile 1571.

(2) *Id.* Nizza 3 maggio 1571. — *Arch. Vaticano,* loc. cit. Albenga 13 maggio 1571.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 66-68. Ai principi Rodolfo ed Ernesto, arciduchi d'Austria. Nizza 12 maggio 1571. — *Id.,* fol. 67. A D. Giovanni d'Austria.

(4) *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Torino 21 maggio 1571.

(5) *Arch. di Stato di Modena,* loc. cit. Battista Guarini al Duca di Ferrara. Torino 22 novembre 1570.

(6) *Arch. di Stato di Venezia,* loc. cit. Torino 21 maggio 1571. " Hiersera giunsi in questa città, ove era arrivato tre giorni prima l'Ecc^mo^ s^r^ Duca, il quale hoggi mi ha mandato a chiamare et mi ha detto haver havute lettere dalla M^tà^ del Re di Spagna che gli dimanda le sue galee, acciò che servino in compagnia di quelle di S. M^tà^ et che ha risposto come anco già rispose a V. S^re^, che le ha già molto tempo destinato al servitio della Scr^tà^ V., et che gliele haveva offerte, et promesse et che però io dovessi scrivere ch'ella desse quell'ordine che le piacesse, ciò è dove et quanto debbano uscire, che tanto darà commissione, che sia eseguito, et che le duole, che la quarta galea si ritrovi in modo guasta, che non possi servire, ma che serà però tanta ciurma et soldati sopra le altre, che in ogni bisogno, si potria di tre farne quattro ".

(7) *Arch. Vaticano,* loc. cit. Torino 5 giugno 1571.

(8) *Arch. di Stato di Torino. Roma. Lettere ministri,* mazzo V. L'abate di S. Solutore al Duca. Roma 15 giugno 1571.

Leynì 1275 scudi d'oro d'Italia, di cui l'ammiraglio era creditore (1), ed ordinava alla camera dei conti di convalidare le spese fatte dal medesimo (2). Il 5 maggio fissava al Leynì 55 scudi al mese, cioè 165 al trimestre, oltre l'ordinario, per un pontone di recente costrutto (3), e faceva anticipare dal Leynì 1000 scudi, metà per dar principio alla darsena di Villafranca, metà per costrurre altre opere nel forte di S. Elmo (4). Il dì 11 maggio 1571 il Leynì ricevette ancora 1507 scudi parte da Cristoforo Centurione, parte da Daniele e Gio. Battista Spinola, ricchi banchieri genovesi (5).

Il 20 maggio la lega cristiana era firmata a Roma dai rappresentanti del Pontefice, del re di Spagna e della repubblica di Venezia (6), ed il 1° giugno l'ambasciator veneto Lippomano pregava Em. Filiberto di mandare a Corfù le sue galere. Promise il Duca avrebbe il giorno dopo scritto al Leynì di partire non appena fossero di ritorno le due galere andate a Barcellona a ricevere i principi di Boemia (7).

Il 19 giugno D. Giovanni d'Austria scrisse da Barcellona una lettera ad Em. Filiberto, annunziandogli il suo prossimo arrivo a Nizza coi principi e colle galere di Spagna, ed esprimendo il vivo desiderio di conferire con lui (8). Siccome però non fissava il giorno dell'arrivo, Em. Filiberto non volle partire alla volta di Nizza, sebbene fosse desideroso di mantenere col novello capo della lega cristiana e fratello del re buone relazioni. Mandò invece a Genova il marchese Filippo d'Este, suo genero (9), ed il conte d'Arignano (10) a rappresentarlo. Il 24 luglio D. Giovanni arrivò a Nizza (11), mentre a Torino giungeva un'altra sua, data a Barcellona il 16 luglio, nella quale scusava il ritardo veramente eccezionale, e l'attribuiva a D. Alvaro di Bazan, venuto troppo lentamente da Napoli a Barcellona (12). Certo questo ritardo era dannoso alla lega, e faceva dubitare che in quell'anno non si potesse compiere alcuna seria operazione sul Turco (13).

Emanuele Filiberto il 22 giugno mandò al Leynì l'istruzione sulla condotta da

(1) *Arch. Provana. Conti delle galere*, mazzo 1, cat. 1ª, in un quaderno, fol. 16. Torino 25 novembre 1570.

(2) *Id.*, altro quaderno con titolo: " Conti di Monsr di Leiny, cavagre dell'ordine di S. A. ecc. „. Torino 8 novembre 1570.

(3) *Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte*, 1571, fol. 54. A Cristoforo Centurione. Nizza 5 maggio 1571.

(4) *Id.*, fol. 55. Nizza 9 maggio 1571.

(5) *Id.*, fol. 64.

(6) Charrière, III, pag. 149. Il card. di Rambouillet a Carlo IX. Roma, 21 maggio 1571.

(7) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 5 giugno 1571.

(8) *Id.* Torino, 29 giugno 1571, manda copia della lettera di D. Giovanni.

(9) Aveva sposato nel 1570 Donna Maria, figlia naturale del Duca e di Laura Crevola di Vercelli.

(10) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 16 giugno 1571.

(11) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Nizza, 24 luglio 1571 (v. copia in *Carteggio e memorie*, III, n. 32). — *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Leonardo Contarini e Girolamo Lippomano. Torino, 27 luglio 1571. " In quest'hora l'eccmo Duca ci ha mandato a dire che tiene aviso dal sr di Lenì che a xxiiii di questo si scoperse l'armata di Spagna a Nizza „.

(12) Lett. cit. degli amb. veneti. Mandano anche copia della lettera di D. Giovanni.

(13) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Lippomano al Doge. Torino, 11 luglio 1571. Dice che sino alla fin del mese D. Giovanni non poteva essere a Genova " per la qual cosa si come poco beneficio si può sperare da quest'armata quest'anno, così ho giudicato debito mio, che la Sertà v. intenda il tutto in negotio così importante „.

tenere in viaggio. Partisse colle tre galere da Nizza insieme a D. Giovanni per andar più sicuro in levante; ma quando il principe si trattenesse troppo a lungo a Genova, lo lasciasse ed andasse solo a Corfù, toccando Otranto, o dove si trovasse l'armata di Venezia. Colà si presentasse all'ammiraglio della Serenissima, Sebastiano Venier, offrisse le sue galere e la sua persona, ed ubbidisse ad ogni ordine del medesimo. Finita la campagna tornasse senz'altro a Villafranca, possibilmente in compagnia d'altri, e mantenesse ovunque ed in ogni caso la dignità dello stendardo di Savoia, non cedendo ad alcuno il posto che gli spettava, salvo all'ammiraglio del Pontefice, del Re e di Venezia " in questo caso solo „. Licenziato che fosse dal Venier, se D. Giovanni lo pregasse d'aiuto in qualche impresa per conto del Re, accettasse, purchè la cosa non richiedesse troppo tempo. Ma se l'armata dei Turchi si facesse aggressiva ed entrasse nelle acque di Sicilia, si licenziasse subito dall'ammiraglio di Spagna, e riconducesse le navi a Villafranca (1).

Il 25 luglio, il giorno dopo dell'arrivo di D. Giovanni a Nizza, il Leynì salpava in compagnia del principe alla volta di Genova (2).

2. — Le tre galere *Capitana*, *Piemontesa* e *Margherita*, che per l'ultima volta sotto il comando del Leynì andavano in Levante a combattere il nemico della cristianità (3), erano armate colla massima cura: oltre ai marinai ordinari 200 soldati costituivano la gente da guerra. Emanuele Filiberto non badò a spesa: il 19 giugno Cristoforo Centurione aveva sborsato al Leynì 1018 scudi d'oro circa, per rimborso a varie spese, ed altri 1000 i due Spinola " a buon conto delle paghe de li dugento fanti ch'io gli devo fornire di più per armare le mie Gallere, et di una fregatta che ha da menare con esse a l'armata in servitio de ss^ri^ Venetiani „ (4). Il capitano Ottaviano Moretto, figlio del famoso Giovanni, comandava la *Piemontesa:* alla scuola del padre il giovane capitano aveva imparato l'arte del marinaio. Egli ne darà prova a Lepanto, e morirà gloriosamente combattendo sulla nave affidatagli. Giovanni Battaglino, vecchio lupo di mare, guidava la *Margherita* (5); quanto

(1) Tonso, pag. 178: " mandatque ut rursus classem omnibus rebus instruat celeriterque expediat „. — *Carteggio e memorie*, III, n. 32, v. *App. Doc.* 19°. — V. *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 11 luglio 1571. " Ha commissione il s^r^ di Linì, quando si debbano le galee di Spagna fermar a Genova, o altro luogo, di andarsene egli solo con le sue 3 a ritrovare quanto prima il General di v. Ser^tà^, et io non ho mancato, si come mi pareva, di accompagnarlo con mie lettere all'ecc^mo^ General et a Corfù, perchè babbia lingua per ritrovar l'armata dove sarà „.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Nizza, 25 luglio 1571.

(3) Non tengo conto della spedizione dell'ordine mauriziano del 1573 che non diede alcun risultato notevole. V. Perrero, *Prima carovana de' cavalieri Mauriziani* in " Curiosità e ricerche di storia subalpina „, IV (1880). Claretta, *Dell'Ordine* ecc.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 74. A Cristoforo Centurione. Agli Spinoli. Torino, 19 giugno 1571. Una copia esiste in *Arch. Provana. Conti delle galere*, mazzo I, in un quaderno, fol. 185.

(5) Federico Sanudo, *Descrittione della guerra con Selim imperator de Turchi l'anno 1570* (mss. della Bibl. di S. A. R. il Duca di Genova, n. 516) fol. 119. — V. anche *Ordine delle galere et le insegne loro con li fanò, nomi, cognomi delli magnifici et generosi patroni di esse che si ritrororno nella armata della Santissima lega* ecc. Venezia, 1571. Fu ripubblicato questo elenco dal Mutinelli, *Annali urbani di Venezia sec. XVI.* Venezia. MDCCCXXXVIII, pag. 132-38. Dice che la *Margherita* era la 32ª del corno destro sotto il cap. Battaglino. — Invece nel cit. codice del Sanudo si scrive *Dattalin* per un errore certo di amanuense.

alla *Capitana*, il comando spettava forse al capitano Alessandro Costantino, commissario delle galere. Sgraziatamente questo ottimo ufficiale, che aveva condotto la *Piemontesa* e la *Margherita* a Barcellona per ricevere gli arciduchi, essendo da molti mesi afflitto da una malattia, nel viaggio sentì aggravarsi l'infermità. Pregò quindi il Leymì lo lasciasse a Villafranca, e ricevesse al suo posto il fratello Domenico, che già altre volte aveva disimpegnato il suo ufficio (1). Il Leymì acconsentì, salva l'approvazione ducale, che non mancò. Molti gentiluomini, il fiore della nobiltà piemontese, ottennero di partecipare alla grande campagna. Fra essi meritano ricordo D. Francesco di Savoia-Racconigi, il conte Chiaberto Piossasco di Scalenghe, Cesare Provana di Leymì, il cavaliere di S. Vitale, il capitano Giambattista Badat di Nizza, Antonio Grimaldi dei signori di Castelnuovo ed altri (2).

Il Leymì partiva lasciando tutto in ordine a Villafranca. Il tesoriere aveva più di 360 scudi per continuare la costruzione della darsena durante i mesi di luglio e di agosto (3). Inoltre il contado era tranquillo, quindi la presenza del nostro ammiraglio non indispensabile. Egli arrivò a Genova con D. Giovanni; là gli Arciduchi presero terra, e dolenti di non aver potuto trovare il Duca, mandarono un gentiluomo a Torino per ossequiarlo, come pur fece D. Giovanni (4). D. Giovanni s'era mostrato molto gentile col Leymì, ma in una sua, accompagnatoria del gentiluomo mandato a Torino, faceva capire che aveva ordine di non arrischiare l'armata nella presente campagna, e che doveva tenere la difensiva (5). E certo questo non era un buon inizio per una campagna.

A Genova il duca di Urbino, Francesco Maria della Rovere, con molto seguito, e con altri cavalieri salì nella *Capitana* del Leymì; egli voleva combattere sopra le navi del Duca ed a fianco dell'illustre ammiraglio (6). Invece il principe di Parma, Alessandro Farnese, prese posto sulle galere di Genova, che ubbidivano ad Ettore Spinola (7). Il 1° agosto D. Giovanni colla maggior parte della flotta, comprese le galere di Savoia, partì alla volta della Spezia, dove lasciò una sezione sotto D. Giovanni di Cardona per imbarcare un reggimento di Tedeschi comandato dal conte d'Arco. Un altro reggimento, quello del conte di Lodrone, aspettava la squadra di Gio. Andrea Doria e di D. Francesco di Guevara, rimasta a Genova, per essere trasportato a Messina. Il Leymì non poteva occuparsi di nulla, essendo inchiodato al letto da una caduta fatta, pare, quand'era ancora a Villafranca; però non ostante

(1) Lett. cit. del Leymì del 24 luglio.

(2) Gioffredo, col. 1550. Claretta, *Dell'Ordine*, pag. 137.

(3) Lett. cit. del Leymì del 25 luglio.

(4) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 1° agosto 1571. *Arch. di Stato di Torino. Allemagna. Lettere principi*, mazzo III. Rodolfo ed Ernesto, arciduchi, al Duca. Genova, 31 luglio 1571 e altra pure del luglio di quell'anno.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 89. A mons^{r} di Leymì. Torino, 19 agosto 1571 (v. copia in *Carteggio e memorie*, III, n. 37) " ... c'è stato carissimo intendere le particolarità in esse contenute si de l'ampia dimostratione dil buon animo del sig^{r} D. Giovanni verso di noi come de altri „. — *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit.

(6) Ciò appare in tutte le relazioni della battaglia. Tonso, pag. 182. Ruffia, col. 1181. Claretta, *Dell'ordine*, pag. 37.

(7) Il Tonso, loc. cit., dice che nella Capitana di Savoia salì pure Alessandro Farnese, principe di Parma. Non è esatto. Tutti gli storici lo fanno andare su quella di Genova.

il colpo fosse stato molto grave, non vi era " gran fractura de osso, nè alteratione di febbre „ (1).

Il dì 8 del mese l'armata giunse presso Napoli. La città mandò a pregare D. Giovanni di ritardare l'entrata al giorno dopo, per riceverlo con solennità. Si gettarono quindi le àncore a Nostra Signora di Piedigrotta, e tutti vi rimasero fino al giorno dopo nelle ore del vespro. Il Leynì, sebbene non ancora ristabilito, non mancò di approfittarne per visitare le cose notevoli di quelle rive. " Et si ebbe commoditate di visitar oltra li belli giardini et palazzi che sono in quella piaggia le due sepolture de due famosissimi poeti, che sono assai vicini l'una a l'altra, cioè quella di Virgilio et quella del Sannazzaro „. Arrivò pure in quel giorno D. Giovanni di Cardona con 27 galere ed il reggimento di tedeschi del conte d'Arco, mentre D. Alvaro di Bazan, che aveva preceduto il grosso dell'armata per giungere anticipatamente a Napoli ed armare 6 navi che qui si trovavano, uscì dal porto e si congiunse con D. Giovanni. Così la flotta crebbe al numero di 70 galere, colle quali il giorno dopo D. Giovanni fece solenne ingresso. " .... Fu salutato „ scrive il Leynì, " prima da Castel Novo, poi dal castello S. Martino, et poi dal Castel dell'Uovo, et ultimamente dalle navi, al che fu risposto con tutta l'artigliaria di tutte le galere, che certo fu un bel sentire, et così gionta la galera Reale al ponte preparato con la cappitana di V. A. a banda destra et quella di Genova a banda sinistra, fu incontrato dal cardinal di Granvela (2), che venne a riceverlo in cima del ponte, il quale era assai grande et longo et tutto coperto di damasco delli colori di S. A., il che fu saccheggiato dalli allabardieri et archibugieri della sua guarda. Montati poi a cavallo si aviorono ala volta del palazzo, il signor D. Giovanni a banda destra et il cardinale a banda sinistra, et immediate avanti luoro andavano li duoi principi di Parma et Urbino con poi un numero infinito d'altri cavallieri et signori, et ove si passava non solo le finestre delle case erano piene di dame, et di molti cavalli de signori che le accompagnavano „ (3).

Questa descrizione corrisponde alla realtà. Anche il segretario di Venezia a Napoli, Alvise Bonrizzo, l'11 agosto scriveva: " S. A. alli IX intorno le 23 hore entrò in questa città, con molta pompa: et certo che la vista delle galee fu bellissª, perchè oltra quelle che S. A. haveva condotto seco, poco prima che la si levasse di dove la si era fermato la notte, gionsero anco le 27 di Sicilia et de Genovesi, che andarono già alla Spezia, come so d'haver scritto a V. Sertà per imbarcar li Alemani et fanterie di Lombardia, che tutte insieme, computate quelle di Savoia, fecero il numero di 62 galee, le quali per il vago sito di questo mare, comparvero molto bene et nell'intrar nel porto fu fatta una bellissima salva d'artegliaria da tutti li castelli, et anco dalle galee. L'Illmo carle andò con tutta la nobiltà al Molo ad incontrar S. A., et la recevete sopra il ponte, che era fatto a questo effetto, adornato tutto di damasco; et nell'inviarsi verso il palazzo, il cardle mise S. A. alla man dritta, et avanti andavano li principi di Parma et d'Urbino, che sono venuti

(1) *Carteggio e memorie*, III, n. 33. Leynì al Duca. Spezia, 2 agosto 1571.

(2) Antonio Perrenot di Granvelle, cardinale e vicerè di Napoli.

(3) Promis, *Cento lettere concernenti la storia del Piemonte del 1544 al 1592* (" Miscell. di storia it. „, IX) pag. 609-10. Leynì al Duca. Napoli, 10 agosto 1571. Claretta, *Dell'ordine*, pag. 37-38.

con S. A. per seguirla in questa impresa, et anco il s^r Paulo Giordano Orsino, et il conte di S^ta Fior con infinito numero di altri nobiliss^i cavallieri „. Il Bonrizzo continua facendo un'ampia e minuta descrizione di quest'entrata (1).

In mezzo a questi onori però il Leynì, acuto osservatore, notò che nè " il sindico nè alcun altro officiale della Corte salvo il vicerè „ era venuto a incontrare D. Giovanni, e seppe " che volendo la cittade tener consiglio per fargli un donativo di 25 m. scudi in questa sua venuta, il cardinale li ha fatto intender che non accadeva per adesso si movessero a cosa alcuna, il che tutto si giudica esser ordine venuto di Spagna e da quel consiglio per buon rispetto „. Il 12, domenica, il cardinale doveva consegnare a D. Giovanni lo stendardo della lega; così appena giunta la squadra di Gio. Andrea Doria, 11 galere, l'armata poteva recarsi a Messina, dove Sebastiano Venier con una buona parte della flotta veneta, e Marc'Antonio Colonna colle galere pontificie l'attendevano con impazienza. Le truppe non mancavano: il vicerè ne faceva levare in tutto il reame: 6000 fanti erano già raccolti, 4 reggimenti erano in formazione obbligando gli abitanti a fornire 4 uomini ogni 100 fuochi. Il 10 agosto alla sera D. Giovanni di Cardona colle galere di Sicilia partì alla volta di Palermo e Messina a dare l'ultima mano ai preparativi (2).

A Napoli il Leynì visitò il segretario Bonrizzo, al quale lasciò ottima impressione. Il Bonrizzo scriveva il 22 agosto che D. Giovanni avrebbe avuto a Palermo 82 galere, comprese quelle di Savoia, " le quali però „ osservava, " al gionger a Messina si uniranno colla squadra della Ser^tà V., havendomi detto Mons^r de Lignì, general di esse, valoroso et honorato cavalliero, di haver tal commissione dal s^r Duca suo; il qual si è anco escusato meco, se non è andato prima a Messina a congiongersi coll'Ecc^mo general di lei, perchè havendo sempre detto il s^r Don Gioanne di voler partir presto, non li sarebbe parso bona creanza abbandonarlo, massime sapendo che senza l'unione di tutte le galee, non si poteva far alcun effetto bono. Va questo cavalliero con voto assolutissimo di combatter, quando così pare al General della Ser^tà V., dicendo di haverne espresso commandamento dal s^r Duca suo s^re „ (3).

Il 14 agosto, il cardinale di Granvelle consegnò solennemente a D. Giovanni lo stendardo della lega, benedetto a Roma dal Pontefice. La cerimonia ebbe luogo nella chiesa di S^ta Chiara, cappella fondata dai re angioini. Lo stendardo rappresentava un grande crocifisso in mezzo, ai piedi le armi del Pontefice, del Re di Spagna e della Ser^ma, e più sotto quelle di D. Giovanni. Anche in questa cerimonia vi furono le solite questioni di precedenza. Il cardinale anzitutto tenne la diritta, mentre fino allora aveva lasciato questa parte onorata a D. Giovanni. I principi di Parma e di Urbino e Paolo Giordano Orsini non presero parte alla festa, perchè l'Orsini contendeva al principe di Parma la precedenza, e D. Giovanni per evitare questioni preferì rimanessero tutti a casa. Sperava il Leynì che il giorno dopo, il 15 a sera,

(1) *Arch. di Stato di Venezia. Napoli. Dispacci*, mazzo II (1570-71). Alvise Bonrizzo al Doge. Napoli, 11 agosto 1571.

(2) Promis, loc. cit., pag. 610-11, lett. cit.

(3) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Napoli, 22 agosto 1561. Il Bonrizzo dice che le galere di Savoia erano 4 (" computate le 4 di Savoia... „). Forse il segretario veneto computò nel numero anche la fregata che accompagnava le galere, perchè queste certamente erano solo 3.

secondo le voci, si partisse per Messina, dove il Colonna con 12 galere ed il Venier con 10 galeazze e 50 galere aspettavano ansiosamente. Ma in complesso era sfiduciato, e non credeva ad un'attiva e prospera campagna: il tempo era troppo avanzato, la gente nuova alla navigazione per la maggior parte, e gli Spagnuoli di mala voglia. Quanto alle galere sue il Leynì non era pienamente soddisfatto: la *Capitana* e la *Piemontesa* servivano bene, ma la *Margherita*, vecchia *Moretta*, lasciava a desiderare, e faceva acqua in abbondanza, senza che si potesse porvi rimedio, perchè il legno era talmente fradicio che non sopportava le ferramenta. Il Leynì proponeva di sostituirla con una nuova, che il capomastro dell'arsenale di Napoli prometteva di costrurre entro quattro mesi a prezzo di 2000 scudi e dello scafo della *Margherita* stessa. Non prese tuttavia alcun impegno, ma ne informò il Duca, consigliandolo, se la cosa gli paresse conveniente, di mandare i 2000 scudi per mezzo d'uno dei suoi banchieri, e gli chiese pure facoltà di lasciare la *Margherita* in isverno nel porto di Napoli, perchè gli officiali della medesima potessero sorvegliare la costruzione dell'altra. Si provvide di una somma di danaro che tolse in prestito da un mercante di Napoli, impegnando la paga del prossimo trimestre che si versava a tempo fisso ai banchieri Raffaele e Luca Grimaldi in Genova (1).

La proposta del Leynì quanto alla costruzione di una nuova galera a Napoli non piacque al Duca. Questi considerò che la spesa sarebbe certo stata maggiore che non eseguendo la costruzione a Villafranca, e come il luogo fosse poco adatto " per assicurarsi ch'ella [*la galera*] si faccia bona et a la bona fede, come si dice, il che si vede et torna più al certo da presso dei patroni che da lunge „. Inoltre gli operai dell'arsenale di Villafranca erano in grado di costrurre una buona galera: la nuova *Capitana*, galera di primissimo ordine per quei tempi, era opera di quell'arsenale. In conclusione Emanuele Filiberto ordinò al Leynì di troncare ogni pratica col capo mastro napoletano, e di ricondurre tutte le galere, anche la *Margherita* a Villafranca, appena terminata la campagna (2). Nel respingere le proposte del Leynì, il Duca era alquanto perplesso. Egli si dichiarava contrario a lasciar svernare le galere nel porto di Napoli solo mancandogli la sicurezza che la Repubblica di Venezia le desiderasse nel prossimo anno; ma se la Serenissima glie ne avesse fatto domanda, forse avrebbe in tal cosa seguito il parere del suo ammiraglio. Fece ad ogni modo comprendere al Lippomano e ad Antonio Tiepolo, amb. di Venezia alla corte di Spagna, allora di passaggio per Torino, che se la Repubblica desiderava servirsi delle sue galere non doveva ritardarne la domanda, essendo deciso di concederle al primo richiedente (3).

---

(1) Promis, op. cit., pag. 612-13. Leynì al Duca. Napoli, 14 agosto 1571. Claretta, *Dell'ordine*, pag. 38-39.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 99-100. A mons^{r} di Leynì. Torino, 27 agosto 1571, pubbl. dal Promis, pag. 622-23. V. anche Claretta, *Dell'ordine*, pag. 42.

(3) *Arch. di Stato di Venezia. Savoia. Dispacci* cit. Antonio Tiepolo e Girolamo Lippomano. Torino, 29 agosto 1571. " Ne disse anco, che 'l s^{r} de Lenì, generale delle sue tre galee ha già domandato se ha da invernare in levante, et pare, che sua ecc^{za} non sappia risolversi, non sapendo se per l'anno futuro sia per volere la Ser^{tà} v. le sue galee, perchè così ragionando disse, che esse sariano di chi fosse primo a domandarle. Dunque non saria male, che la ser^{tà} v. si lasciasse intendere per tempo, acciò che questo numero benchè picciolo, non entri l'anno futuro nel numero di quelle di Spagna, che con queste vorrà armarne poi tanto meno... „.

Il 23 agosto alle ore 14 D. Giovanni arrivò a Messina con sole 25 galere, comprese quelle di Savoia, essendo rimasto a Napoli D. Alvaro di Bazan, colle galere di suo carico e quelle del Doria si facevano sempre attendere. Nell'ingresso del porto l'armata spagnuola fu incontrata da Marc'Antonio Colonna colle 12 galere pontificie, e dal vecchio Sebastiano Venier insieme alle 50 della Serenissima. Altre 60 galere di Venezia attendevano a Candia, certo, pensava il Leynì, per soccorrere Famagosta, stretta da durissimo assedio. Insieme alle galere pontificie si trovavano anche quelle di Malta, 5 in numero, che ubbidivano a fra Pietro Ginstiniani, priore di Messina. D. Giovanni, quando vide comparire le squadre alleate, inalberò lo stendardo della lega, calando quello di Spagna: tutte le navi salutarono a colpi di artiglieria. In quel momento solenne, il Leynì che colla sua *Capitana* stava a destra della *Reale* di Spagna, si allontanò alquanto per lasciare alla Capitana del Pontefice il posto d'onore, mentre Ettore Spinola colla Capitana di Genova alla sinistra della *Reale* faceva il medesimo, perchè al suo posto sottentrasse la galera ammiraglia di Venezia. " Hora „, narra il Leynì, " stando in questo ordine et caminando alla volta dil porto, il Prior di Messina che con la Cappitana della Religgione era restato un pezzo indietro, venne a voga arrancata per mettersi fra noi et il Colonna. Il che da noi non li fu consentito, ma facessimo in modo che non ostante ogni luoro prova tanto al caminare, quanto al pigliar della posta lui restò indietro. Di che ha fatto gran doglianza con dire che quello è il suo luoco, et che ne tengono una dichiaratione da S. M^tà^ Cat^ca^ in luoro favore, et he stato subito dal s^r^ Don Giovanni a dolersi et a dimandarli il loco „. Il Leynì senza por tempo in mezzo si presentò egli pure dal principe il mattino del giorno seguente, 24 agosto, e gli disse avere il Duca dato a lui ordine di servire nella spedizione contro i Turchi, ma anche di non cedere il posto ad altro stendardo a quello del Pontefice, del Re di Spagna e di altri Re se ve ne fossero, e che il prior di Messina aveva agito con poco rispetto ed in cattiva maniera per togliere a lui il posto che gli spettava. D. Giovanni trattò l'illustre ammiraglio con somma cortesia, e lo assicurò ch'egli non avrebbe concesso al priore di Messina il passo su di lui. " A me pare „, disse il principe, " veramente che costoro non possono haver raggione alcuna in questo. Ma sia come si voglia, assicurative, Leiny, che le cose del Signor Duca di Savoia mi sono tanto a cuore quanto la raggion vole et l'obbligo mio ricerca, nè consentirò in modo alcuno che vi moviate dal vostro luoco, ma procurerò di sodisfar a costoro il meglio che potrò, rimettendomi nel resto a S. M. per la decisione „ (1).

Lo stesso giorno il Colonna ed il Venier fecero visita a D. Giovanni, ed i tre capitani decisero insieme che al consiglio degli ammiragli prendessero parte oltre essi il commendator maggiore di Castiglia, D. Luis de Requesens, luogotenente di D. Giovanni, Pompeo Colonna, luogotenente di Marc'Antonio, e il provveditor generale della Serenissima, Agostino Barbarigo, la seconda autorità della flotta veneziana. Decise questo consiglio di preparare intieramente le cose dell'armata, e provvedere di truppe le galere venete che molto ne scarseggiavano. Quindi si stabilì di

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Messina, 24 agosto 1571 (v. copia in *Carteggio e memorie*, III, n. 38 e in *Lettere di Andrea Provana*, cit.) pubbl. dal Promis, loc. cit., pag. 615, v. anche Claretta, *Dell'ordine*, pag. 39-40.

raccogliere 3000 uomini nel reame di Napoli, e nel frattempo di inviare 2 galere, una spagnuola ed una veneziana ad esplorare i progressi del nemico (1).

Il Leynì dopo il consiglio andò a trovare sulla Capitana di Venezia Sebastiano Venier, gli presentò la lettera accompagnatoria del Duca, e, scrive egli, " mi sono offerto di seguirlo et obedirlo conforme a quanto V. A. è stata servita comandarmi „. Il Venier fece " un mondo di belle parole dell'obbligo grande che la luoro republica tiene della amorevolezza che V. A. li ha dimostrato „ (2). Il Leynì osservò allora come nelle altre spedizioni egli avesse partecipato al consiglio degli ammiragli e come s'aspettasse d'esserne pur ora invitato. Il Venier l'assicurò che avrebbe sostenuto il suo desiderio quando fosse stato il caso (3). Scrisse dopo alcuni giorni una lettera di ringraziamento al Duca, promettendo di avere per le sue navi la massima cura (4). Fece il Leynì visita anche al Barbarigo, che gli parve " una persona molto intelligente et capace, senza il quale il Generale non fa nè credo possi fare cosa alcuna „. Non mancò il Venier di restituire al Leynì la visita nella Capitana di Savoia, e ripetè le gentilezze di prima (5).

Il 3 settembre arrivò il Doria con 11 galere ed una di Malta, ed il 4 giunse il resto dell'armata veneziana da Candia; erano 60 galere. Sgraziatamente anche queste mancavano di soldati, e convenne provvederle con perdita di altri giorni preziosi. Ormai la stagione estiva volgeva al suo termine ed ove non si affrettassero i preparativi, la presente campagna arrischiava di finire prima d'essere iniziata. Si spalmarono le navi coll'intenzione di partire il 10 settembre alla volta di Taranto,

---

(1) *Id.*, lett. cit., Manfroni, op. cit., pag. 476.

(2) Lett. cit. del Leynì.

(3) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Tiepolo e Lippomano al Doge. Rivoli, 20 settembre 1571. " L'Ecc^mo^ general Venier mi [*al Lippomano*] ha scritto l'aclusa lettera con un'altra a questo s^r^ Duca in risposta di quella che gli scrisse sua Ecc^a^ per il s^r^ de Linì, come anco vederà la Ser^tà^ v. medesimamente dalla sua copia „. Eccola: " Sono arrivate de qui le galee di questo s^r^ Duca, il General delle quali ci ha reso le lettere di S. Alt., alla qual rispondemo quel tanto che vederete dall'acclusa copia. Però le presentarete dette lettere nostre, et le accompagnerete con quella forma di parole officiose, che si ricerca, sforzandovi di farla ben certa che haveremo tanta cura di esse galee, come alle proprie di S. Ser^tà^. Detto Ecc^mo^ General si è lasciato intendere che quando è stato altre volte con le galee di Spagna è sta introdutto nelle consulte, et che hora a lui pare di esser tralasciato. Noi non mancheremo in occasione che si abbia ad introdur Generali, di farli tutto quel favor che sarà possibile, et gratificarlo in quanto potremo, stimando noi molto il cons^o^ et valor suo, et Dio conservi la Ecc^a^ v. Cl^ma^. Di armata a Messina a xxx Agosto MDlxxi.

Sebastian Venier Procu^r^
Cap^o^ General da Mar.

(4) *Id.*, loc. cit. " L'Ecc^mo^ Generale delle galere di V. A. gionse qui nel medesimo tempo che arrivò il s^r^ D. Gio: et ci ha rese le lettere sue piene di amorevolezza et cortesia verso s. Ser^tà^ et le accompagnò con parole molto officiose, sforzandosi farne ben certi della benivolentia che V. A. porta alla Rep.^ca^ di che senza altra attestazione se ne vedon gli effetti, essendosi mossa a mandar dette sue galere di conserva delle nostre a così gloriosa giornata, il che doverà eternamente restar scolpito ne cuori di essa Ser^ma^ Rep. la qual corrispondendo a V. A., aggiontavi questa nova obligatione, si dimostrerà certo all'occasione corrispondente con fatti. Io fratanto non mancherò di gratificar esso ecc^mo^ Generale di tutto quello che potrò, et di haver a cor la conservatione delle galee sue, come di quelle di S. Ser^tà^. Con questo fine desidero gli anni suoi molti et felici. Di Armata a Messina li xxix Agosto MDlxxi

Sebastian Venier Procu^r^
Cap^o^ General da Mar.

(5) Lett. cit. del Leynì.

Brindisi e Corfù. Ma la flotta era numerosa, 270 galere, 6 galeazze e 30 navi con 25000 uomini d'arme senza le ciurme: tutte bocche da sfamare, per cui ancora all'ultimo momento si dovettero mandare D. Giovanni di Cardona e D. Alvaro di Bazan colle loro squadre a Palermo per imbarcare nuove vettovaglie e munizioni. Erano decisi i comandanti di venire a battaglia col Turco, se questi loro la concedeva. " Ben è vero „ confessava il Leynì, " che a questa risolutione non li veniamo tutti allegramente, ma quasi forzati et astretti dalla vergogna, parendo che sia troppo vituperoso haver giontato qua tante forze et fatta spesa, haver l'inimico tanto vicino, che va scorrendo et depredando il mondo, stando noi qua ociosi a vedere, si che andaremo avanti al certo, et se potremo con la ostentatione et il rumor grande metter qualche filo al inimico, che vi sia un poco sul ritirato, o vero altramente poterne con riputatione scusar di combattere. V. A. sia ben certa che lo faremo più che volontieri „. Certo gli incenvenienti si dovevano prevedere a tempo; ma così com'erano le cose, gli ammiragli avevano ragione di non essere molto fiduciosi in una battaglia, perchè i soldati erano gente nuova, " et della peggiore che si sia vista lungo tempo fa in mare „ (1). " A me pare „ aggiungeva il Leynì, " che la ragione non voglia che con simil gente si aventuri cosa di tanta importantia et consequentia, a tal che noi si troviamo nel luoco et ponto et in fatto che quel gallante huomo disse infra Scilla et Cariddi, et sino a qui venuti invescandosi poi a poco a poco senza pensar di farlo, in modo che non so come ne potremo uscir baghe salve, et Dio voglia che tutto vadi bene „ (2). Le malattie infierivano nell'armata, causa l'avanzata stagione, e specialmente nei soldati tedeschi, non assuefatti al clima. Sulle galere piemontesi ben 200 giacevano infermi tra marinai, soldati e ciurme, ed i più erano nella Capitana (3). Ai primi di settembre il numero già grande s'accrebbe ancora: 150 rematori e 100 fra marinai e soldati non erano in grado di servire. Il Leynì dopo mature considerazioni, decise di lasciarli a Messina su una vecchia galera. Egli rifletteva giustamente che il trascinarsi sulle galere in luoghi pericolosi tanti ammalati era di grave imbarazzo, mentre anche non si potevano somministrar loro quei soccorsi e quelle cure che richiedeva il loro stato. Lasciandoli a Messina con molte medecine, affidati a uomini caritatevoli, la maggior parte si sarebbe salvata, e l'ingombro dalle galere sarebbe stato eliminato. Era tuttavia una grave diminuzione di forze: il Leynì chiese allora al capitano Gio. Ambrogio di Negrone la restituzione di 40 forzati, che il Duca aveva imprestato al medesimo qualche tempo prima coll'obbligo espresso di renderli quando le galere sue ne abbisognassero. Ma il Negrone rispose che erano tutti morti, salvo 7, e che se anche fossero stati vivi non avrebbe potuto restituirli senza un ordine del signor Luciano Centurione, armatore Genovese. Il Leynì ne avvertì il Duca pregandolo di ricercare dal Centurione altri 40 forzati in compenso (4).

(1) *Arch. di Stato di Torino. Lettere partic.* Leynì al Duca. Messina, 5 settembre 1571 (v. copia in *Carteggio e memorie*, III, n, 38) pubbl. dal Promis, loc. cit. pag. 623-25, v. anche Claretta, *Dell'ordine*, pag. 43.

(2) Lett. cit.

(3) Lett. cit. del Leynì 24 agosto. Claretta, pag. 43.

(4) Lett. cit. del Leynì 5 settembre. Claretta, loc. cit.

Em. Filiberto, che ai risultati della lega prendeva il massimo interesse, avendo saputo in quei giorni dal conte di Rivara, castellano di Nizza, di alcune mosse dei Turchi e dei Mori di Barberia, s'affrettò a scriverne al Leynì, perchè comunicasse le notizie a D. Giovanni (1). Questi ringraziò della premura, sebbene già per altre vie fosse informato degli avvenimenti di Barberia, usò molti riguardi al Leynì (2) e per rifare le ciurme delle galere lo soccorse di 20 buoni forzati. Il Venier pure diede al Leynì 50 rematori. Ormai tutto era pronto: sulle galere venete ben 4000 fanti erano imbarcati, cioè 2500 italiani e 1500 spagnuoli. D. Giovanni aveva offerto anche 1000 tedeschi, ma il Venier non volle accettarli, essendo gente poco adatta al mare (3).

Sgraziatamente con tutti questi indugi s'era perduto l'occasione di soccorrere Famagosta, ed il Leynì vedova con dolore tante spese e tanto spreco di vite inutilmente. " So ben dire a V. A. che mentre stiamo in queste deliberationi si è persa belissima occasione de soccorrere Famagosta, il che si poteva fare sicuramente con una parte delle gallere le quali sariano tornate giorni fa et cossì a questa volta havemo lasciato la carne per l'ombra et il certo per l'incerto. Dio sa poi quello sarà stato il meglio et, ciò che ne seguirà „ (4). Infatti il 18 agosto dopo prove disperate di valore Famagosta era caduta, ed i suoi valorosi difensori, specialmente Marc'Antonio Bragadino, finivano la vita in mezzo a strazi inauditi (5).

Il 16 settembre D. Giovanni si mosse. Da varie informazioni risultava che l'armata turca veleggiava nelle acque di Corfù; l'indugiare ancora, quando era sconosciuta la caduta di Famagosta, ma si sapeva che era agli estremi, avrebbe coperto d'onta e di infamia il comandante della lega.

Il 17 l'armata giunse alla Fossa di S. Giovanni, il 19 al Capo Colone, D. Giovanni mandò ad esplorare il commendator Gil de Andrada con 4 galere ed una squadra sotto D. Alvaro di Bazan e Paolo da Canal ad Otranto per imbarcare 1500 spagnuoli ed alcune centinaia di italiani. Il vento fu sfavorevole al d'Andrada, che dovette ritornare senza esito alcuno, e D. Giovanni ormai deciso a tentare una battaglia, guidò l'armata a Corfù, e quindi il 28 settembre alla Cefalonia. In tutto erano 208 galere e 6 galeazze; mancava la squadra del marchese di S. Croce e del Canal, ma D. Giovanni non voleva più indugiare (6).

Alla Cefalonia seppero i cristiani che l'armata del Turco sotto Alì-pascià stava nelle acque di Lepanto. La sera del sabato 6 ottobre partirono ad incontrarla. La domenica, 7 del mese, nel mattino giunsero ad Athocos, l'antica Itaca, " Patria del famoso Ulisse „, come ricorda il Leynì, e quindi all'isola delle Curzolari. Qui apparve tutta l'armata turchesca forte di 230 vascelli, cioè 203 galere e 27 galeotte.

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 89. A mons[r] di Leynì. 19 agosto 1571.

(2) *Id., Lettere particolari.* Leynì al Duca. Messina, 6 settembre 1571 (copia in *Carteggio e memorie,* III, n. 40) pubbl. dal Promis, loc. cit., pag. 626.

(3) *Id.*. Leynì al Duca. Torino, 15 settembre 1571 (copia in *Carteggio e memorie,* III, n. 41) pubbl. dal Promis, op. cit. pag. 629.

(4) Lett. cit. Claretta, pag. 43-44.

(5) V. fra gli altri Manfroni, *Storie della marina,* ecc., pag. 485.

(6) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Leynì al Duca. Capo Colone, 21 settembre 1571 (copia in *Carteggio e memorie,* III, n. 46) pubbl. dal Promis, op. cit., pag. 632.

Durante il viaggio un incidente era accaduto, che poteva avere gravi conseguenze. Quando la flotta cristiana era uscita dalla Fossa di S. Giovanna, la Capitana di Malta si collocò a diritta della Capitana del Pontefice. Il Leynì, che aveva sempre tenuto quel posto, fece vogare la sua Capitana con tutta forza per entrare fra le due, e poco mancò non affondasse la fregata che quella di Malta teneva a poppa. Sdegnato del tiro fattogli l'ammiraglio di Savoia mandò subito il cap. Domenico Costantino sulla fregata alla *Reale* di Spagna, lagnandosi con D. Giovanni dell'avvenuto, e pregandolo di ripararvi immediatamente, se no investirebbe la galera di Malta. D. Giovanni annuì alla legittima domanda: il priore di Messina ebbe ordine di sgombrare il posto, ed andò a collocarsi a distanza di 4 o 5 galere colle altre 2 della religione. Non mancò il Leynì di far noto l'incidente ad Em. Filiberto, consigliandosi di rivolgersi per tal cosa non al re di Spagna, essendo l'ammiraglio di Malta legato colla potente famiglia dei Toledo, allora in auge alla corte, ma al Pontefice (1).

Non mi fermerò a narrare minutamente la grande giornata, della quale già molti hanno discorso. Mi limiterò a ricordare quel tanto che può dare luce alla parte avuta dalle galere piemontesi. Il Leynì ne dà ampia notizia nella sua lettera del 9 ottobre dal porto di Petalà, uno dei documenti principali sulla battaglia (2).

L'armata cristiana fu divisa in tre squadre: la 1ª sotto D. Giovanni in persona costituiva la *battaglia;* era di 61 galere. La 2ª sotto Gio. Andrea Doria con 53 galere nell'avanzata serviva d'avanguardia, ma giunta in vista del nemico si dispose in linea, formando l'ala destra. L'ultima galera dell'estremità destra in questa squadra era la *Piemontesa* di Ottaviano Moretto. La terza squadra comandata da Agostino Barbarigo, forte di 53 galere formava l'ala sinistra. — L'armata dei Turchi si dispose nel medesimo ordine: Alì pascià nel centro con 94 galere, Mohamed Sciaurak, governatore d'Alessandria alla destra con 53, ed Ouloudj Alì, re di Algeri, alla sinistra con 75. — Le galere di Savoia furono spartite nel modo seguente: la Capitana col Leynì stette nel centro, a destra della *Reale* di Spagna, subito dopo la Capitana del Pontefice. Essa portava oltre al Leynì ed ai gentiluomini piemontesi il principe di Urbino con 127 armati e la compagnia di Gio. Battista Bonarelli

---

(1) *Id.*, lett. cit. Il Duca però s'era già rivolto per il caso avvenuto poco prima al re il 20 settembre (*Arch. di Stato di Torino. Registri* ecc. fol. 114. Al re di Spagna. Ambronay, 20 settembre 1571, pubbl. dal Promis, pag. 631 e dal Claretta, pag. 45 e 282. Qui però si attribuisce la data del 22 settembre, mentre è veramente del 20). — Non mi indugio su tali questioni di precedenza tra il Duca e Malta: questa però era convinta di aver buon diritto nelle sue pretese. Il Bosio, *Dell'istoria della sacra religione et ill.ma militia di S. Giovanni Gierosolimitano* cit., III, p. 477, dimostra che D. Garçia di Toledo nel 1564 riconobbe i diritti di precedenza di Malta, ed aggiunge che solo nella campagna di Lepanto D. Giovanni d'Austria volle preferire la Capitana di Savoia, dice, perchè il Duca pretendeva essere i suoi antenati stati re di Cipro. " E come quel giorno era giorno da menar le mani e non di cerimonie „ così il priore di Messina cedette. E veramente nella campagna del 1564 la Capitana di Malta aveva la precedenza su quella di Savoia. Ad ogni modo il Duca non era disposto a tollerar più simil cosa, e dopo essersi rivolto a Filippo II, chiese ed ottenne dal Pontefice conferma al suo diritto di precedenza. V. *Carteggio e memorie*, III, n. 52. L'ab. di S. Solutore al Duca. Roma, 28 dicembre 1571.

(2) Fu pubblicata dal Ricotti, II, pag. 499-503, e già se n'era servito senza pubblicarla il Gioffredo, col. 1551-52. La ripubblicarono il Manno ed il Vecchi, *Note storiche* ecc. in " Rivista marittima „ XII (1879).

della Rovere di 180 soldati (1). La *Piemontesa*, come vedemmo, era nella squadra del Doria, la 52ª, e Giovanni Battaglino colla Margherita stava pure in questa squadra, e teneva il 32° posto (2).

Le 6 galeazze furono trascinate innanzi all'armata, a molta distanza le une dalle altre, sicchè l'armata Turca penetrando fra esse per correre all'assalto della cristiana subì gravissimi danni dalla loro artiglieria (3). Giunse a fronte delle galere alleate con molte navi già fiaccate ed il morale delle truppe depresso. Tuttavia l'attacco fu rude e la mischia grandissima. " La Reale dei Turchi „, scrive il Leynì, " la quale si era incontrata con la Real nostra, fu rimessa assai presto, et tagliata la testa al bassà, et portata a S. A., pigliati dui suoi figliuolini vivi „. La Capitana di Savoia investì la terza galera presso la Reale nei Turchi; ma un'altra galera nemica accorse alla difesa, ed assalì la nostra dalla parte dello schifo " a tal che per un pezzo ne bisognò combatter contra due non senza danno, et perdita di molti huomini da bene „. Il Leynì stesso ricevette un'archibugiata nella testa; per fortuna un morione donatogli dal principe di Urbino servì alquanto di riparo. Il colpo fu tuttavia tale che n'ebbe ferita grave, e rimase mezz'ora quasi privo di sensi. Riavutosi attese a riordinare la battaglia, e presto aiutato da una galera di D. Alvaro di Bazon potè catturare le due galere colle quali combatteva (4).

Non così prospera fu la sorte della *Piemontesa*. Assalita ad un tempo da tre galere di Ouloudj-Alì, una a prora e due sui fianchi, da nessuno soccorsa, perchè Gio. Andrea Doria, nella cui squadra combatteva, si tenne al largo e non partecipò alla battaglia, dopo una lotta disperata soggiacque. I difensori furono passati a fil di spada, salvo 12. Vi morì il capitano Ottaviano Moretto con tutti i suoi soldati

---

(1) *Colección de documentos ineditos*, ecc., vol. III. " Documentos sobre la armada de la liga „ pag. 207 e 211. V'è una " Relacion del número de toda la gente que va en esta armada de S. M. y de la manera que se ha hecho su embarcacion y repartimiento „. Che la Capitana di Savoia fosse in prima fila accanto a quella del Colonna è narrato da tutti, oltre che dal Leynì stesso. V. Sereno, *Commentari della guerra di Cipro*. Montecassino, 1845, pag. 197. " Et appresso al Colonna la Capitana del Duca di Savoia governata da Monsignor de Leynì „. — *Ordine delle galere et le insegne loro con li fanò* ecc. (Venetia MDLXXI) ripubblicato dal Mutinelli, *Annali urbani di Venezia. Secolo XVI*. Venezia MDCCCXXXVIII, pag. 132-38: " Patrona Reale, L'alteza del sr lo. d'Austria, generale della Legga, La Capitana del Comendator maggior, l'eccmo M. Autº Collona, generale di S. S. Monsr de legnia (!), generale di Savoia „. Nell'elenco dei personaggi è ricordato: " Monsignor di legno (*sic*) general con lo Eccellentissimo Prencipe di Urbino „. — Il Paruta: *Storia della guerra di Cipro*, Siena, Rossi 1827, pag. 263 ricorda a mala pena la Capitana di Savoia. Sanudo, op. cit. (ms.) fol. 119. Molmenti, *Relazione di Sebastiano Veniero nella guerra contro i Turchi (1571-72)* in " Riv. Marittima „, XXX (1897), pag. 494: " La Capitana di Savoggia, Monsr di Linì „.

(2) *Ordine delle galere*, cit. Sanudo, fol. 119. — Lett. del Leynì cit. del 9 ottobre. — Ricordano pure la posizione delle galere piemontesi l'Arenaprimo. *La Sicilia alla battaglia di Lepanto*, Messina, Principato, 1892, pag. 144 e 145-46, il Manfroni, op. cit., pag. 481 ed il Venier nella cit. relazione pubblicata dal Molmenti, pag. 495 e 496.

(3) Sanudo, col. 122*r*.

(4) Lett. cit. del Leynì. Pingone, *Augusta Taurinorum*, pag. 88. " Leniacus ex tririmi praetoriana fortiter dimicans sclopeto citus in capite ira galeae praesidio prasit „. Tonso, pag. 182. " Provana in observando tempore et loco, atque in cohortando militibus, caeterisque disponendis rebus magni ducis, in pugna costantis strenuique militis officia praestitit, dum ardentius pugnat in capite vulnus recepit. Glans plumbexat inflammato sulfureo pulvere per ferream fistulam emissa prohiberi non potuit, neque eius ignea vis arceri; sed ictus in penetranda firmiore cassi detardatus, capiti levius infixus est „. Ruffia, col. 1183. Manfroni, pag. 491. Claretta, pag. 52.

e D. Francesco di Savoia-Racconigi, ferito mortalmente nella mischia, il quale sopravisse poche ore alla battaglia. La vittoria del centro indusse Ouloudj-Alì alla fuga; così la galera rimase libera. La *Margherita* non ebbe parte attiva nella battaglia; rimase, per sua fortuna, al largo col Doria, spettatrice soltanto (1).

Finita la vittoria, che erasi vinta a prezzo della vita di Agostino Barbarigo e di tanti altri valorosi, l'armata riparò nel porto di Petalà. Il Leynì cercò nel breve tempo passato in quel porto di riattare alla meglio la *Piemontesa*, e vi riuscì: il cap. Gio. Battista Badat succedette nel comando al Moretto. Ma per disgrazia la *Margherita*, sebbene non avesse combattuto nella giornata, era così sdruscita, che faceva acqua da ogni parte. Il Leynì pensò di sostituirla con qualche galera sottile che non era difficile avere in cambio di una presa ai Turchi dalla Capitana (2), troppo pesante e vecchia, con aggiunta di alcune centinaia di scudi (3). Tutte queste occupazioni probabilmente causarono al Leynì una ricaduta; la sua ferita, che nelle prime non sembrava gravissima, ora lo inchiodò nel letto. Una violenta febbre lo assalì " et fui talvolta vicino a far vela „. La sua vigorosa costituzione vinse il male. Il 20 ottobre era fuori di pericolo, ed il 26 ne dava notizia al Duca da Corfù, dove era ritornata la flotta: nondimeno per molti giorni ancora dovette tenere il letto.

A Corfù il Leynì riuscì a cambiare la *bastarda* turca con una galera sottile e nuova: la vecchia *Margherita* fu data quindi al fuoco. Restava a pensare alle ciurme decimate dalla battaglia. Il Venier gli donò 50 schiavi turchi, i quali con altri 100 presi nella galera turca, sebbene diminuiti dalle continue morti, servirono a surrogare in parte quelli che mancavano (3). Il 26 novembre il principe di Urbino lasciò la Capitana di Savoia, e sopra 2 galere venete partì alla volta di Ancona. La campagna era finita. Il Leynì non ebbe più che un pensiero, quello di ritornare a Villafranca al più presto, poichè la *Capitana* e la *Piemontesa* richiedevano molte cure. Prima di partire, mandò i suoi saluti al Venier, non potendo farglieli personalmente in causa della ferita, e l'ammiraglio veneto ebbe parole gentilissime al suo

---

(1) Lett. cit. del Leynì. Pingone, loc. cit. " triremium una Margaris nomine dissipata, mersaque penitus. Pedemontana semel atque iterum ab hostibus recepta „. Il Pingone crede che la Margherita fosse rovinata dal nemico, il che non è vero. — Manfroni, pag. 494-95.

(2) Lett. cit. del Leynì. Vedemmo che il Leynì riuscì coll'aiuto di una galera spagnuola a catturare le 2 galere nemiche da cui era assalito: una gli rimase.

(3) *Id.*, Claretta, pag. 52-53.

(4) Gioffredo, col. 1553-54. Caracciolo, *I commentarii delle guerre fatte co' Turchi da D. Giovanni d'Austria*. Firenze, Marescotti, MDLXXX, pag. 13. " Scrive il Caracciolo che le galere del Duca di Savoia " delle quali era Generale Monsr di Leynì, stando in differenza se dovevano andare con le galere del Re, o degli altri collegati, si trovarono sopranumerarie, perchè poi non godettero della preda della vittoria „. Questa notizia, sebbene venga da un testimonio oculare, è inesatta. Le galere piemontesi stavano pubblicamente con quelle di Venezia, sebbene nella battaglia fossero separate, ed ebbero parte alla preda, tant'è che il Leynì tenne quanto egli stesso seppe conquistare, una galera e 100 uomini, e di più ricevette dal Venier 50 schiavi ed una galera. Lo stesso principe di Urbino, che militò a fianco del Leynì, ebbe per sua parte 25 schiavi. — V. *Colección*, cit., III, p. 232. Corfù, 24 ottobre 1571. " Propuesta hecha al Sr. D. Juan de Austria „ sullo spartimento della preda. " A los principes de Parma y Urbino, y á Pablo Jordan Ursino, paresse que se les podrán dar venite y cinco esclavos á cada uno, quando no pareciése a S. A. hacer diferencia dal de Parma á los otros „. D. Giovanni decretò: " Que se haga, quitando desta parte los que han rescebido, y al Principe de Parma se den treinta esclavos „.

indirizzo. Gli donò anche una galera, che il Leynì lasciò poi a Messina, e gli promise pel domani un bell'oggetto d'argento. Ma il Leynì per evitare il dono in presenza degli Spagnuoli, i quali durante l'intiera campagna avevano mostrato non poca gelosia per buon animo che regnava tra lui ed il Venier, partì due ore prima del giorno colle galere di Gio. Andrea Doria che ritornavano a Genova (1).

Em. Filiberto attendeva con ansietà l'esito della campagna. Da ogni parte gli giungevano ottime informazioni sulla condotta del Leynì, specie dal Lippomano, che riferiva quanto gli scrivevano da Venezia e dall'armata (2). Anche a Roma l'abate di S. Solutore, al quale il Leynì mandava spesso notizia delle operazioni, presentando al Pontefice le sue lettere, si sentì ringraziare con espansione. Pio V trovava così equanime e sincero il giudizio del Leynì, che volle essere informato da lui nella voce sparsa dagli Spagnuoli che le galere venete mancassero d'ogni cosa. Il Leynì rispose, com'era la verità, che l'armata veneta per i gran disagi sofferti scarseggiava di truppa, ma che quanto al resto era in perfetto stato. Diede pure notizia dell'arrivo di Marcantonio Colonna, ed espresse la sua contentezza, perchè quell'illustre personaggio avendo molta autorità sugli Spagnuoli e sui Veneziani poteva servire di gran temperamento nelle relazioni fra i comandanti delle due parti. Anche questa osservazione fece molto piacere al Pontefice, il quale raccomandò all'abate di S. Solutore di pregare il Leynì mandasse con frequenza notizie dell'armata, parendogli degno d'ogni fiducia (3).

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Lippomano al Doge. Torino, 2 dicembre 1571. " Ha esso Mons^r [*di Leynì*] lasciato in armata una galera, che al suo partir le diede esso ecc^mo Veniero risservandosi a torla tutto l'anno che viene, che spera di ritornare non havendo gente da remo, nè marinari per condurla, essendoli morti molti d'i schiavi che ha preso et di quei ancora che le diede sua ecc^za) È venuto con tre galere non ostante che ne habbia abbruggiata una, imperochè havendo preso una galea grande combatendo, non a proposito per la poca gente che haveva da metterli sopra, la cambiò con una sottile buona che è la terza che ha condotto. Dice che havendosi mandato a licentiar dall'ecc^mo General, non potendo andar egli stesso, perchè non si movea di letto, le fu doppo molti ringratiamenti detto di mandargli una credentiera di argento; ma che egli la seguente mattina doi hore inanzi giornò partì, per non esser appresentato alla presentia degli Spagnoli che sospettano di ogni cosa, per fuggir una longa cerimonia di molte vinte, et per non perder la compagnia delle galere di Genova „.

(2) *Id.* Torino, 22 ottobre 1571. " Et dicendo io all'Ecc.^za Sua quanta sodisfattione dava di sè il s.^r di Linì suo Generale mostrò haverne gran piacere, amandolo e stimandolo molto, con mostrarmi una lettera che scrive sua s.^ria da Corfù con speranza di trovar l'armata inimica ancora, et combatterla, il che faccia Iddio succedere „.

(3) *Arch. di Stato di Modena. Cancelleria ducale, Avvisi e notizie dall'estero.* Roma, 12 settembre 1571. " Essendo solito l'Amb^r di Savoia mostrar a S. S^tà alcuni particolari di lettere che le scrive Mons.^r di Leynì, Generale delle Galere di Savoia, gli ha dato tanto credito, che ordinò all'Amb^re d'informarsi dal detto Mons^re come stessero veramente le galere di Venetia, poi che li spagnuoli le accusano per mal ordinate d'ogni cosa. Egli ha risposto che le dette galere sono all'ordine quanto ad remigi, ma de soldati no per li gran disaggij havuti, pur che tuttavia s'attendevano ad armarsi. S. S^tà dà tanta fede a questi ragguagli conoscendo le buone qualità di quel sig^re non interessato con alcuna delle parti, che ha mostrato doverle esser caro che egli avvisi continuamente quello che succederà in armata. Scrive il detto Mons^r di Leynì nel dar conto di queste galere parole formali in lode del Generale Colonna. " Hor che siamo tutti insieme comincio a credere che habbiamo da fare qualche cosa di buono, massime con la prudenza et destrezza grande dell'Ill.^mo M. Ant° Colonna, il quale a un certo modo resta mediatore et arbitro tra spagnuoli e Venetiani, et essendo molto confidente d'ambe le parti va componendo gli humori et diggerendo i negotij in maniera che ogni cosa è per passar bene „. Et questo particolare l'ha visto anche S. S.^tà con molto suo piacere „.

Il 23 ottobre giunse a Torino l'annunzio della vittoria per un corriere spedito da Venezia al Lippomano. Questi s'affrettò a portare la felice nuova al Duca, ritornato il giorno prima da un viaggio in Savoia. Lascio al Lippomano la parola (1) " ..... Subbito sono andato da questo Ill^mo s^r Duca dandogli le lettere della Ser^tà V., che d'allegrezza ha gettato le lagrime, abbracciandomi più volte tenerissimamente. Et con molte parole mi disse: " Fatte fede, s^r Amb^re, a quella Ser^ma Sig^ria che non ha servitore nè più affettionato, nè più amorevole di me in questo mondo, et che non cedo ad alcun'altro in sentire questa gran nuova et soggiungendo che *est dies quam fecit dominus exultemus et laetemur in ea.* Subbito fece intendere all' Arcivescovo (2) che voleva andar in Chiesa et che ordinasse fino che si diceva la messa una processione sollenissima, dove andassimo con tutta la Corte, et il populo della Città in compagnia, che hanno mostrato tutti estrema consolatione. Ha fatto ancora l'Altezza sua sbarar l'artegliaria, et ordinar fuochi per questa notte „. Il Pingone, testimonio oculare anch'esso, conferma le parole dell'amb. veneto. " Ob eam victoriam, Taurini supplicationes superis, feriae mortalibus inditae „ (3). Anzi i soldati ed i poveri della città, per mostrare in modo più memorando il loro gaudio, mentre il Lippomano stava comunicando al Duca la felice notizia, andarono a casa del medesimo, bevvero e mangiarono con tanto entusiasmo, che il pover'uomo al ritorno trovò la cantina ed il granaio vuoti; " il che però scrisse filosoficamente, mi è stato carissimo, meritando sì gran vittoria maggior cosa di questa „ (4).

Le notizie di Venezia portavano che la *Piemontesa* era perduta: Em. Filiberto espresse al Lippomano la speranza che l'ammiraglio veneto avrebbe donato un'altra galera al Leynì (5), ma ben presto giunse la lettera del nostro ammiraglio del 9 ottobre, con tutti i particolari sulla sorte delle galere. D. Giovanni mandò pure D. Lopez de Figueroa a partecipare la felice notizia della vittoria al Duca, ed il Papa un breve apposito (6). Em. Filiberto rispose a tutte queste comunicazioni inviando il conte di Sanfrè a Roma, il conte d'Arignano a Venezia, Cesare Doria, figlio di Antonio, l'antico suo consigliere in Fiandra, a D. Giovanni (7).

Egli attendeva il ritorno del Leynì, avendo scritto il 16 ottobre, prima di aver notizia della vittoria, a D. Giovanni di licenziarlo non appena fosse terminata la campagna (8), ma quando giunse la felice notizia concesse per lettera al suo ammi-

---

(1) *Arch. di Stato di Venezia.*, loc. cit. Torino, 23 ottobre 1571. *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 24 ottobre 1571.

(2) Girolamo della Rovere, arcivescovo di Torino.

(3) Pingone, *Augusta Taurinorum*, pag. 88.

(4) Lett. cit. del Lippomano.

(5) Lett. cit. del Lippomano " Disse poi che la galea persa poco importava, et che si rendeva certo che vostra Ser^tà le faria gratia di qualche altra di quelle prese al Turco, più per honore del suo Generale che d'altro „.

(6) *Arch. Vaticano*, loc. cit. Torino, 8 novembre 1571. Dice il nunzio di aver consegnato il breve al Duca, e che era arrivato D. Lopez de Figueroa. *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Lippomano al Doge. Torino, 7 novembre 1571.

(7) Lett. cit. del Lippomano del 7 novembre.

(8) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 124. A D. Giovanni d'Austria. Chambéry, 16 ottobre 1571.

raglio di rimanere all'armata, quando essa facesse qualche altra operazione e traesse frutto dalla vittoria (1). Passarono molti giorni, e non ricevendo risposta, il Duca cominciò ad inquietarsi. La grave ferita che il suo ammiraglio aveva riportato nel capo gli faceva temere per la sua vita. Finalmente il 19 novembre giunse la lettera del Leynì del 26 ottobre, dove v'erano maggiori notizie sulla condizione delle galere, e nella quale si apprendeva pure la fine delle operazioni (2).

Infatti, come vedemmo, il Leynì era partito insieme a Gio. Andrea Doria, Ettore Spinola e Marc'Antonio Colonna per Messina, seguito dall'intiera flotta di Spagna e del Pontefice. Il 1° novembre erano tutti a Messina (3). Ne ripartirono poco dopo il Colonna, il Doria ed il Leynì, fermandosi poi a Napoli. Qui il Leynì si ritrovò col segretario di Venezia, Alvise Bonrizzo. La Signoria aveva mandato lettere di ringraziamento e di elogio per D. Giovanni, pel Colonna e pel Leynì mandò a D. Giovanni quella indirizzatagli, e consegnò personalmente le altre due al Colonna ed al Leynì, che mostrarono molta soddisfazione delle espressioni lusinghiere loro rivolte. In particolare il Leynì ebbe parole gentili verso la Signoria ed il suo rappresentante (4). Pochi giorni dopo ripartì cogli altri due ammiragli; nella notte del 16 al 17 del mese toccò Civitavecchia (5), ed infine agli ultimi del mese, dopo aver lasciato a Genova il Doria ed Ettore Spinola, s'ancorò nel porto di Villafranca. Il 1° dicembre, di sera, entrò in Torino, ricevuto a braccia aperte dal Duca. Colà fece ampia relazione delle cose vedute, ed in ispecie dei riguardi usatigli dal Venier e dalla Signoria veneta (6). Recatosi poi dal Lippomano tra l'altro volle comunicargli il disegno degli Spagnuoli di fare nella primavera una spedizione contro Tunisi; ma aggiunse " che lui con ogni

---

(1) Lett. cit. del Lippomano del 7 novembre. " Mi ha detto il sig.r Duca che 'l suo Generale aveva ordine come le galee fossero per invernare di ritornarsene di qua, ma che ultimamente gli ha scritto che operandosi alcuna cosa .... che non manchi di seguitare, non guardar a spesa, nè a pericolo di sorte alcuna „.

(2) Gioffredo, loc. cit. *Archivio di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 19 novembre 1571. " Con questo corriero ... scrivo poche righe alla Ser.tà v. con dirle che finalmente sono comparse le lettere di Mons.r di Leynì, la tardanza delle quali ha fatto dubbitar al sig.r Duca della sua vita, et massime sapendosi che haveva havuto una archibusata in testa, della quale ancora fino i xxv del passato non era ben rissanato. Dà conto de molti ss.ri Piemontesi, et altri soldati in gran numero morti sopra le sue galere, fra quali ne sono doi della casa di Savoia, et che il corpo d'una galera era del tutto guasta, et ruinata senza speranza di poterla ridur di qua, ma che farà ogni cosa di riarmare un'altra Turchesca che haveva preso con alquanti forzati, se ben molti di essi feriti, oltre 50 altri havuti dall'ecc.mo Generale della Ser.tà vostra „.

(3) *Arch. di Stato di Venezia. Napoli, Dispacci* cit. Bonrizzo al Doge. Napoli, 7 novembre 1571.

(4) *Id.* Napoli, 14 novembre 1571. " .... et Mons.r de Leignì m'ha detto che questo favor che v. Ser.tà l'ha fatto, li fa sentir doppiamente l'allegrezza di questa vittoria, perchè sa di non poter lassar a' suoi figliuoli cosa più cara che detta lettera in testimonio del devotiss.o animo suo verso quel ser.mo Dominio, et mi ha detto anco, che risponderebbe alla Ser.tà v. „.

(5) *Arch. di Stato di Modena. Avvisi e notizie dall'estero*, 1571. Roma, 17 novembre 1571. " Questa notte vennero le galere di Genova et Savoia „.

(6) *Id. Carteggio degli amb. estensi a Torino*, busta 3a. Paolo Emilio Boschetti al duca di Ferrara. Torino, 2 dicembre 1571. " Hiersera arrivò Monsur di Leonì generale delle galere di sua Altezza „. *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino, 2 dicembre 1571. " Hieri poi arrivò qui Mons.r de Leynì non ancora ben rissanato dell'archibusata che rilevò in testa combatendo. il quale riferisce medesimamente assai degli honori et cortesie ricevute dall'ecc.mo General Veniero, et da tutti quei ss.ri dell'armata Venetiana, inanzi et dopo la vittoria, et sopratutto gli è stata carissima la lettera che la Ser.tà v. le ha scritto „. Il Duca è di tutto gratissimo.

istantia haveva cercato di desuaderne il s^r D. Gio. mostrandole quando pure il Re fosse resoluto, che sarebbono a bastanza le galere che sono in Spagna et qualche numero de navi, con le qual forze si assicura che non vi sarebbe difficultà a farla; nel qual tempo poi si dovesse seguitare la vittoria unitamente contra il nemico in Levante. A questo proposito mi giurò „ aggiunge il Lippomano, " che non pur in questo, ma in ogni altra cosa haveva sempre procurato il beneficio di V. Ser^tà, et fatto ufficij, quali sapeva dover esser di consolatione al Duca suo sig^re, intendendoli conformi alla commissione che teneva. Io ne lo ringratiai di quella maniera et con quella forma di parole che giudicai convenirsi alle degne sue operationi „ (1).

3. — La parte gloriosa delle galere di Savoia nella grande battaglia non è ricordata solo nelle lettere del loro ammiraglio e dagli storici piemontesi. Gio. Battista Rasario, nel suo *De victoria Christianorum ad Echimadas. Oratio* (2), discorrendo pomposamente della disposizione delle navi, scrive: " Erat in eodem comitatu [*con D. Giovanni ed il Colonna*] Lignius, vir summa nobilitate et bellica virtute praestans, quem cum suis triremibus ad Christianam religionem defendendam, et ut nobis gratum faceret, miserat summa animi alacritate propensaque voluntate Emanuel Philibertus, Sabaudiae dux illustrissimus „. In una relazione spagnuola è ricordato che il Leynì ebbe ferita e conquistò una galera. " La Grifona del Papa imbistio con Caracosa [*corsaro turco molto temuto*], y aunque tenia una galeota de socorso fué entrada y muerto Caracosa. La Capitana de Saboya con gran esfuerzo hizo lo mismo á la que le cupo, y desta batalla salió herido Mosior de Leyní, general de las galeras de Saboya „ (3).

Anche nelle opere poetiche composte in occasione della battaglia, non manca memoria del nostro ammiraglio (4), sebbene i poeti italiani non siano tra i più ricordevoli e solo quelli tra essi ch'erano di minore fama abbiano tenuto conto dell'opera sua. Non è infatti *L'Austria* (5) di Ferrante Carafa, marchese di S. Lucido che parla del Leynì, per quanto nei *Preghi per l'unione* e nelle *Gioie per quella fatta et Gratie per la vittoria* abbondino i sonetti alla SS^ma Trinità, alla Beat^ma Madre, a tutta la corte del cielo, a tutti i principi del mondo, alle sue quattro parti, " a molte provincie, regni, città, fiumi particolari, ai dotti e belli ingegni e sacri spiriti dell'età nostra „ persino a Prete Giovanni re d'Etiopia. Solo due sonetti sono dedicati al Duca di Savoia (6), ma non contengono parola nè del Leynì nè delle galere sabaude.

---

(1) Lett. cit. del Lippomano 2 dicembre.

(2) Venetiis, apud Vincentium Valgrinum, MDLXXI.

(3) *Colección* cit., III, pag. 218. Un'altra relazione che dice il medesimo si trova nella *Colección de documentos inéditos relativos á la celebre batalla de Lepanto sacados del Archivo general de Simancas por el coronel de ingenieros Don José Aparici* Madrid, 1847, pag. 33.

(4) V. sulla poesia della battaglia di Lepanto Guglielmotti, *Marc'Antonio Colonna alla battaglia di Lepanto.* Mango, *Una miscellanea sconosciuta del secolo XVI.* Palermo, 1894 e i *Cantori di Lepanto* in " Note letterarie „. Palermo, Lo Statuto, 1894. Mazzoni. *La battaglia di Lepanto e la poesia politica del secolo XVI* in " La vita italiana nel seicento „. Milano, Treves, 1895. Ultimo il Molmenti, *La battaglia di Lepanto nell'arte, nella poesia, nella storia* cit.

(5) Napoli, MDLXXIII.

(6) Pagine 56 e 107.

Ripeto sono i poeti minimi in Italia quelli che ricordarono la parte dei Piemontesi nella battaglia. Così Giovanni Saetti da Sassuolo in un *Sogno sopra la vittoria ottenuta da la Santa Lega contro il Turco* (1) canta

" O quanto si rallegra il gran Giovanni
Quando sì fidi e degni Heroi vede
A l'Austria sua aggiunti per compagni.
Conosce e gode ne l'età sua verde
Esser da ogn'uno amato e riverito
E perciò ne la gloria non si perde.
Si accinge anzi alla guerra quello invitto,
Con Malta e con Savoia in compagnia,
Per deguamente esser mostrato a ditto „.

Accanto a D. Giovanni, scrive un anonimo (2), diverranno famosi altri oscuri mercè del loro ingegno e..... *degl'inchiostri puri* (sic).

Nel destro corno con dispar contese
È Monsignor di Legno (*sic*) quel maggiore,
È al Barbaro far tenta illustri offese.
Seco ha d'Urbino il futuro Signore,
Ch'in giovenil età dà segno chiaro,
Che non è al Giglio la Ghianda inferiore „.

Non faccio commenti alla miseria poetica di questo anonimo. Noto solo che s'egli ricorda il Leymì ed il principe di Urbino è segno che anche della loro opera si parlò in quei giorni.

Ma se vogliamo realmente trovare particolari intorno al nostro ammiraglio, dobbiamo ricorrere ad un poema spagnuolo, dimenticato affatto in Italia, sebbene non sia inferiore a tanti altri che si scrissero in occasione della battaglia. Intendo parlare della *Felicissima victoria concedida dal cielo al señor don Juan de Austria en el golfo de Lepanto de la poderosa armada Othomana* (3) di Girolamo Corte Real *cavalliero portugues*. Trattandosi di un poema dimenticato darò prima un breve sunto del contenuto.

Il Corte Real comincia con un prologo a Filippo II, dove avverte di esser stato a lungo dubbioso di scrivere il poema, ma poi d'aver ceduto al desiderio in lui prepotente. Segue una risposta del re da Madrid 8 novembre 1576 con parole di elogio al poeta. E quindi vengono un sonetto spagnuolo di D. Fernando Henriquez, in cui il Corte Real è paragonato ad Omero, cantor d'Achille, varî altri sonetti portoghesi di D. Francisco de Movra, di Pedro de Andrada Caminho, di André Faliam, uno italiano di Jeronimo de Franchi Conestaggio, uno latino di Ludovico Franco, ed infine un ultimo portoghese di nuovo di Dioguo Bernaldez.

Il poema, diviso in 15 canti in endecasillabi sciolti, s'apre con un sogno di Selim II, che l'inferno persuade a conquistar Cipro. Il sultano chiama i suoi pascià, e prepara una grande armata (canto 1°). Questa naviga a Cipro dove sbarca Mustafà,

(1) Venetia, MDLXXI.

(2) *Capitolo in lode di tutti li sopracomiti et d'alcuni prencipi che si sono ritrovati et portati valorosamente nel giorno de la battaglia et vittoria navale contra Turchi.* In Venetia, MDCXXII.

(3) *Impressa con licensia y approbation 1578. Con Privilegio Real.* Di questo poema esiste una copia nella Biblioteca del Duca di Genova a Torino.

che assedia e prende Nicosia (canto 2°). Mustafà cerca di penetrare nella casa dell'Amore, ma ne viene respinto, e Piali dà al fuoco il galeone che trasportava le dame prigioniere a Costantinopoli. Mustafà piange la morte di Ippolita, e pone l'assedio a Famagosta (canto 3°). Alì pascià, guardando il cielo, vede le immagini delle stelle muoversi; vinto dal sonno, si addormenta, e gli appare Selim I, avo del sultano, che lo porta nel tempio di Marte, gli mostra D. Giovanni d'Austria, e gli palesa la sua prossima e triste fine (canto 4°). A Negroponte l'armata turca s'unisce con Ouloudj-Alì, e va nelle acque di Candia. Quivi saccheggia varî luoghi, e quindi ritorna sulle coste di Zante e Cefalonia e le rovina (canto 5°). Venere si rattrista per la distruzione di Cipro, sua isola prediletta, e chiede a Vulcano armi per D. Giovanni. Vulcano glie le prepara, e fra l'altro fonde uno scudo, dove sono istoriate le gesta di Carlo V e di Filippo II (canto 6°). D. Giovanni va a Genova, quindi a Napoli, dove riceve lo stendardo della Lega, si provvede di munizioni e vettovaglie, e si reca a Messina (canto 7°). L'armata cristiana unita veleggia verso Corfù; ma i venti sono contrari. Venere si lagna con Nettuno (" su hermano „), il quale ordina a Tritone di recarsi al Capo Colono e di placar la violenza delle onde (canto 8°). Consiglio di guerra a bordo della Reale di Spagna. D. Giovanni incita i capitani a battaglia, e riceve da Venere le armi di Vulcano. Venere fa presenti al duce spagnuolo le vittorie di generali antichi e moderni, specialmente portoghesi (canto 9°). Le due armate si avvicinano, e mentre quella della lega è a Cefalonia, arriva una galera che annunzia la caduta di Famagosta (canto 10°). Descrizione dell'assedio di questa città, e della morte di Marcantonio Bragadino e di Astorre Baglioni (canto 11°). Disparità di pareri fra gli ammiragli. D. Giovanni delibera la battaglia e la cerca. Proteo gli predice vittoria. Seguono i nomi di tutti i capitani e personaggi principali delle due armate (canto 12°). Ordine dell'armata turca. Battaglia (canto 13°). Valore dei molti capitani e cavalieri. Marte lancia un dardo che uccide Alì pascià (canto 14°). D. Giovanni vittorioso entra a Messina. La fama sua corre pel mondo, e giunge al Parnaso presso le Muse. Calliope scrive i nomi di tutti i capitani, cavalieri e soldati degni, e li pone nel tempio dell'immortalità (canto 15°).

Come si vede, questo poema dal lato della materia contiene le solite rifritture classiche, con poca invenzione, e quel poco molto meschino. L'idea di una casa d'amore e dei pianti di Mustafà, il feroce scorticatore del Bragadino, è assolutamente infelice e disadatta. Ma prescindendo da questi vizi poetici, nella materia l'autore si mostra ben informato dei particolari storici della guerra, e sebbene faccia larga parte di elogi ai capitani spagnuoli, non dimentica gli altri, e, ripeto, è il poeta a cui dobbiamo il maggior ricordo dei piemontesi.

Nel canto 7° egli fa presente ai lettori l'invio delle galere di Savoia (1).

" Emanuel Philiberto, unico hijo
De Duque de Saboya, y Beatriz bella,
Primo hermano del gran Philippo, y nieto
Del alto Emanuel Rey Lusitano
Embia tres galeras bien armadas,
Y de fuertes soldados bien proveídas.
Monseñor de Lení, varon illustre,
Por capitan supremo dellas viene,

(1) Pag. 107.

El Principe del Urbino valeroso
Animoso mancebo, osato y fuerte,
Con cien varones diestros y animosos
De vivo corazon, allí se embarca „.

Nel canto 12° poi, descrivendo la disposizione dell'armata innanzi al nemico ricorda che dopo la Capitana del Pontefice veniva quella di Savoia (1),

" Tambien la Capitana de Saboya
Monseñor de Lení la governava.
El príncipe de Urbino en ella viene
Todo armado de duras fuertes armas „.

e non dimentica le altre due galere, che mette al loro posto (2).

" Iva la Piamontesa de Saboya
Muy guerrera, y de nuevo apercebida
Con Octavio Moréto, va con ella
Del mesmo Emanuel la Margherita.

Il valore dell'ammiraglio piemontese fu straordinario nella giornata, scrive il Corte Real. Egli diede colpi, ferite, e ne riportò due, una al capo, l'altra al braccio. Ed accanto a lui prodigi di valore ha pur fatto colle sue splendenti armi il principe di Urbino (3).

" Monseñor de Lení bien ha mostrado
Valor encarecido y alto esfuerzo.
Golpes, heridas dió, sangue ha vertido
Más si bien lo mirais no queda sano.
Testigo es la cabeça y el siniéstro
Braço, donde una roxa vena sale
Corriendo accelerada va bañando
El affrontado gesto y blancas armas.
El Principe de Urbino con muy justa
Razon aquí entre todos resplandesce,
Armas gravadas tiene orladas de oro,
Celada de pintadas plumas lleva,
Con fuerte escudo ampara el pecho illustre.
Ancha espada, e nel puño diestro affierra,
Mil golpes dá no vanos, con que el sangre
Convierte el resplandor del claro azero.
Tal está allí el Príncipe orgulloso!
Tal hermosura muestra y fortaleza,
Qual se vió en aquel Troyano joven
Menor que Ector, y tanto como el fuerte,
Quando las Griegas huestes discurriendo
Señalado y temído era entre todos,
Allí este osado Príncipe en el duro
Bravo fiero conflicto haze temerse „.

Ma la *Piemontesa* ebbe fine lagrimevole e D. Francesco di Savoia vi trovò la morte (4).

" Me buelve la infelice cruda muerte
De aquella Piamontesa Saboyana,

(1) Pag. 116 *r.*
(2) Pag. 164 *r.*
(3) Pag. 263.
(4) Pag. 197 *r.*-98.

Que en míserable objecto á los mis ojos
Se me muestra de sangre toda llena,
Su gente degollada, suspendones
Cubiertos de dolor y vista triste,
Y veo en ella muerto a Don Francisco
De Saboya, varon que ornada frente
Merescia tener de lauro insigne „.

I versi sono molto semplici e sembrano prosa versificata. Tuttavia i Piemontesi debbono un po' di riconoscenza a questo poeta portoghese che non dimenticò il sangue da essi sparso ed il Leynì, che fu il solo ammiraglio insigne della loro marina.

4. — L'opera ed il buon volere del Leynì piacquero tanto alla Repubblica Veneta, che questa, non appena seppe giunto l'ammiraglio a Villafranca, fece chiedere dal Lippomano al Duca pel nuovo anno le sue galere colla persona (1) del loro comandante. Ma la campagna del 1571, se era stata gloriosa al Ducato di Savoia, aveva pur causato gravissime spese alle finanze dello Stato. Solo le paghe di 181 soldati sopranumerari partiti colle galere salivano a 2605 scudi d'oro (2). Inoltre le galere erano in pessime condizioni, le ciurme in gran parte morte od inservibili, ed il Leynì stesso debole e sofferente ancora della grave ferita. Em. Filiberto però non fece sentire alcun rammarico, e disse anzi che la vittoria dei cristiani lo compensava largamente dei danni sofferti (3). Solo rispose all'amb. veneto che l'invio delle galere nel prossimo anno era cosa non sicura, e che riteneva essere più utile alla Repubblica dare le galere alla lega, per evitare gelosie fra i collegati. Il Leynì infatti nella campagna scorsa era stato mal veduto dagli spagnuoli, che non avevano in lui la fiducia d'altri tempi, sapendolo unito all'ammiraglio veneto. Non impegnandosi con alcuno, diceva Em. Filiberto al Lippomano, l'animo del Leynì restava coi Veneziani, e godendo maggior fiducia negli Spagnoli poteva riuscir loro più utile che non nello scorso anno (4). Ma la Repubblica non fu soddisfatta e rimproverò il Lippomano di non aver saputo indurre il Duca a dare le sue galere a lei sola. Essa temeva che il Leynì fosse stato malcontento del Venier, come D. Giovanni ed il Colonna, e che ciò inducesse il Duca alla nuova deliberazione. L'abate Lippomano, fratello dell'ambasciatore, se ne aprì a Venezia coll'amb. piemontese, Giuseppe Parpaglia, il quale dovette assicurarlo che il Leynì aveva lodato in ogni modo la condotta del Venier, e che le sue disposizioni e quelle del Duca erano assolutamente ottime (5).

(1) *Arch. di Stato di Venezia. Senato I. Secreta. Deliberazioni*, reg° 78 (1571-72), fol. 49. All'amb^r in Savoia. 28 dicembre 1571, v. App., Doc. 20°.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Registri* cit., fol. 162. Al gran gabelliere. Torino 7 dicembre 1571. — *Arch. Provana. Conto delle galere*, mazzo 1, cat. 1^a. A Cristoforo Centurione. Torino 7 dicembre 1571 ed ad un quaderno a fol. 14. Dichiarazione di Domenico Costantino, vice commissario delle galere.

(3) Lett. cit. del Lippomano 19 novembre.

(4) *Arch. di Stato di Venezia*, loc. cit. Torino 12 gennaio 1572.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Venezia. Lettere ministri*, mazzo I. Parpaglia al Duca. Venezia 28 febbraio 1572. " Il s^r Abbate Lippomano m'ha detto, che questo p^e e sig^ri restano mal sodisfatti del clar^mo sig^r Amb^re suo fratello, per che non ha procurato con effetto appresso V. A. che le sue gallere quest'anno continuassero a seguire il stendardo loro nell'armata, come l'anno passato, poi che la è risolta che seguitino il generale di tutta la lega non ostante che esso ne l'havesse supplicata con ogni suo sapere, e che ciò poteva forse avenire, per la mala sottisfattione, che Mons^r Ill^mo di Leinì ha havuto dal General Veniero, e mi prega molto che volessi rappresentar questo a

Venezia del resto non ebbe ad ingelosirsi di alcuno, perchè nel 1572, non ostante il desiderio di Em. Filiberto, non fu possibile alle galere di Savoia di partecipare alla campagna. Ed ancora nel 1573 il Lippomano, che le vide coi suoi occhi, assicurò la Signoria che esse non erano in grado di navigare, e che dal Leynì sapeva essere la battaglia costata all'erario piemontese più di 20.000 scudi (1). Ben presto ogni trattativa navale fu troncata fra Venezia ed il Duca, essendosi firmata in quell'anno la pace col Turco.

Ma non dimenticarono i Veneziani l'opera dei Piemontesi: e quando nel 1573 Jacopo Tintoretto dipinse nella sala dei pregadi il magnifico quadro rappresentante la battaglia, un posto fu dato nel medesimo alle galere di Savoia, specie alla *Capitana*. Ed anzi il Tintoretto non essendo ben sicuro dei colori dell'arma ducale preferì lasciarli in bianco negli stendardi, finchè non ebbe dal Parpaglia uno schizzo esatto dell'arma stessa (2). Sgraziatamente quell' opera, che era certo fra le maggiori dell' illustre pittore, perì nel grande incendio del 1577 (3).

Il Venier poi nella primavera del 1577 assunto agli onori del dogato, quando l'amb. piemontese, il conte Bernardo Rovero, lo ossequiò e gli fece le sue congratulazioni, ringraziando volle ricordare i tempi in cui aveva conosciuto il Leynì e combattuto seco lui nella grande giornata (4). Il Leynì pure al suo illustre amico non mancò di mandare le più vive felicitazioni (5).

Così terminarono le operazioni marinaresche del Leynì. Dopo il 1571 non lo troveremo più colle armi in pugno, fino agli ultimi anni di sua vita, ma colle dimostrazioni e sottigliezze diplomatiche, e vedremo com'anche in queste egli abbia saputo acquistarsi fama universale. Egli tratterà la restituzione di Pinerolo e Savigliano, quella d'Asti e di Santià, l'acquisto di Oneglia, del Maro e del Prelà, l'occupazione del marchesato di Saluzzo, e tutte saranno vittorie politiche per lui e per il Duca.

V. A. Li ho risposto che questo Dominio ha potuto in più vivi effetti conoscer l'affettione che li ha V. A. la quale forse non ha potuto denegar al Papa et al Re Catt^co^ quello che in ciò potessero havernela pregata, sin l'anno passato, di che tutto però io non ne so cosa alcuna; tuttavia che ero certo, che non può esser per alcuna mala sottisfattione di esso Mons^r^ di Leinì, il quale mi scrive essere ritornato sottisfatt^mo^ delle carezze et cortesie di detto General Veniero, come lì ne fece vedere il capitolo della lettera che di ciò mi scrive esso Mons^r^ di Leinì, e che m' incresceva del fastidio d'animo, che si havea detto s^r^ Amb^re^ „.

(1) Alberi, *Relazioni ecc.*, serie II, tomo II, pag. 221.

(2) *Arch. di Stato di Torino. Venezia. Lettere ministri*, mazzo I. Parpaglia al Duca. Venezia 16 ottobre 1573. " Essendossi già più giorni posto nella salla del pallazzo qua del pregadi un quadro, dove è dipinta la vittoria navale d'hor duoi anni de xpani contra turchi, il pittore non sapendo ben tutte le particolarità dell'arma di V. A. l'havea lasciata in bianco nel stendardo di sue gallere, masime la cap^na^. Però havendo io datto al Ill^mo^ sig^r^ Amb^re^ Molino il schizzo di dett'arma, sin avanti sua partita di qua, hora il clar^mo^ sig^r^ suo fratello glie l'ha fatta dipingere benissimo „.

(3) Molmenti, *La battaglia di Lepanto ecc.*, pag. 226-28.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Venezia. Lettere ministri*, mazzo I. Rovero al Duca. Venezia 15 giugno 1577.

(5) *Arch. di Stato di Venezia. Collegio*, sez^e^ III, n. 43. — *Lettere Duchi di Savoia e Lorena* (1568-1737). Andrea Provana di Leynì al Doge Sebastiano Venier. Torino 18 agosto 1577. V. *App. Doc.* 21°.

APPENDICE

DOCUMENTI

1°.

[*Arch. di Stato di Venezia. Senato I (Secreta). Deliberazioni*, reg. 172, f. 34].

1560, 16 novembre, Venezia.

Francesco Soranzo Cons^r, MDLX, Die XVI Novembris.

Al Proveditor dell'armata.

Havemo inteso con molto dispiacer nostro le insolentie et danni fatti ultimamente dalle doi galee dell' Ill^mo s^or Duca di Savoia Capitano Andrea Lenì, conte di Fruzzasco, alla nave Mazzona, sopra la quale vi era il consule nostro, che ritornava d'Alessandria, et ad altre Navi et navilij nostri, come vederete più particolarmente dalla copia della deposition di esso consule, che qui inclusa vi mandamo, il che essendo successo contra la dignità del stato nostro, et con danno de nostri sudditi, et volendo in ogni modo, che le sia quando prima proveduto per non lassar che siano continuate tali operationi senza il debito castigo vi commettemo co 'l senato, che, unito quel maggior numero di galee che potrete et giudicarete a proposito per un effetto tale, debbiate transferrirvi nelle acque de 'l Zante et Ceffalonia et in quelli altri luoghi, non passando Cerigo, et dove intendeste che le fussero, et attrovandole le trattarete da Corsari, secondo la continentia della commission vostra, ponendo in ciò ogni sollicitudine, et diligentia per eseguir quest'ordine nostro, al qual tanto più sollecitamente volemo che attendiate quanto che intendemo esse galee dover aspettar in quelli contorni la nave Fabiana, che vien d'Alessandria per usar con essa le medesime insolentie, la securtà della qual nave noi desideramo grandemente, sì per schivar il danno, che potria seguir alli nostri quando la fusse retenuta, come perchè contra l'audatià di questi sia operato da voi quello, che è de dignità del stato nostro, et sicurtà de nostri sudditi, secondo che è conveniente, et ne promettemo della molta virtù vostra.

Et da mò sia preso, che questa sera le lettere sopraditte al p^tor per barca o fregata a posta vadano, et mandate le replicate per via di Roma, di dove siano inviate al consule nostro in Otrento per indricciarle a Corfù ad esso proveditor il quale quando non vi s'attrovasse sia scritto ad esso Regimento che di subito per barca a posta gli le espedisca dove s'attrovarà, acciochè quanto più presto sia possibile l'habbi l'aviso sopraditto.

De literis 87. De non 0. Non sinceri 1.

2°.

(loc. cit., fol. 35-36).

1560. 19 novembre, Venezia.

All'Ambassator in Savoia.

Vi mandamo qui inclusa la copia d'una relatione del consule nostro ritornato ultimamente d'Alessandria sopra la nave Mazzona carica de diverse mercantie per questa città, perchè vediate particularmente l'insulto et violentia, che hanno fatto doi galee de quel s^or Duca commandate

da mons^r^ de lenni conte di Fruzzasco, sì ad essa nave nel porto nostro di Viscardo tra 'l Zante e Ceffalonia, come ad un'altra nave nostra Avonala, et ad altri navilij nostri in quelli contorni, il qual accidente perchè havemo udito con grave molestia et dispiacere, sendo conveniente, che in ciascuna occorrentia ad ogni navilio nostro sia havuto quel rispetto che ricerca la dignità del stato nostro, et il beneficio et sicurtà de quelli che navigano sopra essi, vi commettemo co 'l senato, che conferritovi *immediate* all'ecc^tia^ sua, debbiate con quella più efficace forma di parole che potrete, et ben saperete usar per prudentia vostra esponergli questo successo ponderandogli le male qualità sue, et affirmandole, che sicome credemo che ciò sia stato fatto dal detto suo capitanio contra l'intention et espresso ordine di sua ecc^tia^, ma co 'l consilio et persuasione d'un Moretto da Nizza vecchio corsaro, che ha con esso, dal quale sono altre volte stati fatti insulti et danni a nostri navilij, così volemo esser certi, che da lei sarà fatta quella più espressa demostratione et contra il detto suo Capitanio, et contra quel Moretto, et altri, che siano colpevoli de tali mensfatti (*sic*), che è conveniente, perchè conoscendo ella di esser amata da noi grandemente, non vorrà sentire, che in alcun tempo dalli ministri sui sia operato cosa che possi a noi et a lei apportare travaglio. Imperocchè havendo il p^tor^ nostro dell'armata commission da noi di procedere contra ciascun legno armato, che si facci lecito di violentar in tal modo li porti et navilij nostri, con depredarli et impedirli le navigationi, se le capiteranno nelle mani, esso non potrà mancare d'eseguire la sua commissione contra di loro. Et se vi fusse detto da sua ecc^tia^ ch'ella ha mandato fuori queste galee a danni d'infedeli per vendetta et refattione di quelli ch'essi a lei hanno fatto li anni passati, le risponderete che può far questo lassando star di corseggiar i nostri mari et navilij, et senza dar causa a noi di risentimento o disturbo dar compimento a questo suo desiderio in altri luoghi, in altri navilij, in altri mari, perchè il proceder a questo modo contra mercanti, che vivono d'industria, et montano sopra navilij nostri con ferma speranza de passar sicuri, non seria altro che con poco utile et commodo di sua ecc^tia^ provocar Turchi ad inferrir maggior danni a xāni, et particolarmente a nostri che sono nel loro paese, et vi hanno tanto comercij, facendoli con le facultà sue rifar li danni, che a sui sudditi da dette galee fussero fatti, il che noi non potemo supportar in modo alcuno, et in questo officio procederete con tale desterità et prudenza, che sua ecc^tia^ resti ben fatta capace delle giuste ragion et rispetti nostri, et farci quelle provisioni, che si convengono in tale materia, come ne confidamo ch'ella sia per far prontamente et volentieri, sì per giustitia come per la bona dispositione dell'animo suo verso le cose del stato nostro, dal quale ella è molto ben corrisposta. L'Ambassator del sudetto s^or^ Duca è stato questi dì in coll°, et ne ha ragionato sopra questo successo, et di quanto ha detto ve ne mandiamo la copia: acciò che siate informato d'ogni particolarità, et di quello operarete intorno ciò ne darete di subito aviso.

(fol. 36-37).

Sebastian Ven° sapiens T. F. B^nus^ Laured. sap.^s^ ord.

Vuoleno la lettera hora proposta all'Ambassator in Savoia con questa additione nel fine.

Onde noi non havemo potuto mancar per dignità delle cose nostre, et per sicurtà delle cose nostre, et per sicurtà delle altre navi di commetter al Proveditor nostro dell'armata, che ritrovando esse galee, le debbi lassar andar al suo viaggio, ma che tratti essi capitanei da quelli palesi inimici, che si hanno dimostrato nel stato nostro et di sua ecc^tia^ anchora, havendo ad un medesimo tempo così gravemente offeso la signoria nostra et la intentione et voler, che sapemo esser nell'ecc^tia^ sua, che dalli sui ministri sia havuto quel rispetto, che si deve alli sudditi et cose del stato nostro tanto amico et affettionato suo, come anco ne ha affirmato l'orator di sua ecc^tia^ appresso noi residente, et quando el p^tor^ nostro non li havesse ritrovati volemo esser certi, che sua ecc^tia^ li darà lei quel castigo, che si conviene.

Et da mò sia preso, che fatto venir nel collegio nostro l'Ambassator del s^r^ Duca di Savoia, le sia fatto intender in conformità di quanto si scrive al p^tor^ dell'armata et all'Ambassator sopraditto.

3°.

(loc. cit., fol 36).

1560, 19 novembre, Venezia.

Sebastian Venier savio di T. F. b^dm Lored. savio alli ordenj.

Al Proveditor dell'armata.

Credemo, che inanti il ricever delle presenti nostre, haverete avuto nova dell'insulto et mal trattamento che hanno fatto li capitanei de due galee ponentine ne'l porto de Viscardo alla nave Mazzona, et ad altri nostri navilij, et che vi sarete transferito in quelle acque per esequir, com'è vostro debito, con ogni severità, la commissione, che havete da noi in materia de simil corsari, ma a fine che sappiate con ogni particolarità quello, che con molta nostra molestia anco noi havemo inteso delle prime operationi delli Capitanei sopraditti, che sono mons^or de Lennì conte di Fruzzasco, et il Moretto da Nizza, et li sui disegni che sono cose da non tolerar per alcun modo, et per dignità del stato nostro, et per quelli altri rispetti che potete considerar per prudentia vostra, qui occlusa vi mandamo copia della depositione del nobil homo s. Inanbattista Querini, che ritorna consule dell'egitto, et si trovò sopra la ditta nave Mazzona. Et perchè è venuto da poi nel coll° il M^co Ambassator dell'Ill^mo s^or Duca di Savoia, et ne ha fatto intender, che le sopraditte galee sono del s^or Duca suo, conforme a quello, che dice esso consule, con affirmarne che sicome è sicuro, che questo accidente è occorso contra l'ordine et intentione dell'ecc^tia sua, et che lo intenderà con infinito suo dispiacere, così giudicava, anzi teneva per fermo, che sua ecc^tia non mancherà di quello, che si convenirà in segno della sua mala satisfattione non solo nella reintegratione delli danneggiati, ma nel castigar anchora quelli, che ne sono stati la cagione, onde havemo voluto farvi le presenti nostre, per commettervi co'l senato, che addunato che haverete quel maggior numero di galee, che potrete, et andando con quella cautezza, che ne promettemo della virtù vostra, debbiate usar ogni diligentia par ritrovar esse galee di Savoglia, et esequendo contra ditti capi con ogni severità quello, che havete in commissione da noi di far contra simil legni, lasserete andar esse galee con tutte le zurme et altro al suo viaggio, con protesto però, che non si lassino trovar più nelli porti et luoghi nostri: perchè non mancareste di dar anco a loro il conveniente castigo, procurando con ogni spirito vostro di assicurar la nave Fabiana, che questi haveano animo de infestar come vederete nella depositione occlusa, et havendo noi inteso per lettere del bailo di Corfù di 2 et 19 d'ottobre delli danni che haveva fatto una galeota da Messina, volemo che facendo ogni opera per ritrovarla, debbiate esequir così contra il capo, come contra ditta galeota, et altre, che ritrovaste con ogni severità la vostra commissione.

4°.

(loc. cit., f. 37).

1560, 2 dicembre, Venezia.

sap. cons. sap. T. F. sap. ordinum.

All'Ambassator in Savoia.

D'ogni cosa, che prosperamente succeda a quell'ecc^mo s^or Duca, noi per la buona amicitia, che ha sempre tenuto la Rep^ca nostra colli Ill^mi sui progenitori, et per la molta benevolenza, che portamo alla persona sua conoscendolo principe di singolar et Illustre virtù et molto affettionato al stato nostro, sentimo sempre consolatione. Onde havendo sua ecc^tia sì come per le vostre de 18 del passato siamo avisati, felicemente terminata l'impresa di quelle sue valli con haver astretto quei populi a prestarle la debita obedientia (1), se ne siamo grandemente

(1) I Valdesi contro i quali Em. Filiberto guerreggiò nel 1560.

rallegrati, et tanto maggior contento di questo successo havemo preso, quanto che ella viene, sì come scrivete coll'acquisto, che ha fatto al stato suo di quel paese, ad haver insieme acquistato a nostro s^or^ Jesù Christo tante anime, riducendole alla s^ta^ fede catholica, le quali sendo lungo tempo vivute in heresie venivano ad esser perdute. Del qual successo noi per tanto volemo et vi commettemo co 'l senato, che habbiate in nome nostro a rallegrarvene con sua ecc^tia^ con quell'ufficio, che vi parerà convenir, et poterla far ben certa della grande affettione che le portamo, la qual ne fa sempre desiderarle felicità. Oltra di ciò havendo noi dalle vostre de 22 del medesimo particolarmente inteso tutto quello, che all'ufficio fatto in esecution dell'ordine nostro con sua ecc^tia^ vi fu da lei risposo, et detto con parole affettuose, et piene come di grande affettione verso il stato nostro, et di molto desiderio della nostra satisfattione, così di molto risentimento et sdegno contra quei capi delle sue galee appresso quello, che per sue lettere et per questo M^co^ Ambassator suo ella anchora in conformità di ciò ne ha scritto et fatto dire, Vi commettemo col medesimo senato, che presentando a sua Ecc^tia^ le alligate lettere, che le scrivemo in risposta delle sue, la copia delle quali vi mandamo con queste, dobbiate dirle in nome nostro,che sicome noi non potevemo, in cosa della qualità che è questa, espettar di lei altra risposta di quella che ci ha fatto, et come non havemo mai creduto altramente per l'antica et vera amicitia nostra, et per l'effettione che in ogni tempo ella ha con chiari segni dimostrato portarne, se non ch'el caso successo sia non solamente seguito contra l'ordine et intention sua, ma le habbi portato quel dispiacer, che ella dice, così restiamo talmente certi et sicuri dell'esecutione, che ella affirma voler far in satisfattione della giustitia et nostra, e subito ritornate le sue galee, che ci pare poterla tener per fatta, et aggiongerete che le parole sue piene d'amor et d'affetto, che ne ha fatto et scriver da voi et dir dal M^co^ Ambassator suo, et ogni altro amorevol segno et ufficio che sua ecc^tia^ possi far in alcun modo con noi potranno ben confirmar la certezza, che havemo del buon animo suo verso il stato nostro, ma non acrescer l'affetione et benevolentia che noi le portamo, la quale è grande quanto più esser possi.

Et perchè nel fine delle medesime vostre de 22 vedemo che mostrando sua ecc^tia^ per conto dell'accidente successo dispiacer che le sue galee sopradette siano andate nelli mari di levante, vi disse che se vi piacerà darebbe ordine che più non havessero ad andarvi, volemo che dobbiate in nome nostro ringratiarla di questa sua buona voluntà, con dirle che dando tal ordine venirà ad obviar a diversi disordini et inconvenienti d'importanza, che potriano certamente seguire, quando continuassero quel viaggio. Et di questa esecutione ne darete aviso.

De literis, 169. De non, 2. Non sinceri, 2.

5°.

(loc. cit., fol. 37-38).

1560, 2 dicembre, Venezia.

sap. cons. T. F. sap. ord.

All' Ill^mo^ s^or^ Duca di Savoia.

Dall'affettione che v. ecc^tia^ ne porta, che la fa desiderar la nostra satisfattione et dalla bontà della natura sua, che le fa despiacer ogni cosa ingiusta et mal fatta, noi non potevemo espettar in risposta dell'ufficio, che havemo fatto far con lei dall'ambassator nostro circa le male operationi delli capi delle sue galee d'intender altro che quello che dalle lettere di v. Ecc^tia^ et espositione del M^r^° Ambassator suo, et in conformità anchora per lettere del medesimo nostro havemo inteso, onde sicome restamo certi, chel caso sia seguito secondo che ella scrive, contra l'ordine et intention sua, et haverle apportato sommo dispiacere, così non dubitamo punto, ch'ella non sia per farne quella dimostratione che si conviene et quella esecutione che dice voler fare in satisfattione della giustitia et nostra. Ci resta con questa occasione affirmar a v. ecc^tia^, il che sempre faremo voluntieri, lei potersi in ogni tempo prometter da noi tutto quello che da principe, il quale veramente le porti singolar amore per la buona corrispondenza,

che conosce haverne, et per le sue rare virtù, ella può con ragione promettersi et espettare, alla quale nostro s^or^ Dio doni quella felicità, che ella desidera.

De literis, 169. De non, 2. Non sinceri, 2.

(V. l'originale di questa lettera in Arch. di Stato di Torino. Venezia, Lettere principi, mazzo I, Girolamo Priuli Doge ad Em. Fil.).

6°.

(Arch. camerale di Torino. Conti delle galere e fortificazioni di Villafranca, mazzo I. Conto del cap. Gio. Moretto).

1561, 8 gennaio, Villafranca.

Andrea Provana di Leiny conte di Fruzasco cap^no^ generale delle galere di S. A. — Per la presente facio fede d'havermi consignato il cap^no^ Giovanni di Moreta al suo arrivo di marseglia con la galera Delfina il mese di luglio prossimamente passato in biscotti raggionati a fiorini 6 g. 10. 5 (1) il cantaro, in polvere a fior.^ni^ 37. 7. 4 il cantaro, et in sevo a fior.^ni^ 23. 8 il cantaro la somma di scudi mille e trecento d'oro d'Italia, sc. 1300. La quale io ho ricevuta a conto del mio quartaro dal primo di giugno sino a l'ultimo d'Agosto prossimi passati; e per esser così la verità gli ho fatta la presente, sottoscritta di man mia. In Villafranca li VIII di Genaro LXI.

ANDREA DI LEINY.

7°.

(Arch. di Stato di Torino. Francia. Lettere ministri, mazzo II).

1561, 27 febbraio, Fontainebleau.

Il cap. Giovanni Moretto al Duca.

Ser^mo^ prinssipe (*sic*) et s^r^ mio hon^mo^.

Retrovandossi noi qua per il negossio de le galere, procurando noi con bona deligenssia (*sic*) di avere le dui galere che Soa M^tà^ resta a dare a v. Alt. e visto che serebe cossì longa a aspettare fusseno armatte le dui galere del s^or^ de la Gardia nea (*sic*) (2) parssutto (*sic*), visto la cassaria dele galere, di novo di mandare (3) una galera dil capitano piere bono e una dil s^r^ di Charlus, li quale sono ben armatte en mars^a^ et serquano (*sic*) (4) di avere lissensia (*sic*) per poterle vendere. E cossì abbiamo fatto una sopplica (*sic*) al consseglo di la domanda su dette dui galere non sapendo ancora la resposta che farano. E per che v. Alt. a desiderio de recuperare alttre (*sic*) tre galere con bona comodittà avendo noi conssediratto (*sic*) non essere alttra meglo comodità setto (*sic*) (5) comperare la *Dolfina* dil s^or^ gran priore la quale è in marssegla et due galere del *s^or^ di Carsses* quale sono in *anantes* (*sic*) (6) molto bene armatte a la galocha (7) et anco la meglo churma de larmatta, et boni corpi ben fornitti per che è nessessario fussano ben a ordine per fare tale viagio donde vedo che per dui galere v. Alt.^a^ serebe ben servitto assai meglo que a marg^lia^. E quanto a la defiqulttà (*sic*) fa v. Alt^a^ per il periculo di la condutta de le galere a le partte nostre io mi contento sempre hobligarmi con li beni e la vitta

(1) La moneta di Nizza si componeva di scudi, fiorini, grossi, quarti e patacchi.

(2) nea = ne ha.

(3) di mandare = dimandare.

(4) = cercano.

(5) = eccetto.

(6) = Nantes.

(7) = galocchia, cioè galeotta. Vedemmo nei capitoli tra il Duca ed il Leynì che le galere piemontesi erano parte arenate nel modo ordinario, parte a galocchia con 4 uomini per banco.

cando si perdesse niente, sono sequro (*sic*) con lo agiutto di dio condurli a bon salvamento, avendo io la pratica di questi mari dico a v. alt. que con meglio avantagio si condurrà una galera per mare che non condussere (*sic*) una chiurma que terà beszogna (*sic*) a un forssatto otto escutti andando per tera que per mare si pode fare con 2, poi andando con dui galere per mare si portta tutte le cosse insieme senssa dessemparare niente ni in marsse[la] non si tramutta cossa alquna, como fanno qualque volta li capittani e de qui si de qua si menasse dui bone galere servirebbano a condussere (*sic*) alquni (*sic*) forssatti si potterebe avere di qua; poi quando v. alt[a] volesse que passando per la costa di biscaiia et galissia et espagna, io comprasse alquni escavi sono sequro se ne troverebe qui que non serebe bissogno et con bona comodità questo lo so per esperienssa. Hora s[or] mio io li dico il mio parere et cando cossì fusse la volontà di v. altessa sia conttentta con la magore (*sic*) deligenssia (*sic*) si potterà dar avisso et noi seguiteremo quanto riesserà ..... (1). E si vederà di avere il meglo merquato si potrà avere que per essere le dui galere a galocha, et bene fornite, dico le due dil s[or] di Carsse (2), et assai giente que voglano conperare credo que el manco che si potterano avere le galoche serano esqutti (*sic*) *diesse* (*sic*) *milia* ancora que ne domandano davantagio, ma cando si possano avere que sc. 10.000. Io laudo a v. Alt. che li pigli per que sono galere che del primo giorno farano bon servissio a v. Alt[a], non fasso dubio alguno trovare boni marinari di qua a bon mercatto con la amissisia (*sic*) que io abio (*sic*) in queste partte poi gra[mo] mercatto di biscotti e vino. E cando io avesse dinari soperchi si pottrebe insaorare a mezze coste le galere di grano a gran merquatto que con poco manco la comper[a] de alquni escavi si guadagnarebe le espesse (*sic*) (3) qne le dui galere potterebbero fare insino ale nostre partte. il tutto resta que v. alt.[a] ne provedisca (*sic*) de li esqutti tre milia et a v. alt[a] ne serà datto conto. Altro non o a core aspettando con grande dessiderio la resposta, dal Capitano Achardi li serà escritto a compimento. Hoferendomi sempre umilissimo suditto et fidele servittore Con pregare dio li conpisqua (*sic*) li soi desiderii prosperi e degni. de fontanableau ali 27 de febraro 1561

de v. alt[a] umilissimo servittore fidel suditto
Il Moretto

in questa corte sono estatto ben venutto da tutti questi signori, et dattutta (*sic*) la cassa (*sic*). Strossi ali quali o io remostratto quello mi deve il s[or] marechale (*sic*). et me ano resposto que molto li dole que io restasse non sodisfatto dal s[r] marechale (*sic*), ma que essi non se inpachiono di tel cossa et que il marechale non avrà lassato di pattremoni (*sic*) se non una cassa (*sic*) et una vigna ..... la quale è estatta vendutta al s[r] berto est di (?) ora s[or] mio suplico v. Alt. non mi voglia manqar ..... una bona giustissia. Con farmi pagare la mia galera ala religione de Santo Joane poi se ne sono despogliato como li a piassuto.

8°.

(*Arch. di Stato di Venezia. Collegio IV (Secreta). Lettere* 1561-1562).

1561, 22 aprile, Venezia.

All'Amb[or] in Savoglia.

Fu a noi terzo giorno il R[do] Amb[r] di quel s[or] Duca, et ne mostrò una scrittura de Mons[or] de Lenì cap° delle due galere di sua Ecc[a] in escusatione delli insulti fatti a nostri navilij sino nelli nostri porti, la quale essendo della natura che sono le scrittnre di quelli che si sforzano ..... (4) a coprir li eccessi da loro commessi, le dicessemo che bisognava incontrarle con le scritture che havevamo noi, le quale contengono la verità del fatto, perciochè sono de persone

(1) Metto puntini dove la lettera è indecifrabile.
(2) = Carses.
(3) = spese.
(4) Qui ed in alcuni altri luoghi la lettera è indecifrabile.

p^li ..... et ministri nostri, et così li facessimo dar la relatione del consule nostro Quirini al tornar d'Alessa con la nave massona, et processo formato al Zanthe delli danni fatti alla nave Avonala. Questa mattina poi è ritornato alla presentia nostra esso R^do Amb^or et ci ha detto che ha posto fine alla cosa delle cassie con li hebrei patroni di esse talmente che non ne leveranno più alcun richiamo; ma che della nave Avonala essendo li avisi che noi habbiamo di quel fatto diversi in tutto di quelli che mons^r di Lenì ha dati a sua Ecc^tia non li pareva poter fare cosa alcuna senza novo ordine del s^or Duca, che però li daria aviso particolar di quanto havea havuto de qui, et ne espettarebbe ordine: (*del che habbiamo voluto darvi aviso onde habbiamo voluto cometerri col secreto*) al che Noi respondessemo che non era maraviglia, che li avisi de mons^r de Lenì fossero differenti dalli nostri, perciò che volendo escusare lj era bisogno tacer la verità et coprir l'inconveniente et errori da lui commessi, et che volevemo esser certi chel s^or Duca faria refar verso questi poveri interessati della nave Avonala, et che secondo la sua promessa faria dar castigo alli delinquenti, acciò che fossero esempio ad altri di astenersi da simil mesfatti. Di tutto questo ragionamento habbiamo voluto darvi aviso, commettendovi che reviste le scritture che già vi mandassemo in tal materia per poter parlar con fondamento debbiate attrovarvi con l'Ecc^tia sua, et aggravando li mali portamenti di quelli soi cap^ni nella forma che già vi commettessimo per altre nostre, et rebatendo le escusationi, che loro adducono o vi fossero addutte dal s^or Duca a favor loro. Et se vi dicesse della fede che hanno essi cap^i dal scrivano della nave Avonala de esserli pagate le robe, direte che è fede fatta far per forza, secondo che consta per le scritture venute dal Zante che ... vi mandassemo. Et però la sollicitarete a dar commissione al suo Rev^do Amb^re che faccia reintegrar quelli altri poveri interessati della nave Avonala, facendo poi sua Ecc^tia quella dimonstration di risentimenti contra li capitani colpevoli che si conviene al amor nostro verso lei et all'affettione che ella porta alla s^ria nostra.

9°.

(*Arch. di Stato di Genova. Istruzioni e relazioni politiche* 1559-1603).

1562, 23 febbraio e 6 marzo, Genova.

Istruzione a Niccolò Doria.

Duce e Gover^ri della Repu^ca di Genova. — Mag^co cittadino nostro etc. La molta accortezza vostra, e l'isperienza che havete di maneggi, e delle attioni humane, assai in vero magggiore di quel che porta l'età, ci ha inclinati volentieri ad imporle carico di giugner dove si troverà l'Altezza del Duca di Savoia per trattar seco il negotio che qui sotto intenderete, sicuri che noi siamo, che siate per sostenerlo con quel zelo e dignità che richiede da noi quel saggio che fin qui havete dato a vostri Cittadini delle qualità vostre.

A' giorni passati del mese di gennaio, navicando quattro barche provenzali alla volta di levante, che costeggiavano la riviera nostra di ponente, vicino a terra un mezzo miglio, cariche di vino, mandorli, anguille salate, brazzele e somiglianti cose, giunte sul mare di Diano, et del Porto Mauritio, scorsero assai presso ana galea, che veniva da levante, la qnale dirizzato il corso alla lor volta, tre di esse ne prese; la quarta o perchè fosse più accostata al lito, o perchè sua sorte la favorisse, sospinta da forza di remi e di vela si salvò. Fu conosciuto assai presto esser Galea del Capitano Moretto, il qual serve e sta allo stipendio del Duca di Savoia, ne cui porti di Villafranca furono esse barche condotte incontanente. Ove giunte, havuta commodita alcuni passeggieri di venirsene, et arrivati qui, per mezzo di giuramento narrano appunto il fatto nella maniera che voi vedete, e soggiungono esser nata la cagione di questo loro danno e disturbo, perchè esse barche fossero imputate di haver fraudato il dritto di Villafranca. In conformità di questo giurano e narrano il medesimo molti testimoni del Porto e di Diano, come di tutto ciò ne consta chiaro per scritture publice (*sic*) le cui copie vi si danno a fine che quando gli agenti di sua Alt. negassero il delitto, possiate convincerli.

Questa novità ha veramente perturbati gli animi nostri, veggendo che persone amiche, e con cui siamo noi di amicitia e buona vicinanza tanto congiunti, vengano a violare le giuri-

dittioni nostre, e nostri mari. La dove corrispondendo a noi et a buon trattamenti, che di continovo usiamo verso le cose loro, doverebbero pareggiarci di amorevolezza. e di rispetto. Nè si può dire che il mare sia parte libera et aperta. ove possa ciascuno usarvi imperio, havendo maggior forze. Che anzi di ragione e di antica usitatissima usanza fin dove si stende il mare a cento miglia a fronte, s'intende esser et è giurisditione di quel Prencipe di cui è il lito aggiacente. Oltre che per comune openione di tutti i Dottori vien inteso, e deciso, che Genovesi e Venetiani s'habino prescritto i loro mari. Talchè tutte le marine aggiacenti a nostri liti e distretto, vengono a restare giurisdittione nostra. Onde si può argomentando dire che se questa ragione e questa usanza fa legge anco per lontananza a cento miglia, anco militi maggiormente nel caso nostro, ove si vede esser stato violato il nostro mare vicino un miglio, o poco meno, al lito. In questo motivo, e perturbatione nostra, assai ci acqueta, e ci appaga una opinione che portiam fermissima, che sia seguito il tutto non solo fuori di notitia, ma contro la volontà e mente di sua Altezza. e che il Moretto Cap^no^ della galera trasportato da natural desiderio che tengono i ministri d'ingerirsi nella gratia de padroni, sotto spezie di migliorar il loro servigio, e conditione, sia trascorso tant'oltre a penetrare i nostri mari, et a violarli, onde noi sospinti da tal credenza e per dar di noi giustificatione, che si richiede a que' Prencipi che nelle attion loro vanno pesati e con riguardo habbiamo fatta elettione della persona vostra, a fin che preso questo isconcio di arrivar a Sua Altezza, vi dogliate seco in nome nostro, che' suoi ministri, uscendo fuori delle commessioni sue, usino con noi termini tanto inusitati e disformi alla buona intelligenza, antica amicitia, e vicinanza qual vive e viverà sempre tra noi. Pregandola insieme con quelle accorte, honorevoli parole che il giudicio vostro vi detterà a comandar loro in guisa che col castigo e dimostratione del passato apprendano a moderarsi più nell'avvenire, et a più conformarsi con regolati pensieri dell'Altezza sua, dalla quale ci diamo fermamente a credere, che voi siate per riportarne quella sodisfattione e risposta che può aspettarsi da così accorto e ragionevol Prencipe e deve insieme prometterci la destrezza vostra. Il che quando avvenga, presa con bel modo licenza, ve ne tornarete; dove non, e che pur vi fosse movuta, che non crediamo, oggettione (*sic*) intorno alla libertà del mare, e che tal disparere e varietà di openione ben sarebbe che si ventilasse di ragione in tal caso, assegnate prima come da voi alcune ragioni, onde si vegga che i mari sono nostri, e che per conseguente da canto nostro è la giustitia, doverete rispondere che non havendo altra commissione da noi, che di dolervi dell'offesa ricevuta, e di pregarla a darci per lo innanzi riparo e provesione, le parti vostre saranno di riferir il tutto a noi, i quali vi haverem sopra quella consideratione che fie necess^a^. Di Genova a XXIII di Fevraro MDLXIJ.

Poscritta. Si sono ricevute lettere del Vicario nostro del Porto per le quali ci avvisa che essendo giunto in detto luogo un bregantino del Duca di Savoia. e vedute a mezzo miglio alcune barche che navicavano verso levante, tirato alla lor volta, furono a parlamento insieme, e che prese le harebbe, se non che esse barche erano cariche d'altre vettovaglie che di quelle per le quali scuotono il diritto di Villafranca. Il che inteso per il detto nostro Vicario, parendogli questo un'atto d'importanza, trattandosi di usar giuriditioni ne' mari altrui e di violar quasi impunemente (?) i porti, ove esso bregantino dopo il fatto si ridusse, fatti prigioni il Capitano e patrone di esso, questo rilasciò al governo del legno, e marinari e quegli ritenne, fino attanto (*sic*), che fattane a noi notitia, sapesse come governarsi, e che castigo dargli. Noi ciò inteso e conoscinto per la istessa patente che tengono di Mons^r^ di Leini, Generale di Sua Altezza, esser bregantino destinato a tale effetto, nondimeno movuti dalla sudetta cagione, e per procedere sempre con ogni sorte di giustificatione e di riguardi, sicuri insieme che passi il tutto fuori di noticia di Sua Altezza, e che ella, inteso che si habbia, debbia provedervi, habbiam commesso che il Cap^no^, Patrone, marinari e bregantino siano tutti rilasciati. Sarà per ciò a proposito che glielo facciate intendere per disporla tanto più agevolmente. Con questa dimostratione di humanità e di rispetto a non consentire quel che nè le leggi nè l'usanza nè l'amicitia, nè l'antica vigilanza ricercano.

Per maggior vostra notitia vi si dà la copia della patente sudetta insieme con il detto del patrone, capitano, e altri testimonij essaminati sopra questo ultimo fatto del bregantino.

Sopra le galere di Sua Altezza sono alcuni forzati, presi contro ogni ragione, tanto più che havendo per parte nostra rilasciati que' francesi che erano sopra le nostre, dovuta cosa farebbe e così richiede il trattato di pace, che anco i nostri che si truovano sulle galere di Sua Altezza, et erano prima forzati sopra le francesi, vengano rilasciati parimente. Et avvenga che la speranza sia assai debole, havendo già per lettere trovato qualche iscontro, nondimeno quando possiate giovare a così tenera e pietosa impresa, rimettiamo al giudicio vostro il tentarlo o no, secondo che ve ne detterà la pietà da un canto e la gravità dall'altro. — Di Genova alli VI De marzo 1562.

Il Mag^co^ ms. Nicolò Doria, ritornato dalla corte del s^r^ Duca di Savoia, ha riferito in Senato in conformità e corrispondenza delle sovradette lettere di S. Altezza; per le quali si rimette a quel di più che esso Mag^co^ ms. Nicolò di sua parte riferirà alla s^ria^ Ill^ma^, che havendo esposte le commessioni della Rep^ca^ a detta Altezza e dolutosi in nome di essa, che la sua galera e bregantino infestando in nostri mari e rompendo il traffico entrassero a violar la giurisdittione nostra, gli fu risposto da sua Altezza in genere, che si maravigliava assai di quanto intendeva, parendole nuovo che suoi ministri trascorressero o turbassero le giurisdittioni altrui, e massimamente quella della Rep^ca^ nostra, con cui teneva così stretto grado di buona amicitia e vicinanza, e scendendo poi al particolare del bregantino preso, e ritenuto dal giusdicente del Porto, e rilassato assai tosto di ordine di lor s^rie^ Ill^me^ per farne gratia a S. Altezza, havuto riguardo che pendeva dal suo servigio, hebbe a soggiugnere e così espressamente il S^r^ Duca gli disse: " Dovevano quei ss^ri^ farli castigar et impicar tutti per la gola, che così meritava l'insolenza loro, essendo ogni cosa seguita contro la commessione e volontà mia „; et che rispondendo l'Ambasc^re^ per la Repubblica che ben sapevano i suoi ss^ri^ quel che sarebbe lor stato lecito, et harebbero dovuto eseguire, soggiunse che per questa volta havevano voluto portar questo rispetto a S. Altezza, dalla quale tenevano per fermo che verrebbe dato tal rimedio, che senz'altra dimostratione di castigo non s'incorrerebbe più nell'avvenire in somigliante disordine. Molte altre parole furono soggiunte dall'una et dall'altra parte piene di amorevolezza e di vera amicitia.

10°.

(*Biblioteca civica di Torino. Raccolta Cossilla*).

1565, 2... (1) giugno, Napoli.

Andrea Provana di Leyni al Duca.

Ser^mo^ s^r^ mio s^re^ et patron oss^mo^. — Io mi pensavo haver mandatto con le ultime antecedenti mie che furono delli 16 la coppia di una lettera dil cavallier Salvago, uscito di Malta alli 4 di questo, nè so come me la scordassi, che hora la mando, per la quale v. Alt. potrà vedere in che termine stessero le cose sino a quel giorno. He doppoi gionto qua uno rinegatto di quelli amici di ms. Gio. Maria, il quale he pure uscito di Malta al medemo tempo, et venutto sopra la istessa fregatta che portò il Salvago sino a Messina, però per esser statto nel campo con turchi, et continuamente fra loro, rifferisse molte particolarità di più, tra bone et male. Le bone sono che doppo che l'armata partì da Constantinopoli già mancano tre milia turchi delli migliori, morti parte in q° assalto et parte di mallattia, et che li spacchi (2), che sono li più soldatti che habbino per esser accostumati a cavallo, patiscono molto adesso a piedi et con questi caldi. Le male sono che hanno rittrovatto nella isola di Malta una gran quantità di bestiame, con la cui carne si sono ristoratti molto, et senza la quale l'harebbero fatto male. Et di più hanno ritrovatto molti cavalli et asini, con li quali giorno et notte portano acqua dalla Marza (3) al campo che li giova assai. Et oltra a questo rifferisse che in Malta vi sono

(1) È illeggibile la cifra delle unità.
(2) = spahì.
(3) Il porto di Marza Muset, dove era ancorata la flotta dei Turchi.

molto puocchi soldatti, tutte cose che danno ad intendere che quel gran mastro non aspettasse mai l'armatta sopra di quell'isola, al manco cossì presto, che certo l'hanno colto alla sprovista. Con tutto questo non lasciano di far il debbitto, et spero si terranno tanto che daranno tempo alla nostra armata di potersi giontare et darli soccorso, come pare che sia rissoluto di fare il s^r^ don Garzia, massime adesso che sua m^tà^ ha ordinato li siano datti tutti li spagnoli vecchi, et tutte le altre cose che ha adimandatto, a tal che con honor suo non può mancare. Piacia a nostro s^r^ dar forze a quelli di Malta di poterne aspettare et guidar noi per il dritto camino dil suo santo ser^o^: aciò che possiamo dar questo soccorso tanto giusto et pio et non lasciar q° opprobrio a tutta christianitade. Doppo detto aviso non si he inteso altro di Malta che sono 16 giorni, il che ne fa dubbittar che Santo Helmo non sia perso et la bocca chiusa. Di quello intenderà et farà di più non mancarò con ogni comoditate darne aviso a v. A. alla qual humilmente basio la mano. Da Napoli alli 2... di giugno 1565. Di v. A.

Humil vassallo et fideliss^o^ ser^re^
ANDREA DI LEINY.

11°.

(loc. cit.).

1565, 22 ottobre, id.

id.

Ser^mo^ s^r^ mio s^re^ et patron oss^mo^. — Scrissi a v. Alt^a^ ultimamente alli 12 di questo il nostro rittorno a Messina dal viaggio di levante, senza haver fatto frutto alcuno. Siamo doppoi gionti qua a Napoli dio gratia a salvamento, nè ci resta più di mal passo salvo la spiaggia romana. Però nostro s^re^ che sin qui ne ha guidatto spero ne preservarà anche per lo avenire.

Il s^r^ don Alvaro di Bazano che rittorna in Spagna con le nove gallere di Siviglia ha da fare qua per otto o quindeci giorni, et per questo visto che il tempo he tanto avanti, et che ogni giorno si può aspettar più tristo, et atteso quello che v. Alt. mi scrisse di rittornar quanto prima fusse fatta la giornata, io penso col p° bon tempo venirmene, nè aspettarlo altrimente, havendo adesso per maggior inconveniente il dubbio dil tempo che il risigo delli corsali, et anderemo tanto più con l'occhio aperto.

Supplico humilmente v. Alt. sia servita far ordinar al gabbelliero, che al mio arrivo trovi in Nizza pronto il resto che mi deve dil quartero passatto, aciochè io mi possi levar la gente di adosso, et la spesa, assicurandola che ne ho bon bisogno. Nè altro mi occorre per adesso, salvo che tutti questi gentilhomini adesso stanno bene. Il gran mastro manda mons^or^ della Rocchia da v. Alt. et poi dal Re in Franza, a darli conto delle cose di Malta, et credo a domandar aiutto per l'anno che viene. Basio hum^te^ la mano a v. Alt. et prego nostro s^r^ per compimento de soi desiri. Da Napoli alli 22 di ottobre 1565

Di v. Alt^a^

Humil vassallo et fideliss^o^ ser^re^
ANDREA DI LEINY.

12°.

(*Arch. di Stato di Torino. Registri lettere della corte*, 1566 e 1567, fol. 112-13).

1566, 18 dicembre, Torino.

Il Duca al Leynì.

Molto mag^co^ consig^re^ di stato et camb^uo^ car^mo^. — Ho ricevuto la lettera vostra di 12 di questo et per essa visto che havete qualche mala satisfattione con dir che non mi serva più di voi come faceva altre volte, con voler inferir che si commette ad altri cose toccanti a vostro carico. Io credo che in questo v' inganniate, perchè infin adesso non mi par che habbiamo commesso ad altri quello che vi tocca, anci se volete guardar bene, vederete che sete più padron de le mie Gallere che noi stesso et che non habbiamo se non la fatica di sborsarne

danarj et che havete di più ampia capitulation con noi che non hanno tutti gli altri capitani di Re et di Prencipi, et che vi ho messo un commissario che era vostro servitore, quel che sapete bene che non fanno gli altri che metteno huomini d'autorittà et che non siano amicj del Cappitano. Se per adesso non state bene insieme forsi, non è però di quella auttorità apresso di voi che saria un altro, cosa che voi sapete quanto importasse. In questo di havermi determinato di far una gallera senza il vostro parer, mi par che la cosa sia de si poca importanza, che non vaglia il parlarne, perchè qualche volta li Prencipi ancora hanno il suo humore, et havete visto che a l'effettuar de la cosa vi si è mandato l'ordine. Nel resto di contorollare et di pagar et di far tagliar legnami, questo sta a coloro a chi tocca. Quanto ala venuta di Maestro Antorone qui noi non lo mandassimo a chiamar per far gallera, si ben per mostrarmj qualche regalo da farle con pensamento che la prima volta ch'io mi sarò ritrovato costì di passar il mio tempo con fabricar una gallera differente in qualche cosa de le altre. Questa d'adesso non me ne sono risoluto prima che non habbia saputo la venuta del re di Spagna (1). Et quanto ad haver chiamato il commissario et non voi è stato pensando che subito che saresti arrivato a Villafranca che sareste venuto da noi come havete fatto ne gl'altri viaggij, ed ancora perchè egli desse conto delli danarj, che gl'havevamo fatto dare et de li noliti de le sede. Quanto a Cigalla se gli è provisto come ha desiderato Mons^{r} di Boglio et non havendo creduto a vostro parer è stato perchè non sempre i Prencipi ponno far conforme ad un parere, massime che colui che lo dà non sa sempre le cose che ponno mover il Prencipe a far il contrario, che se le sapesse forsi saria contrario al suo primo parere. Nel resto attendete a guarirvy quanto più presto, per potter ancora servir molti anni et a dar prescia a questa Gallera nova che se non può servir a questo viaggio servirà in un altro, et tenete in ordine le altre per potersene servire, che in me trovarete sempre il medemo amor che io vi portava, come voi sapete bene et il mondo. N. S. vi conservi. Da Turino XVIII dicembre 66.

13°.

(*Arch. di Stato di Torino. Vienna, Lettere ministri,* mazzo IV).

1567, 20 ottobre, Torino.

Leyni a Baldassarre della Ravoira, Sig^{re} della Croce.

Ill^{re} S^{or}. — Mi trovo la di V. S. di tre graditiss^{a} per haver inteso il suo salvo arrivo a quella corte, che molto m'è piacciuto. Hora con questa la Intenderà come essendo soa Alt. a Giex, uno delli bailivagij restituiti dalli s^{ri} Bernesi, gionse ivi uno Imbassator di soa M^{tà} Cesarea, qual li portò un memorial quasi dil medemo tenor di quello che già li haveva portato il s^{r} Conte Brocardo di ordine dil s^{r} Duca d'Albrochech (2), al qual soa Alt. fece una consimile risposta, come quella che diede al detto conte, come V. S. puotrà haver visto per la copia di detto memorial e risposta che soa Alt. ordinò gli fusse mandata con lo istesso Imbasciatore.

Puoi essendo soa Alt^{a} al Borgo in Bressa gli venne aviso d'un nuovo rumore seguito in Casale, della sorte che V. S. vederà anche per la copia dello istesso aviso che parimente ordinò li fusse mandato. Il che secondo s'è inteso è stata inventione trovata a posta dal Ducca di Mantoa, di far seguir questa novità al tempo che si trovava ivi il detto Imbasciatore per far parere e dar ad intender a soa M^{tà} Cesarea et altri Prencipi quello che non è, che per verità soa Alt. non è stata consapevole in cosa alcuna, meno che ha inteso se non quanto per detto avviso gli ne fu scritto. Anzi non ha mai voluto veder nè sentir l'Ulivier Capello nè altri seguaci suoi, e più presto li ha ripresi di questo loro modo di procedere. Dil che tutto ne ho voluto con questa mia dar particolar notitia a V. S. a fin che a tempo comodo quando si

(1) Nel 1566 e per due o tre anni successivi si parlò molto in Italia di un passaggio del re Filippo II alla volta di Fiandra, e l'intenzione non mancava: tuttavia il re finì per non muoversi dalla Spagna.

(2) D. Gabriele della Cueva, duca d'Albuquerque, governatore di Milano.

trovarà con soa M^tà i possi far intendere la verità, e valersene nelle occasioni, quando a Soa M^tà fusse riferto una cosa più che un'altra. Alla qual potria anche così destramente far intender che perseverando il Ducca di Mantoa a proceder sotto questa forma puotria causar la desolation e disperation dil populo di quella povera città di Casale con far poco servitio anzi danno a sè stesso. E perchè so che V. S. si saprà ben valer a luoco e tempo di tutte queste occasioni con soa M^tà, Mi par superfluo raccordargli altro, se non rimettermi alla soa sufficientia e buon Giuditio.

Di nuovo non ho che altro scrivergli salvo di questi rumori seguiti hora nella Franza, de quali havendo soa Al: ordinato ne sij mandato particolar aviso a V. S. sarà cagion del fine, co'l qual me gli offero di cuore, e racc^do con pregarli ogni contento. In Turino li xx d'ottobre MDlxvij.

Si è poi inteso per cosa certa che tutto quello seguì in Casale è statto inventione dil Duca, per dar ad intendere al Amb^re che si trovava ivi presente il mal animo di quella cittade, et per haver occasione di introdurli la militia per ruinarla come dessigna a fatto. Circa al particolar di V. S. sua Alt^a ha ordinata la assignatione ne la quale si farà sempre che vorrà ms. Giuseppe, il qualle è appresso per trovarne partito et per ciò si soprasede di far espedir la ass^e sino a tanto che si sappi ove si harà da fare, et li basio la mano. Turino alli 20 ottobre 1567.

Di V. S. Ill^re Cuggino per ser^la

ANDREA DI LEINY.

14°.

(loc. cit.).

1567. 24 ottobre, Torino.

id.

Ill^re s^or. — Scrissi pochi giorni fa a V. S^ria un'altra mia, e li diedi aviso sì del nostro ritorno di Savoia, come delli rumori di novo sussitati in Franza da questi della nova Religione, quali non han mancato di far quanto han potuto per metter il Re a mal termine. Ma che Iddio non ha voluto permetter un tanto eccesso e ruina, anzi ha aperta la strada di provedergli e di reprimer un tanto ardire e insolenza, che soa M^tà qual si trova forte in Parigij è risolta e di buona volontà d'uscir fuori in campagna adosso costoro e dargli il castigo che merita un tanto excesso, dico con animo deliberato di esterminarli e fargli cognoscere il loro errore una volta per sempre, per non haversi a trovar ogni volta a questi cimenti. E per ciò fare oltra che soa M^tà si trova in quelle parti ben armata e forte, li vanno soccorsi da ogni banda da tutti questi prencipi di qua, sì di fanterie come di cavallerie in buon numero, e tra gli altri il nostro Ducca gli ne provede di buona parte. Egli è vero che soa M^tà ha promesso di sodisfar lei ogni spesa, quantonche soa Alt. proveda lei per adesso al tutto, ma con sicurezza di rimborsarsi d'ogni spesa. Talchè si può tener di certo che a questa volta questi nuovi religiosi patiran la pena della loro prosontione e audacia, e già se n'avedono, che se la notitia che ricercano di venir a accordo con soa M^tà, la qual non li vol dar orechie, ma sta ferma e risoluta di non volerli sentire a niun patto nè accettarli in altro conto che di ribelli e nemici e come tali debellarli e esterminarli, per eradicar (*sic*) dil tutto una radice tanto abbominevole e diabolica come è questa. E ben si può dire che Iddio li habbi acceccati dal tutto, a farli cascar hora in questo ultimo e così notabile errore, perchè riceviño il castigo condegno, qual ben che sotto falsi velami habbino con ogni arte procurato fugire, anzi di prolongare, non è da sperar che questa volta siano per scaparla. Ma più presto haran causato più grave il loro supplicio quanto più haran dato causa di ritardarlo così meritando la loro temerità.

Vi è d'avantagio di nuovo che ms Ulivier Capello (1) è stato amazato in Chieri nella casa dove habitava da un Marc'Antonio Cotta d'Ast, accompagnato da altri (il che non è proceduto

(1) Vedi su questo patriota casalesco tra gli altri il RICOTTI, II, 299.

salvo di farina di quel Amico che V. S. può sapere). Ecco li frutti che cominciano a partorire li apostati amori che non senza disegno fece succeder in Casale quella notte che vi era l'Imbassiator di soa M^tà Cesarea, come con l'altra Mia gli ho scritto. V. S. può comprender hora se gli ho detto la verità, puoi che v'è confirmata con l'essempio di questo novo fatto se pur la cosa restarà qui, Ma dubito che non dia di queste lettioni a qualcheduni che l'imparino puoi alle sue spese. V. S. hora che intende il successo saprà, quando li venirà la comodità, come ragionarne con soa M^tà valendosi dell'occasioue di questi successi a luogo e tempo.

Il s^r suo fratello e ms Giuseppe sono appresso negotiando il fatto di V. S. con ogni diligenza, et io me gli son offerto in tutto, massime in prometterli io o trovarli mercadanti che promettino, acciò si trovi il contante sopra li suoi mandati espediti come più a precio V. S. sarà da loro avisata, a quali rimettendomi sarà cagion ch'io non sarò con questa più esteso, raccomandandomegli con tutto il core, e pregandoli felice successo delle sue imprese. In Torino li XXIIIJ d'ottobre MDIXVIJ

Cuggino affez^mo per ser^la
ANDREA DI LEINY

15°.

(loc. cit.).

1567, 26 novembre id.

id.

Ill^re s^or Cugino hon. — Ho veduto le lettere che V. S. ha scritte a soa Alt. et insieme le copie delli memoriali che ha presentati a soa M^tà, il che tutto li è stato di molta sodisfatione, e gradisse assai l'ordine ch'ella tiene nel suo negotiare. E perchè si ritrova indisposta della sua collica, che la suole alle volte fastidire, come sa V. S., credo non puotrà con questo ordinario scriverli, il che non mancarà far con quest'altro, che si trovarà fuori di questo fastidio. Fra tanto aspetta con desiderio intender la provisione, che sarà piaciuto a sa M^tà di fare sopra li memoriali presentati. Delli rumori di Franza non è seguito cosa di nuovo degna di aviso, standosene l'una fattion e l'altra su la sua (attendendo a rinforzarsi ogn'un dal suo canto di genti e cavalli, più che si può). È vero che quelli che dicono della religione, secondo s'intende, hanno havuto agiutto d'Alamagna di quatromilia ferraiuoli, che non è stato poco, Benchè al re non mancano con correr da ogni bande gente e cavalli in buon numero. E li mille cavalli che li manda Soa Alt. sono già a tal segno, che per tutto questo mese, o al meno per li otto dil prossimo saranno incaminati, e per le mostre che se ne son già prese della maggior parte, si vede esser una bella e bona gente, e ben a cavallo che sarà un buon agiutto a soa M^tà.

Le cose di Casale, vano alla peggio, e puoi che fu amazato Ulivier Capello in Chieri, come V. S. harà inteso, è restato in quella città al governo il s^r Vespesian Gonzaga con doe compagnie che vivono a discretione, che han ridutto quella puovera città all'estrema desolatione, e li cittadini affatto disperati, tutti li proconsuli viste le cose ridutte a questa disperatione van elletto per manco male di presentar la carta bianca, come han fatto al s^r Vespesiano, e sottoporsi al giogo di concederli tutto quello che sa domandare, sì che V. S. vede a che resta ridutto quel povero populo, e saprà come ragionarne occorrendo l'occasione. Restano incarcerati circa a 120 Cittadini doppo la faccione che fu fatta la vigilia di San Martino tra Parigi e San Dioniso.

Nel particolar di V. S. havemo tanto operato, che s'è havuta assignatione del Thesoriero d'Agosta; e s'è anco trovato modo d'haver chi accomoda dil danaro per mezo di ms. Alessandro Cavalieri, come dal s^r suo fratello e da ms. Giuseppe la sarà più distintamente ragualiata, et in ciò il s^or Negrone certo non ha mancato di buono ufficio.

Non mancarò daccordar a V. S. che si contenti haver memoria di far haver alla s^ra Violante mia sorella (1) le lettere di favor di soa M^tà, di quali prese memoria al suo partire, che

(1) Violante, sposa di Vespasiano Bobba, sig. di Lu, v. il mio: *Un gentiluomo*, pag. 5.

le aspetta con desiderio. E quanto più presto le puotrà mandare gli ne harà tanto maggior obbligo. Nè havendo che altro suggiongerli per hora me gli offero e raccomando di cuore, pregando Iddio indirizzi et accompagni li suoi progressi a honorato fine, secondo il suo desiderio. In Turino li XXVI di Novembre MDlxvij: Di V. S. Ill^re^

Affecc^mo^ Cugg^no^ per ser^la^
ANDREA DI LEINY

16°.

(loc. cit.).

1568, 1 gennaio id.

id.

Ill^re^ s^or^ Cugino hon. — Ho la di V. S^ria^ de xx di Novembre passato, in risposta della quale oltra quello che con altre mie, che li sarano puoi recapitate, harà inteso, non ho che di nuovo scrivergli altro, salvo il successo della mia causa, quale essendosi trattata qui avanti li s^ri^ Arbitri elletti da ambe le parti, cio è il s^r^ secondo pressidente per parte mia, et il s^r^ Pressidente Portis Pressidente di Granoble per l'altra parte, mi ha fato meritamente desiderare la presentia di V. S. qui. La qual so certo mi harebbe giovato assai, e che le cose mie sarian passate meglio che non han fato, et il successo è stato tale, che non essendosi li s^ri^ arbitri puotuti convenire in dar la loro sentenza, soa Alt. che è stata elletta per superarbitro delle parti in caso di discordia ha sententiato lei, e mi ha condannato a pagar diece milia scuti alla parte, mediante che mi rinontij ogni ragion e pretension sua. E non ostante che questa sentenza m'aggravi molto, nondimeno la Contessa d'Antremont che era venuta qui a posta co 'l detto Pressidente Portis per questa causa, non l'ha voluta accettare, e s'è partita per raguagliar dil tutto il s^r^ Conte suo consorte, qual staremo a vedere come se ne risolverà. Qui si attende a espedir queste cavallerie che manda soa Alt^a^ in soccorso al re di Franza, quali sonosi inviate, e già passate in quelle parti oltra il numero di mille quatrocento, che sarà un buon soccorso. Altro non ho che suggiongerli con questa che raccomandarmegli come faccio con tutto il cuore. N. S. la conservi e contenti. In Turino al p° di Gen^ro^ 1568.

Di V. S. Ill^re^

Circa alle cose del Monferratto io mi rimetto a quello, che li ne scriverà il s^r^ 2° presidente più a pieno, come quello che maneggia il negotio et si dà al diavolo di vedere che al solito andiamo da hoggi in domani.

Circa alle cose di V. S. il s^r^ suo fratello qua et m. Giuseppe li scriveno et in che termine elle stiano et quello che io ho operatto, come farò sempre in tutto quello, che sarà in mano mia per suo servitio, che sarà il fine, con che di core melli offero et raccom°. Da Tur° il p° dic. 68. Di V. S. Ill^re^

Affecc^mo^ Cugg° qual fratello
ANDREA DI LEINY.

17°.

(*Bibl. civica di Torino. Raccolta Cossilla*).

1568, 11 febbraio Savona.

id.

Ill^e^ s^r^ Cugg° oss^mo^. — Devo risposta a doe lettere di V. S. delli 4 et 24 di decembre, ricevute ambe doe in quattro giorni, et quanto sia alle cose di Casale, al mio partir di Corte lassai in notta al s^r^ Cancell° et a mons^r^ di Cly (1), che ne tenessero particolarmente avisatta

(1) Gio. Tommaso Langosco conte di Stroppiana, e Giovanni Fabri signor di Cly, primo segretario del Duca.

V. S. et delli altri occorrenti insieme. Non so se ne haveranno quella memoria che il ser° di sua Alt^a^ et il merto di V. S. richiedono. Io son venuto qua a Savona alle nozze di mio cugino et fra sei giorni al più mi retirarò a Villaf^ca^ al cargo mio, ove se mi scriverà tal volta delle sue nove, me ne farà gracia. Et quanto sia al particolare delli suoi dinari, V. S. intenderà dal s^r^ suo fratello et da ms. Giuseppe, quello si è potutto fare, nè sarà fuori di proposito che nelle lettere di negⁱ la ne tocchi un motto a sua Alt^a^ raccordandoli che da lei non ha modo alcuno di potersi sustentar in questa legatione, salvo con la provisione che li dava sua Alt^a^ che per ciò è molto necessario li sia ben pagatta a soi tempi, et questo servirà per farla assignar in bon luoco, come per il passato. Et se a me occorrerà tornar qualche volta in Corte. non mancarò di fare et in questo et in ogni altra cosa sua di quelli officij che sono obligato. La ringracio della lettera che mi scrive ha mandatto a mia sorella, della quale non ho nova sono parecchi giorni, perchè si mirano et comettano le lettere che entrano et escano di Casale più strettamente che non si faceva nel andar della guerra, et per ciò restiamo di scriverci et visitarsi per non cader impensatam^te^ in qualche fastidio.

Mia moglie quale dio gratia con li figlioli sta benissimo, si raccom^a^ a V. S., et io li prego felicitate et contentezza. da Savona alli XI di febraro 1568.

Di V. S. Ill^re^ affecc^mo^ Cugg° et
fratello ANDREA DI LEINY

18°.

(*Ach. di stato di Venezia. Senato I* (*Secreta*) *Deliberazioni reg. 77 fol. 20*).

1570, 4 novembre Venezia.

All'Ambasciator in Savoia.

Dalle vostre lettere de 23 del passato habbiamo inteso il ragionamento che ha fatto con voi quell'Ill^mo^ s^r^ Duca in proposito della presente guerra turchesca et le amorevoli et affettuose offerte, che ci ha fatte di tutte le forze sue et particolarmente delle galee, ufficio come conforme a quelli che altre volte anco ha fatti co 'l predecessor vostro, così a noi sommamente grato. Onde vi commettemo co 'l senato, che andato a sua ecc^tia^ quanto prima dobbiate con forma conveniente di parole ringratiarla di questa continuata buona voluntà sua verso di noi, dicendo esserne stato grat^mo^ quanto a lei è piaciuto offerirne in queste occorrenze, mossa da generoso affetto et grandezza d'animo, da desiderio del ben universale che porta al stato nostro, della quale affirmerete lei esser benissimo corrisposta da noi. Et quanto al particolar delle sue galee, le direte che tenendo noi quel gran conto che dovemo della cortesissima et tante volte reiterata et confirmata offerta di sua Ecc^tia^ se ne valeremo opportunamente a tempo novo, perchè sapemo dover haver bisogno di accrescer l'armata nostra, et fra tanto le renderemo amplissima gratia.

Fatto questo officio le direte che per lettere di Constantinopoli de 25 settembre passato habbiamo havuta la confirmatione dell'infelice successo, per altra via prima inteso, della città di Nicossia, la quale dopo una lunga et continua oppugnatione, essendo a 8 di esso mese stata assalita da più bande, se ben furono li Turchi quel giorno gagliardamente ributati con grave danno loro, tuttavia essendo il dì seguente stato rinforzato l'assalto che durò dal far del giorno fino verso la sera con molto spargimento di sangue, fu da loro finalmente conquistata, nel qual infortunato et miserabile accidente sapendo noi, che haverà portato molto dispiacer a sua Ecc^tia^, sì per il danno particolar del stato nostro, come per l'universale conseguentemente di tutta la Repubblica christiana, vi condolerete seco in nome nostro, con dirle in questo proposito che noi con tutto ciò volemo sperar che da così fatto successo fatti più avvertiti li Principi christiani del gravissimo pericolo che soprasta a tutta la Christianità, poichè l'intentione et dissegno del Turco, acerrimo et perpetuo nemico commune, è d'andarla a parte a parte debilitando et opprimendo, debbano con più prontezza et ardire unitamente concorrere a farvi opportunamente quelle gagliarde provisioni Et quei vivi rimedij che si conosce ricercar la necessità de i tempi passati.

De litteris, 147. De non, 2. Non sinceri, 7.

19°.

(*Carteggio e memorie* (*ms. della Bibl. di S. M.*) III, n° 30).

1571, 30 giugno Torino.

Istruzione a voi conte di Frussasco et come habbiate a Governarvi nel presente viaggio.

Ve n'anderete con le tre galere Nostre bene in ordine come vi habbiamo ordinato in conserva delle altre che passarano da Genova alla volta di Levante per andar più sicuro, salvo in caso che loro si detenessero in strada pur troppo, o che vi dessero altra occasione, come a bocca vi habbiamo detto di lasciar la loro conserva.

Andarete in Otranto, et di là a Corfù, et più oltra per ritrovare il General dell'armata de Signori Venetiani, al qual vi presentarete, et gli offerirete ogni possibile servitio delle Galere et persona vostra, sì come desideriamo et vogliamo che effettuate, obedendoli in tutto quello che per servitio della Seren^ma^ Signoria di Venetia vi sarà da lui commandato nella presente occasione di questa estate.

Et passata la detta occasione, procurerete di tornarvene con le dette galere a Villafranca quanto prima, et se sia possibile in conserva d'altre per maggior sicurezza.

Terrete il nostro stendardo con la riputatione et al luoco solito, non cedendo ad alcuno, salvo a quello di Sua Santità, et del Re et a quello di Venezia in questo caso solo.

Licentiato che sarete dal general de Venetiani, se il seren^mo^ Signor D. Giovanni d'Austria vi richiedesse di andar con le galere in qualche servitio di S. M. Cat^a^ lo farete pur che non sia per troppo tempo.

Se l'armata Turchesca passasse il faro di Messina per venir a ponente, senza differir punto vi licentierete dal Generale, et ve ne verrete con le Gallere a Villafranca con tutta diligenza, così convenendo al servitio N.^ro^.

Dato in Turino alli 22 giugno 1571.

20°.

(*Arch. di stato di Venezia. Senato I* (*Secreta*) *Deliberazioni reg.* 78, fol. 49).

1571, 28 dicembre Venezia.

All'Ambasciata in Savoia.

Desiderando noi che le galee di sua Altezza si uniscano anco l'anno venturo con l'armata nostra per servitio della lega, et acciò che ogn'uno conosca la continuata buona intelligentia et stretta amicitia che è tra noi, al che s'aggionge anco la prudentia et destrezza et il molto valore del s^or^ de Limì, suo generale, ci è parso di farvi le presenti per dirvi co 'l Senato, che fatto intendere a sua Altezza questo nostro desiderio, debbiate a nome nostro pregarla che voglia esser contenta di ordinare, sicome ella già vi ha promesso di fare, che a questa prossima primavera le p^te^ sue galee vadino in tempo opportuno ad unirsi coll'armata nostra, acciò che insieme si possa operar di quelle cose che possino esser a beneficio della christianità et particolar della s^ta^ lega contra il commune inimico a gloria et esaltatione del nome christiano, avisandoci della esecutione. Ricevessimo a 19 ottobre le lettere vostre de 14 del detto mese c^a^ l'informatione delle carne salate che vi fu richiesta da noi, et ultimamente habbiamo havuto le replicate di esse, et restamo satisfatti della diligentia, che havete in ciò usato, et tuttavia usate nelli altri negocij.

De litteris, 190. De non, 0. Non sinceri, 2.

21°.

(*Arch. di stato di Venezia. Collegio sez. III* (*Secreta*) n° 43, *Lettere Duchi di Savoia e Lorena.* 1568-1757).

1577, 18 agosto Torino.

Leynì al Doge, Sebastian Venier.

Ser^mo^ Prencipe. — Io ho sentito contento grandiss° de la promotione di V. Ser^tà^ al Principato de cotesto ser^mo^ Dominio, sì per la molta osservanza et devotione mia verso di lei, come perchè ha pure questa volta la fortuna contro il suo solito favorito la virtù, con somma lode di prudenza di cotesti sig^ri^. Et sì come mi godo som^te^ di questa dignità sua, così non me sono potuto contenere di mostrarne segno con questa mia, con la quale me ne rallegro con la Ser^tà^ V. con tutto l'animo. Il s^r^ Conte di Ponderano lator presente gli dirà a viva voce quanto al Duca mio s^re^ sia piaciuto questa sua promotione, mandandolo S. A. a tal effetto da lei, che per ciò io non gli ne dirò altro. Piaccia a Dio N. S. che sì come meritam^te^ la Ser^tà^ V. è assunta a questo grado, darli salute et vita di goderlo longamente per beneffitio di cotesta Republica et Dominio, et per contentezza de suoi servitori, fra quali la prego di tenerme, et de più affettionati, che riverentemente li bascio le mani. Da Turino ali XVIII d'Agosto 1577.

Di V. Ser^tà^

Humil et devotiss^mo^ ser^tor^

ANDREA DI LEINY.

SULLE PRINCIPALI VICENDE

DELLA

CISTERNA D'ASTI

DAL

SECOLO XV AL XVIII

NOTIZIA STORICO-DIPLOMATICA

DEL SOCIO

GAUDENZIO CLARETTA

Approvata nell'Adunanza del 12 Giugno 1898.

PRENOZIONE

Il fortuito acquisto fatto da me, or volge breve tempo, di un prezioso manoscritto, già spettante ad una copiosa raccolta di documenti di storia subalpina, sparpagliatisi poi in alcune biblioteche della illustre e colta città di Firenze, mi pone ora in grado di tessere questa monografia.

Il manoscritto or accennato è cartaceo: appartiene alla seconda metà del sec. XVI; e comprende duecento sedici pagine, scritte in carattere alquanto minuto, ma abbastanza leggibile.

L'incartamento di cui si tratta ha il suo pregio, poichè contiene copia di molti privilegi imperiali, di parecchie bolle e brevi pontificii, in un con dispute di alcuni forensi, chiamati a sostenere i diritti allegati dalle parti, nell'interesse delle quali fu compilato quel processo. Ora, siccome di alcuni di quei documenti mancano gli originali, o non è guari facile di averli, ed altri sono irremissibilmente perduti, così il nostro manoscritto ha il suo pregio, poichè serve a compiere quel che fa difetto, per poterne scrivere con certa larghezza di notizie una monografia.

E chi può trovar gusto a disossare quelle pagine e sviscerar quei documenti, poichè, come dice Virgilio, *trahit sua quemque voluptas,* avrà per compenso di ragunare un insieme non privo d'interesse storico, che ci consentirà di raccogliere pur qualche frutto, capace ad abbellire l'uniformità del tessuto e disacerbare alquanto l'aridità del soggetto, tanto più col concorso di altri documenti ricavati da altre fonti, fra cui principale quella che ci ha fornito l'archivio Vaticano. E così si potrà anco dare qualche notizia valevole ad interrogare il passato a specchio del presente, e concorrere ad ogni modo a lumeggiare un'età, che i non eccessivamente passionati *laudatores temporis acti* non potranno aver troppo rincrescimento che non più mai abbia a rinnovarsi.

I.

Nozioni generali retrospettive sulla Cisterna e sui suoi più antichi feudatarii.

Nel discorrere di un Comune, che fu uno dei feudi ecclesiastici del Piemonte, la cui storia devesi credere sia abbastanza, almeno nelle generalità, nota ai cultori de' nostri studii, non è il caso di dover dar principio a queste pagine con un cenno troppo esteso di tutte le particolari sue vicende. Nella stessa guisa, non potrebbe ritenersi guari necessario d'intertenersi largamente della sua origine e delle opinioni espresse da alcuni eruditi, i quali nel secolo scorso manifestarono l'opinione che Gorzano fosse la primitiva denominazione della Cisterna (1).

Lo scopo a cui mira questo studio, in parte esegetico, non è tanto di far conoscere la sterile progressiva successione dall'uno all'altro, de' molti varii dominatori di quel paese, che si succedevano come flutto a flutto con perpetua vicenda, còmpito oggigiorno d'interesse storico assai dubbio, quanto piuttosto di rivelare le non lievi contestazioni sorte a cagion di quei fatti, fra le varie podestà che se ne contendevano la suprema signoria, non inutile disquisizione atta a lumeggiare quei tempi. Quindi mi affretto a dichiarare altresì, ch'esso non s'insinuerà nemmeno nelle tante e poi tante digressioni teologiche che preoccuperebbero non pochi, e che d'altro canto difficilmente si potrebbero trattare *absque formidine errandi*. Noi adunque passeremo

(1) Non credo peraltro di omettere di far conoscere una breve dissertazione manoscritta, esistente pure in una delle miscellanee storiche di mia proprietà, di quel profondo critico che fu Angiolo Paolo Carena. Questi pertanto fu d'avviso che la denominazione di Cisterna possa essere succeduta a quella precedente di *Gorcianum*. Egli del resto combatte il Durandi, il quale aveva voluto che il Gorcianum del diploma del 7 maggio 999 di Ottone III a favore della chiesa di Vercelli (diploma tenuto apocrifo dal Giulini, ma invece creduto autentico da dotti tedeschi dei giorni nostri), fosse il Gorzano astigiano. Ma invece il Gorzano di quel diploma è piuttosto quello che faceva parte del contado vercellese, e che era stato donato nell'882 a quella chiesa da Carlo III (il Grosso), ma che poi per diploma di Corrado, il salico, passò all'abbazia di Breme. Esso era situato fra Palazzolo e Gabbiano. Il nostro Gorzano invece viene indicato vicino a Priocca, epperciò nel contado d'Asti. Astigiani erano i Gorzani, antichi feudatari della Cisterna, che alienato, come vedremo, quel feudo, migrarono a Torino e a Susa.

Fu anche espressa l'opinione, che la denominazione di Cisterna avesse potuto provenire dalla mutazione del nome, o dalla distruzione del luogo preesistente. Ma non è il caso di qui ingolfarsi in simile pelago, nel quale correremmo rischio di naufragare. Si potrebbe peraltro avvertire, che non soltanto nel diploma del 1041 parlasi, e di Govone e della Cisterna, in modo che compaiono due luoghi distinti. Ed ancora negli statuti astesi, compilazione dei secoli XIV e XV, fra i luoghi e ville *in quibus commune Ast. iurisdictionem habet*, sono annoverate Cisterna, Gorzano, ecc. *infra Montata Fangi e Castronovo*. Nella sentenza del 2 settembre 1278 data da Giovanni di Lacine podestà d'Asti nelle differenze fra i signori di Gorzano, si accenna a quanti avrebbero contribuito a recarsi a Gorzano, sia da Canale che dalla Cisterna, ecc.

e le une e le altre nel silenzio, poichè losca sarebbe sempre la luce che verrebbe da simile esame. A raggiugnere pertanto lo scopo prefissoci, saranno più che sufficienti alcune linee generali, atte a mettere in famigliarità i leggitori colla litania dei feudatari della Cisterna. Questo ridente paesello, posto a cavaliere di quei clivi dell'Astigiana, che se non producono il Massico e il Falerno di Orazio, fecondati come sono dal sole, dànno vini che non cedono il luogo a parecchi altri d'oltre monte o d'oltre mare, ed è dai gastronomi conosciuto per il sapore de' suoi tartufi, era munito di due castelli, uno detto di Cisterna, l'altro, di cui da tempo antico non rimangono più che i soli ruderi, denominato di Belriguardo; punto strategico preso di mira, nelle guerre che desolarono le nostre contrade nella prima metà del secolo XVI.

La Cisterna adunque fu signoria contrastata tra la Sedia apostolica, i vescovi d'Asti e i duchi di Savoia, i quali alla loro volta ne investirono parecchie famiglie. Le controversie insortevi si protrassero per secoli intieri, e di esse giovaronsi gli uni e gli altri dei suoi dominatori per favorire a vicenda aderenti e protetti. Di tal guisa i cisternesi, qual branco di pecore, dovevano passare d'uno in altro padrone, coll'indifferenza altrui, degna peraltro di quei tempi, e sorte comune a popoli e province di ben altro stato.

E chi avrebbe mai allora, scorgendo con tanti impegni consolidarsi questa ed altre simili microscopiche autonomie, che per quanto i politici e statisti potessero paragonare teoricamente ad altrettante tele di ragno, e che pure sfidarono secoli e secoli, inceppavano l'unificazione della patria italiana, chi avrebbe, ripeto, potuto vaticinare ch'essa doveva, vincendo questi e ben altri ostacoli, compiersi ai giorni nostri?

Il benemerito professor Casalis nel noto suo *Dizionario storico-geografico degli antichi Stati Sardi* (opera proficua oggidì ancora, ad onta delle sue imperfezioni e lacune, inevitabili del resto in lavoro di siffatta mole, e compilato in tempi, non al certo guari propizi ai privati cultori delle storiche discipline, che avessero consacrato le loro fatiche a solo fine di utilità pubblica, nè fossero stati sostenuti da mecenati, o sorretti dal concorso o dal patrocinio di associazioni speciali), ebbe naturalmente ad accennare, tuttochè sommariamente, alle varie famiglie che ebbero signoria su Cisterna. E siccome a quest'opera sogliono generalmente ricorrere quanti oggidì ancora intendono di scrivere su qualcheduno dei nostri Comuni, ricavandone le notizie e i dati principali, atti ad ampliare poi e a perfezionarne il lavoro, così giudico opera proficua quella di additare almeno agli abbagli ne' quali incorse quest'autore, ricordando appunto i varii feudatarii di quel Comune.

Dopo avere egli avvertito, che sino dal secolo duodecimo n'era stato signore un Oberto de' Garetti d'Asti, consignori di Ferrere, e che indi fu tenuto dalla Mensa di quella città, soggiunge che verso il 1350 il vescovo Baldracco Malabaila alienollo ai fratelli Ugoni, anco astigiani.

Ma prima di procedere nell'infelice enumerazione dei feudatari della Cisterna, fatta da quest'autore, conviene rettificar qui un primo errore. Questo consiste nello aver voluto assegnare ai Garetti il primato in quella signoria, primato che invece deve appartenere ai de Gorzano già ricordati, e poi ad altri, e subordinatamente ai vescovi d'Asti. Infatti è abbastanza nota l'antica potenza di costoro in forza delle concessioni imperiali, e con varii diritti giurisdizionali sulla città stessa e

sui suoi contorni. E se essa fu limitata sul principio, crebbe poi di guisa che la rete dei loro dominii si protese nel secolo XI sin verso le Alpi e gli Appennini, ed in quella zona, Cisterna pure si trovava inchiusa.

Nè men gravi sono gli errori, nei quali egli ebbe ad inciampare dopo questo primo e poco esatto preludio storico della sua notizia su quel Comune. Infatti dal XIV secolo facendo senz'altro un salto al XVI, comincia ad affermare che la Cisterna passò allora sotto la giurisdizione di Gian Francesco Rolle! poi sotto quella della Sede apostolica in dipendenza dalla quale ebbero quel feudo i Gorzani, i Mercati, i Robbio de' Borgognini, i Peletta, i Della Rovere, gli Scarampi e i Torto-Acerbi.

Infelice litania di nomi, con un rimescolamento di tempi disparati e distinti, di famiglie sbagliate nella denominazione: insomma un assieme di tali e tanti svarioni da poter far deviare dal retto cammino, od essere senza fallo cagione di lunghe e tediose indagini, a quanti non ritenendosi per avventura paghi di una simile narrazione, volessero tentare di raggiugnere meta più sicura. Basti per ora avvertire, che dei Robbi e dei Borgognini fu plasmata una famiglia sola, come altresì dei Torto-Acerbi, che erano invece due famiglie diverse; che i Della Rovere furono confusi cogli imaginari Rolle, i Peletta conosciutissimi, chiamati con vocabolo adoprato dai curiali di Roma, in documenti stampati con erronea lezione, confusi i Roeri coi Robbii, che nulla mai ebbero a che fare colla Cisterna. Inoltre spostata è la sede ivi assegnata alla Curia romana nel dominio di quel feudo: omessa la parte di sovranità spettante ai duchi di Savoia, ed obbliate tutte le gravi e lunghe contestazioni, che si agitarono per secoli intieri fra quei varii dominatori.

Ora egli è appunto all'appoggio del processo od incartamento suaccennato, che io spero di poter essere in grado di rettificare gli errori ora schierati, e colmare una lacuna che non ci consentirebbero di poter riempiere i soli documenti esistenti nei pubblici archivi, per quanto questi ci abbiano fornito aiuto non secondario, non essendo agevol cosa di aver accesso a quelli privati, i quali con tutta probabilità, potrebbero contenere suppellettile di notizie prestanti per la storia feudale di quel Comune. Per le ragioni sovra addotte, dovendo limitarci specialmente alle famiglie ch'ebbero signoria sulla Cisterna nel secolo XVI, avvertiamo tosto che il manoscritto citato è validissimo a quest'opera, trattando esso appunto delle controversie agitatesi, còmpito che non si potrebbe così facilmente ottenere col solo mezzo delle varie pubblicazioni che videro la luce su questa materia nel secolo scorso. E cito fra le altre l'opera in parecchi volumi, intitolata: *Ragioni della Sede apostolica nelle presenti controversie colla Corte di Torino* (Roma, 1732), quella della così detta *Dimostrazione della sovranità temporale della Sede apostolica nei feudi ecclesiastici del Piemonte,* e l'altra men comune: *Sommario dei documenti che giustificano il supremo e alto dominio della Santa Sede sopra i feudi ecclesiastici del Piemonte* (Roma, 1727). Ma nel nostro incartamento ritrovandosi ricchezza di produzioni di documenti ancora inediti, e dei quali probabilmente più non esistono gli originali, si può supplire a quanto fa difetto in quelle pubblicazioni, ed ampliare il concetto spiegato da quei giureconsulti nelle loro dispute forensi.

I fatti avvenuti risguardando l'Astigiano, bisogna avvertire, che non trattasi più qui dei bei tempi di quell'

. . . . . Asti repubblicana
Lieta di strage gotica e de l'ira di Federico,

come cantò un valente lirico odierno, ma invece dell'epoca funesta, in cui a cagione delle fazioni che ne lacerarono la pubblica quiete, essa era caduta sotto la signoria di varii principi italiani e stranieri (1).

Queste notizie premesse, per mera istruzione dei leggitori, fa d'uopo di notare, che gli accennati Gorzani, i più antichi feudatari conosciuti della Cisterna, già sul cader del secolo XIII, dopo varie contestazioni avute colla repubblica d'Asti e rimessione di parte della Cisterna alla medesima, la alienarono ai signori de Mercato, dai quali passò a Fazone Rabbia de' Borgognini e fratelli. Risguarda costoro un'investitura del 14 ottobre 1349, data dal vescovo d'Asti Baldracco Malabaila. Essa comprendeva altresì il consenso suo, a mantenere l'antica alleanza colla Repubblica d'Asti, che, *pro bono pacis et concordia*, sin dal 1275 era stata conchiusa dai loro predecessori nel feudo, cioè gli accennati Gorzani. E questa confederazione veniva nuovamente, il 14 aprile del 1389, ratificata da Gandolfo de' Borgognini, figlio del fu Rolandino e da Valenza Rabbia de' Borgognini, figlia del fu Giorgio Rabbia e nipote del Fazone sovra memorato. Essa veniva giurata, non più ad Asti repubblicana, ma bensì ad Asti soggetta alla dominazione straniera (2). E basta, ampliando di poco l'accenno dato poco fa, avvertire, come le discordie cittadine avevano prostrato gli animi, e resa quella città stanca ed affranta. Il perchè resasi nel 1314 a Roberto d'Angiò, re di Napoli, fu in appresso disputata fra i Visconti e il marchese di Monferrato, che a vicenda furono sostenuti dalle fazioni a loro favorevoli, sinchè irremissibilmente finì per cadere in potestà di Gian Galeazzo Visconti, da quel piccolo feudo nella Sciampagna avuto in dote da Isabella, figlia del re di Francia, Giovanni il buono, chiamato il conte di Vertù o Virtù. Nè vuolsi lasciare di avvertire che il Visconti, per disegni ambiziosi, i quali dovevano col tempo procreare la futura invasione francese e secoli di servitù all'Italia, sposava Valentina sua figlia a Luigi figliuolo del re di Francia, Carlo V, allora duca di Turenna e conte di Valois, il futuro duca d'Orleans, titolo che cominciò questi ad assumere nel 1391. Il primo contratto di matrimonio fu steso nel gennaio 1386 e ratificato il 20 dicembre dell'anno successivo. Ma gli sposi sin dal primo anno avevano mandato a prender possesso dell'Astigiano, abbenchè le nozze, stante la giovinezza, non venissero celebrate che dopo due anni.

Ed in tal guisa aveva principio la dominazione Orleanese in Asti: quel Duca però moriva di morte violenta, essendo stato, come è noto, fatto uccidere la sera del 23 novembre 1407, proditoriamente, da Giovanni senza paura, duca di Borgogna, suo cugino. Il suo figlio Carlo poi, cadeva prigioniero nella battaglia di Azincourt del 25 ottobre 1414: e doveva tosto partire per l'Inghilterra, raggiungendo così il

(1) Conviene notar qui di passaggio che il ch^mo^ sig. professore Giacomo Gorrini nel suo critico lavoro, *Il Comune astigiano e la sua storiografia*, Firenze, 1884, accennando alla grandezza epica a cui s'era innalzato quel Comune, disse che quella gloria veniva da esso dichiarata apertamente, sia colla leggenda della sua moneta, che col fare sventolare il suo vessillo sulla vetta del Moncenisio. Ma notando anzitutto che la nota Casa d'Asti, venne eretta ai piedi della vetta del Roccia-melone anzichè Moncenisio, il fatto a cui diè origine il solo sentimento religioso, riguardava unicamente uno dei Roeri o Rotari, provenienti bensì da Asti, ma stabiliti a Susa, dove tenevano uno dei soliti banchi di prestito. Il *tritico* era un pietoso ricordo alla patria lontana.

(2) Documento N. I.

suo fratel minore, sin dal 1412 ostaggio colà per garanzia dei debiti di suo padre, e rimanervi sino al 1440, in cui questi furono saldati dal Duca di Borgogna.

Rivenendo ora ai Borgognini, feudatari della Cisterna, che dicemmo avere nel 1389 prestato il giuramento per la rinnovata alleanza con Valentino Visconti, avvertiremo che il Gandolfo, il quale compare in quel documento, nell'anno successivo già alienava la sua parte di quel feudo a Bartolomeo Garetti, la cui famiglia già ne possedeva una parte, e il cui dominio forse datava dal principio del secolo XIV (1).

Ma senza venire a questioni di cronologia, per poter accertare con precisione i principii del dominio di questa nobile famiglia astigiana, ne basta avvertire, che Aimonetto, figlio di Conreno o Corrado Roero signor di Pralormo, investito di Cisterna dal vescovo Francesco Morozzo (il favoreggiatore della dominazione Viscontea in Asti), non mai aveva potuto prenderne possesso a cagione della pretesa dei Garetti. E questo risulta da ricorso del Ludovico, figlio dell'Aimonetto appunto, il quale nel 1410 supplicava di essere investito della terza parte della Cisterna (2).

Ci si affaccia ora la persona del vescovo Alberto de' nobili Guttuari, di quei Guttuari che appartenevano alla oligarchia aristocratica dei De Castello; e che coi Solari si disputarono a lungo la somma del potere. Ma colla fama che avevano di ghibellini, e coll'appoggio interessato dei signori vicini, essi dovettero soccombere. Il vescovo Alberto testè accennato, ebbe molte relazioni colla Cisterna, ed i documenti sin qui citati ci consentono a spendere qualche parola su di lui.

II.

I tempi del vescovo d'Asti Alberto de' Guttuari; e la sua signoria sulla Cisterna.

Alberto de' Guttuari fu uno dei prelati più ragguardevoli della chiesa d'Asti: e le geste di lui si intrecciano colla storia generale, e toccano un periodo importante della città sua. Infatti egli fu uno dei Padri più autorevoli del Concilio di Costanza, e coi vescovi di Milano, di Alessandria e di Feltre, trattò innanzi a quel Consesso la degradazione del noto eresiarca boemo Giovanni Huss. Nel qual Concilio egli pure aveva compiuto atto di generosità, procurando l'assoluzione dalla censura, nella quale erano incorsi i suoi avversari a' tempi della or indicata dominazione Viscontea in Asti.

Ma per non divagar troppo dal cammino che percorriamo, diremo che i documenti de' quali siamo in grado di far uso, si riferiscono a parecchi atti del vescovo

(1) Questo Bartolomeo Garretti, come signor di Cisterna, scriveva il 25 aprile 1398 lettera al Comune di Chieri, per la liberazione di due chieresi, Paolino e Gillio, condotti sotto cauzione alla Cisterna (F. Gabotto, *Documenti inediti sulla storia del Piemonte,* " Miscellanea di storia italiana „, Serie III, tomo III.

(2) Carte relative alla famiglia Roero nella biblioteca dell'autore.

Alberto, e risguardano quel primo periodo di dominazione straniera in quella città. E ben possiamo dai soli documenti citati nel nostro processo, argomentare, che siccome la storia dei vescovi d'Asti e del suo episcopato (la quale secondo disse rettamente un nostro collega (1), tale essendo " da dare a quella Sede un posto non " inferiore ai più importanti vescovadi delle regioni contermini „) sarebbe degna al certo di uno storico, che sinora ancor non ebbe, così la persona sola del vescovo Alberto meriterebbe una monografia, la quale conferirebbe non poco ad illustrare un periodo della dominazione francese in quella città.

Era difficile che in mezzo alle ire partigiane, onde dicemmo era divisa la città d'Asti, il vescovo Alberto si fosse potuto conservare illeso da grandi inimicizie. Ma all'apparir del nuovo governo, egli dal canto suo, seguendo l'esempio dei feudatari del contado, non frapponeva indugio a conchiudere con loro, atto di reciproca alleanza, che merita di essere esaminato, perchè più importante dell'altro sovr'esposto.

Questo fatto, di cui non mi sembra abbiano avuto conoscenza gli scrittori astigiani, seguiva avanti l'altare maggiore della chiesa patronale d'Asti, S. Secondo, il 19 di maggio del 1417. L'alleanza veniva solennemente giurata tra il vescovo succitato e il principe Filippo conte di Virtù, fratello del duca Carlo d'Orleans, che abbiamo poco fa detto relegato in Inghilterra; e vi erano presenti Enrico abate, Manassero Quisirito, Percivalle di Bellaval, o di Beudemalerio, come vien detto altrove, cavalieri; Didimo de' Cani; pavese, Martino Capello e Daniele Scarampi, giureconsulti; Giorgio de' Guttuari, giurisperito; Oddono Roero, Vasino Malabaila, Tommaso Turco, Antonio Pallio, che appartenevano al patriziato astigiano, e molti altri ancora non nominati.

Il vescovo Alberto adunque aveva creduto prudente di venire a quell' atto per tutelare i suoi feudi, fra cui Cisterna, *a quibuscumque infestacionibus quorumcumque emullorum et inimicorum ipsius..... et dicte Astensis ecclesie.* Ma ad onta di quegli emuli ed avversari, il vescovo aveva serbato una tal quale potenza, poichè a sua volta il luogotenente generale del profugo duca d'Orleans, sperava col mezzo di quell'alleanza col Vescovo, di esser in grado *.....tutius et habilius in bona pace et tranquillitate tenere eius dominationem et civitatem et eius patriam citra montes.*

Erano insomma patti di convenienza bilaterale che si ripromettevano i contraenti. Con questo trattato politico pertanto, il vescovo Alberto si obbligava per sè e pei suoi vassalli della Cisterna e delle altre castella nominate nell'atto, di conchiudere occorrendo, pace e guerra in favore di quel Duca e del suo luogotenente il conte di Virtù, contro chiunque, ad eccezione dell'imperatore, e salve sempre le ragioni del Sommo Pontefice e della Curia romana.

E si faceva pur eccezione speciale, pel caso di guerra fra quel Duca e il marchese di Monferrato, relativamente a Cisterna, Magliano, Pocapaglia, Cortanzone, Cossombrato e Piobesi, poichè in tale ipotesi se ne sarebbero rimesse le differenze ai relativi signori. I feudatarii di quei castelli volendo profittare del benefizio di quell'alleanza, dovevano giurarla fra lo spazio di un mese. Ed avvenendo ch'eglino per alcune parti dovessero essere dissenzienti dal vescovo, essi dovevano astenersi

(1) Cipolla, *Di Brunengo vescovo d'Asti, ecc.,* tomo XXVIII della " Miscellanea di storia ital. „.

di aiutarlo e di favorirlo, nè mai conchiudere cosa alcuna contraria all'interesse del Duca e del suo luogotenente, ed anzi erano tenuti di osservare quell'alleanza anche istigati contrariamente dal vescovo. Questo poi doveva obbligarsi a procedere contro quelli dei feudatarii aderenti alla lega, che fossero per agire contro gli interessi del Duca e del conte di Virtù. Ed il conte di Virtù, a nome del Duca, prometteva che costui dopo sei mesi della ricuperazione sperata della libertà, avrebbe ratificato quei patti (1).

Il 16 marzo del susseguente 1418, l'alleanza suddetta veniva confermata ed approvata dalle parti or accennate, con queste addiezioni però: 1° che fervendo guerra fra il duca d'Orleans e il marchese di Saluzzo, il luogo di Baldissero sarebbesi reputato neutro; 2° che ove qualcuno dei vassalli o sudditi del Duca, venisse ad offendere in qualche modo il vescovo o i suoi vassalli, il Duca o il suo luogotenente avrebbero proceduto contro i disobbedienti, o che il vescovo avrebbe fatto sì che i suoi vassalli aderenti a quella lega, l'avrebbero rinnovata e giurata fra l'ottava della futura Pasqua. Il Conte poi ed il Vescovo, davansi le più ampie promesse di osservare la legge, e pronunziavano il loro giuramento, secondo l'uso consueto. Questo secondo atto seguiva nella sagrestia della chiesa suddetta di S. Secondo, alla presenza di Niccolino Marsaglia, podestà d'Asti (2); Alberto de Ferrari, licenziato nei canoni, vicario del Vescovo; Didimo de' Cani, dottor di leggi di Pavia, vicario del governatore; Martino Capello e Daniele Scarampi, dottore in leggi; Pietro Garetti, primicerio della chiesa torinese, ed abbreviatore dei brevi apostolici; Giovanni Roero di Revigliasco, tesoriere d'Asti; Oddone Roero, Vasino Malabaila, Tommaso Turco, Antonio Solaro, consignor di Govone, e di molti altri cittadini.

Un primo effetto di quell'atto solenne ottenevasi subito, poichè *incontinenti*, come dice il documento, Oddone Roero, Antonio Solaro dei signori di Govone e Lorenzo Pallio dei signori di Castellinaldo, vassalli tutti del vescovo e della chiesa d'Asti, persuasi dell'utilità di quell'atto, non frapponevano indugio ad approvarlo e ratificarlo.

Ma in quanto alla Cisterna, l'alleanza era specialmente particolare, come vedremo dopo aver fatto conoscere quale sia stato il motivo che ebbe a porgerne occasione.

Il vescovo Alberto di cui sin qui abbiam discorso, di quanto fu politico accorto, altrettanto seppe altresì tutelare gli interessi suoi privati, non ribelle all'atavismo, nè volendo smentire la rivelazione lasciataci dal cronista astese, Guglielmo Ventura, che nei suoi annali ricordava la stragrande opulenza de' Guttuari, *supereminens Guttuariorum pecunia*. Il che premesso, per denotare qual fosse la condotta del vescovo Alberto, che ebbe notevol parte nelle vicende della Cisterna a' suoi tempi, conviene, indietreggiando alcuni anni, ricordare che fra i feudatari della Cisterna, eranvi pure i Garetti anco patrizi astigiani. Or conviene sapere, che fra i fratelli Jacopo e Francesco, figli di quel Bartolomeo Garetti, a cui nel 1388 abbiam veduto era stata alienata dai Borgognini una parte di quel feudo, e il vescovo Alberto, erano scorse gravi controversie. Queste venivano, dopo lunghi dibattiti, composte in via amichevole, col mezzo dell'arbitrato pronunziato agli 8 giugno del 1411, dai

(1) Documento II.
(2) Costui era di Cherasco.

nobili astigiani Martino Isnardi e Corrado Isnardi consignor di Valfenera. Questi arbitri avevano sentenziato che i luoghi e i castelli di Cisterna e di Cellarengo, in un colle loro ville, uomini, mero e misto impero ed onnimoda giurisdizione, ecc., erano feudali e del feudo nobile, gentile, antico, avito della mensa d'Asti, *a tanto tempore citra quam de contrario memoria hominis non existit* (1). E dopo questo gli altri tre avevano dichiarato, essere e dover essere quei feudi caduchi e confiscati a favore della mensa d'Asti e contro i possessori Garetti, e costoro tenuti a beneficarne il vescovo Alberto, tanto pel presente quanto per i frutti percepiti sotto il suo antecessore Francesco, ch'era Francesco Galli piacentino. La somma in cui furono condannati i fratelli Garetti, era di mille seicento genoini d'oro, la quale essi erano tenuti a soddisfare in fra il termine d'un anno, dopo la pronunciata sentenza arbitramentale, per la concorrente di ottocento genoini, e per i rimanenti ottocento, fra un altro anno successivo. Non soddisfacendosi il debito nel termine stabilito, i feudi e beni suddetti dovevano essere consegnati a persone determinate, che avrebbero tenuto i medesimi per metà a nome del Vescovo e per l'altra metà a nome di quei fratelli, ed a spese loro. Ma siccome questi fratelli per nulla si curarono di obbedire ai decreti di quella sentenza arbitramentale, così in forza di questa, i feudi sovraccennati si tennero confiscati a loro pregiudizio ed a vantaggio del Vescovo. Quindi è che questi non lasciò al certo sfuggire occasione così propizia, per favorire i suoi prossimi congiunti. Il perchè il dì 7 di novembre del 1412, nell'aula maggiore del suo episcopato, *prope ecclesiam sancti Sixti,* alla presenza di Cardinale Peletta, di Marchino dei Ferroni di Bassignana, notaro e di Baldassarre dei Verderii di Milano, testimonii, *actendens intemeratam fidei constantiam sincereque dillectionis affectum ac eximie fidelitatis gratissimam promptitudinem* (solita tiritera del gergo feudale), di Domenico Guttuario de Castello del fu Giacomo, detto de Mayrana, donavagli ed investivalo dei sovradetti feudi di Cisterna e Cellarengo, in feudo nobile, gentile, antico, avito e paterno.

L'investitura veniva conceduta a Domenico Guttuario per procura, essendosi questi fatto rappresentare da suo fratello Bartolomeo, ad ambedue de' quali nonchè agli altri loro fratelli Giovanni e Benedetto, veniva essa conceduta. Notiamo che in parecchi atti costoro vengono indicati fratelli del vescovo Alberto. Ricevuta da Domenico Guttuario l'investitura, questi, sui sacri evangelii, e poste le sue nelle mani del vescovo, giurava a nome del fratello suddetto, di voler rimanere *vsque ad vltimum diem vitae suae,* fedele vassallo a lui ed ai suoi successori al vescovato, nè mai tentar cosa alcuna contro, nè prestar aiuto a chicchessia, *excepto domino nostro papa.*

Senonchè il patto compiuto non era pienamente approvato da coloro che avevano il bravo e buono loro interesse ad opporvisi, voglio dire dai fratelli Garetti confeudatari della Cisterna. È vero ch'essi non avevano ottemperato ai prescritti della sentenza arbitramentale succitata. Ma forse, anco ad onta di tutto questo, essi non erano affatto destituiti in diritto, in una parte delle loro pretese ragioni su quel feudo, di cui erano in possesso antico. Tant'è che altro documento, della colle-

(1) Dal processo ms. presso di me esistente, al quale appartengono tutti i documenti di questa memoria, dei quali non viene indicata altra sede.

zione di cui ci serviamo per la compilazione di questo studio, ci consente a tener questa sentenza.

In un prolisso atto del 24 febbraio dell'anno 1414, seguìto nelle case degli eredi del fu Giovanni de' Solari di Govone, alla presenza di Simonino Alfieri, di Francesco Malabaila, di Antonino Solaro e di Giorgio Stuardi, il vescovo Alberto de' Guttuari, ben sapendo qual'era l'Achille su cui fondavansi gli avversari, egli vittorioso dopo una sentenza che gli dava in apparenza piena ragione, egli che aveva confiscato i feudi ai Garetti, per il rifiuto di pagargli quei mille seicento genoini d'oro fiammanti (1), veniva, ripeto, o doveva prudentemente scendere, sia come si vuole, ad un bell'e buono componimento coi vinti. Il terreno era franoso: e ben lo denota il preambolo o la parte espositiva precedente la sostanza di quell'atto, che comprende parecchie pagine, ove il vescovo vincitore in apparenza .....*cognoscens et manifeste videns dictos fratres omnino dispositos ad non observandam dictam sententiam rattificationem et promissionem per ipsos ut supra facta, volensque ac cupiens toto suo posse evitare scandala et pericula que verisimiliter ipsi domino episcopo et eius astensi ecclesie occasione dicte questionis controuersie discordie contentionis et debati contingere et succedere possent si dicte partes pro predictis ad grauiorem siue maiores discordias pervenirent*, si dava per soccombente. Infatti, senza troppo discutere, egli investiva quei fratelli Garetti, della metà per parti eguali del castello della Cisterna con Cellarengo, senza però prendere il minimo impegno, per assicurar loro quanto potevan pretendere i Guttuari investiti di quel feudo, dopo l'accennata sentenza arbitrale, donazione ed investitura, che intendeva conservare illesa.

Or eccoci dopo questa narrazione nuovamente a Domenico Guttuario confeudatario di Cisterna. Egli pertanto seguendo l'esempio del vescovo Alberto suo parente e signor diretto in quel feudo, il 26 aprile del 1418, sotto la loggia della cittadella d'Asti, presenti Niccolino Marsaglia, Didimo Cane vicario del governatore, di Giovanni Rotta di Revigliasco, di Vasino Malabaila e di parecchi altri nobili astigiani, conchiudeva alleanza press'a poco consimile a quella, dal vescovo Alberto fermata col duca d'Orleans. Egli pure faceva eccezione per la persona del marchese di Monferrato; e questo tutto veniva accettato dal Governatore d'Asti, il sovrannominato Percivalle di Bellavalle che riceveva l'atto (2).

La narrazione di questa parte delle vicende del feudo della Cisterna, ci ha fatto assistere all'iniziarsi della dominazione francese in Asti, succeduta a quella dei principi italiani, ma benevola e mite al punto, che ancor ai suoi tempi il noto poeta Giovanni Giorgio Allione, non dubitava di ricordare a Francesco I dopo la battaglia di Marignano, che *les antécesseurs toujours bénignement nous ont traités.*

Ma la galanteria francese, non impedì che Asti per lunga età, dovesse essere preda delle fazioni intestine: e dal 1419 al 1422 avvamparono discordie scottanti, appunto tra il nostro vescovo Alberto ed un dei capi della fazione contraria, Giovanni dei Turchi. Nè potea succedere diversamente: l'incendio covava sempre sotto la

---

(1) Alla confiscazione era compagna la carcerazione di Jacopo e Franceschino de' Garretti: del che altamente dolevasi col Vescovo il Comune d'Asti, che il 5 novembre di quello stesso anno 1414 gliene scriveva con certo risentimento. Vedi Gabotto, luogo citato.

(2) Documento N. III.

cenere, i pretendenti lontani e vicini, e principe fra essi il marchese di Monferrato, fomentavano le passioni dei varii partigiani; ed il sovrano profugo in Inghilterra, non poteva al certo porvi riparo (1).

Ne duole di non poter proseguire oltre, ma anche a costo di dover arare un terreno ancor vergine, dobbiamo desistere per non divagar dall'argomento.

E limitandoci alle vicende principali del feudo della Cisterna, conviene notare che il vescovo Alberto persuaso della convenienza di rinfeudarlo, nel marzo del 1422 otteneva il Breve pontificio di facoltà a ciò, e tosto concedevalo al segretario ducale Domenico Tarassino. Ma morto questo vescovo nel 1439 cessava il predominio dei Guttuari; e così gli altri aventi diritto sulla Cisterna potevano far valere le pretese loro ragioni. Quindi sotto il suo successore Bernardo Landriano, milanese, veniva nel 1446 approvata una transazione fra il Domenico Tarassino e Tisseto de' Garetti. Imperocchè quest'ultimo aveva creduto opportuno di dichiarare ingiusta la spogliazione di quel suo feudo, che riteneva effetto di mera violenza, a cui aveva dovuto cedere sotto l'impero del dominio ecclesiastico de' Guttuari. Ma gli avversari non si acquetavano così facilmente, facendosi forti della investitura conseguitane. La causa venne pertanto deferita alla Camera di Milano, foro competente, mentre l'Astigiano trovavasi soggetto al Duca Filippo Maria Visconti.

Nello svolgersi della causa gli avvocati dei Garetti sostenevano che il castello della Cisterna *iam multis et multis annis,* anzi *antiquissimis temporibus, iustis et rationabilibus titulis et causis* avevanlo essi posseduto sino al 1413, in cui *ipsum castrum Cisternae arreptum et ablatum fuit per vim et violentiam de manibus dictorum nobilium de Garretis.* Ma invece, opponeva il Duca, ch'esso spettava alla sua Camera, poichè i cisternesi eransi ribellati alla città d'Asti, guerreggiando contro di essa, contro i suoi cittadini, contro altre terre e contro alleati del contado astense; e che perciò le milizie milanesi in compenso dei travagli sostenuti e delle spese fatte erano state costrette a debellare quel castello, ed erano riuscite a toglierlo di mani dei nemici. Ora, si soggiungeva, essendo in quel momento la Cisterna in mani del Duca, egli intendeva di venir risarcito dei danni patiti.

La quistione era intricata, il litigio lungo e di esito incerto: il perchè le parti stimavano conveniente di rimettersi ad un arbitrato, che fu deferito al dottor di leggi Vincenzo de' Veggi ed a Giovanni Calcaterra, maestro delle entrate straordinarie. Costoro trattarono colla parte contraria, la quale era rappresentata da Domenico Garetti e da Secondino figlio del Tisseto. L'atto seguì nella casa di abitazione del vescovo Bernardo Landriano a Porta Vercellina di Milano, alla presenza di Zanetto di Castiglione di Porta Ticinese e di Antonio de' Pagani pur dello stesso luogo, protonotari milanesi. In forza di quel componimento Domenico Garetti cedeva e rinunziava a favore del Duca e del Vescovo succitato tutte le sue ragioni e pretese sulla Cisterna. Ed il Duca per contro cedeva al Tisseto Garetti padre del Domenico le sue azioni e pretese, per la somma di ducati 3200 d'oro. Ed il Tisseto per mezzo del figlio che lo rappresentava riceveva investitura dal Duca.

(1) Ned a sedare le fazioni sarebbe stato guari atto il sire di Virtù sovr'accennato, che si trovava sempre a secco. La mia collezione patria mi porge notizia di un atto del 20 marzo 1416, in cui quel conte *propter angustias pecuniarum,* era costretto a vendere a 110 astigiani la metà della bealera di Borbore coi molini, battitoi ed altri congegni, per la somma di 4800 genoini d'oro.

III.

La dominazione degli astigiani Peletta, signori di Cortandone e Cortazzone.

Intanto alle altre famiglie astigiane che avevano dominio sulla Cisterna se ne veniva ad aggiungere altra, quella dei Peletta, i quali tenevano posto non secondario fra le famiglie d'ospizio della repubblica d'Asti. Anco al pari delle altre, essi eransi arricchiti col mezzo dei cambii e dei prestiti, specialità degli astigiani e dei chieresi, conosciuti com'è noto oltr'alpe, colla denominazione generica di lombardi, e talor di *caorsini,* perchè confusi talora con quelli provenienti da Cahors, i quali esercitavano la stessa professione. Il che ogniqualvolta si accenna, anche a costo di cadere in ripetizioni, serve a rinverdirci la memoria quanto tutti costoro concorsero ad avere notevole parte nel risorgimento economico italiano di quell'età, tuttochè il massimo nostro poeta avesseli collocati nel suo inferno a gemere nella sabbia bollente in mezzo a pioggia di fuoco.

Siam discesi a queste reminiscenze perchè si collegano con altre che sono impresse nei loro annali. E siccome i Peletta già precedentemente ai tempi de' quali ci intratteniamo avevano lasciato tracce di lodevoli geste, com'avviene, queste talor si trovarono frammiste a fatti non de' più lodevoli, e qualche fiata anche riprovevoli. Così nel 1258 Oberto Peletta, in un con Percivalle Cacherano, altro patrizio astigiano, era obbligato a dotare la vedova di un tal Giacomo di Antignano di 670 lire parigine a titolo di restituzione *male acquisitorum incertorum* (1). Non faccia però questo la menoma specie, perchè quelli erano falli comuni che i Peletta condividevano con molti de' loro compaesani e con altri, ned affini, nè compatriotti.

Ai tempi di cui ragioniamo avvenne pure a loro di trovarsi implicati in un avvenimento che fu sequela di disgustose contese, ed influì assai sulle sorti della Cisterna. Ma prima conviene rivelare com'essi fossero alla lor volta divenuti signori di quel feudo.

Sin dal 23 luglio del 1470 l'Antonio del fu Tisseto Garetti cominciava a disporre a favore di Martino fu Giacomo Peletta, del castello di Belriguardo colle sue dipendenze, membro della Cisterna, e ciò a conto dei 920 scudi d'oro ch' egli dovevagli.

Senonchè già in quell'anno voleva la fama corsa in quelle contrade, che il succitato Martino, in un con Pietrino Peletta e Domenico de' Boii, alias Peletta, si trovasse implicato in un assassinio perpetrato nel luogo di Cortazzone contro Enrieto, pur della stessa prosapia.

Forse la voce era alterata: forse la potenza e la bravura dei Peletta incutevano timore in quei tempi, nei quali l'autorità pubblica era svigorita: forse come i

(1) Cfr. il vol. I del *Codex astensis*, edito da Q. Sella ed annotato da P. Vayra.

documenti rivelano, i vescovi di Pavia e di Asti, nella cui giurisdizione era succeduto il fatto incriminato (poichè è bene sapere che appartenevano alla prima di quelle diocesi, Cortanze e Cortazzone), non erano stati abbastanza solleciti a prender cognizione del fatto. Comunque ne sia, la Corte di Roma avocava a sè la causa: e vedremo che non lasciava di trarne buon partito. E il 18 settembre di quello stesso anno 1470, da Pavia il cardinal di S. Sisto, patriarca di Costantinopoli, legato di Perugia, di Toscana e di Lombardia, che era Pietro Riario da Savona, delegava l'abate del monastero di Caramagna (Giovanni de Sus di Cipro), il priore del monastero di S. Benigno di Quaranta (Giorgio di Piossasco) ed il preposito di S. Andrea di Racconigi a prendere cognizione di quel fatto, e risultandone il vero, spogliare i rei dei loro feudi, ed investirne altri della famiglia, cioè Antonio. E riguarda costui per l'appunto una promessa fattagli il 25 settembre 1471 da Antonio Garetti, di alienargli, salvo il beneplacito del vescovo di Asti, i castelli di Cisterna e di Belriguardo. L'atto seguiva nel castello appunto della Cisterna, alla presenza di Bartolomeo Garetti di Ferrere, di Gaspare de Bixo di Carmagnola e di Obertino Pistorio di Ferrere. La qual promessa veniva ad effettuarsi il 23 maggio del 1472 per atto seguìto in *aula magna nova* del castello della Cisterna, alla presenza dei dottori in leggi Alberto Baiveri e Tommaso Natta, nonchè di Iacopo Laiolo e Martino Pelletta cittadini d'Asti (1).

Senonchè la delegazione fatta dal cardinal di S. Sisto contro i correi dell'asserto assassinio non procedeva colla speditezza che generalmente in ogni età si manifesta contro le persone volgari.

Il priore di S. Benigno, Giorgio dei conti di Piossasco, già vi subdelegava di sua autorità un tal Raffaele Ballerini da Racconigi, cappellano del cardinal Stefano Nardini da Forlì, arcivescovo di Milano. Ma il Ballerini, il quattro novembre allegando che *ulterius non valeat neque possit huiusmodi reductioni per eum facte superesse ex multis rationalibus causis ac aliis arduis negotiis impeditus,* trovava pel momento più sicuro consiglio di liberarsi da quell'ufficio, e scaricarlo su Giacomo de' Genti, arcidiacono della cattedrale d'Asti, e su di Battista Roero dei signori di Settime. E costoro furono per allora incaricati di rappresentare il Ballerini nel custodire ed occupare la Cisterna, percepirne i frutti a nome e ad utile di Sisto IV, in odio di Domenico Peletta. Questa subdelegazione seguiva pure in quel castello al rogito di Marcheto Gorgerino da Cortanze (2). Sembra che l'affare non prendesse la piega ch'era nell'intenzione del papa stesso, il quale secondando i fini che s'aveva, e che vedremo fra poco palesi, nel dicembre dello stesso 1473 ingiugneva senz'altro al Ballerini ed al cardinal di S. Sisto di procedere contro i Peletta, e compiere gli atti di devoluzione dei loro feudi, colla caducità alla Camera apostolica, senza tener conto della pretesa superiorità delle diocesi di Asti e di Pavia (3).

---

(1) Vedi il *Sommario di documenti, ecc.*, parte I, pag. 35.

(2) Archivio di Stato. — *Cisterna.*

(3) Sixtus episcopus servus servorum Dei ad futuram rei memoriam. Ex debito pastoralis officii quo nobis ecclesiarum omnium cura imminetur generalis ad ea quae conservationem iurium eorundem concernunt, libenter intendimus ea quae favoribus prosequimur opportunis. Sane sicut accepimus dilectus filius noster Petrus tituli Sancti Sixti presbiter cardinalis in comitatu et dominio astensi necnon nonnullis aliis Italiae partibus apostolicae Sedis legatus per eum accepto quod dilecti filii

Il Ballerini allora intraprese sul serio l'istruzione della causa, istruzione difficile e pericolosa altresì, giova ripetere, per quanto Roma da lontano, o non supponeva, o s'illudeva non dovesse esser tale. Con decreto dato a Palermo il 14 febbraio del 1474 egli citava i correi a comparire dopo dieci giorni dalla pubblicazione del suo atto per difendersi dall'imputazione loro mossa. Ma costoro non erano, nè così

---

nobiles viri Martinus Petrinus et Dominicus de Pelletis alias de Boys condomini castrorum Cisterne et Cortansoni astensis diecesis interfici fecerunt per quosdam assasinos quondam nobilem virum Henricum de Pelletis, seu ut interficeretur per illos prestiterunt auxilium consilium vel favorem eosdem homicidas et assassinos in eorum domibus receptando. et propterea iuri alias eis et cuilibet eorum competenti in eisdem castris in feudum ab astensi et papiensi ecclesiis seu earum alia obtinebant merito privati erant, ipsaque castra ad predictas ecclesias pleno iure pertinebant pro conservacione iurium ecclesiarum earumdem certis indicibus in partibus illis per quasdam suas litteras dedit in mandatis, ut ipsi vel duo, aut unus ipsorum de premissis se informarent: et si ita esse reperirentur castra ad ecclesias predictas devoluta esse et pertinere declararent, ac infradicti castri Cisternae quod munitissimum erat ne subsequens declaracio inefficax foret possessioni prehenderent et tenerent. Et deinde dilectus filius Raphael Balerini clericus taurinensis cui unus ex iudicibus predictis in premissis commiserat vices suas quoad reductionem partis castri castrum predictum Cisternae iuxta earumdem litterarum continentiam illarum forma servata apprehendit, illudque tenuit et tenet de presenti, ac nonnullos ipsi desuper impedientes ac molestantes ut ab impedimentis et molestiis desisterent monuit et non parentes censuris ecclesiasticis innondauit et mandavit, ac fecit excomunicari, publice nuntiari prout in diversis Petri cardinalis et Raphaelis predictorum litteris plenius continetur. Cum autem, sicut accepimus, de ipsius Petri cardinalis potestate et commissione ac Raphaelis eorumdem monicione et iuribus ab aliquibus in posterum se sitari! posse dubitaretur, Nos ad omne ambiguitatis tollendum dubium de premissis plenarie informati, motu proprio non ad alicuius nobis super hoc oblate peticionis instantiam, sed de nostra mera voluntate et ex certa nostra scientia auctoritate apostolica presentium tenore commissione et mandato, ac omnia et singula premissa per Petrum cardinalem specialiter super hoc a nobis facultate suffultum extitisse declaramus, illaque omnia et singula ac inde sequta quoque motu proprio ac scientia et auctoritate predictis aprobamus et confirmamus ac presentis scripti patrocinio communimus, suplendo omnes et singulos deffectus si qui forsan ex solemnitate iuris omissa potestatis deffectu aut alias interveniant in eisdem et insuper predicto Raphaeli earumdem presentiam tenore mandamus per se vel alium seu alios ad ulteriorem exequcionem harum memoratarum predicti legati procedat, illasque plenarie exequatur iuxta earum continentiam atque formam preterquam id investituram dicti castri pro altero quoque nisi predicti dilecti filii Petri cardinalis Sancti Sixti et legati predicti auctoritate et mandato specialiter si forte quam secus in dictis litteris sue commissionis contineret, cum ad eum solum huiusmodi investitura spectare et pertinere volumus, ac illos qui premissorum occaxione censuris et penis aliquibus innodati forent quomodolibet vel innodarentur in futurum si id humiliter petierint a censuris et penis eisdem absolvat in forma ecclesie consueta, iniunctis eis inde pro sua culpa penitentia salutari de aliis quam de iure fuerit iniungendum contradictores quoslibet et rebelles per censuram ecclesiasticam et alia iuris remedia compenscendo, invocato ad hoc, si opus fuerit, auxilio brachii secularis, non obstantibus premissis ac constitutionibus et ordinacionibus apostolicis contrariis quibuscumque aut si Martino Petrino et Dominico predicto vel quibusve aliis communiter vel divisim a dicta sede indultum existat, quos interdici suspendi vel excomunicari non possint per litteras apostolicas non faciendo plenam et expressam ac de verbo ad verbum et indulto huiusmodi mentionem et qualibet alia dicte Sedis, indulgentia generali vel speciali cuiusque tenoris existat per quam presentibus nec expressam vel totaliter non insertam effectus earum impediri valeat quomodolibet vel defferri ei, de qua cuiusque solo tenore habenda siti in nostris litteris mentio specialis. Nulli ergo omnino hominum liceat hanc paginam nostre declaracionis aprobacionis confirmacionis commissionis suplectionis et mandati infringere vel ei ausu temerario contraire; si quis autem hoc attemptare presumpserit indignationem omnipotentis Dei ac beatorum Petri et Pauli apostolorum eius se noverit incursurum. Dat: Romae apud Sanctum Petrum anno Dominice Incarnacionis millesimo quadringentesimo septuagesimo tertio nono Calendas Januarii pontificatus nostri anno tertio. C. Griffus.

(*Dal processo manoscritto presso l'autore*, pag. 177).

semplici, nè così sori, nè così privi di potenza da cedere subito, e piegarsi, senza prima esperire i loro diritti, o veri, o supposti.

Giova intanto avvertire, che in quel lasso di tempo già erano mancati ai vivi, come lo stesso legato pontificio, il cardinale di S. Sisto, così un dei correi, il Domenico Peletta. Il che peraltro non apportò alcun ostacolo alla prosecuzione della causa, la quale fu circoscritta agli altri Peletta, ed istrutta dall'altro delegato, il Ballerini, il quale venne indi a decretare la caducità dei feudi spettanti ai Peletta. Essi allora opposero varie eccezioni, che non merita di qui accennare, bastando di avvertire alla principale, cioè all'incompetenza ascritta al Ballerini, sia per non essere costui provvisto di ecclesiastiche dignità, sia per non esser nemmen canonico di chiesa cattedrale, sia poi per trovarsi *ex certis causis sententia excomunicationis inondatus.* Quest'ultima eccezione apposta già con accenti un poco sibillini, avrebbe potuto essere più grave: se a quei tempi non si fosse trovato rimedio a tutto.

Intanto però gli incolpati cominciavano già a guadagnare tempo; il Ballerini era costretto di recarsi sino a Roma per iscolparsi, ricevendo posteriormente la assolutoria da quelle scomuniche e censure da Baldassarre di Biandrate, diacono di Casale.

Senonchè, forse si era corsa un poco la posta: forse la prova che gli accusati Peletta fossero proprio correi in quell'assassinio non era limpida e palpante: il fatto è che Roma commetteva a Gian Andrea Boccaccio, prevosto di S. Prospero di Reggio, già nunzio a Torino, poi vescovo di Modena, di venire ad un componimento. E questi proponeva a Martino e Petrino Peletta succitati una transazione. La causa si poteva dir vinta dai Peletta.

Infatti, con questo atto, mentre la Camera apostolica tutelava i pretesi suoi diritti su Cortanze e su di Cortazzone, concedeva ai Peletta il castello di Belriguardo, che abbiam detto, dipendenza della Cisterna, in un coi diritti annessi. E tutto questo veniva approvato da Sisto IV con sua Bolla del 12 luglio 1474.

Se da un tale stato di cose traevano profitto i Peletta, non rimaneva peraltro inoperoso Sisto IV, che non si lasciava sfuggir di mano simile occasione per vieppiù assodare le sue pretese sulla Cisterna. Intanto, tosto col Breve del 18 gennaio 1475 egli ingiugneva, colla minaccia delle consuete pene, a Teodoro Roero governatore della Cisterna, di rimettere il castello a Ludovico Scarampi. Quattordici mesi dopo però, disdicendo quell'ordine; *certis bonis respectibus*, a vece dello Scarampi faceva surrogare in quell'ufficio, Cesare Fea. Ma le sue mire erano ben più elevate, come or vedremo.

IV.

La signoria dei Della Rovere di Savona nipoti di Sisto IV.

Abbiam visto un momento fa che Sisto IV erasi maneggiato di guisa a tutelare i pretesi diritti della Camera apostolica sulla Cisterna e sugli altri feudi dei Peletta, da farvi primeggiare la superiorità di essa, non senza detrimento delle sedi di Asti e di Pavia, dalla quale ultima dipendevano Cortanze e Cortazzone, come abbiamo

notato poco fa. Or bene, nella guisa che il vescovo Alberto de' Guttuari erasi valso delle discordie dei feudatari della Cisterna de' suoi tempi per favorire i suoi congiunti, così Sisto IV non lasciossi sfuggir l'occasione fornitagli dai veri od esagerati falli dei Peletta, per disporre di quel castello a pro dello stesso suo nipote. *Hoc erat in votis*... In una prima bolla del 26 di aprile del 1476, data a Roma, dopo avere ricordato quel certo assassinio commesso dai Peletta *qui se gerunt pro nobilibus* (e curiosa questa specie di dubbio sulla prestanza di una famiglia, che sotto quest'aspetto non poteva fornir materia a conghietture di sorta) provvedeva a sanare tutte le irregolarità che fossero occorse in tutto quel procedimento (1).

Poi con altra Bolla del successivo 17 maggio infeudava senz'altro ad Antonio della Rovere *militi saonensi,* e per le solite ragioni *tunc fidei et probitatis merita ac laudabilium operum testimonia comprobata,* la metà di Cisterna e di Belriguardo, devoluti *nefandis facinoribus Martini, Petrini nec non quondam Dominici de Pelletis alias Boiis laicorum astensium qui se pro nobilibus gerunt* (2).

E così, mentre si lasciava un dubbio sulla prestanza gentilizia dei Peletta, con una facilità straordinaria si onorava del cavalierato. ancor abbastanza elevato in quel secolo, col mezzo del latino vocabolo *miles,* che designava appunto i veri cavalieri, l'Antonio della Rovere. Se poi fosse più o men propria tale appellazione vediamolo col mezzo di queste poche osservazioni.

Dopo gli scritti del professore Gerolamo Rossi, *I Della Rovere di Savona* (" Giornale araldico genealogico ecc. „. Pisa, 1877, t. IV) e di Fedele Savio, *La famiglia della Rovere di Torino,* Ib., tomo XVIII, Pisa, 1891, col mezzo dei quali si può afferrare snebbiata l'origine di questa famiglia (3), ne basta avvertire, che nella guisa in cui il fratello dell'umile fraticello francescano, che bel bello riusciva a salire sulla cattedra di S. Pietro, diveniva lo stipite dei duchi d'Urbino, così la sua sorella, dai varii autori denominata Luchina, Lucissa, Luchesia, sposando Giovanni, figlio del notaro Guglielmo Basso di Albissola, capitano al servizio del marchese Guglielmo di Monferrato, nel 1471, adottato dal Papa suo cognato, col nome proprio Della Rovere, formava il ceppo dei Della Rovere, fiorito a Casale sino al giorno d'oggi. Ma siccome nelle genealogie date dai vari scrittori che discorsero di questa famiglia, Sansovino, Monti, Buonarroti, Torelli, Passerini ecc. e dal Rossi stesso, sebbene recente, si può notare qualche aggiunta, od avervi qualche discrepanza che ci rivelano i documenti, così dovendo nei rapporti col feudo della Cisterna soffermarci su parecchi dei Della Rovere, sarà bene di dare in nota uno specchietto che contenga i nomi dei Della

---

(1) Sommario dei documenti che giustificano il supremo e alto dominio della S. Sede sopra i feudi ecclesiastici del Piemonte, al N. 6.

(2) Ib., al N. 7.

(3) Con tutto questo, anco ammesso che dopo aver esercitato il mestiere di pescatore in gioventù, come avveniva facilmente ai popolani de' paesi marittimi, il Leonardo, padre di Sisto IV, fosse stato accimatore di panni, secondo i documenti addotti dal Rossi, è un fatto che nell'opinione generale dei contemporanei, fra cui il Machiavelli, la sua famiglia era tenuta di ben umile condizione, e il Leonardo, povero pescatore e illetterato. L'argomento poi del chiar. ed egregio professor Savio che forse un dei nobili della Rovere di Torino, caduto in basso stato, abbia potuto migrare a Savona e dato ivi origine al ramo savonese, sembrami possa ancor essere soggetto a controversia, per quanto si tratti di fatti non impossibili a succedere. E non sarebbero al certo i Della Rovere torinesi, i primi a fornire consimile esempio.

LEONARDO DELLA ROVERE, da Savona.
1° con Luchina Monteleone; 2° con Selvaggia di Giuliano di Valditaro.

Francesco n. 1414, francescano. Generale dell'Ordine; nel 1471 Sommo Pontefice col nome di Sisto IV.

Raffaele † 1477. Stipite dei Duchi di Urbino.

Luchina o Luchesia, dal Cibrario denominata **Mariltia**, sposò **Giovanni** figlio del notaro Giovanni *Basso* di Albissola; nel 1471 per adozione di Sisto IV denominossi Della Rovere. Nel 1474 fu dalla Repubblica creato coi suoi cittadino di Genova. Il 18 ottobre 1481 fu dal marchese Guglielmo di Monferrato investito di Bestagno e di Monastero d'Acqui, pei molti benefizii che quel marchese aveva ricevuto da quel papa. Morì a Roma nel 1483, *transacto anno decessit*, poichè nel documento 25 luglio 1484 è detto *a certis mensibus citra ei mundum*.

Franchetta con Bartolomeo Armoino di Colle.

Bianca con Paolo Riario nipote di Riario-Sforza.

N. N. con Pietro Giuseppe Secchiero a Savona.

Maria

Leonardo cardin. dei SS Apostoli. Donato della cittadinanza di Perugia, il 13 ottobre 1506.

Antonio indicato come primogenito nei nostri documenti, con differenza dagli autori delle altre genealogie della Rovere, fu investito del feudo della Cisterna da Sisto IV; già nel sett. 1480 si diceva morto, e morì impubere. Aveva sposato Catterina di Francesco Marzano e di Eleonora di Aragona sorella di Ferdinando I.

Bartolomeo posto nei documenti come secondogenito; 28 gennaio 1484 investito dal marchese Bonifacio di Monferrato, di Bestagno e di Monastero. Sposò Orestina Testadoro; testò il 7 febbraio 1504.

Guglielmo posto nei documenti come terzogenito; già † luglio 1484, giusta il detto documento.

Bernardino 1484 investito della Commenda.

Gio. Guglielmo investito nel 1597, † *sine liberis*.

Francesco gran prior di Pisa e di Lombardia nell'Ordine Gerosolimitano, nel 1487 concede ai nipoti Gio. Francesco e Bernardino in feudo i beni della commenda dell'Ord. di S. Giovanni, detta di S. Giovanni in Barcellerio d'Asti.

Gerolamo canonico a Savona, poi vescovo di Albenga, poscia di Recanati, cardinale ecc.

Maria con Antonio Grasso di Albissola notaro, adottato da Sisto IV col nome della Rovere.

Giovanni Francesco nei nostri documenti viene qualificato famigliare di Leone X; 1525 investito della Cisterna, e 1537 di Bestagno e Monastero d'Acqui, sposò: 1° Fiorenza Solaro di Moretta; 2° Clementa Bastioni; testò in Asti 3 sett. 1524, rog. Marchisio e 5 luglio 1538, rog. Vassallo; possedeva varii luoghi di monte nel banco di S. Giorgio di Genova; forse morto solo nel 1550.

Giovanni Giorgio 27 marzo 1558, dal castello di Monastero *vallis Burmidae*, fa procura in Urbano della Rovere eletto di Sinigaglia e in Pietro Salerno commendatore di S. Antonio di Pavia abitanti a Roma ed in Antonio della Rovere suo figlio, per prendere l'investitura della Cisterna; testò 27 gingno 1571; sposò: 1° Clemenza di Gio. Batt. della Rovere di Genova, † 1557; 2° Giulia Barone.

Il Buonarroti nel suo ms. su famiglie nobili di Genova nota qui alcuni, come fratelli di Gian Giorgio, ma non sapendo dar altra notizia di loro, li dice morti fanciulli.

Guglielmo figlio naturale.

Francesco figlio naturale

Bartolomeo nel 1559 compare nella vendita della Cisterna fatta da suo padre Giovanni Giorgio, unitamente ad Antonio suo fratello, al capitano Torquato Torto. Nelle pregevoli sue tavole genealogiche ms., il colonnello Massara di Previde dice che costui fu poi dichiarato decaduto dai feudi di Bistagno e Monastero per reati di falso, e poi processato dall'Inquisizione per proposizioni ereticali; aveva sposato Barnaba Adorno; testò 16 febbraio 1585; nel 1575 aveva fatto rinunzia al fratello Giulio dei beni mobili ed immobili posseduti da lui in Perugia.

Gio. Francesco 5 settembre 1596 sposa Isabella Trotti.

Giulia 1575, transazione con Bartolomeo pei feudi di Monastero e Bistagno e pei beni sui confini e nella città di Perugia; testò 1591, *in domo infrascripti testatoris sita in civitate Perusiae in porta S. Angeli et parochia S. Martini*.

Andrea

Antonio nel citato atto 1559 è qualificato dottore in leggi e già maggiore di 25 anni; † in Isvizzera ove lasciò beni nei tre cantoni ed a Basilea.

Lucrezia 1555, con Bonifacio Solaro.

Gio. Battista premorto al padre † 1571

Gerolamo premorto al padre † 1571

Rovere, de' quali avremo a tener parola (1). Ad ogni modo ne pare, per conchiudere sulla più o men appropriata denominazione di *miles* data all'Antonio Della Rovere nella citata Bolla pontificia, ch'essa non dovesse propriamente a rigor di termini adoperarsi. Infatti, suo padre, due anni prima appena era stato investito di feudi dal marchese di Monferrato ed era a sua volta figlio di semplice notaro. Comunque sia di ciò: se lo zio papa potè innalzare il nipote alla condizione privilegiata di feudatario; con tutta la sua potenza non era in piena balìa di renderlo libero da tutte le contestazioni e dai litigi, più o men aspri inerenti a quel feudo, su cui tanti e poi tanti vantavano diritti. Egli non poteva certo illudersi che il possesso della Cisterna dovesse essere pienamente pacifico. Infatti altro Breve del 3 luglio dell'anno 1477 ci appalesa, che gli impavidi Peletta *diabolica fraude seducti in profundum malorum se praecipitantes, animarum suarum salutem negligentes et honorem suum pro nihilo habentes in satanica superbia perseverant, ac sententias, censuras et poenas huiusmodi adimplere et eis parere negligant in vilipendium et contemptionem sacrorum canonum et eiusdem apostolicae sedis.* Il che, tradotto liberamente, vorrebbe dire, che sceverando essi le cose del foro interno da quelle dell'esterno, non trascuravano di provvedere ai loro interessi. Tant'è che Sisto IV, più che mai indignato, e deplorando la detestabile loro ribellione e disobbedienza, e considerandoli *tamquam palmitem fructum non ferentem et membra putrida, acrioribus armis insurgere, ac eos a commercio fidelium segregare volentes,* ingiugneva più che mai al sovra memorato nunzio di Torino di proseguire il procedimento che si agitava da parecchi anni.

Senonchè, siccome Sisto IV sapeva abbastanza che in diritto i Peletta, ad onta di qualunque colpa onde potessero essere maculati, non erano nell' impossibilità di far valere le loro ragioni innanzi a qualunque tribunale; così mentre da un canto fulminava scomuniche contro di loro, dall'altro porgeva loro alla lontana una mano soccorritrice, e capace a liberarli dal baratro in cui stavano per ingolfarsi. Quindi, seguendo quanto aveva fatto col Ballerini, che non l'avranno dimenticato i leggitori, aveva già iniziato un precedente componimento, dava facoltà al nunzio di venire, occorrendo, a patti ed a transazioni. Il che prova sempre più che i Peletta consci che in sostanza avevano a piatire con un'autorità, per quanto veneranda, lontana, e che non poteva far troppo assegnamento in ciò che spettava a cose temporali controverse su coloro che avrebbero potuto fornirle aiuto, non erano disposti a lasciarsi atterrire da quei fulmini. Tant'è che il componimento a cui accennava la Bolla pontificia doveva seguire, come ebbe effetto nel modo più solenne il 19 novembre dello stesso anno 1477 nella camera presso la cappella del castello di Casale, alla presenza dello stesso marchese di Monferrato Guglielmo V, vicario imperiale e del duca di Milano capitano generale, di Geronimo Roero d'Asti, di Filippo degli Astaudi, vicario del cardinale dei santi Quattro, di Gioachino Pelizzi, vicario marchionale e del referendario del marchesato, Giorgio dei signori di Montiglio.

Da questo documento si viene a riconoscere che i Peletta, assistiti da valenti giureconsulti, erano riusciti colla loro perseveranza nell'appellarsi dai varii giudicati pronunziati contro di loro a vincerla in parte. Infatti, negando a dirittura la com-

(1) Vedi Tavola a parte

partecipazione nel reato, che abbiamo visto sin qui loro ascritto, pretendevano la cassazione di tutte quelle sentenze interlocutorie pronunziate dai vari legati di cui sovra, sostenendo, procedere esse tutte da errori, ed essere stato il papa lontano male informato a loro danno. E in conseguenza di simile stato di cose, nel giorno sovrindicato il nunzio Gian Andrea Boccaccio, qual commissario apostolico, e i Peletta, cioè Petrino e Martino rappresentati da Alessandro Malabaila, cittadino d'Asti, e Gian Giacomo e Bernardo figli del defunto Vittorio, e nipoti del Domenico, pure estinto, venivano a questo componimento. Anzitutto il nunzio cominciava ad assolvere i supposti rei di quell'assassinio, tanto nel foro interno quanto nell'esterno, revocando ogni sentenza, pena e censura pronunziata dal Ballerino sopraccennato. Quindi lo stesso rivocava ogni confisca ordinatasi contro le loro proprietà di Cortanze e Cortazzone, rimettendo loro ogni qualsivoglia diritto potesse spettare alla Santa Sede su quei castelli, colla ripristinazione loro in ogni ufficio o dignità, onde fossero stati spogliati.

Per contrario i Peletta, in compenso si obbligavano di cedere e consegnare al legato pontificio ogni lor diritto su Belriguardo e sulla Cisterna, ma con promessa di recedere da ogni quistione o lite futura colla Camera apostolica per ragione di quei feudi, ed anzi di doversi rendere mallevadori dei medesimi ogni qualvolta la Santa Sede avesse ad essere minacciata di futura evizione (1).

A questo punto altro non rimaneva a Sisto IV che di approvare l'operato del suo commissario, al quale aveva attribuito simile facoltà. Quindi, con Breve del nove luglio 1478, coloro che nei pontificii rescritti anteriori erano trattati colle sibilline espressioni di *se per nobiles gerunt*, ovvero chiamati *iniquitatis filii*, venivano invece onorati dell'appellativo di *filii dilecti, viri nobiles* ecc., ed ammessi come pari a pari a trattare col Sommo Pontefice.

Se per altro veniva nei Peletta riconosciuto il diritto di ritenere Cortanze e Cortazzone, parte di Belriguardo e di Cisterna rimanevano all'Antonio Della Rovere, *nostro secundum carnem nepoti*. E per risarcire questo nipote, pupilla degli occhi di Sisto, il quale *pro consecutione iurium eiusdem camerae in prefatis castris, pluribus annis magnas expensas fecit*, venivagli confermato ogni diritto sul distruto castello di Belriguardo e sulle sue circostanze, col diritto del *jus* patronato sulla parrocchia dei santi Gervasio e Protasio della Cisterna, sì e come spettava agli antichi feudatari. Ai Peletta poi, pel caso in cui fossero per trasgredire quella transazione veniva minacciata la pena della scomunica *latae sententiae*, donde non avrebbero potuto venire prosciolti che dai soli romani pontefici, ed in solo *articulo mortis*.

Dell'esecuzione e dell'osservanza di quel concordato venivano incaricati gli arcivescovi di Genova e Savona, e il vescovo di Casale con ampia facoltà, anche d'invocare il braccio secolare ove fosse stato di mestieri.

Ma questo nipote, così fortunato nei beni temporali, poco poteva godere il lauto stato procacciatogli dallo zio.

Già nel luglio del 1480 risulta essere morto, e morto anzi improle, non avendo avuto successori da Catterina di Francesco Marzano dei principi di Rossano e di

(1) Manoscritto esistente presso di me.

Eleonora di Aragona, sorella di Ferdinando I. Senonchè il feudo della Cisterna non usciva per ciò così presto da quella nuova famiglia. Sisto IV era abbastanza sollecito a confermare la precedente donazione a favore di Giovanni, padre del defunto Antonio, e de' suoi figli numerosi, e tutti di alto stato, come dalla nota data superiormente. La conferma in discorso risguardava i figli Guglielmo e Bartolomeo, denominati nel documento *domicellis astensibus*. Ma siccome sembra, che tanto Giovanni padre dell'Antonio quanto i fratelli Guglielmo e Bartolomeo figli di lui avessero dubbi sulla validità di quella concessione fatta al defunto fratello, se cioè essi avessero a ritenersi compresi nella generica denominazione di eredi, secondo l'espressione usata nel documento dell' infeudazione, così Sisto IV stimava bene di togliere su ciò ogni dubbiezza. Quindi con moto proprio del 17 agosto dello stesso anno dichiarava, essere stata sua intenzione di tenere i medesimi compresi sotto quel vocabolo; mentre che, per levare ogni sospetto e dubbio, loro reinfeudava quei luoghi (1). Ma è inutile contro la fata voler dar di cozzo: il dominio dei Della Rovere sulla Cisterna non doveva protrarsi oltre un mezzo secolo, e poche tracce essi segnarono sul loro passaggio in quegli ameni colli dell'Astigiano.

Fra i vari documenti che li risguardano nei loro rapporti colla Cisterna accennerò all'omaggio loro prestato da quel Comune e da quegli uomini. Il che ci consente di ricordare l'approvazione fatta in tal occasione dai Della Rovere degli statuti antichi e recenti delle franchigie e consuetudini solite locali.

L'atto seguiva il 25 luglio del 1484 nella strada pubblica di quel Comune, presso la chiesa e il pozzo, alla presenza di Gian Raffaele Balbo e di Antonio suo figlio, cittadini d'Asti, dei preti Matteo e Michele, fratelli de Agurii da Vigone, rettore l'uno, e vice rettore l'altro dei SS. Gervasio e Protasio della Cisterna, e di Bartolomeo de Cerra di Montafia (2).

Si può ancora ricordare un atto d'investitura seguito il 24 aprile 1500 nel palazzo vescovile d'Asti, alla presenza di Gio. Alfieri, signor di Magliano, e di Antonio Gorzegno, notaio di Cherasco, e dato a nome di quel vescovo Antonio Trivulzio a Luchino Toia, procuratore di Bartolomeo Della Rovere, anche a nome di Francesco suo fratello, gran priore di Lombardia, nella qualità di tutori di Gian Guglielmo nipote di suo figlio. Ma codeste sono cose d'interesse secondario per lo scopo di questa Memoria: bastando di accennarle, affine di ricordare la lotta fra le podestà che accampavano l'una contro l'altra i loro diritti sulla Cisterna, non lasciando i vescovi d'Asti di quando a quando esercitare atti, valevoli a non lasciar troppo prescrivere i loro pretesi diritti. Del resto queste investiture dovevano rinnovarsi a buon tratto l'una dall'altra, poichè questi signori Della Rovere non godevano il favore della longevità.

Mancato di vita a non molta distanza Gian Guglielmo, la giurisdizione su Cisterna e Belriguardo veniva trasmessa al fratello Bartolomeo che ottenevane investitura da Giulio II il 25 aprile del 1509 (3).

Ed omettendo altri atti consimili concernenti quei Della Rovere ricorderò infine

---

(1) Luogo citato.
(2) Documento N. IV.
(3) Sommario dei documenti ecc., al N. 12.

all'ultima investitura data da Leone X, agli 11 maggio 1520 (1), a Gian Francesco, figlio del sovracitato Bartolomeo, che il documento ci rivela essere scrittore e famigliare di quel papa, da quella villa Magliana sul Tevere tra il mare e Cerveteri, dove appunto nell'anno successivo egli veniva sorpreso da fatale morbo (2).

L'ultimo atto conosciuto pertanto che risguarda i Della Rovere è l'omaggio di fedeltà della Cisterna, prestato da Gian Giorgio figlio del Gian Francesco di cui sovra, il 10 marzo 1550 nel palazzo apostolico della Camera a Roma, per mezzo del chierico pistoiese Orazio de' Marchiani (3).

V.

La Cisterna passa sotto la signoria di un avventuriere Tortonese.

Com'abbiam detto superiormente, non era ancor un secolo dacchè i Della Rovere si trovavano in possesso della Cisterna, che questo sgraziato Comune doveva seguire altre sorti, nè più liete nè più prospere.

Nel 1559 il Gian Giorgio, poco fa menzionato, veniva in deliberazione di spogliarsene. Quindi col mezzo de' suoi figli Bartolomeo ed Antonio giureconsulto, nella saletta nuova del castello della Cisterna *parva aula nova,* il 18 agosto di quell'anno, presenti il giurisperito Geronimo Guerra di Castelnuovo di Scrivia, Gian Manfredo de Fiorenzi, pavese, ed il capitano Ventura de' Salamarii, lo alienava al capitano Torquato Torto da Castelnuovo suddetto, pel prezzo di cinque mila scudi d'oro, con tutti i diritti annessi alle investiture avute dalla Camera apostolica.

Chi era questo capitano Torto, nome che riuscirà al certo nuovo a più d'uno dei leggitori, e che cerca e ricerca, forse storici, genealogisti, archivisti e cronologi difficilmente si affaticherebbero a trovare in qualche tarlata cartapecora? E invero non si potrebbe con ragione pretendere che avesse ad essere conosciuto tale, che non fu punto un eroe, ned uscì dal comune dei tanti e poi tanti duci di quei tempi

---

(1) Sommario ecc., al N. 14.

(2) Com'è noto, questo papa, mecenate dei dotti, appassionato della musica e della caccia, e che sempre colla sua lente in mano, udiva poesie e versi di ogni specie dallo sciame de' mediocri poeti, letterati, artisti e cantori che lo seguivano per le strade, in villa, al Vaticano, e che talor rallegrava con buon Falerno, ammalavasi appunto mortalmente a quella villa. Fu ivi che sullo scorcio del novembre di quell'anno, postosi un dì a tavola, e mentre già aveva pronunziato il *Benedicite,* avuta nuova della presa di Milano, ne menasse non ordinario tripudio, stando quindi alla finestra della sua stanza sino a notte inoltrata, spettatore delle feste e dei tripudii che facevano i suoi. E siccome un poco stava alla finestra, un poco si scaldava attorno ad un caminetto acceso nella camera, così rimase sorpreso da febbre gagliarda. Tornato subito a Roma, il giorno successivo divenne tosto gravemente infermo, senza che si potesse conoscer bene il suo male; cagionato, come si disse poi, da una fistola, da poca regola di vitto, poichè se diginnava tre volte la settimana, cibavasi quindi di robe malsane, locchè influì e servì ad accelerare il colpo fatale. E così Leone X se ne morì il primo dicembre, ma non alla Magliana, come parecchi autori scrissero, ma bensì a Roma. Cfr. Albèri, *Relazioni degli ambasciatori veneti.*

(3) Sommario dei documenti, al N. 58.

guerreggevoli. Che se poi questo capitano Torquato non contribuì ad illustrare la sua gente, non devesi negare che questa già avesse raggiunta certa renomanza; e comunque, in quanto a lui, il nome suo ebbe a rimanere involto in gravi contestazioni giuridiche agitatesi nelle curie di Roma, di Torino e di Asti, e fu appunto per questo ed in riguardo dell'acquisto della Cisterna che giunse sino a noi.

In mancanza di dati genealogici non è così facile lo assodare se egli sia stato nipote (non potendo reputarlo, per la distanza di tempo, figlio), ma certo che egli fu dell'agnazione di quel Geronimo Torto, illustre professor di leggi all'università di Pavia, encomiato dal Pancirolo e da altri; e specialmente reso famigliare dal noto elegantissimo e celeberrimo legista Giason del Maino, che lo disse nato *honestis sed modicis parentibus, familia veteri et honorata, humili tamen tenuique fortuna.*

Morì di soli 57 anni nel 1484; ed essendo ammogliato con figli, potrebb'essere che sia stato l'avolo del nostro capitano. Il Casalis poi, che nel suo noto *Dizionario,* all'articolo *Castelnuovo* omise Geronimo, cita altri della stessa prosapia, cioè Flavio, che fu egualmente nel secolo successivo professor di leggi anco a Pavia, ed Anton Maria, pur cittadino pavese, resosi col suo testamento del 1663 specialmente benemerito dell'educazione e dell'istruzione dei suoi terrazzani.

Ma se il nostro Torquato potè divenir feudatario della Cisterna, che allora consideravasi di notevole distanza dall'agro tortonese, lo dovette appunto all'essere stato seguace di Marte, anzichè di Temi; e forse vestendo il lucco del magistrato non avrebbe ottenuto quel che conseguì, indossando l'armatura del capitano. Abbiamo accennato ch'egli era un venturiero: il che devesi intendere, non a cagion di disonore, poichè in quei tempi molti gentiluomini, senza forse nemmeno insognarsi la sorte dei Carmagnola e degli Sforza, usavano abbandonare il proprio paese ed andar in cerca di un'arena ove correre alla gloria e conseguir quella fortuna, che le armi facilmente loro promettevano. Non dimentichiamoci della condizione d'Italia di quei giorni: peste oltramontana di qua, superbia e ignoranza spagnuola di là, in terra eserciti stranieri, in mare galee turche.

La Cisterna per l'appunto, a cagione della sua giacitura era stata in quegli anni presa di mira dalle milizie cesaree spagnuole e francesi che desolavano le nostre contrade. Che se siam ben lieti di torcere lo sguardo dal triste quadro che ci offre il Piemonte di quei giorni, poichè non vi sarebbe che a meditare gemendo su gloria da taluni acquistata colla sventura, su guerre che non ebbero trionfi, su porpore insanguinate da strage fraterna, non possiam di meno che accennare sommariamente e ricordare, come lo stato sabaudo ai tempi del buon duca Carlo III di Savoia appunto, che sono quelli ai quali alludiamo, fosse stato invaso dalle armi straniere, al di fuori di Nizza. Quindi le altre città e terre ubbidivano, quali a Francesco I, quali al marchese del Vasto, luogotenente della maestà di Carlo V, che ne fecero ogni strazio.

Dopo il governo di Renato, sire di Montjean, il più implacabile dei governatori francesi tenne le redini del comando il maresciallo Claudio d'Annebault che ebbe principio nel 1538. Costui pertanto, mentre attendeva a racconciare le fortificazioni di Mondovì aveva pur messo in istato di difesa il castello della Cisterna. Ma il suo governo era stato di breve permanenza, poichè due anni dopo egli cadde, in un col noto gran contestabile Anna di Montmorency, e fugli dato per successore Guglielmo

du Bellay sire di Langey, distintosi per temperanza. Senonchè la Cisterna continuava sempre ad essere, come punto strategico, presidio militare, Dio sel sa, con qual avvantaggio di quei poveri terrazzani, e per riflesso dei suoi feudatari, che al certo poco o nulla più potevano mungere da popolazioni già bastantemente taglieggiate. Nelle file dell'esercito francese combatteva per l'appunto sin dal 1544 un capitano Alessandro Torto, che nell'aprile di quell'anno era stato incaricato di opporsi ai progressi che andava facendo colle sue milizie il celebre duce imperiale Cesare Maggi o Maio, conosciuto col nome di Cesare da Napoli. E nella *historia de' fatti di Cesare Maggi da Napoli,* Milano 1565, leggesi appunto, che mentre il Maggi in un con don Giovanni di Guevara e col principe di Salerno cercava di congiungersi col marchese del Vasto, uscì ..... Alessandro Torto da un luogo detto la Cisterna che teneva in governo ed haveva seco cinquanta cavalli con grosso numero di villani, et dava alla coda della gente di Cesare, al quale orgogliosamente così disse: " non scamparete già sinche ora non siate per le mie mani o morto o prigione ... „. Che se sulle prime il Torto ebbe la sorte seconda, cresciuto al Maggi il numero de' combattenti ebbe mezzo di condursi in salvo sin presso le porte di Asti (1). Senonchè al capitano Torto mal capitava, secondo quanto ci rivela un cronista del tempo, il notaio Gian Bernardo Miolo, il quale il 28 aprile di quell'anno 1544 dopo averci detto nella sua cronaca che i Sandamianesi (Asti) ma soggetti a Mantova introdussero nel loro paese il Torto: *post unum fere diem soliti superbiantes Galli opidanos iniuriose infestant. Opidani vero in eo servientes viriliter ab oppido expellunt Alexandro Torto occiso: qui oppidani post duos dies Gallos iterum introducunt* (2).

E così quest'italiano non tardò a pagare il fio di servire agli stranieri: badisi peraltro ch'egli batteva la strada calcata sgraziatamente dalla maggioranza, poichè come ben diceva l'autore del *Principe,* in quei giorni gli italiani coi francesi e cogli spagnuoli apparivangli *la corrutela del mondo.*

Quest'Alessandro Torto che lasciò la vita a S. Damiano doveva essere o padre, ovvero fratello, o ad ogni modo congiunto del capitano Torquato; locchè questo serve a spiegare un poco la ragione per cui questi abbia potuto aver più facile relazione con quei luoghi, che pel governo avuto dell'Alessandro erangli per avventura famigliari. Anzi possiam soggiugnere, che il capitano Torquato, il futuro feudatario della Cisterna, ebbe con questo castello relazioni dirette, e non subordinate a quelle di quel suo parente.

Compulsando le importanti memorie guerresche di quei tempi del Boyvin du Villars ritroviamo che nell'anno 1551 il signor di Vassè governatore del marchesato di Saluzzo volendo riprendere S. Damiano, donde i francesi erano stati espulsi sin dal 1544 siccome dicemmo, ne trattò col capitano Torquato *qui avait charge du château de la Cisterne* (3) e col capitano Iacopo Muratore comandante a Valfenera. E col mezzo di certe scale applicate ai bastioni, e coll'aiuto di circa ottocento soldati raccogliticci e di volontari piemontesi, vi riuscirono. Senonchè non era cotanto facile il poter tenere quel castello, difficile ad esser provvisto di vettovaglie. Per

(1) Pag. 148-149.
(2) " Miscellanea di storia italiana „, tomo I, serie I.
(3) Pag. 51.

la qual cosa nel successivo 1552 il signor di Vassè fu costretto ad appigliarsi a vari espedienti suggeritigli dalla sua destrezza, per la cui esecuzione vennegli in parte in aiuto il capitano Torquato Torto (1).

Infatti costui nel seguente anno 1553 lasciò senz'altro entrare nella Cisterna il mastro di campo Montluc, in un con trecento militi per difesa di S. Damiano. E se si vuol ancora conoscere qualche prodezza militare del nostro capitan Torquato, leggansi le memorie suddette all'anno 1555, ove sta scritto che nelle loro scorrerie gli italo-spagnuoli recaronsi altresì alla Cisterna, *ou commande le capitaine Torquate Torto qui leur tua encore quelques gens* (2).

Il che premesso, per famigliarizzarci alquanto con tali di cui avremo ad intrattenerci un poco lungamente, noteremo, che ad onta della valentia del nostro capitano italiano ad uccidere altri italiani che pugnavano nelle file dell'esercito avversario, ei non fu abbastanza accorto nel far l'acquisto della Cisterna. Egli non prevedeva forse in qual pelago di contestazioni e di litigi aspri andava a cadere, e trascinare non solamente sè, ma i suoi discendenti. Avrebbe bastato considerare la natura di quel feudo, soggetto alle pretese di superiorità che si accampavano sempre dagli interessati, ed ai diritti pretesi dagli antichi partecipanti a quella giurisdizione che sostenevano, nè perenti pienamente colle seguite transazioni. Si noti poi che alle due supremazie sinora citate andavasi ad aggiungere una terza, per nulla disposta a cedere innanzi ad ostacoli.

A maggior intelligenza del che conviene avvertire, come sin dal 1531 Carlo V valendosi dei suoi diritti imperiali aveva investito del contado d'Asti col marchesato di Ceva, sua cognata, Beatrice di Portogallo, consorte del nostro buon Duca di Savoia Carlo III, comandando a tutti quegli abitanti di dover in avvenire prestare omaggio ai duchi di Savoia, come conti d'Asti.

Quindi, con altro diploma dello stesso anno, affine di meglio ancora favorire la casa di Savoia, conferiva a quel Duca il vicariato imperiale su quel contado, col pieno esercizio di tutti i diritti regali, nel 1555 esteso poi a tutte le diocesi del dominio ducale, incluso specialmente l'Astigiano, diploma che veniva nel 1562 confermato dall'imperatore Ferdinando I.

Ora queste concessioni comprendevano tutte le città, luoghi e castella dell'Astigiana, epperciò i feudi vescovili. Non è quindi a far le meraviglie se Roma non guardasse di buon occhio quelle concessioni, nè si accingesse a riconoscere quel vicariato; e se la chiesa d'Asti dal canto suo contestasse ai feudatari suoi di accettare la superiorità del duca di Savoia, prendendone da lui le investiture. È vero che Pio IV nel 1560 aveva cercato un temperamento, concedendo ad Emanuele Filiberto il vicariato pontificio sulla Cisterna e su altre terre dell'Astigiana colla clausola *ad Sedis apostolicae beneplacitum,* coll'obbligo di riconoscere il suo dominio mercè la presentazione annuale di una libbra d'argento, convertita in un calice di quel peso, ricorrendo la festività dei SS. Pietro e Paolo. Ma Emanuele Filiberto non aveva mai condotto a perfezione quell'accordo. Furono bensì presentate successivamente istanze

(1) Pag. 169.
(2) Pag. 626.

per ottenere la purgazion di mora, ma essa non fu conceduta, eccetto che colla clausola *sine preiudicio iurium Camerae*, e così non accettata dai nostri.

Il che premesso, fa d'uopo di avvertire altresì, che agli affari politici sorridendo miglior orizzonte di quello, che invece offuscava la sorte delle nostre contrade allorchè la Cisterna era piazza d'armi degli eserciti stranieri belligeranti, essa doveva naturalmente partecipare alla più favorevole condizione fatta dal noto trattato di Castel Cambrésis del 1559 appunto, che decretava la restituzione degli Stati aviti ad Emanuel Filiberto, succeduto da quasi sei anni al suo padre Carlo III (1), che se questa restituzione procedeva al passo delle lumache, poichè il maresciallo di Brissac metteva sempre fuori nuovi pretesti ed angarie per torcere a modo suo, e nell'interesse del suo Re, i patti sacramentalmente conchiusi, in quanto alla Cisterna la risoluzione della restituzione non si fece attendere gran tempo. Infatti essa seguì in quel castello il 6 settembre dello stesso anno 1559. Erano presenti all'atto il capitano Ventura, Salmuccio da Gubbio, già luogotenente della compagnia del capitano Torquato Torto e Tommaso de' Belloni da Poirino. Leggesi nel documento ... *quod cum virtute sanctae pacis approbatae inter utramque Maiestatem christianissimi Regis et catholici ac potentissimi serenissimi ducis Sabaudie inter caetera caveatur quod castrum et oppidum cum suis dependentiis loci Cisternae remittatur predicto serenissimo duci Sabaudiae* ... epperciò il procuratore generale del Duca, Giuseppe Barberis, delegatovi dal conte di Masino, luogotenente generale dello Stato, in forza di lettere date da Moncalieri il 4 di quel mese, compieva quell'atto. Ed in quel giorno per l'appunto il capitano Torquato Torto, Governatore della Cisterna pel Re di Francia, d'ordine del maresciallo di Brissac rimetteva al Barberis quel castello: rimanendo in tal guisa prosciolto da ogni giuramento verso il Re.

L'atto fu ricevuto da Giambattista Veggia, cittadino di Vercelli, pubblico notaio. Non bisogna celare che il Brissac, pronto ad ogni occorrenza, aveva di suo pugno unito al comandamento rimesso al Barberis queste parole concernenti il Torto, pel caso cioè dimostrasse qualche riluttanza a compiere quell'atto. Era una di quelle ingiunzioni, alle quali non si osa di contraddire, e che non ammettono replica: " Se il signor della Cisterna o altri a nome suo volesse far difficoltà di accettare l'agente che sarà mandato da monsieur di Masino per far la fedeltà et omaggio soliti di farsi per il vassallo verso il supremo et pretendesse di voler ricorrere da Noi, credendo di essere favorito et sostenuto, diteli liberamente che non entri in questo travaglio, et che obedisca al detto signor duca et suoi ministri, e che da noi non solamente non riporterà alcun favore, anzi daremo le forze di S. M. a monsieur di Masino per fargli condiscendere esso signor della Cisterna a far il debito suo.

Miglior amico di V. S.

Brissach „ (2).

---

(1) Mentre italiani e stranieri ad un coro denominavano il Testa di ferro, illustre capitano, eroe di S. Quintino, ecc. ecc., i nostri uomini del Governo provvisorio in un transunto del processo verbale del 14 nevoso anno 7 repubblicano (2 febbraio 1799), firmato Botta, Bossi, Colla, deviando da ogni sentimento di rettitudine e di buon senso, e falsificando la storia, e con una cortigianeria spudorata allo straniero, osavano scrivere queste parole bugiarde, che mi vennero per caso sotto gli occhi di questi giorni: " Quante lacrime non furono sparse da' nostri antenati, dopochè resti- " tuito il Piemonte al *tiranno* Emannele Filiberto, mercè il trattato di Cateau-Cambrésis, se ne " allontanarono i Francesi? „.

(2) Archivio di Stato. Provincia d'Asti. Cisterna.

Dopo del che, essendo la Cisterna occupata da dieci soldati, guidati da un capitano, i terrazzani prestavano l'omaggio di fedeltà al Barberis, delegato del conte Amedeo Valperga di Masino, luogotenente dello stato, come or dicemmo. Si sa che questo conte di Masino era il capo della fazione ghibellina in Piemonte, mentre capitaneggiava quella de' guelfi Filippo di Savoia-Racconigi: il che vuol essere anche avvertito per denotare quanto malagevole dovess'essere al Duca l'opera di ristorare uno Stato, che l'ambasciator Veneto ci dipinse . . . incolto, senza gente per le città, senza uomini e senza animali per le ville, imboschito tutto e selvatico: non si vedono case, chè il più furono abbruciate: della maggior parte de' castelli appaiono le mura soltanto . . . . . Quest'atto di fedeltà dei Cisternesi cominciava già ad ingenerare un primo, se pur si poteva ancor dir tale, disinganno al neo-feudatario, il quale tosto, cioè agli 11 di quello stesso mese di settembre, si faceva a supplicare il Duca a voler dichiarare che l'omaggio resogli dai terrazzani della Cisterna non avrebbe punto pregiudicato ai suoi diritti, fra i quali a quello preteso e dovutogli, di poter eleggere il podestà. E per acquietarlo, lo stesso giorno il conte di Masino così scrivevagli:

Amedeus de Valpergia comes Maxini et pertinentiarium, consiliarius et cambellanus Maiestatis Caesareae, ac generalis locumtenens serenissimi domini d. nostri Emanuelis Philiberti Sabaudiae ducis Universis sit manifestum quod Nos visa supplicatione subscripta et eius tenore considerato declaramus circa preiudicium iurium cuiuslibect tertii per fidelitatem et alia gesta de quibus supra prestita et gesta, mentis eius Altitudinis et nostre non fuisse nec esse voluisse nec velle derogare seu preiudicium aliquod afferre iurisdictioni iuribus privilegiis suplicati, quia utatur gaudeat et fruatur bonis et redditibus solitis, et quod per remissionem castri non fuisse detractum dominium et possessionem solitam quibus antea et de presenti fruebatur ac fruitur ipse exponens et qui possit constituere et deputare solitos officiales et alia omnia facere que eius feudo spectant et pertinent iuxta tamen hactenus solitum et consuetum in exercitio cuius iurisdictionis et suarum pertinentiarum per castellanum ibidem nomine eius Altitudinis constitutum ipsum exponentem impediri volumus, quas illesas observare volumus auctoritatem ducali qua fungimur in premissorum omnium testimonium concedentes.

Datas Savigliani die undecimo mensis septembris 1559 (1).

Senonchè, il povero capitano Torquato, cavatasi una spina, se ne configgeva altra, che poteva divenir più cancrenosa. Infatti, poco stante i Cisternesi rappresentavano al vescovo d'Asti, Gaspare Capris, che il Torto voleva usurpare . . . la iurisdictione de la Cisterna di propria autorità sua, pretesto che ha comprato tal loco, e per questo voglia deputar uno ufficiale et perchè ancora non è stato accettato per vasalo della chiesa ne ha prestato fedeltà nessuna, non ha il debito gli sia prestata obedientia . . . (2). Il perchè in appoggio a tali considerazioni quei terrazzani chie-

(1) Dal processo ms. presso l'autore.
(2) Luogo citato.

devano al vescovo facoltà di elegger essi il podestà e di essere ricevuti sotto le sue ali... et pigliarli nella sua salvaguardia et de la chiesa et assignar detto Torquato a far fede de la ragione che pretende per la signoria di esso loco, prohibendogli frattanto ogni esercitio de iurisdictione et come meglio sarà servita V. S. R^ma^ a cui Iddio doni felicità... (1).

Il vescovo d'Asti non fu al certo spiacente di quell'atto di sottomissione, forse procurato di soppiatto. Comunque siane, il 23 dello stesso mese citava senz'altro il Torto a dover comparire infra tre giorni dalla ricevuta del decreto, all'episcopio *ad banchum iuris,* per rendere ragione del suo operato. E frattanto in via provvisoria egli nominava a podestà o pretore della Cisterna un tal Michele da Genova. In pari tempo, affine d'intimorire e dar vigore al suo operato, decretava, che e sindaci e comune sarebbero incorsi nella scomunica e nella privazione di qualsivoglia diritto e privilegio, ove non avessero riconosciuto quel magistrato eletto da lui.

Uguali pene venivano pur minacciate al Torquato Torto, ov'egli avesse cercato d'impedire il corso di quelle prescrizioni, o cagionare altrimenti fastidio a quei sindaci ed a quel Comune. E potendosi poi supporre che la pena spirituale non fosse freno sufficiente, il vescovo stimava bene di associarvi quella che toccava l'interesse, e che consisteva in cinquanta ducati, che avrebbero dovuto collettivamente sborsare alla mensa vescovile i contravventori a quei decreti, ed in cento, ogni persona che vi avesse contravvenuto; per non lasciar poi il menomo dubbio, capace ad ingenerare motivo a pretesto d'ignoranza; il bando veniva pubblicato a suon di tromba sulla piazza della Cisterna.

Così ugualmente, per far prova di giurisdizione, quel vescovo faceva innastare i pennoni colle sue armi gentilizie sulla porta del luogo, della chiesa e del castello *in signum vere exequcionis* (2).

VI.

I conflitti fra Roma e la mensa vescovile d'Asti a cagione dell'investitura della Cisterna; ed intromissione del duca di Savoia e di alcuni degli antichi feudatari.

Questa vera devoluzione di quel feudo alla chiesa d'Asti per non avere il capitano Torto, nuovo suo acquisitore, fattone richiesta ad essa, ed essere stato investito da Roma nel 1560, contribuiva a riaccendere il conflitto fra le due podestà, la pontificia e la vescovile, che per ragioni facili a comprendersi ometteva di accennare l'autore dello *Istorico racconto dei fatti passati dall'ottavo secolo sino al tempo presente.* Invece, coll'appoggio dei documenti inseriti nel manoscritto di cui sovra, siamo in grado di toccare almeno sommariamente questo punto, che forma parte sostanziale della storia della Cisterna di quei tempi.

(1) Dal processo ms. di cui sovra.
(2) Luogo citato.

La mensa d'Asti pertanto valendosi della libertà del foro non s'astenne al certo dallo sfoderare tutte le ragioni sottilmente esposte dai legulei, innanzi ai quali fu trattata la causa. Si cominciò, per dirla brevemente, coll'impugnare l'atto di acquisto del feudo fatto dal Torto da Giorgio Della Rovere come seguìto senza il consenso del signor diretto che era il vescovo. Si sostenne egualmente che dato, ma non concesso, che il Della Rovere avesse potuto accampare diritti, questi si erano perenti mercè l'atto della vendita del feudo, giacchè egli avrebbe dovuto essere obbligato di chiederne la facoltà al vescovo d'Asti. Quindi tolto al venditore ogni diritto, questo veniva meno di conseguenza nel successore, che più non poteva ritenere legittimo: non bastando a renderlo tale le lettere del duca di Savoia e del suo luogotenente, lettere che la Curia astigiana definiva *obreptitiae et surreptitiae, et impetratae non expressa veritate.*

Passando poi al fondamento della giurisdizione vescovile, la Curia si faceva forte delle antiche donazioni imperiali di Ludovico II, di Ottone II, di Enrico III, ecc., di oltre tre secoli prima *a tercentis annis citra et ultra,* delle quali Roma non mai l'aveva potuto spogliare. Nè quei giuristi paventano punto di asserire, che sebbene *aliquis summus pontifex expoliavit ipsam ecclesiam, illa est restituenda et reintegranda in sua possessione vel quasi, quia dominium dicti loci non habuit a summis pontificibus sed ab imperatoribus cum pacto quod ipsa loca afferri non possent ab ecclesia astensi, et si auferentur, fuit declaratum omnem contractum et distractum ac infeudationem fiendam per pontificem vel alios dominos fore et esse nulla, et effectum non sortiri.*

I giureconsulti piemontesi non si attenevano del resto a sole osservazioni oggettive, poichè nel calore della disputa, sempre in appoggio ai diritti imperiali, non celarono che il papa non poteva riservarsi una superiorità su quel feudo e spogliarne la chiesa d'Asti e l'impero, come aveva fatto, per favorire *consanguineos suos.* E questo si chiamava un parlar senza peli sulla lingua e senza la menoma reticenza.

Infatti, condannandosi quell'atto come contrario alle leggi economiche e del diritto delle genti, e seguìto senza il contradditorio delle parti interessate, si proclamava conchiuso *ad solam suggestionem illorum de la Ruere, non cognitis neque prospectis iuribus ecclesiae astensis.* Ah se Giulio II e Sisto IV avessero potuto uscir per un momento dall'avello in cui da pochi anni stavano rinchiusi, i giureconsulti piemontesi avrebbero forse potuto passare un quarto d'ora non de' più seducenti! Ma chi si curava ancora di loro: quei giureconsulti senz'ambagi, proseguendo la loro disputa consideravano nullo il contratto di alienazione fatto dai Della Rovere al capitano avventuriero di Tortona, e sciolti perciò i sudditi da ogni vincolo inverso di lui. È in quell'occasione che vennero prodotte in causa le antiche concessioni imperiali da Enrico I in poi e trascritte nell'incartamento in discorso. E fu pure allora che il vescovo d'Asti profittando della condotta tenuta dal Torto coi Cisternesi, ai quali era poco bene viso, come si potè conoscere, e come indicava il documento di cui si tratta, come ripeteremo fra poco, e dello stato della causa, si diresse al Duca tentando di assodarsi nel preteso possesso di quel feudo, nè senza troppi riguardi alle vantate ragioni della Sede apostolica (1).

---

(1) Documento N. V.

Ma il Testa di ferro

che fu al dir e al far così intero,

si limitava, con iscaltrezza pari alla prudenza, unicamente a dargli questa soddisfazione:

Emanuele Filiberto Dei gratia Dux Sabaudiae etc.... Universis sit manifestum quod Nos visa supplicatione subannexa et eius tenore considerato ex certa nostra scientia declaramus per concessionem litterarum de quibus reverendissimus bene dilectus noster orator conqueritur, et aliarum quarumcumque mentis nostrae fuisse et esse voluisse nec velle derogare aliquodve preiudicium afferre nec illatum esse iuribus et iurisdictioni eiusdem, si et prout et competunt, has in premissorum testimonium concedentes. Datas Niciae die duodecima mensis decembris 1559 (1).

V. Stropiana.

A questo punto il Torto, vista la mala parata, non trovò miglior mezzo per uscir, se pur gli era possibile da quel ginepraio, che far alla sua volta il viaggio a Roma, ed implorar soccorso da chi col difender lui sosteneva l'operato dei pontefici precedenti.

Et quae tanta fuit Romam tibi causa videndi?

avrebbe qui, altro Melibeo, potuto chiedere a Titiro, per aver da costui la risposta: *Libertas*... (2). Infatti, il nostro capitano ridiveniva a sua volta, per un momento, libero e signore della sua proprietà, non avendo così pienamente a rimetterci nelle spese allora notevoli per un viaggio siffatto, e nelle cure e nel perditempo sofferto nello scendere e nel salire le scale de' magnati. Imperocchè, se non subito, più tardi, uno stromento del 15 marzo 1560 ci apprende che Ludovico de Torres, prefetto della Camera apostolica, giudice deputato all'uopo concedeva ad Antonio della Rovere, figlio del Giorgio che aveva alienato la Cisterna al Torto, e che lo rappresentava in quell'atto, concedevagli, dico, l'investitura secondo la forma delle precedenti, ricevendo l'omaggio di fedeltà consueto (3). Ma pur troppo anche quest'atto non era tale da liberare il nostro capitano dalla sequela de' guai che a cagion di quel feudo ebbe sinchè visse.

A questo punto interveniva pur in causa Emanuele Filiberto: quindi al garrire de' legulei della Curia d'Asti s'associavano quelli del Duca. Essi sostenevano che colla famosa pace di Costanza la superiorità territoriale dei contadi e delle diocesi era stata approvata dagli imperatori a favore delle città della lega lombarda, fra le quali Asti era pur compresa. Ora, essi aggiungevano, pei feudi ritenuti, il vescovo non era più il vassallo immediato dell'impero, ma bensì delle città, quantunque i tumulti delle guerre civili, le fazioni cittadinesche, gli dessero ancora ... " per così dire a prestito un'ombra di signoria dalla quale abbagliati i superstiziosi vassalli

(1) Archivio di Stato. Provincia d'Asti.
(2) Eglog. I.
(3) Sommario dei documenti ecc. al N. 59.

offrivano al vescovo i loro feudi per conciliarsi a lor vantaggio la protezione della chiesa . . . „ (1).

Il ragionamento architettato da quei giurisperiti era ridondante di arguzie, che si traducevano talor in motteggi; ed era rimpinzato di frasi vivaci, ed ispirato a sentimenti d'indipendenza, cercando di distruggere ogni fondamento dei diritti della mensa d'Asti. E siccome quel contado era stato donato ai duchi di Savoia, così costoro pretendevano di essere succeduti nei contestati diritti. Di tal guisa manegiossi Emanuele Filiberto, senza che per altro la parte avversaria avesse così presto a deporre le armi. Egli pertanto facevasi forte sul Vicariato imperiale, sostenendo che con esso si fosse appieno trasfusa in lui la sovranità del contado d'Asti, in un coi diritti delle regalie. E sebbene agli imperatori spettasse la supremazia che i principi di Savoia, alla guisa degli altri vicarii imperiali, riconoscevano in loro, si supponeva che questo non nocesse, nè concorresse a scemare la loro autorità. Ne veniva quindi che l'investitura ed il Vicariato di Carlo V e degli altri imperatori sino a lui comprendendo tutte le città, luoghi e castella dell'Astigiana abbracciavano pure i feudi ecclesiastici che ne erano membri, e parte del contado. Si faceva bensì l'obbiezione che i sommi pontefici non avevano punto voluto riconoscere quel Vicariato cesareo, ma si cercava di rispondervi coll'allegare, non servire quell'assenso, nè ad accrescere ned a togliere efficacia di sorta all'atto, siccome quello che poggiava sulla suprema autorità imperiale, indipendente nel temporale dalla pontificia.

Ma ecco, che ad aggiugnere nuovi guai e nuove molestie al povero feudatario della Cisterna sorgevano a questo punto altri *litis consorti,* cioè coloro che vantavano antiche ragioni su parte di quel feudo, i Peletta, che in varie fasi furono soccombenti, vinti, poi vincitori, non prostrati mai. Essi potevansi paragonare agli eroi della leggenda antica, de' quali si narra che il mattino si tagliano a pezzi, e a mezzogiorno compaiono a tavola con tutte le loro membra. Gerolamo Peletta pertanto unito ai suoi, nell'ottobre dello stesso anno 1560 prendeva a supplicare il Duca a voler ingiungere al vicario del Governo di Asti, delegato da esso, a desistere dal proceder ulteriormente nella causa dello spoglio della Cisterna che si trattava innanzi a quel Vicario fra esso supplicante e Gian Francesco e Gian Giorgio padre e figlio Della Rovere, i quali avevano ottenuto dalla Santa Sede Breve d'inibizione allo stesso Vicario di oltre procedere in quella lite. Ed Emanuele Filiberto, senza indugio, da Savigliano, il 3 ottobre aderiva alla richiesta fattagli da quegli interessati che concorrevano a secondarlo nelle sue mire (2).

---

(1) Dal processo manoscritto presso l'autore.

(2) Emanuel Philibertus dux Sabaudiae ecc..... bene dilecto vicario Gubernii nostri Astensis..... visis suplicatione copiaque litterárum subannexis et omnium tenore considerato, volentes iustitiae locum esse vobis per nos committimus et mandamus sub pena centum scutorum, quatenus in causa de qua supplicatur iuxta formam commissionis vobis facte, debite procedatis, partibusque celerem iustitiam ministratis procedendo summarie, simpliciter, et de plano sola facti veritate inspecta et omni litigiosu processu quantum fieri poterit remoto. Vobis ulterius et caeteris officiariis nostris servientibusque generalibus et nunciis iuratis, et cuilibet in solidum precipiendo mandamus, quatenus ecclesiasticis intimetis ad penam reductionis bonorum suorum temporalium in ditione nostra existentium, parti vero in quam supplicatur, et coeteris quibus expedierit, laicis precipiatis nostri parte ad poenam predictam pro quolibet et confiscationis bonorum suorum quibus sic respective intimamus et precipimus, ut gestis et attentatis in foro ecclesiastico pro re mere pro fama, eidem

Ma qui apriamo una breve parentesi che ci consente di ricordare in queste pagine il noto precursore di Alberigo Gentili e di Ugone Grozio nel promulgar la scienza del diritto internazionale, vale a dire il nostro Pierino Belli d'Alba. Gli impegni di spuntarla in una causa così arruffata e di esito dubbio, avuto riguardo alla potenza degli interessati, avevano fatto sì che i Peletta si fossero risolti a ricorrere al suo consumato giudizio. E qui appunto compariva per la prima volta l'elaborato suo parere. Esso fu scritto, verosimilmente prima del 1561, come si può arguire dalla qualità che il Belli si dà di *imperialis exercitus auditor,* ufficio dismesso dacchè in quel torno era stato fatto consigliere del duca Emanuele Filiberto. Da quel uomo grave ch'egli si era sotto molti rispetti, egli non fece pieno uso di quella libertà del foro, che altri coevi ben sapevano mettere in pratica, essendosi limitato a definire i Della Rovere avversari dei suoi clienti, *calde sagaces et prudentes* (1).

E ricalcando le orme sin qui seguìte, devesi avvertire che le frecciate scoccavano continue d'ogni parte. Il 2 giugno del 1561 Geronimo Melchiorri, vescovo di Macerata, ed uditore della Camera apostolica, pronunziava a Roma il suo verdetto col quale ripeteva per la centesima volta, che la Cisterna era feudo papalino, e che a Roma sola spettava ogni cognizione e decisione attorno alle contese fra i vari interessati, e che perciò i suoi feudatarii, non dal vescovo d'Asti, ma soltanto dalla Santa Sede dovevano ricevere la loro investitura. Quindi in correlazione a queste affermazioni egli definiva nulli gli ordinamenti emanati dal vescovo d'Asti, illegali le molestie procurate da questo e dai Peletta al capitano Torto, e valida l'investitura conceduta al medesimo.

Riassunta intanto la causa innanzi al Senato, ed oppostasi dal Torto l'eccezione del foro, con sentenza del 15 aprile 1562 veniva circoscritta l'istanza, e gli oppositori erano condannati nelle spese.

Che se da un canto sembra che il Torto barcheggiando un poco da una parte un poco dall'altra fosse riuscito coll'appoggio del Duca a migliorare alquanto il suo stato, rimaneva ancor sempre uno scoglio a superarsi, ed era quello che rendevano alquanto difficile a rompere i suoi sudditi. Già superiormente si è osservato che costoro erano in poco benigni rapporti con quello che a quei tempi si poteva denominare straniero. Il lievito del mal umore si era mantenuto contro colui, che prima di divenir feudatario della Cisterna, non aveva saputo nel suo ufficio militare conciliarsi l'affetto di quei terrazzani. E quest' appunto venivagli spiattellatamente fatto (2).

---

foro non pertinentia ratione supplicatorum ac dependentium etiam ex causis in eadem supplicatione descriptis renuntiet, et ea revocari faciat infra dies quindecim post ipsam presentationem eidem factam et de renunciatione ac renovatione bene dilectos nostros iudices ultimarum appellationum comitatus Ast. infra mensem post ipsam presentationem certiores fecisse debeat, alias ipsam partem supplicatam citatam esse decernimus in crastinum ipsius mensis nisi feriata eisdem iudicibus hora causarum solita ipsarum penarum declarationem et fortiorem contra se provisionem fieri et concedi visarum et auditarum, solutionemque penarum predictarum in manibus thesaurarii nostri ad hoc instantis factarum vel dictarum causam quare ipse pene declarari non debeant quoniam attentis indultis a Sede apostolica nobis concessis et iuris communis dispositione sic omnino fieri volumus irritum et inane quicquid secus fieri continget, harum serie decernentes, litteris pro copia subannexis et aliis contrariantibus non obstantibus. Datum Savilliani die 3 octobris 1560.

(Archivio di Stato, § 1, Provincia d'Asti).

(1) Documento N. VI.

(2) Vedi la rappresentanza fatta a nome del vescovo d'Asti, di cui sovra.

Ora un documento dell'anno 1563 ci rivela che il suo stato non era migliorato per nulla nelle relazioni con i suoi vassalli. Emanuele Filiberto aveva dovuto dar ordine al notaio Guglielmo Cagna di rimuoversi dall'ufficio di podestà della Cisterna e di rimettere al capitano Torto ogni cosa annessa, come *a vero e legittimo signore di detto luogo.* Ma ad onta di questo l'ordine non veniva eseguito, ed i Cisternesi interpellati a soddisfare i tributi, e compiere quanto era richiesto, riluttavano, e mettevano in non cale l'autorità sovrana. Fu d'uopo pertanto di ricorrere ad Emanuele Filiberto per cercare di porre un termine ad uno stato così anormale di cose. E questi il 18 marzo ingiungeva al vicario d'Asti di prendere sommarie e segrete informazioni all'uopo, che si sarebbero dovute inviare sotto suggello al presidente di Asti, Giambattista Rumone, dottor di leggi, e consignore di Montaldo.

In mezzo a questo altro conflitto si manifesta un nuovo feudatario della Cisterna; quasichè questo sgraziato Comune non ne avesse ancor avuti a sufficienza. Egli è Andrea dei potenti Roeri d'Asti, signor di Calosso. Ma un documento del tempo additancelo genero del capitan Torto, potrebbe far credere che avesse avuto qualche ragione di dominio in grazia di quel matrimonio. Ritrovo però altrove che nel gennaio del 1562 il Duca avevagli conceduto parte di quella giurisdizione.

Intanto, comunque sia di ciò, il capitano Michele da Genova, già superiormente mentovato, a nome del sig. di Calosso dichiarava di aver consegnato al podestà le lettere del Gran cancelliere di Stroppiana, con cui lo si avvertiva di non più intromettersi nell'esercizio del suo uffizio, ma sì di rimetterlo al Roero od ai suoi agenti. Senonchè quel podestà impavido rispondeva: *.....non cognosco il conte di Stroppiana, ma salvo il Duca nel presente logo sono io il Duca.*

Queste parole ingiuriose erano tanto più gravi, in quanto che pronunziate al cospetto dei sindaci e di molto popolo che usciva dalle funzioni della chiesa parrocchiale. È però vero, che in quanto ai sindaci, essi forse non avevano a scandolezzarsene troppo, poichè poco dopo, al vicario che presentava loro Bartolomeo Garetti, signor di Ferrere, podestà eletto dal conte di Calosso, rispondevano baldanzosamente che *.....non intendevano altrimenti accettar detto messer Bartolomeo Garretto per podestà et che non cognoscevano altrimenti che il conte di Stroppiana gli avesse da comandare.* Minacciati allora dal vicario della multa in proprio di cento scudi, e di ducento in comune, con impeto e con pari arroganza Giovanni Borsettino, Audino Borsetto ed Antonio Ferrero presero ad esclamare: *Non vogliamo obbedire a persona alcuna salvo al Duca, et non volemo altro podestà: et se saranno tutti di nostra volontà e fantasia muoveremo le mani come pifari e siamo troppo dolci.*

Affine di evitare maggiore scandalo, poichè quelle interpellanze erano seguìte sulla pubblica piazza, il capitano suddetto faceva assumere altre informazioni che si presero nel castello in via segreta a cura di Andrea della Mirandola e di Ettore Asinari consignor di Costigliole.

Dalle fatte deposizioni veniva a resultare, che un dì verso l'ora quinta vespertina quel podestà Cagna con parecchi altri, aveva percorso quel borgo schiamazzando *viva il popolo e l'unione,* ed accompagnando le grida collo sparo di parecchie archibugiate.

Un tal Giovanni da Bologna, maniscalco del luogo, deponeva che quei della terra, di nottetempo percorrevano le vie e le circostanze con armi, spade, alabarde, archibugi, gridando sempre: *popolo, popolo, unione.*

Pietro da Casal Pavese affermava su giuramento, che allorquando erano state affisse alla porta della chiesa le lettere ducali, stando egli su di un de' bastioni del castello prospicienti quella chiesa, aveva inteso il podestà a dire: *meravigliarsi molto del Duca che avesse mandate quelle lettere senza far avvisar nè lui nè gli uomini della terra.*

Si veniva del pari a sapere, che nell'antecedente febbraio, il conte di Calosso, genero del Torto, avendo presentato quelle lettere al podestà Cagna, questi aveva ricusato di prenderle. Altri, ai quali era stato ingiunto di recarsi al Consiglio, avevano risposto che *comandasse piuttosto al Consiglio, che andasse al bordello.* Per verecondia passiamo sotto silenzio altre espressioni più scultorie; limitandoci ad accennare che alcuni non dubitarono replicare *.....noi siamo troppo dolci, ma un giorno o l'altro careremo un vino che sarà tanto brusco che farà schiattare il botallo. E se avessimo da andar dalli patroni faressimo che il capitan Torquato veniria ancora lui. Et sì il Duca non ne vorrà per soggetti trovaremo chi ne piglierà et non vogliamo il capitano per patrone.*

Questo procedere dei rivoltosi Cisternesi, pennelleggia assai bene l'indole dei popoli astigiani e monferrini, più vivaci di molti altri della dizione Sabauda, e men proclivi a sopportare il giogo. Oggi non si saprebbe dar troppo biasimo ai terrazzani della Cisterna, omai dolenti e vergognati di essere da secoli palleggiati d'uno in altro padrone. Il loro grido si compendiava in sostanza nell'aspirazione che il poeta esprimeva nel noto verso

Libertà vo' cercando ch'è sì cara.

Senonchè Emanuele Filiberto non poteva in nessun modo dar appoggio a quei sintomi di vera rebellione, per quanto non dovessero ritenersi contrarii al suo interesse. Ed egli, che le aspirazioni libere sapeva così bene soffocare, ed attutire tanto ne' particolari che nelle assemblee, il cinque aprile indirizzava al suo commissario il seguente precetto da notificarsi al Comune della Cisterna, secondando in tal guisa le istanze del capitano Torto.

" *Emanuele Filiberto per grazia di Dio duca di Savoia*, etc. al ben diletto nostro commissario in questa parte da noi specialmente deputato salute. Vedute nel consiglio nostro di stato le allegate supplicationi e l'investitura e le altre ragioni delle quali essa fa mentione, e ben considerato il tenore del tutto, per la presente di nostra certa scienza e partecipazione di detto consiglio vi comandiamo che precedenti le debite ingiontioni astringiate per ogni via e modo di ragione in ciò necessarie li sudditi e uomini e comunità della Cisterna alla pena di cinquecento scudi d'oro a dover prestare la fedeltà e ubbidienza al ben diletto supplicante fra il termine di sei giorni si come a vero e legittimo signore di esso luogo della Cisterna, e come essi ne sono tenuti et obligati, et parimenti a darli et pagarli gli emolumenti e redditi che gliene spettano e che si solevano pagare e pagavansi altre volte al signor Giorgio della Rovere autore del detto supplicante in quanto temeranno incorrere la detta pena et altra a noi arbitraria eccetto che nel termine di tre giorni dopo l'esecutione di esse lettere nostre a voi facessero fede in contrario non essere obbligati al giuramento di fedeltà e de' pagamenti di detti censi o altra legittima causa; non ostante ogni oppositione et ogni altra cosa in contrario dichiariamo l'esecuzione della presente e tutti gli altri atti esecutivi che si faranno nella persona di uno

de' sindaci o delli agenti di essa comunità tanto valere come se personalmente fosse fatto ad ogniuno e ciascheduno di essi, che di cosi fare intorno a questo e tutti suoi dipendenti ve ne diamo a voi suddetto commissario nostro amplo potere e generale autorità per le presenti.

Date in Torino li 5 aprile 1563.

V. Ozasco — Provana — Pingone (1) „.

Senonchè questa perseverante intromissione del duca di Savoia negli affari concernenti il fendo ecclesiastico della Cisterna, che oltracciò era stato compreso nell' imposizione generale del tasso, non poteva essere tollerata dalla Corte di Roma. Quindi, senza ulteriore indugio, essa ne fece amare rimostranze, tanto al duca stesso, quanto all'altro de' pretendenti, il vescovo d'Asti. Questi senza tante ambagi ricevette rimproveri dal cardinale alessandrino e dal nunzio perchè non si fosse virilmente opposto ai tentativi del duca di ledere la giurisdizione ecclesiastica. Il duca poi ricevette a sua volta un Breve dell'otto maggio 1568, col quale veniva ammonito che le terre alle quali erano stati imposti pesi e contribuzioni nel fine di tenerle come dipendenti, spettavano alla chiesa senza fallo: *veritate prius inquisita, loca illa ad ecclesiam astensem pertinere comperimus.*

Nè ciò bastando, il papa fece scrivere dal cardinale Alessandrino (Michele Bonelli) al nunzio di Torino Giulio Ottonelli, incaricandolo di persuadere Emanuele Filiberto a voler desistere dalle molestie e dalle inquietudini che procacciava al vescovato d'Asti pel fatto di quelle castella, ed a voler provvedere altresì che le gravezze imposte a quei feudatari fossero loro risarcite secondo dovere " . . . non havendo S. A. soperiorità nei feudi ecclesiastici, nè hauendo potuto nè dovuto il vescovo predetto in pregiudizio della giurisdizione della sua chiesa consentire a simili imposizioni . . . „.

Codeste esortazioni non sortendo il loro effetto, lo stesso pontefice, nell'aprile del 1569 indirizzava altro Breve al duca, dolendosi che gli uffizi fatti dal nunzio fossero stati sin'allora inefficaci. E sollecitandolo in forza del suo dovere e dell'obbedienza dovuta alla Sede apostolica, soggiungevagli di considerare, che *ea quae hic a dilecto filio oratore apud Nos tuo pro tuarum pretensionum defensione in medium adducta sunt, Astensis ecclesiae iura nulla ex parte minuere, aut alio quovis pacto labefactari videatur . . .*

Finalmente con un terzo Breve del 25 ottobre stesso anno 1569 ammoniva di nuovo il duca, collo scongiurarlo a voler desistere da quelle, che il papa chiamava vessazioni verso i feudatari dell'Astigiano: . . . *Tertio iam paterne monemus, hortamur,* esclamava Pio V, *et quatenus opus est etiam mandamus, ut postquam has nostras litteras acceperis, vel a perturbandis amplius eiusdem ecclesiae feudatariis absistes, sicut per publica etiam documenta eorumdem a te indemnitate caveatur, vel intra quadraginta dies ab acceptis hisce nostris litteris numerandos, omnium tuarum pretentionum iura per procuratorem sive per eiusdem oratorem tuum Nobis cures exponenda, quo quidem feceris aut praeter ea quae orator tuus nullius ad Astensis ecclesiae iura minuenda monenti in medium iam protulit de quibus postremo ad te litteris nostris scripsimus aliquid maioris*

(1) Archivio di Stato, Provincia d'Asti.

ad pretensiones tuas confirmandas ponderis attuleris, cogemur pro officii nostri munere exequendo eam inire rationem, qua neque feudatariorum ecclesiasticorum implorantium iniurias contemnamus, neque ecclesiasticam libertatem diutius violare patiamur . . .

Ma colui che per buona ragione fu denominato testa di ferro, tacque, lasciò dire e tenne fermo.

In questi conflitti i deboli e i timidi ci rimettono sempre: così avvenne al vescovo d'Asti Capris, poichè nell'agitarsi di quelle controversie egli ebbe brutti momenti, e, come lo accennano, e la più volte citata *dimostrazione,* e il *sommario dei documenti ecc.*, dal nunzio venne redarguito assai fortemente. Senonchè, aggravato dagli anni, cagionevole di salute, siccome colui che era costretto a valersi della lettiga per uscir di casa, mentre nell' ottobre di quello stesso anno trattenevasi a Vercelli per trattare col duca gli affari della Cisterna, che procurava di ridurre a sensi più miti, il diciannove se ne moriva. Vuolsi che la morte sia stata occasionata da una caduta, sofferta per avere i lettighieri inciampatisi per istrada, lasciata cadere la lettiga in cui egli stava seduto. E questo leggesi nell'Ughelli, il quale lasciò scritto che *prae senectute dum sella defertur, gestatorum imprudentia dilapsus, imisque scalae gradibus illius, paulo post interiit.*

Ma, succeduto a quel vescovo Domenico della Rovere confratello in religione a Pio V, questi dimostrossi meno conciliante, e sostenitore più rigido dei diritti ecclesiastici del vescovato e di Roma. Egli pertanto non frappose indugio a rammemorare con austerità ai ministri ducali la nota bolla *in coena Domini,* e rammentando loro il capo undecimo della serie II del concilio Tridentino senz'altro procedette alla scomunica del governatore d'Asti (1).

Deputato poi il cardinale Gian Angelo Chiesa di Tortona, dotto assai in giure canonico e civile, e che già aveva dato saggio di molta esperienza nella difesa presso Filippo II della quasi disperata causa del duca di Terranova, e nel comporre le differenze fra il Senato di Milano e il cardinale Carlo Borromeo, decise che l'alto dominio di quei castelli astigiani solo spettava alla Sede apostolica.

E così veniva meno il periodo della dominazione litigiosa ed affannata del capitano tortonese sulla Cisterna, senza che egli ne avesse potuto ritrarre un sol frutto soave. I documenti infatti cel dànno già morto nel 1567: è quasi certo che non ebbe prole maschile, ma che fu padre di più di una figlia: oltre quella disposatasi a quel conte Roero di Calosso, che vedemmo anche investito di parte della Cisterna, e rappresentante il capitano Torto in documento, pure detto suo suocero, ebbe l'Isabella, che nei documenti compare sua erede universale, e fu consorte del marchese Borso Acerbi di Milano. Ma nel 1567 essa era ancora minore d'età, come vedremo.

---

(1) Dicesi che costui non trovava ministri ad eseguire i suoi ordini contro i feudi del contado. Abbattutosi un giorno nel vescovo della Rovere, gli suggerì di voler seguire le vestigia del suo antecessore, ma il vescovo risposegli senz'altro: " ...Se S. A. mi lascerà nella mia sacerdotale libertà di operare, riconoscerà ben presto le operazioni e coerenti al dovere ed uniformi alla giustizia; quando che no, lascierò ben volentieri ad altri il possesso e la difesa di questa mitra e farò ritorno al mio convento „; e dato di mano ad una chiave gli replicò: " questa è la chiave della mia povera cella; la ritengo ancora a solo oggetto di ritornarvi, prima di pregiudicare alla mia opera..... „ Le persone franche ed indipendenti, anche senz'entrare nel merito della questione, saranno sempre propense a rendere un elogio a coloro che non si inchinano ai potenti, e sanno conservare la propria dignità.

VII.

I. Il retaggio feudale della Cisterna lasciato dal capitano Torto passa colle sue contestazioni ai Borso-Acerbi di Milano. — II. Il castello viene rimesso intanto alla Santa Sede, che a ciò è coadiuvata efficacemente dal duca Carlo Emanuele I e dal Nunzio pontificio a Torino Vincenzo Lauro vescovo di Mondovì. — III. Provvedimenti all'uopo presi dalla Corte di Roma. — IV. Disegni del Nunzio intorno all'infeudazione della Cisterna.

I. La figlia del capitano Torto riceveva dal padre, in un col poco affetto dei sudditi della Cisterna, un retaggio, in quanto a quel possesso, involto nelle contestazioni secolari che sempre eranvi state associate. Ma prima che si sposasse al milanese Borso Acerbi, e mentre essa era ancora sotto la tutela di Andrea Roero di Calosso e di Francesco Roero di Crevacuore, otteneva, correndo l'anno 1567, l'investitura della Cisterna.

Quest'atto seguiva il diciannove di luglio per mezzo del delegato speciale da Pio V il 19 luglio in Roma nel palazzo della residenza di Geronimo Teodoli marchese romano, vescovo di Cadice, clerico di camera e giudice deputato all'uopo. E questo prelato investiva della Cisterna il procuratore di Isabella Torto, Secondino Roero signor di Calosso, sì e come ne era stato investito suo padre Torquato (1).

Ma non così tosto l' Isabella Torto maritossi col marchese Borso Acerbi di Milano, ripullularono i dissidii che sempre avevano contribuito a contrastare il possesso di quel feudo a coloro che lo ritenevano. Ed eccoci di nuovo agli antichi suoi feudatarii, i Peletta. Melchior coi suoi fratelli volle allora rivolgersi alla Sede apostolica, affinchè accettasse il suo intervento in causa. I Peletta insistevano assai presso il nunzio, a che quel feudo proseguisse a rimanere in potere del papa "... purchè quel feudo non ritorni in potere della parte la quale essendo molto potente e aiutandosi con le forze straniere è quasi impossibile che essi Peletta possano mai più sperare di ricuperare le sue ragioni ... „.

Essi tenevano assai a ricovrarsi sotto l'ali del potere pontificio, conchiudendo la loro istanza col dire che " ... se la Santità Vostra non gli sovviene con qualche occasione et essi riconosceranno sempre la ricuperatione di un feudo così antico di casa loro dalla benignità sua ... „ (2).

Ma in quel mentre Borso Acerbi, poco curandosi di adempiere agli obblighi inerenti a quel suo feudo ed alle prestazioni volute dall'atto d' investitura, si attirava addosso i fulmini di Roma. Egli s'illudeva che quella rocca, già presidio di varie milizie ai tempi dei passati sconvolgimenti d' Italia superiormente descritti,

(1) Sommario de' documenti al N. 64.
(2) Archivio di Stato, luogo citato.

avesse a ridivenire un asilo sicuro, da rendere impotenti i conati di coloro che tentassero di impadronirsene. Ma egli la sbagliava di grosso.

II. E qui cominciano le relazioni speciali della Corte pontificia col duca Carlo Emanuele I, la quale ebbe da lui valido sostegno nell' assodare le sue pretese. Il nunzio pontificio monsignor Lauro vescovo di Mondovì in una *cifra* del 14 giugno 1581 informava il cardinale di Como, segretario di stato di Gregorio XIII (cioè Tolomeo Galli da Como), di aver fatto buoni uffici col duca per ottenere da lui il braccio forte, affine di poter impadronirsi della Cisterna. Il nunzio erasi valso di tutta la sua abilità diplomatica nell'intento di riuscirvi, rappresentandogli le conseguenze che sarebbero venute dal fortificare vieppiù quel castello, come già si scorgeva essersi dato principio da coloro che l'occupavano. Ora venendo questo in potere della Sede apostolica, esso non avrebbe mai avuto a dubitare del vero affetto del papa che lo stimava come altro padre. Soggiunge qui il nunzio, che Carlo Emanuele s'intenerì assai del suo discorso, e non solamente si mostrò desideroso di concedere il braccio forte, ma ne lo volle anco sollecitare (1).

Essendo però già trascorso un mese senza che il duca si risolvesse, il nunzio nuovamente prendeva a fare istanze presso di lui, avvertendolo che il governatore di Carmagnola alcuni giorni prima eravisi recato, accompagnato da nove soldati e da un ingegnere, e per ben tre volte aveva fatto il giro attorno alle mura della Cisterna per avere chiara idea dello stato del forte. E siccome quel governatore era poco amico del maresciallo di Retz, così non sarebbe stato impossibile che lo fosse anche poco del duca e dei suoi ministri. L'abile diplomatico aveva saputo toccare il tasto donde usciva un suono non indifferente al duca; tant'è che questa volta egli senz'indugio si offrì a compiere quanto sarebbe dipeso da lui. E così già il dodici luglio assicurava il nunzio di essere disposto di dar ordine al conte Tommaso Valperga di Masino governatore d'Asti di partire la domane colla scorta di cinquanta cavalli e dugento archibugieri, ed associandovi il giureconsulto Filippo Bucci cavaliere, indi cancelliere dell'Ordine Mauriziano, figlio di Domenico, già professore di filosofia morale a Padova, poi pubblico lettore nello studio torinese, quindi a Mondovì, fratello di Agostino, pur professore in quest'ultima città, ed egli stesso, il Filippo, autore di alcuni scritterelli letterarii.

Sicuramente che il Bucci era un buon negoziatore, e ne diè prova nei maneggi della ricostituzione dell'Ordine Mauriziano-Lazzariano. Il piano era questo: il piccolo esercito, che potremo chiamare ducale-pontificio, doveva riunirsi a Villanova (2)

---

(1) Documento N. VII.

(2) Pochi giorni prima il governatore mandava al cavalier Bucci questa lettera in cifra: " ...Non ho mancato secondo la conclusione tolta tra noi di mandar a riconoscere il luogo, il quale è stato molto bene riconosciuto. Vero è che gli è lasciato un bastione; però la muraglia antica del castello è in buon essere et alta tutt'all'intorno fuori di scala, la porta sta sempre serrata: ci è il capitano Antonio fratello del Borso con 12 uomini buoni banditi, e vi dico che non sarà mezzo di rubarlo. Vero è che stanno così a non fabbricare insiuo a che si siano battuti li grani perchè non vi è mezzo di trovare lavoratori, e questo che io scrivo a V. S. è il vero. Il duca farà se crede il suo buon parere et ordinerà che tanto sarà eseguito: potria ben essere che osservandosi all'improvvista con gente con qualchi pochi cavalli che si spaventassero et rendessero il castello per essere che non hanno soccorso da luogo alcuno; così starò aspettando la risposta et potrà favorirmi appo il duca che io sarò prontissimo in ogni occasione come sopra ho fatto... „ (Roma. Archivio del Vaticano. Corrispondenza della Nunziatura piemontese).

e camminando di notte tempo trovarsi sull'albeggiare sotto la Cisterna " ... et se quelli di dentro non vorranno obbedire pacificamente si procederà con la forza a batterlo et a quest'effetto si condurranno di qua due mezzi cannoni „. Il nunzio peraltro ben sapendo di aver a fare con tale, di cui fu scritto che *illustrò e intorbidò due secoli,* e che si conosceva abbastanza, essere di ambizione sconfinata, di politica tortuosa, vestita di amabili e cortesi sembianti e di accorte simulazioni, non se ne fidava troppo, e suggeriva al papa di far avere al duca un suo biglietto. In questo Gregorio XIII doveva ringraziare Carlo Emanuele dell'esibizione fatta di sostenere egli il pondo di quella spedizione armata, e scrivere col mezzo del cardinal di Como, compilando una lettera da poter rendere ostensibile al duca. Tenendosi certo l'esito dell'impresa, il nunzio faceva già il conto della spesa che sarebbe stata necessaria per fortificare quella piazza, e supponendo che non fossero sufficienti mille scudi, suggeriva che in tal caso forse sarebbe stato spediente di atterrare il castello " ... affinchè non ci fosse rubato ... „, genuine espressioni del nunzio (1).

In quanto all'esito felice dell' impresa il nunzio si era apposto. La compierono uomini di spada e uomini di cappa. E fra costoro, oltre al Bucci, vi era lo stesso segretario della nunziatura Filippo Arbaudi, curiale torinese. Vi erano fra gli altri, oltre al conte Valperga di Masino, due cavalieri di Malta di Mondovì, Ettore Vasco e Ludovico Vivalda, e quel Guido Piovene da Vicenza, suddito veneziano a' stipendi del duca, che servitolo da paggio era stato ricambiato di molto affetto, e come si esprimeva l'ambasciatore veneto Francesco Morosini, nel 1570 aveva acquistato talmente l'amore e l'affezion sua " ... che è stato messo nel numero de' suoi vassalli avendo anco preso moglie di quei paesi (2) e acquistatovi beni con aver venduto quelle facoltà che si trovava avere a Vicenza ... „ (3).

Quei cavalieri erano scortati, come dice il documento, *pluribus aliis capitaneis cum eorum militibus,* che accompagnati tutti dal notaio segretario della nunziatura e dal trombetta Giacomino Coppa da Poirino, il mattino del 19 luglio del 1581 salivano l'erta di quel feudale maniero, rassomigliando a quegli antichi cavalieri che ultimi andavano ai tornei per togliere il premio ai vincitori.

Il Bucci faceva tosto al marchese Borso Acerbi, alla sua consorte Isabella Torto, al suo fratello capitano Antonio l'intimata di rimettergli entro il termine di un'ora il castello " ... in virtù di santa obbedienza, e sotto pena di mille scudi d'oro per ciascuno, oltre alla confisca delle pretese su quel feudo ... ed alla disgrazia di sua Santità ... „. Come si vede la santa obbedienza che compare qual richiesta gratuita aveva per sussidio appoggi tali, che diveniva pienamente come accessoria e subordinata ad essi.

---

(1) Documento N. VIII.

(2) Come già avemmo a notare altrove (*Delle principali relazioni politiche fra Venezia e Savoia nel secolo XVII,* Venezia, 1896), il Piovene signore di Drosio in quel di Beinasco, aveva sposato Ariana dei Bensi di Chieri. Aggiugnerò qui, che nello sfogliare testè, non senza improba fatica, non potendo io disporre di aiutanti pronti a' miei cenni, libri necrologici di una delle antiche parrocchiali di Torino, ho trovato all'anno 1584, ed al primo settembre, il battesimo di Fortunio d'anni 7! e di Vittoria d'anni 6! figliuoli dell'ill. sig. Guido Piovena colonnello *alias* della milizia di S. A. e della signora Ariana..... fanciulli rimasti sette anni senza il battesimo!

(3) Relazioni degli ambasciatori veneti.

Non meno energica, sebben più corretta nella forma, come ben si addiceva ad un vero cavaliere di quei tempi che trattava con altro suo pari, era l'intimata del conte di Masino, che qui riporterò come saggio a lumeggiare il quadro che stiamo delineando.

"*Al molto magnifico signor capitano Antonio Acerbo mio amico carissimo.*

" Il serenissimo signor duca di Savoia mio signore mi ha comandato che io prestassi il braccio forte al cavaliere Bucci commissario apostolico residente appresso S. A. quale ha avuto espressa e ispecial commissione per Breve di Roma di prendere il possesso di cotesto castello e dependente della Cisterna per farne quello S. S^{tà} comandarà e tenerlo a nome della R. C. A. Però mi è parso con questa mia avvisar V. S. che si vogli contentare d'ubbidire prontamente a N. S. come supremo signore di quel luogo perchè quando quella manchi di eseguire quanto le comanda il commissario apostolico, io sono qui per astringerlo per via d'armi, nè qui manca cosa alcuna di quelle che bisognerebbero per ogni luogo ben forte. Esorto V. S. di non aspettar d'essere sforzata coll'artiglieria perchè si metterà a rischio e la vita e la roba, e leverà l'occasione a S. A. e a monsignor Nunzio di poterla agiutare a Roma, come risolvendosi amorevolmente faranno, e io sarò sempre buon mediatore per l'amore che gli porto, e me li raccomando.

Dalle fini della Cisterna li 20 luglio 1581.

Di V. S. buon amico

Tommaso Valperga (1) „.

Dopo un'intimata simile, e più ancora colla minaccia delle artiglierie del duca di Savoia che non si chiamava più Carlo III, ma bensì Carlo Emanuele, pronte a mitragliare, occorrendo, quel castello, sarebbe stato pessimo consiglio quello di voler resistere cogli armigeri ragunati dagli Acerbi. Ma peraltro costoro nel darsi vinti, non si allontanavano dal seguire le regole solite a praticarsi in simili occorrenze, e di cadere almen dignitosamente. Lo stesso giorno pertanto il sovraccennato trombetta di Poirino, che apparteneva alla compagnia del signor di Neville, della famiglia dei marchesi di Busca, avvicinatosi al baluardo del castello, e dato fiato alla squilla, fece quel che in gergo militare dicesi la chiamata. Ed ecco comparirvi l'Antonio Acerbi, al quale il trombetta consegnò la sovra accennata lettera del conte di Masino, unitamente a quella del commissario Bucci. Egli le lesse, le meditò, poi soggiunse di non poter rimettere quel castello, essendo esso di spettanza del suo fratello Don Borso, senza il cui consenso non mai l'avrebbe consegnato. Ed intanto chiedeva un termine per informarnelo, e una copia del Breve apostolico per poter deliberare all'uopo.

Si salvavano così dignitosamente le apparenze: ma il giorno dopo all'ora vigesima terza, che vuol dire poco prima dell'annottare, il capitano Antonio Acerbi rimetteva al conte di Masino il castello colle sue buone chiavi senza che fosse seguìta quella certa arringa, che due secoli dopo in quasi ugual congiuntura doveva fare il maire di Breda a Napoleone I, ned attirarsi le minacce ed il brutto scherzo ricevuto da quel genio prepotente. Seguivano però i patti deditizi, che per fortuna ci ha con-

(1) Dal Sommario de' documenti ecc.

servati l'archivio Vaticano (1). Ed il Valperga allora, chiamato a sè il capitano Emilio Maletto, rimettevalo a lui. Quindi entratovi, e presene le chiavi, e, come dice il documento, *ostensa animi sui magnitudine,* consegnollo al commissario pontificio Bucci, ingiugnendo al predetto capitano Maletto di uscir dal castello coi suoi soldati. Il Bucci allora prese quelle chiavi, le rimise a Ludovico Vivalda, cavalier di Malta e precettore della commenda di Santa Margherita di Alessandria, a cui affidò il governo provvisorio della Cisterna, sino a che il nunzio non avesse provveduto altrimenti. E il Vivalda accettava, promettendo con giuramento di compiere quanto si conveniva. Ed a tutte queste formalità dovette star presente e confuso l'Antonio Acerbi, il quale peraltro non si mantenne taciturno: anzi, come ci rivela il documento, *multa verba praesentibus supradictis et infrascriptis testibus, ac aliis ibidem adstantibus protulit, quae non potuerunt per me notarium et secretarium subsignatum ob temporis angustiam et militares strepitus describi.* Il che vorrebbe anche dire, che un poco di gazzarra dovette esservi in un atto seguìto contro il proprio volere, e che gli Acerbi si sottomisero di necessità innanzi alla forza imponente, colla sola pretesa che venisse preso atto di nulla aver intralasciato per opporsi, cioè di aver ceduto coll'onore delle armi.

Ed intanto il cavalier Bucci, secondo l'uso, con quelle chiavi in mano si fece ad aprire e chiudere entrate ed uscite, e prendeva insomma possesso materiale di ogni bugigattolo di quel vasto castello. Del che tutto rogavasi poi atto da Filippo Arbaudi cittadino e causidico di Torino, segretario del nunzio Vincenzo Lauro summentovato.

A quell'atto abbastanza importante furono presenti Ettore Vasco da Mondovì, cavaliere gerosolimitano, Ludovico Turchi cittadino d'Asti, Gian Ludovico Oreglia da Canelli, maggiordomo del conte di Masino, il cavaliere Sebastiano Cauda di Canale, Tommaso Pavarino e Cristoforo Boda della Cisterna.

III. Lasciamo che il Bucci nei giorni seguenti prenda il possesso delle cascine attinenti al castello e raguni l'universalità del paese per intimar loro la sudditanza alla Camera apostolica, e riceverne la prestazione del giuramento di fedeltà, lasciamo pure il cavalier Vivalda rimanervi governatore sino al 1589, e facciamo invece ritorno al nunzio che c'informa del sentimento che si provò in Roma all'annunzio della presa della Cisterna, e dei provvedimenti seguìti all'uopo.

Il 24 luglio il nunzio per corriere espresso dava partecipazione dell'accaduto al segretario di stato, commendando lo zelo e l'arrendevolezza del duca, e notificandogli la presa di possesso e la delegazione delle persone elette per tenerlo a nome della Santa Sede. Ma il previdente diplomatico, nel giorno stesso in cui erasi posto l'assedio al castello, aveva spedito un messo al castellano di Milano per esortarlo a non procurare qualche sorpresa contro il servizio del governo pontificio, ed altro messaggiero alla parte contraria, cioè al La Valletta governatore di Saluzzo (2).

Ma l'importanza dell'acquisto che Roma aveva fatto, ben risulta dalla cifra del 24 luglio, dove ci viene rivelata la condizione di quel castello che era adocchiato dai francesi, egualmente che dagli spagnuoli.

---

(1) Doc. N. IX.
(2) Documento N. X.

Ed invero erasi potuto avere in mano una lettera dell'Acerbi, il quale, per quanto ligio a Spagna, col mezzo di un suo autografo caduto in potere del duca di Savoia che lo aveva consegnato e fatto leggere dal nunzio, erasi obbligato inverso Emanuele Filiberto di tenere quel luogo a suoi cenni, purchè non ne avesse a ricevere detrimento la Sede apostolica. Che se, quantunque potesse riuscire ad essa d'interesse in riguardo della religione cattolica, della quiete d' Italia, ed in particolare allo stesso Re di Spagna, che quel forte dovesse cadere in suo potere, il nunzio tuttavia nelle mire sue politiche non credeva di comunicare quei disegni al ministro spagnuolo residente a Torino, il quale n'avrebbe potuto dar avviso al castellano di Milano, e si sarebbe forse ingrossato il presidio, non senza gelosia dei francesi, nè senza danno della Sede apostolica. Il che, secondo lui, avrebbe potuto nuocere allo stesso Re di Spagna, al quale tornava più conveniente che la Cisterna si tenesse pel papa, locchè non avrebbe mai insospettito alcuno dei vicini (1).

Ma il voler conservare la Cisterna non era affare di poco conto, perchè essendo il forte poco ben difeso, richiedeva opere gravi di riparazione, come vedremo. Ed intanto altra molestia per parte del governatore di Milano veniva ad intorbidare quelle acque, già non troppo quiete. Questi delegava Brivio Sforza per recarsi a Torino a condolersi col duca e col nunzio della presa di possesso della Cisterna. Ma giunto lo Sforza a Torino il 24 di luglio del citato anno 1581, ed essendo il duca assente, per essersi recato a Vercelli a visitarvi quella fortezza ristaurata, ei s'abboccava intanto col nunzio, notificandogli anzitutto, essere sembrato strano al governatore di Milano, ch' egli avessegli dato parte dell' intrapresa dell' assedio della Cisterna il giorno stesso in cui eravisi posto mano, laddove se ne fosse stato avvisato antecedentemente, avrebbe ordinato, o di far rimettere quel castello direttamente alla sede apostolica, ovvero avrebbe inviato in quel castello i suoi soldati. Ed aveva ancor soggiunto, che si sarebbe anzi forse portato lo stesso governatore in quel castello per tenerlo a nome di Roma, sin che ne fosse stato scritto al papa. Al che il nunzio risposegli, che il papa avevagli dato ordine espresso di procurare in quella circostanza la conservazione della religione cattolica, il servizio del duca e la sicurezza de' suoi stati, dal che in gran parte dipendeva la quiete d'Italia ed in via accessoria quella del ducato di Milano, del regno di Napoli, non che dello stato ecclesiastico. Il nunzio voleva persuadere quel governatore, che l'interesse ed il servizio del duca essendo congiunti con quello della sede apostolica e del Re Cattolico, si doveva con tutta cautela procurare di conservare la pace fra le due prime potenze, e levare ai francesi ogni occasione di venir poi a qualche rottura. E che anco Francia tramasse, od almeno simulasse di farlo, lo si credeva di argomentarlo da che già il governatore di Carmagnola quindici giorni innanzi con nove uomini a cavallo, accompagnato da un ingegnere, aveva fatto il giro attorno a quel castello, non senza disegno di sorprenderlo, ovvero di averlo altrimenti a divozione del Re. Infatti quel governatore avendone parlato col capitano Antonio, avevagli chiesto a chi esso apparteneva; da qual principe dipendeva; se era compreso nella capitolazione della pace, e perchè si era ragunata quella gran quantità di calce e di materiali che ivi

(1) Documento N. XI.

si vedeva ammucchiata. Rispondeva il capitano, che il luogo era della consorte di Borso Acerbi suo fratello; che il principe era il papa; che ignorava se fosse o no compreso nella capitolazione della pace, e che le provviste di cui sovra erano per riparare il luogo. La politica del nunzio era al certo circospetta, poichè dato il caso in cui i francesi si fossero impadroniti della Cisterna, avrebbero essi obbligato i ministri di Spagna a rompere la guerra. E per ovviare a tal pericolo il nunzio erasi prudentemente valso delle forze e del favore di Carlo Emanuele I per dar esecuzione al Breve pontificio di cui sovra, e non del soccorso del governatore di Milano, e ciò per mantenersi qual ministro pontificio neutrale, ned occasionar gelosia ai francesi ned in pari tempo attirarsi il biasimo del duca di Savoia, ove si fosse valso di soldatesca straniera, che di mal occhio l'avrebbe vista passare pei suoi stati. Aggiungi, che non avendo voluto egli ricorrere a Francia, altro non eragli rimasto che di servirsi del duca, che, come principe neutrale e confidente dei due re non avrebbe cagionato sospetto alcuno ai ministri dell'uno e dell'altro. E siccome bisogna ancor avvertire, che il ministro più confidente del duca era tenuto più inclinato a Francia, anzichè a Spagna, così ciò aveva indotto il nunzio, per non cadere in sospetto dei francesi, a rendere conto di quella spedizione al governatore di Milano, del pari che a quello di Saluzzo, per denotare che l'esecuzione erasi fatta soltanto per servizio della sede pontificia, senza intelligenza alcuna dei ministri francesi dei due re di Francia e di Spagna.

E così il messaggero del governatore di Milano sen partiva, come si suol dire volgarmente, colle trombe nel sacco. Infatti, incontrato il duca reduce da Vercelli, e rinnovate con lui le lagnanze che già aveva fatte al nunzio, Carlo Emanuele I in pochi accenti gli disse, ch'egli si era mosso d'ordine del papa, al quale era obbligato " et desidera grandemente servire et ubbidire in ogni occasione con tutte le sue forze et con la persona propria non potè nè volse mancare di eseguire quanto le è stato preposto dal nuntio a cui si rimetteva „. Non era ancor partito il capitano milanese, od appena lo era, che altra molestia sovraggiugneva al nunzio, a cagione dell'occupazione della Cisterna. Gian Vittore Sordo inviato dai signori del consiglio di stato di Monferrato si presentava a lui per esporgli, che inteso da quel Consiglio il possesso preso a nome della Camera apostolica, di una cascina situata nel territorio monferratese, pretendeva una dichiarazione che quell'atto non avrebbe recato pregiudizio alla giurisdizione del duca di Mantova. E siccome la privazione del feudo della Cisterna, ove per causa di delitti gravi, poteva produrre conseguenze serie per lo stato di Monferrato, così era pretesa pure di quel Consiglio, che quella cascina dovesse essere devoluta alla Camera ducale. Il nunzio cavavasi peraltro tosto d'impiccio, rispondendo a quel gentiluomo, ch'egli era stato solamente in tutti quei fatti l'esecutore; e che le intenzioni del papa erano di tutelare le ragioni oneste di tutti gli interessati. In quanto al Breve della privazione del feudo, esso non si riferiva a delitto di sorta. Ma in sostanza il colloquio finiva con una congratulazione per parte della Camera ducale monferratese, coll'affermarsi, che quanto più d'autorità avesse conseguito la Sede apostolica in quelle circostanze, tanto più di sicurezza avrebbe guadagnato il paese.

Il duca e il nunzio in quel momento erano *unum et idem*, perchè il primo agognava di averlo efficacemente a sè nella vagheggiata impresa di Ginevra. Anzi non

aveva frapposto incaglio alcuno, a che in quel luglio stesso si pubblicasse in Duomo con gran solennità la nota bolla *In coena domini*, il che, siccome notava il nunzio, era seguìto " ... con grande edificatione di tutto il popolo „. Il perchè erasi dato ordine a tutti i vescovi di qua de' monti di seguire lo stesso esempio. Ci rivela però la corrispondenza segreta del nunzio col cardinal di Como, che non tutti quei vescovi erano dello stesso avviso, e che alcuni la medesima mattina avevano fatto cattivi uffici col duca " ... che nell'andar a messa me ne dimandò con un poco di turbatione et si fece capace che non pure non ne succederia disturbo alcuno, ma ne seguiria maggior obbedienza et divotione dei suoi popoli verso di S. A. .... „ (1). Ma lasciando, sebben forzatamente, di accennare ad argomento di tanto interesse, ritorniamo a quello che più da vicino ci riguarda. Nell'intento adunque di rendere ben fortificato il castello della Cisterna, il nunzio erasi adoprato a provvedere all'uopo il meglio possibile per lui. Egli anzitutto aveva fatto formare il disegno, ricorrendo al ministero del capitano Boniforte Asinari governatore di quel forte ed ingegnere (2), il quale compilava lo scarabocchio unito a questa stampa, che ha il pregio solo di rappresentarci il genuino stato di quel castello a quei dì, e di renderci istrutti dell'importanza di quel luogo forte dell'Astigiano. La lettera poi del 25 agosto con cui il nunzio accompagnava quel documento, non manca al certo di qualche importanza poichè ci descrive i pregi e le qualità di quel castello; e ci fa prova di tal quale perizia del suo autore, nel compiere alla missione ond'era stato incaricato (3). Infatti, valendosi dei dati somministratigli dalle persone tecniche, il prelato esponeva quanto egli riteneva fosse necessario di provvedere per le sentinelle, pel numero dei soldati necessari alle fortificazioni, e via dicendo. Così dava pure gli opportuni ragguagli sul conto del governatore, ch' era il sovra lodato fra Luigi Vivalda di Mondovì, commendatore di Alessandria; e forniva altre notizie su altri punti.

In altra lettera susseguente poi il nunzio rivenendo a parlare della topografia di quel castello, ci rende istrutti, come veramente il disegno del duca fosse stato d'affidare a due dei suoi principali ingegneri la compilazione della pianta della Cisterna, Domenico Poncello e Ferrante Vitelli di Città di Castello, de' quali, massimamente del secondo, il duca valevasi nelle principali opere di fortificazione che stava intraprendendo (4). Senonchè il Poncello, la cui morte fu ignorata dal chia-

(1) Archivio Vaticano. Corrispondenza del Nunzio di Torino col cardinale segretario di Stato.

(2) Era del ramo dei signori di Burio. Fu governatore di Carmagnola pel Duca: viveva ancora nel 1591. Aveva sposato Violante d'Arcour, ma lasciò sol figli naturali, avuti da una sua fantesca del Mondovì.

(3) Documento N. XII.

(4) Ecco la bella cornice che il carteggio del Nunzio monsignor Lauro ci consente di aggiustare al quadro delineato su Ferrante Vitelli sin dal 1579 (*a*). Basterà ricordare, ch' egli apparteneva a patrizia famiglia di Città di Castello nell'Umbria, e che sin dal 1567 era venuto fra noi ai servigi di Emanuele Filiberto, che gli commise opere ragguardevoli di milizia e di architettura. Ma non privo di difetti, come non è a farne le meraviglie considerando gli uomini di quell'età, e sempre, le taccherelle, delle quali non era immune, cominciano ad esserci rilevate assai vivamente nella cifra del Nunzio del 26 gennaio 1582.

In essa, dopo aver accennato alle sorprese che il duca intendeva di fare di Trino e di Casale, notando che aveva seco appunto il Vitelli, soggiunge, che costui " è un cattivo istromento, come

(*a*) *Ferrante Vitelli alla Corte di Savoia nel sec. XVI* ("Atti della R. Accad. delle Scienze „, vol. XIV).

rissimo Carlo Promis nell'importante suo scritto *Gli ingegneri militari che operarono e scrissero in Piemonte dal 1300 al 1650*, mancava di vita a quei giorni a Mondovì, come ci rivela il dispaccio del nunzio del 23 agosto; ed il Vitelli era trattenuto a compiere in quella città i lavori lasciati interrotti da quell'altro ingegnere. Ed è perciò che il nunzio suppliva quell'opera col mezzo del sovracitato capitano Asinari che fece assistere da un soldato di nome Jacob, " ... il quale fa professione di livellare acque et insieme d'ingegnere con un giovane suo allievo ... „. E sarà stato cosa abbastanza notevole lo scorgere il nunzio colla sua gravità scendere quell'erta, ed assistere al livellare ed alle altre operazioni all'uopo, anche per assicurarne le fortificazioni, provvedere all'alloggio di soldati, a munire il castello di trenta sacca di fromento, sebbene già contenesse quattro sacca di farina e salumi. Oltracciò si provvedeva pure, a che fossero inviati due barili di polvere, piombo e corda, in un con moschetti e sagri, locchè veniva affidato al cosidetto monsignor di Racconigi luogotenente del duca di qua de' monti, cioè Bernardino II, figlio di Filippo, del ramo naturale Savoia-Racconigi, e di Paola Costa.

---

che d'alcuni giorni in qua sia dicaduto assai per la mala satisfatione che ha avuta monsignor di Racconigi, il quale essendo stato avvertito che il Vitelli aveva fatto dire a monsignor di Leini che tutti i ministri del duca non valevano un pane eccetto il detto monsignor di Leini, andò a trovare il Vitelli a casa sua che era in letto convalescente de la febbre quartana, et dettoli che se aveva detto simili parole voleva sostenerle con la spada in giubbone di aver mancato dell'officio di gentiluomo et di homo dabbene, a che il Vitelli negò e li dette ogni soddisfatione, talchè sono rappatumati. Con tutto ciò si tiene che non vi abbia da essere nell'avvenire molta confidenza, et massime che il Vitelli l'aveva presa contro uno dei mastri di camera chiamato il Grassis, il quale è favoritissimo di Racconigi. Sarìa un gran bene che il detto Vitelli avesse occasione di andar altrove, perchè non dà buon esempio di sè nè ne' li costumi nè ne le cose de la religione, oltreche è riputato huomo crudele! et sanguinario! Da l'altro lato monsignor di Leini si mantiene con molta patienza et prudenza, continuando tuttavia la solita intelligenza et divotione nel servizio di Nostro Signore, et il duca lo vede volentieri..... „ (Archivio Vaticano. Nunziatura di Savoia).

Il desiderio del Nunzio si avverò; ed ecco quanto si ha nella sua cifra del 22 febbraio, nella quale rispondendo a lettera del cardinal di Como del cinque, notificavagli che il giorno antecedente era " ...morto di febre il signor Ferrante Vitelli, il quale ad instanza di monsignor di Racconigi che andò poche ore avanti la sua morte a nome del duca a visitarlo et esortarlo a la confessione si confessò col guardiano de' zoccolanti con divotione per quanto mi ha affermato l'istesso guardiano, et hebbe la estrema ontione, ma non potè ricevere il SS. Sacramento de la eucharistia. Giudicai a proposito di comunicare con monsignor di Leini et col signor barone Sfrondati il suddetto articolo per degni rispetti, et amendue restorno grandemente edificati, et poco di poi, morì ancora il grande scudiero (Roberto Roero di S. Severino conte di Revigliasco, cav. dell'Annunziata ecc.) cavaliere già molto vecchio. Vacarono l'offitio di grande scudiero, che si è dato a monsignor di Villarge et una commenda di S. Maurizio di 400 scudi a monsignor di Beinetta (*a*), amendue cognati di monsignor di Racconigi, et il governo di Chivas, fortezza de le principali del colonnellato di quel Cantone, al sig. Filiberto di Savoia suo fratello . . . . . .
Il duca ha posto la mano a li beni del Vitelli per salvarli dagli eredi, come che esso non abbia per quanto dicono, potuto firmare il testamento, et tra i beni si sono trovati sei mila doble di Spagna, et così si sono avuti li 900 ducati d'oro per la paga de li soldati della Cisterna di tutto l'anno passato con promessa di contribuire all'avvenire secondo il bisogno ne la maniera che altre volte scrissi a V. S. ill.^{ma} . . . . . „ (Archivio Vaticano, loc. cit.).

E così rimane chiarito che Ferrante Vitelli morì ai primi del febbraio del 1582: e riceve maggiore svolgimento l'asserzione del Cambiano di Ruffia, il quale nella nota sua cronica dei memorabili scrisse " essere egli morto nei primi mesi di quell'anno... „. Forse ei morì a Torino; in quanto che il Nunzio c'informa ch'egli s'abboccò col guardiano de' zoccolanti, il quale avevalo assistito nelle ultime sue ore di vita.

(*a*) Francesco Provana sig. di Beinette, marito di Ottavia Savoia-Racconigi.

La lettera del nunzio che di queste cose c'informa, terminava poi con un'umile e speciale commendatizia sua al cardinal di Como, affinchè si adoprasse a che il papa volesse risolversi a favorire il duca, giacchè erasi egli dimostrato cotanto zelante a tutelare i suoi interessi negli affari della Cisterna (1).

Nè tardava a presentarsi occasione per accondiscendere al desiderio del nunzio, ancorchè a malincuore la si potesse accettare. Infatti, poco dopo Carlo Emanuele, che non aveva al certo secondato gli interessi pontificii per solo suo aggradimento, faceva vedere al Nunzio un Breve di Pio IV, nel quale era stato conceduto a suo padre Emanuel Filiberto, come vicario della Santa Sede, i castelli di Tigliole, di Montafia, di Roatto, di Maretto e della Cisterna, col solo obbligo della prestazione annuale di un vaso d'argento. Ora ecco quanto era accaduto al riguardo: e che ci rivela la corrispondenza del nunzio. Il gran cancelliere conte Langosco di Stroppiana genero del vecchio conte di Montafia (2), aveva tenuto celato quel Breve al tempo di Emanuel Filiberto. Ma venuto meno lo Stroppiana, il documento erasi ritrovato fra le sue scritture; ed il duca in quel momento più che mai faceva istanza chiedendo la confermazione di quel favore. " Et io ho gran pena, soggiugneva qui il nunzio, a ritenerlo col raffrenare l'ardore mettendoli in consideratione che avendo esso in questo principio del suo governo acquistatasi molta laude et gran credito appo Nostro Signore et li altri principi christiani con l'hauer mostrato l'animo sì pio, sì pronto et sì generoso in servizio della santa Sede se ora chiedesse simile grazia dichiareria di aver fatto il tutto solo per suo interesse et conseguentemente verria ad oscurare in gran parte il suo nome già sparso de la pietà et del valor suo... „ (3). Ed è da quella pretesa del duca di Savoia che pullulava nella mente del nunzio il disegno, che tosto si faceva premura di suggerire al cardinale segretario di stato, di dover infeudare quelle castella a qualche signor confinante e dipendente dalla santa Sede che potesse conservarle in servigio di essa in un coi beni delle rimanenti dame eredi Montafia. E gli suggeriva pure che si avesse ad indagare se il Re di Spagna avrebbe sborsato i danari, e che sarebbe stata cosa prudente che quel feudatario fosse dipendente da Spagna ad incremento della religione cattolica in quelle circostanze. E ciò perchè? perchè " ... da la via di Francia possiamo poco sperare in servitio de la Santa Sede et massime se il duca d'Angiou attenderà come si ha da temere ne le pratiche d'Italia ... „.

IV. Il nunzio, come già dicemmo, era politico fine; invero partito il duca da

---

(1) " .....a la quale non posso mancare con ogni debita humiltà mettere in consideratione che avendo il duca con tanta prontezza impiegate le forze sue con non piccola spesa in servizio de lla S. Sede verrà senza dubbio a diminuire lo zelo se ora per parte della reverenda Camera apostolica si facesse difficoltà di approvare tutto quello che si è promesso et in iscritto et a bocca de li ministri del duca in nome di S. A. et massime in una atione tanto importante et pericolosa ne la quale li signori di Masino e Piovena si sono portati in modo che veramente meritano di essere grandemente lodati et comendati de la divotione et del valore che amendue hanno mostrato verso il servizio di Nostro Signore, affinchè essi et con l'esempio loro gli altri venghino ad eccitarsi tanto più al medesimo servizio in simili occorrenze . . . . . „ (Archivio Vaticano, loc. cit.).

(2) Giorgio, dei signori di Montafia, Roatto, Tigliole, ecc., colonnello, cavaliere di S. Giovanni di Gerusalemme, ecc., il quale aveva avuto, oltre a Ludovico, pur colonnello di Francia ecc., e a parecchie femmine, Antonia, che sposò Gian Tommaso Langosco, conte di Stroppiana, gran cancellier e ecc.

(3) Ibidem.

Torino il sette di settembre, per recarsi in Savoia, dove pure avviavasi il nunzio, verso il declinar di quel mese in un abboccamento avuto da questo con quello, seppe che i ministri del Re Cattolico eransi adoprati presso il papa affinchè la Cisterna rimanesse alla Camera apostolica. È vero che Carlo Emanuele reputava essersi promossi quegli uffizi a cagione del sospetto che si aveva della sua persona; il perchè ei cominciava a dimostrarsi alieno da quei disegni, temendo di rendersi troppo diffidente il Re Cattolico. Ed è per questo che il nunzio nuovamente insisteva su di una proposta di suo ritrovato; che supponeva avesse accoglimento alla Corte di Roma, la quale, ove fosse persuasa di tener per conto suo la Cisterna, avrebbe reputato necessario di provvedere alla sua fortificazione e di mantenerla di continuo in tale stato a cagione del sospetto dei principi vicini. Quindi, proseguendo in quell'ordine di idee, il nunzio avrebbe voluto proporre per feudatario il duca di Sora (1), persona secondo lui tanto più adatta, in quanto, oltre alla dipendenza sua dalla Sede apostolica, era stato dal Re di Spagna nominato capitano generale della cavalleria di Milano; sempre persuaso, che acquistandosi a suo nome i beni delle dame di Montafia, si sarebbero potuto infrenare i vicini che avessero intenzione di turbare la quiete d'Italia a grave detrimento della cattolica religione (2). Questa lettera in cifra del nunzio al cardinale segretario di stato è di notevole importanza, poichè ci dipinge lo stato di quei paesi e delle vicine signorie, covo di ladri, di berrovieri e persin di zingari, " ... li quali, come diceva il nunzio, fanno gran male et danneggiano li luoghi circonvicini, nè si può rimediare senza gran disturbo, perchè la massa de li predetti zingari con li quali si accompagnano molti ladroni è numerosa, et quando si fa loro male alcuno, essi si vendicano con brugiare le cascine ... „. Ma, al disegno di dar la Cisterna al duca di Sora, veniva da Roma anteposto l'altro di formare in un cogli altri luoghi su nominati un feudo pel duca di Savoia. Del che poi sapeva menar non picciol vanto il nunzio stesso coll'esaltare " ... la pietà, la prudenza et la grandezza dell'animo di Nostro Signor in hauer posposto il rispetto, non pure di Spagna, ma del proprio sangue all'interesse della santa religione et del ben pubblico... (3) „. E certo che alla creatura diletta di Gregorio XIII forse quello sarebbe stato un dono scadente e litigioso, anche per la sua distanza, laddove ben diversa correva la faccenda pel duca di Savoia. Ma siccome questi in forza dell'allegato vicariato pontificio e della tassa del sale che soleva esigere dalla Cisterna per consenso del sovra nominato Torquato Torto, allorchè ne aveva egli il dominio, avrebbe potuto muovere serie pretese, così il nunzio, come si scorge dal documento, proponeva lo spediente di accondiscendere al duca, ma sulle spalle del vescovo d'Asti, cioè di togliere a questo le varie castella che da secoli possedeva, ma che come asilo di banditi, ed a cagione del genio di quei popoli, poco o nulla fruttavangli, e darle al duca, che a vece avesse a compensarlo con una determinata prestazione. Il duca poi ricevendo quelle terre dal

(1) Giacomo Boncompagni di Bologna figlio di Gregorio, che aveva avuto prima del sacerdozio. Salito poi suo padre al soglio pontificio, Jacopo nel 1573 divenne Generale di Santa Chiesa; nel 1575 fu nominato capitano generale delle genti d'armi in Lombardia e Piemonte. Nel 1583 aveva fatto acquisto del feudo di Sora nel Regno dal duca d'Urbino, per la somma di 11 mila ducati. Morì poi nel 1612, e fu mecenate dei dotti, e lo stipite dei principi di Piombino.

(2) Documento N. XIII.

(3) Documento N. XIV.

papa qual vicario pontificio, si sarebbe reso vassallo della Santa Sede, e così obbligato in perpetuo a questa (1). E di tal guisa prendendo un temperamento diverso, la S. Sede cominciava a tenersi il duca affetto, e pel momento conseguiva l'avvantaggio di alleviarsi il peso delle fortificazioni della Cisterna (2). Ed il duca, pure che, come già dicemmo, aveva in quel momento bisogno assai di Roma, non frapponeva indugi ad appagarla con buone parole e con atti esteriori di religiosità che ottennero il loro effetto (3). Senza peraltro voler togliere il merito al buon volere del duca, ned alla rettitudine delle sue azioni, spettanti alla esterna professione religiosa, non bisogna dimenticare ch' egli era fine politico ed esperto dissimulatore. E già il 29 gennaio 1582 il nunzio stesso doveva dimostrarsi un poco inquieto dell' indugio che ei frapponeva a pagare le spese delle fortificazioni della Cisterna, sebben lo attribuisse piuttosto, com'egli si esprimeva, " ... ad una quasi ereditaria parsimonia de la casa di Racconigi ... „. Del resto in codeste lentezze vi avevano parte le condizioni, ed anche l' indole del paese; tant' è che poco dopo egli soggiugneva che " ...in materia pecuniaria qui si procede con tanta strettezza che è appunto come cavar l'acqua da un sasso, come che il duca sia d'animo grande e liberale ... „.

VIII.

Stato della Cisterna sotto alcuni dei pontefici successori di Gregorio XIII, la quale restituita poi agli Acerbi di Milano, viene infine trasmessa ai Dalpozzo biellesi, che ne ottengono l'erezione in principato.

Mancato ai vivi sin dal 1585 Gregorio XIII, il cui nome, com'è noto, va legato al Bollario ed alla riforma del calendario, da lui chiamatosi gregoriano, Sisto V (Peretti) suo successore, giusto sì, ma rigido, ned insensibile alla gloria di dare ai nipoti uno stato principesco, incarnava nuovamente il disegno, che il nunzio monsignor Lauro sin dal 1580 aveva sottoposto al papa antecessore. Il feudatario designato ad avere colla Cisterna, Montafia, Tigliole e le diciassette terre della mensa d'Asti era Don Michelino, fratello del noto cardinal di Montalto. E qui ci viene in sussidio il carteggio diplomatico dei residenti di Savoia a Roma, potendo col mezzo

(1) Vedi il citato documento.

(2) Doc. N. XIII.

(3) " .....L'A. S. la festa del Natale (25 dicembre 1581) dopo essere stata la notte, nel matutino et dopo avere la mattina udito ne la sua capella le tre messe, indi accompagnata da tutta la Corte a la messa solenne nel domo celebrata da monsignor l' arcivescovo (Gerolamo della Rovere) et in compagnia dei cavalieri dell'Ordine si vestì dell'abito di S. Lazaro et prese la santa comunione con tanta divotione che dette grandissima edificatione a la sua Corte et a tutto il popolo. È poi ito dopo il desinare et le altre dui feste seguenti la mattina ne la chiesa de' padri gesuiti per udire la predica del presente Rettore, il quale non pure in tale esercitio, ma ancora ne la bontà de la vita et nella dottrina da a tutti intiera soddisfatione, et percioche la virtù lodata suole conservarsi et accrescersi, gioveria forse non poco che la S. V. ill^ma^ restasse servita in nome di N. S. congiungere a l'articolo accennato di sopra circa il matrimonio la satisfatione che N. S. ha del buon esempio che il duca con la sua pieta da alli suoi popoli „.

di esso rivelare alcuni particolari di quel disegno, ben inteso con quella brevità che è richiesta dall'indole di queste notizie sommarie.

Risiedeva a Roma nel 1589 il cardinale Gerolamo della Rovere arcivescovo di Torino rappresentante il duca Carlo Emanuele I, il quale ebbe modo di scoprire l'orditura di quelle mire. Egli prese ardire di trattare direttamente con Sisto V, che vi aveva intromesso il vescovo d'Asti di quei giorni, il milanese Francesco Panigarola, morto poco dopo di veleno sui soli quarantasei anni. Ma, come soggiugneva il Della Rovere " ... questi come vero gentiluomo e vero servitore di V. A. ha sempre riservato „. E qui ben merita sia resa di pubblica ragione la lettera colla quale quell'arcivescovo ragguagliava Carlo Emanuele di tutti quei raggiri (1).

---

(1) " Serenissimo Signore,

" Dacchè il signor Goveano mi fece intendere un desiderio di V. A. intorno al feudo di Montafia, io non ho cessato di pensare al modo col quale io potessi satisfare al suddetto desiderio suo ed al mio ed obbligo insieme di servirla, onde avendogli scritto ultimamente che non mi pare negotio di lasciare sopito così lungamente massime essendo instato mesi sono dalli agenti di quelle figliuole di Montafia (*a*) e con lettere anco del signor principe de Conti patrigno di dette figliuole (*b*), vedendo insieme alcuni andamenti di questi camerali, ho finalmente ricevuto risposta da esso signor Goveano non prima di questa settimana, la quale è conforme al primo motivo ch'egli me ne fece, cioè che restando salda la investitura da me fatta si cercasse mezzo di poter trasferire la superiorità che ha la chiesa di Torino sopra detto feudo in capo dell'A. V. offerendosi ella a darne ricompensa alla predetta chiesa. Nel che piacesse a Dio che io avessi le mani così sciolte, perchè con esso si tratta solo di levargli la superiorità e di dargliene buona ricompensa, et io nel feudo di Montafia non solo vengo a mancare della superiorità che vi aveva la chiesa di Torino, ma vado a risico di perdere l'utile dominio del feudo. Se già la Santità Sua non vorrà considerare di assicurare bene le cose di questo suo pronipote, nel qual caso egli potrebbe continuare le investiture che io feci in Lelio mio nipote come continua ancora quella della chiesa d'Asti, non privando alcun feudatario dell'utile dominio, ma trasferendo solo il diretto dominio a suo pronipote, e facendolo investire dalla Camera apostolica. Stando adunque Nostro Signore in questo pensiero non so come si potesse fargli gustare il desiderio di V. A. e il mio ch'ella venisse ad avere la superiorità di quel feudo. Il che oltre il debito mio di servire a V. A. di ogni mio potere mi varrebbe anco a maggiore sicurezza ed utilità del detto feudo, quale come ho toccato di sopra dubito di aver a perdere, massime che io trovo che si tratta cogli agenti di quelle figlie per aver da loro i beni allodiali che al parer mio non si vorrà tenerli soli ma appoggiati al castello e feudo di Montafia, essendomi detto che ieri fu visto il procuratore di dette figlie con un notaro insieme e coll'uditore del signor cardinale di Montalto: et credo che aspettino di avere concluso con dette figlie prima che parlar con meco promettendosi forse quale cosa più da me. Ora parmi di vedere le cose in tal termine che sebbene non mi si domandi il parer mio, tuttavia non lascerò di dirlo, che S. S.tà deve star ferma in questa risolutione di dar titolo di principe o duca come eleggerà a questo suo pronipote e di stato che dipenda dalla chiesa, non contentandosi per avventura di farlo titolare marchese di Encisa per esser vassallo del signor duca di Mantova come pur anco non fu approvato che il signor Giacomo Buoncompagni si facesse marchese di Vignale e vassallo del serenissimo signor duca di Ferrara. Et caso che venisse rotto questo disegno a N. S. di fare tale infeudazione si potrebbe correre risico che per avere commesso il negozio non si risolvesse di farne uno stato meramente ecclesiastico e che dipendesse immediatamente dalla chiesa e da quella Santa Sede et Camera apostolica. Il che forse sarebbe manco a proposito di trovarsi così gran vicino, oppure uno incorporato nei suoi stati dove che in altro modo si viene ad aver da fare con inferiore. E sebbene la investitura dipenda dalla Camera apostolica la conservatione dipenderà sempre da V. A. e dal suo principato e contea d'Asti et col tempo si potrebbero poi far delle cose in servizio della serenissima sua casa et maggiore facilità e di maggiore conseguenza che forse ora non riuscirebbe così di Montafia sola. Oltrechè di presente

---

(*a*) Anna ed Enrichetta; la prima sposava Carlo di Borbone conte di Soissons.

(*b*) Francesco di Borbone principe di Conty, marito di Giovanna di Coesne di Luce e Bonnestable che sposollo dopo l'assassinio del suo primo marito, conte Ludovico di Montafia padre di quella figlia.

Egli del resto dimostravasi inquieto di quelle mene, le quali, come diceva, se potevano tornar dannose al vescovo d'Asti, levandogli la supremazia sulla Cisterna, finivano per riuscir poi vieppiù perniciose alla mensa di Torino, che avrebbe rischiato di perdere l'utile del dominio di Montafia. Ma in quanto alla Cisterna, che più da presso ci tocca, in quel momento giaceva sempre involta nella grave controversia di cui sovra, e continuava ad essere in potere della Camera apostolica. Sisto V lasciava credere che si sarebbe potuto garantire il duca, che quei sudditi sarebbero stati dipendenti da esso, come anche sperava avrebbe potuto avvenire sotto gli altri pontefici suoi successori. Ma questo discorso da Sisto V tenuto in un colloquio col romano Carlo Muti marchese di Settimo, famigliare del duca, che poco dopo riceveva il mandato di procurare la tiara od al cardinale Della Rovere od al cardinale Vincenzo Lauro già vescovo di Mondovì sovracitato, era piuttosto stato introdotto per coprire quanto aveva poc'anzi con certa bonomia esposto al Muti, che per testimoniare l'amor suo figliale al duca, aveva intenzione di far propri i vassalli di lui mercè l'acquisto di Montafia, Maretto, Roatto e Tigliole ... „. E fu qui che il marchese Muti propose al duca d'incaricare lui a trattare col papa l'alienazione della Cisterna al marchese Acerbi.

Ma in quel momento venivano a manifestarsi altri interessi ancora: e morto Sisto V il 27 di agosto del 1590, e dopo pochi giorni di pontificato di Urbano VII, succeduto Gregorio XIV, questi con Moto proprio del 1591 reintegrava nel possesso della Cisterna Isabella Acerbi-Torto. Ed ancor qui si vede che la Corte di Roma ai tempi che correvano seguiva il sistema che essa aveva tenuto coi Peletta quando Sisto V viveva. Il cardinale Agostino Cusano e il commissario delegato dalla Camera apostolica, appurato il vero stato delle cose, assolvevano da ogni pena incorsa i feudatarii della Cisterna. E sì che allora Gregorio XIV col suo Moto proprio dell'anno suddetto, diretto all'or nominato cardinale, fondandosi sul *bono iure ipsius Isabellae ac propterea quod indebite et iniuste dicta possessione spoliata fuit ut tandem litium finis imponatur, et dictae Isabellae, quod est suum, restituatur providere volentes,* determinava che essa venisse reintegrata nei suoi diritti. E certamente, che anco in queste nuove fasi la Camera apostolica, aveva corso la posta, e così aveva costretto l'Isabella Acerbi-Torto a sostenere lungo e dispendioso litigio. Ed è questo il motivo pel quale Gregorio XIV con questo Moto proprio la reintegrava, dopo oltre dieci anni di contestazioni, nei suoi diritti sulla Cisterna.

---

ella verrebbe ad interessarsi maggiormente con la S.tà Sua et casa sua che non ha fatto Mantova, casa la quale è di tanta importanza che mi venne affermato di bonissimo loco che il signor ambasciatore di Spagna abbia fatto ufficio con Nostro Signore, come dolendosi che S. S.tà voglia fare acquisto per casa sua sotto Mantova e Savoia e non più presto nel regno di Napoli, dove può assai certificarsi del rispetto che le sarebbe venuto da S. M. e dai suoi ministri. Tutto ciò ho voluto dire a V. A. sull'avvantaggio, acciocchè quando io farò sapere a V. A. se alcuna cosa mi verrà detta, ella possa comandarmi il suo buon piacere, et andar pensando se per assentire volontieri che altri si prevaglia di quello che pretende poter fare più se stesso ne possa ridondare e di presente molta comodità et anco maggiore all'avvenire che può portare il tempo. Supplico V. A. mi scusi questa scrittura e sconcia e lunga; e si degni farmi sapere la volontà sua che mi sarà sempre regola in ogni atione mia. Et per fine le bacio umilissimamente le mani augurandole ogni felicità.

" Di Roma alli 20 di marzo 1589.

" Di V. A. S. Umil.° servitore e suddito

✠ Cardinale Della Rovere „.

(Arch. di Stato. Roma. Lettere Ministri).

Del resto in quei momenti Gregorio XIV già aveva altri sopra pensieri, maneggiandosi al pari di Sisto V a fondare uno stato ai suoi nipoti marchesi Sfondrati. Infatti con Breve del 1° di ottobre 1591, facendo sue le considerazioni già motivate da Gregorio XIII, che cioè dovendosi ritenere devoluta alla Camera, Montafia per mancanza di maschi, l'erigeva per ciò in marchesato pel nipote Francesco Sfondrati, conte della Riviera, cavaliere dell'Ordine di Alcantara, generale dell'armi pontificie e castellano di S. Angelo. E dicasi lo stesso di Tigliole, infeudato al suo fratello Sigismondo. E poichè ci siam valsi del poco fa citato carteggio diplomatico che ci servì a rischiarare qualche notizia sulla Cisterna, così cadendone l'opportunità noteremo, che qualche rivelazione in proposito ci è altresì data dal medesimo relativamente a questi altri feudi. Per allettare l'arcivescovo di Torino pur superiormente nominato, Gregorio XIV avevagli conferito la pingue abbazia di S. Maria di Cavour; ed in quanto a Tigliole, appartenente alla giurisdizione anche di Pavia, quel vescovo e cardinale, che era Ippolito de Rossi, teologo e canonista insigne, avevane investito il conte Sigismondo suo fratello. Ma questo prelato doveva rimaner vittima di tutti questi raggiri, se si deve prestar fede a quanto il 4 maggio del 1592 aveva scritto al duca il suo agente a Roma Gian Francesco Leone che cioè " ... per questo secondo, vale a dire il cardinale di Pavia, la comune opinione di questa città (Roma) se n'è morto di dispiacere ... „ (1).

E certamente che il vedere Tigliole con presidio postovi dal nunzio, e custodito da soldati pontificii non avrà potuto essere troppo gradito al vescovo di Pavia. Ma il cardinal Della Rovere più apertamente scriveva di ciò al duca il 15 maggio dello stesso anno, che cioè il vescovo di Pavia " ... di quei maneggi forse ne ha avuto più sentimento che non bisognava, nel che ho ben caro di non averlo prevenuto nè accompagnato per grazia del Signore ... „ (2). Che se il nostro arcivescovo di Torino pel momento non seguiva l'esempio del suo confratello coll'incontrare la sorte comune a tutti, *viam universae carnis,* siccome si esprimono i documenti di quell'età, non era in quanto al temporale, secondato da miglior sorte. Infatti Lelio della Rovere, nipote del nostro cardinal Geronimo, aveva dovuto senza remissione cedere Montafia a D. Francesco Sfondrati, come Sigismondo Rossi, Tigliole alla Camera apostolica. L'unica clausola che il cardinale della Rovere, facendo di necessità virtù, rappresentava favorevole al duca, stava in ciò, che i nuovi feudatari avrebbero tolto l'investitura dalle chiese di Torino ed Asti, e che in quanto alla prima, sarebbe stato pagato il canone di un annual censo di dieci ducati. Egli si scusava quindi col duca di non essere stato in tempo ad avvisarlo di tutti quegli avvenimenti. E con un profluvio di ornamenti retorici indorava la pillola, per quanto amarognola, col soggiungere di essere rimasto soddisfatto che " ... Lelio cedesse le sue ragioni al suddetto D. Francesco e di fargli l'investitura di Montafia, come ha fatto con tutte le debite solennità e col suddetto canone di dieci ducati annuali, con ricuperare alla chiesa di Torino la giurisdizione antiqua sopra quel feudo, quale tanti anni sono era nelle mani della Camera apostolica, acquistando anco a detta chiesa e tirando nelli stati di V. A. un segnalato vassallo col quale ella avrà sempre a

(1) Archivio di Stato. Roma, Lettere Ministri.
(2) Ib. ib.

trattare più facile che con la suddetta Camera apostolica oltre le comodità che può sperare dal papa suo zio, avendo io ricordato che ne diano conto a V. A. anco per discarico mio, che se insieme con l'aver ridotto alla chiesa un feudo che era già distratto l'A. V. ne sentirà soddisfazione come protettrice di tutte le chiese sue, e massime di quella principale dei suoi stati, io ne starò coll'animo molto quieto e crederò avere passato un negocio assai utile per la chiesa e non alieno dal servizio di V. A. Quanto poi all'interesse di casa mia che pur è di qualche consideratione, non essendo solite simili occasioni di succedere in cento anni, e dirò anco in trecento anni una volta, io non le stimerò molto se vi sarà il gusto di V. A. con l'utile della sua chiesa di Torino... (1) „.

Verba verba, praetereaque nihil si può dir qui a cornice del carteggio diplomatico del cardinal della Rovere, il quale aveva avuto solamente impegno di rappresentare al duca il diritto della medaglia. Ma ben diversamente la opinavano gli agenti ducali a Roma, fra cui il citato Gian Francesco Leone, il quale invece si limitava ad osservare che " ... il signor cardinale et il signor Lelio difficilmente potranno liberarsi da questa richiesta se non la vogliono rompere del tutto con Sua Santità... „ (2).

E così avveniva per l'appunto. E poichè abbiam accennato a Montafia, Tigliole, Cortanze, Cortanzone ecc. converrà ricordare, che essi diventavano ricettacolo di malandrini e fomite di scandalo delle terre vicine. Nel 1611 Carlo Emanuele I stipulò bensì col vescovo Gian Stefano Aiazza un cambio di parte di loro con altri, ma Roma non volle approvarla. Vi fu una sequela di querele e di contrasti, che solamente dovevano cessare col concordato del 1741, cioè accettando quel vicariato pontificio coll'annuo riconoscimento di un calice d'oro offerto sino al 1850 (3).

Ma facendo ritorno alla Cisterna, dobbiamo notare, ch'essa si mantenne nei discendenti del capitano Torto per via della sua figlia Isabella, sposata, come sappiamo, al milanese marchese Acerbi. Anzi col Breve *Caelestis potentiae* di Clemente VIII del 31 gennaio dell'anno 1599 essa veniva con Belriguardo innalzata alla dignità marchionale, ed i suoi feudatarii investiti *per anuli immissionem*. Nel documento si teneva conto della dignità di quel Borgo, *personarum numero et frequenti populo referta ac competentibus redditibus munita*. Ma in pari tempo si esaltavano i meriti degli investiti Borso Acerbi, ed Isabella Torto sua consorte. Costei in considerazione dei meriti dei maggiori, quegli perchè *in diversis functionibus et muneribus militaribus pro catholicae religionis, adversusque illius hostes ei oppugnatores ac alios hereticae pravitatis sectarios defensione egregiam ac strenuam operam navando, generosi animi et innatae nobilitatis suorum iudicium et aestimationem ac devotionis et fidei constantiam et sinceritatem, aliaque praeclara et insignia eius erga nos et Sedem ipsam beneplacita exhibuerit, et sedulo conservari in dies augere contendat* (4).

---

(1) Ibidem, loc. cit.

(2) Ibidem, loc. cit.

(3) Cibrario, *Istituzioni della monarchia di Savoia*, I, p. 405.

(4) Sommario dei documenti al N. 27. Non accadendo più di accennare alla famiglia Torto, ricorderò qui, che ho ancor trovato memoria di essa nell'aprile dell'anno 1763, in cui il chierico D. Antonio Maria Torti, oriundo di Castelnuovo tortonese, ma nato accidentalmente a Milano, chiedeva al governo di Carlo Emanuele III l'abilitazione per il possesso del benefizio semplice dell'oratorio pubblico di S. Gio. Batt. di quel Borgo, patronato della nobile famiglia Torti. *Archivio di Stato di Torino. Corrispondenza della Segreteria di Stato.*

Non credasi peraltro che tutte codeste testimonianze di attestati onorifici debbano indicare la perpetua acquiescenza alle trascorse contestazioni, e ritenersi una garanzia della futura unione delle parti dissidenti. Sarebbe questa una pretesa buona per coloro, che non conoscono i tempi, le passioni e le aspirazioni de' varii interessati, di coloro cioè che si contendevano a vicenda il supremo predominio della Cisterna.

Nel 1650 il marchese Giovanni Acerbi, figlio del Borso Acerbi e dell' Isabella Torto sin qui ricordati, ed anche a nome, e qual procuratore del marchese Luigi Borso-Casati, Gian Giacomo ed Antonio Felice suoi figli, alienava la Cisterna al marchese di Voghera, Francesco, dell'illustre famiglia dei Dalpozzo di Biella. Questi era al rogito rappresentato da Francesco dei signori di Sandigliano e di Boriana, dottor collegiato di leggi.

L'atto, salvo sempre il beneplacito pontificio, rogavasi a Milano nel palazzo Acerbi, parrocchia di S. Nazaro in Broglio: e l'alienazione seguiva pel prezzo di ventiduemila cinquecento scudi, alla ragione di lire sei imperiali, pari a doppie 7500 di Spagna.

Fortunato il marchese di Voghera se avesse ancor egli potuto far un acquisto scevro di ragioni di contese: ma invece bisogna riconoscere che l'indole litigiosa era come vischio inerente a quel feudo. Morto il marchese Burzio, il figlio di lui, di nome Luigi, subito volle fare opposizione a quella vendita, allegando, essere la Cisterna vincolata a primogenitura, e quindi di nessun valore l'alienazione seguitane.

Ed ecco aprirsi qui nuovo litigio che veniva a refrigerare le aride fauci de' legulei milanesi di quei tempi.

A noi basterà di sapere che una transazione dell'anno 1661 determinava che la Cisterna dovesse appartenere al marchese di Voghera, salvo l'assenso del romano pontefice. Ed Alessandro VII approvava quel componimento, con che l' investito di quel feudo avesse a prestare il giuramento di vassallaggio alla Camera apostolica.

Con Breve poi dato a S. Maria Maggiore agli undici ottobre del 1670 la Cisterna veniva innalzata alla dignità di principato (1); e con altro, del 28 marzo 1673, decorata del privilegio eminente della zecca, cioè *cudendi tam aureas quam argenteas et cuiuslibet solitae materiae monetas sub nomine principis, alias tamen sub imagine insigniis et auspieiis dictae Sedis apostolicae* (2).

Senonchè, nemmen allora erano cessate le contestazioni: e nella guisa che poco benevole erano fra loro le relazioni dei feudatari antichi, così del paro poco amorevoli furono quelle fra i successivi duchi di Savoia e la Corte di Roma. L'arco era sempre tenuto teso, tanto da una parte quanto dall'altra, e bastavano un minimo dissenso, una leggiera pretesa a farne scoccare il giavellotto, capace a produr una di quelle ferite che non si rimarginavano così presto.

Senza ricordare le differenze fra le due podestà che furono assai acerbe, ai tempi della reggente Cristina di Francia e del suo figlio Carlo Emanuele II, giova avvertire che anco sotto lo stesso Vittorio Amedeo II esse si manifestarono abbastanza espressive. Ma i nostri principi non indietreggiavano innanzi alle minacce; e forti nel sostegno delle loro pretese, non lasciavano di obbligare i Cisternesi e le altre

(1) Sommario dei documenti al N. 31.
(2) Ibidem, al N. 33.

terre soggette a Roma, a ricevere in occasione di passaggi di soldatesche il ben conosciuto quartiere d'inverno.

Era questa una pietra di discordia, poichè Clemente XI nel 1702 pubblicava un monitorio contro quei comuni affinchè avessero a guardarsi bene dal tenersi conniventi col principe, e ledere così i pretesi diritti d' immunità.

Il cedolone veniva affisso alle porte delle chiese, e dava materia a proteste senza fine, ed a confische; quindi a diceric, a perturbamento di coscienze, ed a scandali continui. Per la qual cosa, tutt'altro che pacifica era la condizione del principe della Cisterna, che al pari de' suoi predecessori in quel dominio si trovava involto in aspre contese, e tanto più gravi, essendo egli suddito dei duchi di Savoia: oltre che i tempi essendo progrediti di molto, certe contese non si tolleravano più come nei secoli antecedenti.

Al 23 novembre e 5 dicembre del 1711 Vittorio Amedeo ad istanza dell'uditore patrimoniale generale colpiva con ampio decreto di nullità un monitorio pubblicatosi a nome del cardinale Spinola contro il vassallo della Cisterna, dichiarando non avere quel monitorio potuto recare il menomo pregiudizio alle ragioni ed all'esercizio dell'alto dominio e sovranità sua pretesa su quel feudo. Ma appunto, a cagione di codeste contestazioni, la lotta era incessante.

Il quattro maggio del 1731 Clemente XI non frapponeva indugio a redarguire con certa veemenza il principe della Cisterna stesso che aveva prestato il giuramento di fedeltà al primo Re di Sardegna (1). Ed il documento pontificio venivagli consegnato colla presentazione di lettere officiose del cardinale segretario di stato Antonio Banchieri, che cercava di temperarne alquanto la forma un poco austera (2).

---

(1) " Clemens papa XI.

" Dilecte fili nobilis vir salutem et apostolicam benedictionem. Quid a Nobis hactenus gestum sit pro tuendo huius sanctae sedis directo dominio in feudum istud Cisternae et alia in partibus Pedemontii constituta satis tibi notum esse non dubitamus, ac proinde quidquid per chirographum nostra manu signatum die vigesima decembri superioris anni MDCCXXX et venerabili fratri nostro Annibali cardinali sancti Clementis nuncupato episcopo Sabinensi S. R. E. Camerario directum edximus et declaravimus. Et quicquid subinde idem venerabilis frater noster precepit ac mandavit die XXIII eiusdem mensis supplicari supersedemus. Quoniam autem intimo dolore perculsi accepimus te, sacramentum fidelitatis Regi Sardiniae duci Sabaudiae et principi Pedemontis incluso licet metu publicandorum bonorum prestitisse nec ad vlteriores actus supremo dominio huius sanctae sedis adversantes progrediaris, tibi iniungimus et mandamus ne a laudato Rege ut eius requirit investituram accipias, penarum memor quae in Bulla Coena Domini aliisque apostolicis constitutionibus continentur. Ubi vero regiam investituram acceperis, nullius illam roboris iam nunc fore declaramus, quaemadmodum morituri ac nullius roboris iterum declaramus subiectionis actum per iuratam fidelitatem perperam prestitam, ac tibi, dilecte fili nobilis vir, apostolicam benedictionem peramanter impertimur.

Datum Romae apud S. Mariam maiorem sub annulo piscatoris die quarto maii MDCCXXXI pontificatus nostri anno primo „.

(2) Ill.° ed ecc.^{mo} signor

" Mi persuade il figliale ossequio di V. E. per la sagra persona di N. S. che sarà per accogliere con tutta la più devota rassegnatione quel tanto che si degna la Santità Sua di scriverle nell'annesso suo Breve e che corrispondenti ai di lei rispettosi sentimenti per S. S. e per questa Santa Sede saranno le opere che da lei procederanno per rendere in conformità dell'obbligo suo adempita la santa mente di S. B.; e le bacio le mani.

" Roma, 23 giugno 1731.

" Di V. E.

Servo

A. Cardinale Banchieri „.

Ma ci voleva ancor un mezzo secolo prima che si avessero ad appianare tutte le scabrosità che rendevano poco piano quel terreno. Solamente nel 1784 il vescovo d'Asti Paolo Maurizio Caissotti cedeva al Re Vittorio Amedeo III i feudi ecclesiastici della sua diocesi. E qui la Dea giustizia poteva esclamare finalmente, *hic lassa quiesco.*

Raccogliendo i fili che parecchie ragioni ci hanno indotto a buttare sul canovaccio, diremo, come nel conchiudere, ben si possa avvertire che, a preferenza della maggior parte dei feudi subalpini, quel della Cisterna fu un podere sfruttato attraverso ai secoli dai giureconsulti romani, piemontesi e lombardi, i quali nel patrocinare gli interessi dei loro clienti, come avviene, ebbero a vicenda ad inorpellare ragioni, talor meno buone ed esatte, col mezzo di frange sbrandellate dal manto della verità, valendosi dei soliti mezzi di difesa, che secondo la costumanza *ingeniose magis quam vere in medium afferuntur.* Ma le dispute che abbiamo non lasciano di attestarci, che nel caso nostro si trattava proprio di una causa spallata, e che quindi *causa, patrocinio, non bona peior erit.*

D'altro canto poi, e qual epifonema di questa scrittura, si potrebbe pur notare, come molte fasi delle vicende subìte dalla Cisterna, ancorchè si tratti di dominio microspico, ma che per ragione morale può essere posto in paragone coi grandi stati, ben diano ragione al Macchiavelli che coi fatti della storia alla mano nel suo *Principe* dimostrava con che arti si fondino e si mantengano stati in tempi corrotti. E questa istoria serve pure a confermare l'osservazione del Manzoni, che la ragione e il torto non si dividono mai con un taglio così netto, che ogni parte abbia soltanto dell'una o dell'altro.

Se si fossero interrogati tutti quei confeudatari della Cisterna, il papa, i vescovi d'Asti, i duchi di Savoia, tutti ad un coro avrebbero risposto che ciascun di loro era pienamente assistito da ragione, e che il torto stava dalla parte dei competitori. Eppure, e ragioni e torti dovevano essere ripartiti un poco per ciascun di loro.

Ma i Cisternesi invece, senza nemmen conoscere la sentenza del poeta, là dove avverte che

Quicquid delirant reges plectuntur Achivi,

con miglior ragione potevano invocarla quale conseguenza di lungo ed amaro sperimento, e farla propria ad ogni mutazione di signoria che così frequentemente succedeva in quell'avvicendarsi di tempi.

E vedi fatalità delle cose umane! Ancor oggi, dopo un secolo dall'abolizione del feudalismo, il predicato della Cisterna doveva fra tanti altri essere scelto da un brioso e prode principe nell'occasione di un suo viaggio di svago nella bionda Albione.

DOCUMENTI

I.

Aderenza dei Borgognini feudatari della Cisterna a Valentina Visconti consorte di Luigi di Francia duca di Turrena.

14 aprile 1389.

Archivio di Stato, Provincia d'Asti, a pag. 204 del volume Fidelitates Astenses ricevuto dal notaio Gio. Sicardi de Sigoerio.

Aderencia nobilium Gandulphi de Borgogninis et Valencie eius uxoris de castro villa et terra Cisternae.

In nomine Domini amen anno nativitatis eiusdem millesimo trecentesimo ottuagesimo nono duodecima indicione et die quarto decimo mensis aprilis terciarum hora vel circa actum in castro Cisterne videlicet in platea dicti castri presentibus nobilibus viris Martino Jacobo et Joseph et Hettore de Bergogninis ciuibus Ast Johanne Gozzeta de Santo Moricio in Lentes Petro Brifauento iuniori Henrico Raimundi gracianopoli et bastardo de montagingii testibus ad infrascripta vocatis specialiter et rogatis quorum et mei Johannis Sicardi de Sigoerio Bapnicensis diecesis publici apostolica et imperiali auctoritatibus, notarii ac illustris principis et incliti domini nostri domini Ludouici ducis Turonie Aste etc. domini secretarii cum appareat tenore cuiusdam publici instrumenti manu Johannis de Gabiano de Vignali notarii publici confecto et suo signo prout in eo legitur signati cuius tenor de verbo ad verbum sequitur in hiis verbis.

In nomine Domini amen anno nativitatis eiusdem millesimo tercentesimo quadragesimo nono indictione secunda die decima quarta mensis octobris in presentia mei notarii ac testium infrascriptorum cum castrum villa territorium et dominium Cisterne cui coherent villa Canalium villa Sancti Damiani villa Ferreriarum et villa Montate Fanghi et si que alie sint coherentie cum toto eius territorio et hominicio mero et mixto imperio et omnimoda iurisdictione exercitibus et caualcatis hominum dicte ville et territorii tenerentur per Dominos quondam de Gorzano in feudum ab ecclesia astensi et predicti domini habuissent guerram cum communitate Ast ob quam multe fuissent offenciones date hinc inde tandem de predicta guerra et offensionibus hinc inde per dictas partes factis compromissum factum fuisset per dominos de Gorzano ex una parte et commune Ast ex parte altera in certos arbitros et amicabiles compositores qui predictas partes reduxerunt ad concordiam et inter alia pro bono pacis et concordie pronunciauerunt ut domini de Gorzano tenerentur guerreare et guerram viuam facere de omnibus et singulis hominibus terre cum inimicis communis Ast ut de predicta pronunciatione apparet instrumento publico scripto manu Sartorelli de Nouis (2) publici notarii anno domini millesimo ducentesimo septuagesimo quinto indictione tertia die vicesimo octavo septembris quod instrumentum registratum est in libris communis Ast scilicet in libro qui dicitur liber Malabaile predicti qui domini de Gorzano vendidissent predictum castrum et villam cum toto eius hominicio contitu et segnoria et ommibus pertinenciis corporalibus et incorporalibus dicti castri ville et eius territorii dominis *de Mercato* acto in predicta venditione quod commune Ast haberet in predictis castro villa et hominibus pacem guerram exercitus et caualcatas predicti quondam

(1) Professio quaevis obsequii seu servitii; Ducange.

(2) " Faravellus de Novis „ invece, nell'atto del codice Malabaila, III, 1079 e nell'altro 12 ottobre, id. id., p. 1081.

domini de Mercato dictum castrum villam et territorium cum hominicio mero et mixto imperio et omnimoda iurisdictione exercitibus caualcatis et omnibus pertinenciis corporalibus et incorporalibus dicti loci vendidissent Fazono Rabie de bergogninis et fratribns qui Fazonus et fratres predictam emptionem pecierunt confirmari per reuerendum in Xrispo patrem et dominum dominum haldrachum Dei et apostolice sedis gracia episcopum Astensem et se inuestiri a predicto de predictis castro villa territorio et eius hominicio in rectum et gentile feudum cum mero et mixto imperio et omnimoda iurisdictione exercitibus caualcatis contitu et segnoria et omnibus pertinentiis corporalibus et incorporalibus dicti castri ville et eius territorii et integro statu eorumdem et sic predictus dominus episcopus confirmasset dictam acquisitionem et inuestisset predictos fratres de bergogninis modo et forma supra dictis ut apparet instrumento publico scripto manu mei Johannis notarii infrascripti paulo ante istud sub hoc eodem anno indictione et die. Ecce quod ipse dominus episcopus sciens, predictam pronunciationem factam inter comuune Ast ex parte una et dominos, qnondam de Gorzano ex parte altera atque pacta adposita in predictis alienationibus consulto et ex certa scientia nomine suo et nomine ecclesie astensis et successorum ipsius canonice intrantium — pro bono pacis ad evitandum futura scandala et ne inter commune Ast ex parte una et dictos vassallos snos ex parte altera posset oriri aliqua discensio uel contencio concessit et licentiam dedit predictis Fazono Rabie de Bergogninis et fratribus pro se et descendentibus ex eis ut ipsi possint et valeant de castro villa et hominicio Cisterne facere pacem guerram exercitus et caualcatas pro commune Ast secundum tenorem supradicte pronunciationis salvo quod predicta non forent contra dictum dominum episcopum eins successores ac eciam Astenses ita qnod occasione predicta predictus dominus episcopus uel successores eius eis non possint ascribere aliquam culpam quia sic actum extitit inter dictum dominum episcopum ex parte una et predictos fratres de bergogninis ex parte altera in contractu investiture nt supra facte predictis Fazono et fratribus de Bergogninis licet in instrumento predicto investitura non contineatur et de predictis dictus dominus episcopus et dicti Fazonus et Guillelmus suis nominibus et nominibus fratrum suorum preceperunt per publicum instrumentum unum et plura si opus fuerit consilio predictorum. Actum in castro Baenne presentibus venerabili domino Luchino de Pelletis legum doctore domino Anthonio de Morienna legum doctore ipsius domini episcopi generalibus Vicariis Anthonio Malabaila filio domini Francisci et Rollando Amelio testibus ad premissa vocatis specialiter et rogatis. Et ego Johannes de Gubiono de Vignali publicus imperiali auctoritate notarius et scriba curie dicti domini episcopi hiis omnibus et siugulis una cum dictis testibus interfui et sic scripsi et signum meum apposui consuetum in testimonium premissorum. Castrum locum villam et homines Cisterne in preinserto instrumento descripti teneri facere pacem guerram exercitus et caualcatas pro comnuni Ast cuins dominium in illustres principes et inclitos dominos nostros dominos ducem et ducissam Turonie Ast etc. dominos per medium illustris principis ac magnifici et excelsi domini domini Johannis Galeaz Vicecomitis comitis Virtutum Mediolani etc. imperialis vicarii generalis olim domini predicte civitatis Astensis est translatum inde constantibus legiptimis documentis hinc est quod constituti in presentia subscriptorum testium et mei notarii publici tamqnam publice persone presentis stipulantis et recipientis vice et nomine illustrium principum dominorum ducis et ducisse predictorum et liberorum suorum et communis Ast et omnium quorum interest aut interesse poterit in futurum nobiles Gandulphus de Bergogninis filius condam Rollandini et domina Valencia Rabia de Bergogninis filia quondam nobilis Georgii Rabie de Bergogninis filii condam Fazoni de Bergogninis uxor dicti Gandulphi videlicet dicta domina Valencia de et cum auctoritate licentia et consensu dicti Gandulphi eius viri ibidem presentis volentis et ad infrascripta peragenda eidem domine Valencie uxori sue presenti licenciam et auctoritatem dantis et concedentis recognoscentes et recognoscere volentes bonam fidem dixerunt et confessi preceperunt predictum castrum villam locum et homines Cisterne et eorum successorum et causam ab ipsis habituris perpetuo teneri facere pacem guerram exercitus et caualcatas pro dictis dominis duce et ducissa et liberis suis tanquam dominis communis Astensis in et per modum insupra dicto instrumento contentum et ita per dictam partem guerram exercitus cavalcatas de dictis castro villa loco et hominibus per se et eorum successores et causam ab ipsis habituros bona fide promiserunt mihi prefato Johanni Sicardi

notario publico superius et infrascripto tanquam communi et publice persone presenti stipulanti et recipienti vice et nomine predictorum dominorum ducis et ducisse Turonie et liberorum ipsorum et communis Ast et aliorum ut supra et ad sancta Dei euangelia ab ipsis et eorum quolibet corporaliter gratis tacta iuraverunt sub obligatione omnium bonorum suorum presentium et futurorum et cum omnibus et singulis renunciationibus pariter et cautelis salnis invicem domini astensis episcopi in premissis et salua fidelitate qua prefatus Gandulphus illustribus principibus dominis comiti Sabaudie et principi Achaye est astrictus occasione certorum castrorum que tenet ab ipsis in feudum; et de predictis omnibus preceperunt dicti coniuges fieri publicum et publica instrumentum et instrumenta per me notarium infrascriptum ad dictamen cuiuslibet sapientis facti sentencia in aliquo non mutata. Et ego Franciscus Borrelli de Bellomonte Vapincensis diocesis publicus auctoritate imperiali notarius hoc presens publicum instrumentum de prothocollo Johannis Sicardi notarii publici infrascripti eius vice et mandato scripsi manu propria et signum meum in talibus fieri consuetum apposui in fidem et testimonium premissorum.

Et ego Johannes Sicardi de Sigoerio Vapincensis diocesis publicus apostolica et imperiali auctoritatibus notarius ac illustris principis et incliti domini nostri domini ducis Turonie Ast etc. domini secretarius hoc presens instrumentum mihi fieri rogatum in meo prothocollo abreuiaui quod suprascriptum Franciscus Borrelli notarius publicus meo mandato scripsit. In cuius rei testimonium hic me subscripsi et signum meo apposui consuetum.

II.

Alleanza fatta da Alberto de' Guttuari vescovo d'Asti pel feudo della Cisterna e varii altri con Filippo conte di Virtù luogotenente generale di suo fratello Carlo duca d'Orléans, con altri atti inerenti.

Asti 15 maggio 1417 e 16 marzo 1418 (Dal processo citato nel testo).

In nomine sancte et individue trinitatis patris et filii et spiritus sancti amen per presens instrumentum publicum universis et singulis notum fiat quod cum ab olim inter illustrem principem dominum Philippum comitem Virtutum generalem locumtenentem illustrissimi principis domini ducis Aurelianensis germani sui civitatis astensis et terrarum ac capitaneatus astensis domini nomine et pro parte eiusdem domini ducis et reverendum patrem dominum Albertum dei gracia episcopum astensem et comitem facta et firmata sit adherencia sicut constat instrumento publico cuius tenor sequitur in haec verba. In nomine Domini amen cum ita sit quod reverendus in Xrispo pater dominus Albertus de Gutnariis Dei gracia episcopus astensis et comes vigore dicti episcopatus sui et vt episcopus dicte civitatis habeat teneat et possideat et qui nonnulla loca et castra partim iure directo et vtili et partim iure dirrecto tamquam feudalia ipsius et dicte Astensis ecclesie et specialiter iure dirrecto et vtili nonnullas partes loci Gouoni cum mero et mixto imperio et omnimoda iurisdictione ac pertinentiis ipsius loci et reliquas partes iure superioritatis et directi dominii ac et castrum et locum Montisacuti castrum et locum Vicie castrum et locum Montiselli castrum et locum Castagniti castrum et locum Pleye Rotariorum castrum et locum Sancte Victorie castrum et locum Poccapalee castrum et locum Cisterne castrum et locum Cellarenghi castrum et locum Magliani castrum et locum Castrinaldi castrum et locum Baldisseri pro quarta parte castrum et locum Consombrandi, castrum et locum Cortanzerii castrum et locum Publiciarum cum mero et mixto imperio et omnimoda iurisdictione et ceteris pertinentiis ipsorum locorum iure superioritatis et tamquam feudalia ipsius domini episcopi et dicte Astensis ecclesie vel aliter quoquomodo dicto domino episcopo spectantia et spectare debentia in partem aliquo vel aliquibus ex ipsis, Consideransque ipse dominus episcopus quod ea loca cum hominibus et pertinentiis magis tute et libere tenere et possidere poterit et quos pariter et deffensare a quibuscumque infestacionibus quorumcumque emullorum et inimicorum ipsius domini episcopi et dicte astensis ecclesie sub adherentia protectione et deffensione illustrissimi et incliti principis domini Caroli ducis Aurelianensis dicte civitatis Astensis etc. domini versa vice prelibatus dominus dux propter pre-

dictam eius donacionem et civitatem et eius patriam citra montes poterit tutius et habilius in bona pace et tranquillitate tenere. Hinc est quod predictus reverendus dominus episcopus constitutus in presentia et conspectu illustris et incliti principis domini Philippi comitis Virtutum generalis locumtenentis predicti illustris domini ducis Aurelianensis germani sui predicte civitatis ac terrarum et capitaneatus Astesane domini fecit et facit ex certa eius scientia et spontanea voluntate et pro bono dicte Astensis ecclesie prelibato domino comiti ibidem presenti et acceptanti ac recipienti nomine prelibati domini ducis bonam et veram adherentiam de castris et hominibus antedictis et de quibuscumque aliis locis feudalibus suis et dicte Astensis ecclesie que presentialiter tenet et possidet seu quasi, cum pactis provissionibus conventionibus et reservacionibus infrascriptis solemnibus stipulacionibus hinc inde vallatis valituris et duraturis dumtaxat in vita ipsius dicti episcopi. Et primo quod dictus dominus episcopus semper esse debeat bonus et verus amator et zellator status prelibati domini ducis Aurelianensis et dicti domini comitis Virtutum quoad omnem requisicionem prelibatorum dicti ducis et comitis ac locumtenentium et gubernatorum suorum super hoc potestatem habeant ipse dominus episcopus dictique eius vassalli de dictis locis et pertinentiis debeant et teneantur facere pacem et guerram pro prefato domino duce Aurelianensi contra quoscumque saluo contra serenissimum dominum Romanorum imperatorem et resservato semper iure in predictis et infrascriptis omnibus et singulis summi pontificis et romane ecclesie et saluo quod si contingeret quod absit quod esset guerra inter illustrissimum dominum predictum et illustrem dominum marchionem Montisferrati quod tunc et eo casu loca Cisterne Magliani Pucepalee et Cortanzoni et castri Consombrandi et Publiciarum sint in differentia inter dictos dominos.

Item etiam promisit ipse dominus episcopus dicto domino comiti recipienti ut supra quod omnes et singuli vassalli dicti domini episcopi beneficio presentis adherentiae gaudere volentes confirmabunt presentem adherentiam cum iuramento infra unum mensem proxime venturum quod etiam promittent si contingerit quod absit quod per ipsum dominum episcopum in aliquo contraveniretur in premissis vt supra per eum quod ipsi non dabunt auxilium consilium nec favorem ipsi domino episcopo nec in aliquo erunt pro ipso domino episcopo contradicturi ducem Aurelianensem nec dictum dominum comitem Virtutum nec ipsorum dominium quinimo observabunt dictam adherentiam, non obstantibus quibuscumque mandatis ipsius domini episcopi.

Item promissit ipse dominus episcopus vt supra quod si aliquis vassallus ipsius in aliquo offenderet dicto domino duci uel dicto domino comiti, uel contra predicta veniret quod tunc et eo casu ipse dominus episcopus teneatur contra talem contra facientem procedere de iure et de pacto omnibus modis sibi possibilibus et rationabilibus, et nec ideo fecit ipse dominus episcopus quia prelibatus dominus comes nomine predicti domini ducis pro quo de rato promissit ac se facturum et curaturum cum effectu omni exceptione remota quod ipse dominus dux Aurelianensis infra sex menses post suam liberam rellaxationem rattificabit et approbabit per eius patentes litteras transmittendas dicto domino episcopo omnia et singula superius et infrascripta sub obligatione bonorum ipsius domini ducis promissit per dictum dominum episcopum dictamque astensem ecclesiam ac dicta loca homines et pertinentia salvo iure quarumcumque personarum suscipere et ex nunc suscipit in eius vera et cordiali protectione deffensione et racomandatione ipsum in pace tenere et deffendere a quibuscumque guerris iniuriis offensionibus inimicis et emulis ipsorum promittendo ut supra ipsum dominum episcopum et ipsa loca deffendere modis possibilibus et rationabilibus quibuscumque promittendo ipsi dominus comes et dominus episcopus solemniter sibi ad invicem et vicissim dictis nominibus et mihi notario infrascripto stipulanti et recipienti nomine et vice dicti domini ducis absentis heredum et successorum suorum et omnium et singulorum quorum interest intererit et interesse poterit quolibet in futurum predicta omnia et singula rata grata et firma habere et tenere attendere et observare et non contrafacere vel venire per se vel alium dirrecte vel indirecte palam vel occulte pro quibus omnibus et singulis sic firmiter attendendum et observandum prelibatus illustris dominus comes omnia bona memorati illustris domini ducis et dictus reverendus dominus episcopus omnia bona ipsius et dicte astensis ecclesie sibi ad invicem et vicissim pignori obligauerunt et insuper predictus dominus comes iuravit ad sancta Dei evangelia corporaliter tactis scripturis et dictus dominus episcopus iuravit more prelatorum manus ad pectus ponendo

predicta omnia et singula attendere et observare et nullo tempore contrafacere vel venire aliqua occaxione vel causa et de predictis tam dictus dominus comes quam dictus dominus episcopus preceperunt per me notarium infrascriptum fieri publicum instrumentum vnum vel plura.

Acta fuerunt hec in civitate Ast videlicet in ecclesia Sancti Secondi de mercato Ast ante magnum altare dicte ecclesie anno nativitatis domini millesimo quadrigentesimo decimo septimo indictione decima die decima nona mensis madii presentibus reverendo patre domino Henrico abbate cafracense egregiis et nobilibus viris domino Mainisserio Quliireti Percivallo Bollen-Villerio millitibus dominis Didimo de Canibus de Papia Martino Capello et Damelle de Scarampis legum doctoribus domino Georgio Gnttuario iuris perito Odono Rottario Vasino Mallabaila Thoma Turcho Antonio Palido et pluribus aliis civibus astensibus testibus ad premissa vocatis ac rogatis.

Hinc est quod hac die mercurii sexta decima mensis martii indictione undecima anno Domini millesimo quadragentesimo decimo octavo predictus dominus episcopus ac spectabilis et magnificus miles dominus Percivalus de Bollen Villerio gubernator astensis et predicti domini ducis ac suo proprio nomine eamdem adherentiam modo et forma illis confirmauerunt et aprobaverunt ac confirmant et aprobant ac de nouo ad cautellam ex eorum et cuiuslibet ipsorum certa scientia tenendi ac firmiter et inuiolabiliter vna cum infrascriptis observandum fecerunt ac etiam firmaverunt adiicientes eidem primo quod si vigeret guerra inter predictum dominum ducem et dominum Melchionem! Saluciarum locus Baudisserii remaneat indifferens. Item promisit idem dominus gubernator nominibus ante dictis quod si aliquis vassalorum seu subditorum ipsius domini ducis in aliquo offenderet ipsum dominum episcopum uel eius vassallos et subditos seu contra predicta veniret, quod tunc et eo casu prelibatus dominus dux eiusque locumtenens gubernator et officiales predicti teneantur contra talem offendentem seu contrafacientem procedere de iure et de facto omnibus modis sibi possibilibus et rationabilibus. Item promissit dictus dominus episcopus dicto domino gubernatori nomine quo supra recipienti quod omnes et singuli vassalli dicti domini episcopi benefficia presentis adherentiae gaudere vollentes confirmabunt presentem adherentiam cum iuramento ac promittens in omnibus et per omnia prout supra in capitulo tangente ipsos vassallos fit mentio videlicet in adherentia illustris predicti domini comitis infra octavam pasche proxime venture promittentes ipsi dominus episcopus et gubernator soli sibi ad invicem et vicissim dictis nominibus et mihi notario infrascripto stipulanti et recipienti nomine et vice dicti domini ducis absentis heredum et successorum suorum et omnium et singulorum quorum interest intererit et interesse poterit quomodolibet in futurum predicta omnia et singula ratta grata et firma habere et tenere attendere et observare et non contrafacere uel venire aliqua occaxione uel causa et de predictis tam dictus dominus episcopus quam dictus dominus gubernator preceperunt per me notarium infrascriptum et etiam per Marchinum de barbasiriis notarium et canzellarium predicti domini episcopi et quemlibet nostrum fieri publicum instrumentum vnum et plura vnius et eiusdem tenoris.

Acta fuerunt hec omnia in civitate Ast videlicet in sacrestia ecclesie sancti Secundi de mercato presentibus egregiis et nobilibus viris domino Nicolino Marsalia potestate Ast Alberto de Ferariis in iure canonico licentiato vicario predicti domini gubernatoris Martino Capello et Danielle de Scarampis legum doctoribus, domino Petro Garueni primicerio ecclesie taurinensis ac litterarum apostolicarum scriptore et abreviatore Johanne Rottario de Reuigliasco texaurario Ast Odono Rottario Vasino Malabaila Thoma Turcho Antonio de Sollario ex dominis Gouoni et pluribus aliis civibus Astensibus ac Marchino de Fronibus de Bassignana nottario testibus notis et idoneis ad premissa vocatis specialiter et rogatis. Demum ibidem et incontinenti et presentibus testibus suprascriptis nobiles viri Odonus Rottarius Antonius de Sollario ex dominis Gouoni et Laurentius Palidus ex dominis Castrinaldi vassalli predicti domini episcopi ac ecclesie Astensis videlicet dictus Odonus per se et suo proprio nomine dictusque Antonius per se et suo nomine ac nomine et vice Jacobi et Raphaelis fratrum suorum nec non aliorum de Sollario condominorum Govoni consortium suorum et dictus Laurentius Palidus per se et suo nomine proprio constituti in presentia predicti domini episcopi presentis volentis et iubentis ac domini gubernatoris predicti audita et intellecta de verbo ad verbum adherentia suprascripta

volentes et intendentes gaudere beneficio eiusdem adherentie ipsam adherentiam et omnia et singula contenta in ea rattificaverunt et aprobauerunt in omnibus et per omnia prout in ea continetur ac promisserunt et iuraverunt corporaliter tactis scripturis in manibus mei notarii infrascripti ac in manibus domini Marchini de Barbasiriis etiam notarii publici predictam adherentiam et omnia et singula in eo contenta attendere et observare et non contrafacere vel venire sub hipoteca et obligatione omnium bonorum suorum et cuiuslibet eorum que bona proinde et pro predictis omnibus et singulis attendendis et observandis pignori obligauerunt et de predictis ipsi Odonus Antonius et Laurentius et quilibet eorum preceperunt per me notarium infrascriptum et etiam predictum Marchinum et quemlibet nostrorum in solidum fieri publicum instrumentum receptum et abreuiatum per Johannem de Sollario in eius protocollo de dicto eius protocollo extraxi et scripsi et in hanc publicam formam redegi iussu et voluntate ipsius. In cuius rei testimonium me subscripsi et signum meum apposui consuetum.

Et ego Johannes de Sollario civis Ast publicus apostolica et imperiali auctoritatibus notarius secretariusque illustris domini ducis Aurelianensis instrumentum infrascriptum et omnia et singula suprascripta recepi et in meo protocollo abreuiaui de quo protocollo meo suprascripto Petrus de Stratta notarius publicus predicta omnia extraxit et in hanc publicam formam redegit precepto et voluntate mei, in cuius rei testimonium hic me subscripsi et signum meum apposui consuetum.

Reperitur in quodam protocollo investiturarum et aliarum scripturarum curie episcopalis astensis antiquo receptorum ut in eo legitur per quondam Marchinum de Barbasiriis tunc reverendissimi domini Alberti episcopi Astensis canzellarii antiquo in principio cum signo sui tabellionatus incohato sub anno 1411 die decimaseptima decembris et finito sub anno 1422 die septima octobris inter alia instrumenta infrascripta adherentia in fol. 161 descriptum tenoris infrascripti.

III.

Alleanza fatta da Domenico Guttuario de Castello col duca Carlo d'Orleans pel suo feudo della Cisterna colle clausole in essa tenorizzate.

Asti 26 aprile 1418. — Archivio di Stato, l. c.

In Domini Nostri Jesu Xpi nomine amen anno natiuitatis eiusdem millesimo quadringentesimo decimo octavo indicione vndecima die vigesimo sexto mensis aprilis actum Ast videlicet sub logia sive porticu Citadelle sitis inter pontem et casetum ipsius citadelle presentibus nobilibus et egregiis viris domino Nicolino Marsalia potestate civitatis Ast Didimo de Canibus legum doctore vicario infrascripti domini gubernatoris Johanne Rottario de Revigliasco Vasinio de Malabailis et quam pluribus aliis nobilibus civibus astensibus testibus ad infrascripta vocatis et rogatis in quorum presentia et mei notarii publici infrascripti nobilis Dominicus Guttuarius de Castello filius quondam domini Jacobi dominus loci et castri Cisterne ac pertinentiarum feudatariusque ac vassallus ex ipsis loco castro et pertinentiis infrascripti domini episcopi et eius astensis ecclesie constitutus in presentia reverendi in Xrispo patris et domini domini Alberti Dei et apostolice sedis gratia episcopi astensis et comitis necnon magnifici atque spectabilis militis Perciualis domini de Bellaualle honorandissimi gubernatoris civitatis Ast et districtus pro illustrissimo principe et inclito et nobili nostro domino duce Aurelianensi astensi etc. domino protestatiõne primitus et ante omnia promissa per dictum nobilem Dominicum propter aliqua quo dicat vel faciat dixerit vel fecerit in presenti actu non vult nec intendit modo aliquo descendere nec accedere seu in aliquo derogare adherentie per ipsum alias facte illustrissimo domino marchioni Montisferrati de qua constare dixit per publicum instrumentum rogatum prouido uiro Seraffino notario publico secretario que predicti domini marchionis anno indictione et die in eo contentis suo iuramento sibi per me notarium infrascriptum dellato promisit et iuravit in manibus mei notarii infrascripti officio publico stipulanti et recipienti nomine et vice predicti domini ducis attendere et observare omnia et singula contenta in adherentia per prefatum dominum episcopum facta et confirmata cum predicto domino gubernatore nomine et

vice predicti domini nostri ducis de qua constat instrumento rogato mihi notario infrascripto ac cum Johanne de Sollario secretario predicti domini gubernatoris anno et indictione predictis die mercurii septadecima mensis marcii una cum sub protestacione predicta ac modificacionibus modis et conditionibus seu conuencionibus in eo contentis. Qui quidem dominus gubernator nomine et vice predicti domini nostri ducis omniqne alio iure via modo et forma quibus melius et validius potuit et potest ipsam promissionem ac iuramenta predicta admisit et recepit ac recepit et admittit proinde ac si in termino in aderentia ipsa prefixo et assignato facta fuissent et essent non intendens neque volens quod propter huiusmodi termini deffectum promissioni et iuramento predictis in aliquo derrogare seu intelligatur fuisse uel esse in aliquo derrogatur. Et inde de predictis tam predictus dominus gubernator nomine et vice predictis quam dictus Dominicus fieri iusserunt publicum instrumentum et plura vt expediat per me Marchinum notarium publicum et cancellarium infrascriptum ea causa ad predictum vocatum.

Suprascriptum instrumentum adherentie receptum in quodam protocollo investiturarum et aliorum iurium ac collacionum curie episcopalis antiquo receptarum et per quondam Marchinum de Barbasiriis quondam Antonii civitatum papie cancellarium bone memorie reverendissimi domini Alberti episcopi astensis autentico et signo sui tabellionatus signato in principio ipsius protocolli inchoati sub anno Domini millesimo quadrigentesimo vndecimo et die decimo septimo decembris et finito de anno millesimo quadringentesimo vigesimo secundo die decimo septimo octobris affoliato in folio n. 203 prout in eo legitur penes me notarium et causidicum subsignatum existentem inter alia instrumenta investiturarum descripta et annotata in eodem protocollo in foliis vt supra scriptum illum ex dicto protocollo ego Thomenus de Collis civis astensis publicus auctoritate imperiali notarius et de venerando collegio dominorum notariorum eiusdem civitatis matriculatus fideliter extraxi et exemplavi de verbo ad verbum prout in eodem iacet nil adito nec mutato quod mutet seu variet sensum et intellectum, et hoc vigore praecepti mihi facti per reverendum dominum vicarium curie episcopalis astensis instante domino procuratore fisci et per Jacobum Duxium curie episcopalis cansellarium receptum sub anno millesimo quingentesimo quinquagesimo nono et sub die septimo mensis septembris, in quorum fidem hic me subscripsi et signum mei tabellionatus apposui consuetum.

IV.

Il Comune e gli uomini della Cisterna prestano la fedeltà a Bartolomeo e Bernardino della Rovere, figlio il primo di Giovanni Basso d'Albissola, adottato nei della Rovere da Sisto IV, ed il secondo suo nipote, figlio cioè di Guglielmo della Rovere; ed entrambi giurano loro l'osservanza delle franchigie e consuetudini, e dei vecchi e dei nuovi statuti.

1484 25 luglio sulla piazza pubblica della Cisterna.

Dal processo esistente presso l'autore.

In nomine Domini amen: anno natiuitatis eiusdem millesimo quadringentesimo octuagesimo quarto indictione secunda die vero vigesima quinta mensis iulii actum in villa Cisterna astensis diocesis videlicet in via publica eiusdem loci presentibus ibidem spectabili legum doctore domino Johanne Raphaele de Balbis et Antonio eius filio civibus Ast venerandis presbiteris Matheo et Michaele fratribus de Agnosis de Vigono rectoribus et vice rectoribus ecclesie sanctorum Gervasii et Protasii eiusdem loci Cisterne et Bartholomeo de Cerra de loco Montafie testibus notis et idoneis ad hec omnia et singula infrascripta vocatis et rogatis, in quorum et mei notarii infrascripti presentia cum ita sit quod sicut Deo placuit quod magnificus dominus Antonius de Ruuere dominus castri et loci Cisterne feudi et diocesis reverendissimi domini episcopi astensis et comitis et curie ecclesiastice in certis et diversis annis decesserit relicto tunc post eum et superstite magnifico domino Johanne de Ruuere eius genitore (1) qui tunc predicto Antonio successit, cumque ita etiam subsequenter prefatus magnificus dominus Johannes a certis mensibus citra et nundum transacto anno decessit relictis post se et superstitibus ma-

(1) Il Giovanni Basso, chiamatosi poi Della Rovere per l'adozione accennata, era signore di Bestagno e di Monastero d'Acqui.

gnifico domino Bartholomeo de Ruuere eius filio legiptimo et naturali (1) et domino Bernardino eius nepote (2) filio quondam bone memorie magnifici viri Guillelmi laicii et heredibus vniversalibus ac successoribus illustris quondam magnifici domini Johannis et universorum bonorum suorum cuius successionis vigore castrum et locus Cisterne et vniversis iuribus bonis rebus et pertinentiis suis ad predictum magnificum dominum Bartholomeum et ad Bernardinum spectat et pertinet cupiantque magnificus vir Bartholomeus et dominus Bernardinus ab universis et singulis hominibus masculis et etatis integre loci Cisterne nouiter debitum fidelitatis et homagii iuramentum habere et recipere et ipsis vniversis hominibus et communitati et singulis personis eiusdem loci Cisterne rattificare approbare et emologare omnia et singula privilegia franchixias exemptiones immunitates libertates preheminentias bonos mores additiones et ussantias ac omnia et singulla capitulla statuta et ordinamenta antiqua nec non omnes et singullos contractus distractus cuiusvis generis et quascumque permutationes cambia donationes et allienationes alias factas et facta inter et per nobiles predecessores dominos de Garretis olim dominos dicti loci et castri Cisterne et alios predecessores eorum dominationum de Ruuere parte ex una et communitatem et homines et singullares personas dicti loci et ibidem habitantes parte altera. Hinc fuit et est quod ipsi omnes et singulli homines eiusdem loci Cisterne quorum nomina inferius describuntur constituto eorum predicto domino Bartholomeo et Bernardino de Ruere dominis eiusdem loci et castri Cisterne volentes et intendentes attenta obbligatione per predictos dominos facta ut supra eorum requisicionibus tamquam iuri consonis annuentes ex eorum et cuiuslibet ipsorum propriis nominibus ac nomine et vice totius communitatis et universitatis omnium et singullarum personarum dicti loci Cisterne unanimiter et concorditer et eorum nemine discrepante prius tum in omnibus et singullis supra et infrascriptis semper saluo et reservato iure superioritatis reverendi in Xrispo patris et domini domini episcopi astensis et comitis et eius ecclesie cui in alliquo preiudicium facere non intendunt sponte ac eorum et cuiuslibet ipsorum certa scientia per solempnem stipulationem et sine alliqua exceptione iuris et facti sese dictis nominibus obligantes promiserunt predictis dominis Bartholomeo et Bernardino ibidem presentibus stipulantibus et recipientibus pro se se et eorum cuiuslibet ipsorum heredibus et successoribus nec non mihi nottario infrascripto uti publice persone officio publico fungenti stipulanti et recipienti nomine et vice predictorum heredumque et successorum suorum dominorum Cisterne ac iuraverunt ad sancta Dei euangelia tactis corporaliter sacrosanctis scripturis in manibus predictorum dominorum genibus flexis quod ipsi omnes homines infrascripti et quilibet ipsorum eorum et dictis nominibus ut hodierna die in antea erunt fideles homines et subditi predictorum dominorum heredumque et successorum suorum, et quod nunquam erunt in consilio auxilio pacto tractatu vel favore propter quod seu quem predicti domini Bartholomeus et Bernardinus eorumque heredes et successores omittant vitam honorem statum vel membrum vel in here, aut quod aliquam lesionem iniuriam vel contumeliam recipiant et si sciverint vel audiverint de aliquo qui vellet contra predictas et Bartholomeum et Bernardinum heredesque et successores suos dominos Cisterne aliquid predictorum facere pro posse suo evitabunt et prohibebunt ne id fiat et id cum primum potuerint verbo aut per litteras vel per nuntium proprium predictis dominis intimabunt et si aliquid eis vel eorum alteri dictum vel commissum fuerit sub secretto illud nemini pandeant aut manifestabunt sine expressa aut speciali licentia predictorum dominorum et si consilium ab eis vel eorum altero petierint illud dabunt bona fide sincera et pura quod eis pro meliori videbitur et demum promisserunt et iuraverunt ac promittunt et iurant in manibus predictorum dominorum prout et sicut iurari requisiti secundum tenorem veteris et nove forme fidelitatis versaque vice predicti domini Bartholomeus et Bernardinus de Ruuere domini eiusdem loci Cisterne per se se et heredes et successores suos dominos Cisterne ex eorum et cuiuslibet ipsorum certa scientia et animo deliberato ad instantiam et reqnisitionem dictorum hominum et personarum singullarum eiusdem loci Cisterne infrascriptorum eorum nominibus ac nomine et vice totius communitatis et uni-

(1) Bartolomeo, signor di Bestagno, ecc.

(2) Bernardino, figlio di Guglielmo, figlio del Giovanni, omesso nelle recenti genealogie dei Della Rovere.

versitatis eiusdem loci Cisterne rattificauerunt approbauerunt et omologauerunt ac tenore presentis publici instrumenti ratifficant aprobant et omologant eisdem hominibus et singularibus personis ac communitati et universitati eiusdem loci Cisterne omnia et singulla capitulla statuta et ordinamenta antiqua per antecessores dominationum ipsorum observata excepto tamen volumine nouorum statutorum ipsius et per ipsam comunitatem et homines noviter presentatorum que statuta nova intendunt priusquam illa confirment modo debito renidere et renideri facere ratifficauerunt etiam et approbauerunt et omologauerunt ac ratifficant approbant et omologant omnes et singullos contractus et distractus generis cuiuscumque et quascumque permutationes cambia variaciones et alienationes factas et facta per se inter nobiles predecessores earundem dominationum de Ruuere parte una et communitatem et homines ac singulas personas dicti loci et ibidem habitantes parte altera, nec non omnia et singulla priuillegia franchixias libertates preheminencias exemptiones immunitates vsantias conditiones bonos mores eiusdem loci et ea omnia et singulla superius et infrascripta attendere et observare promisserunt in favorem dictorum communitatis et hominum ac singularum personarum dicti loci Cisterne et ibidem habitantium, que omnia et singula supra et infrascripta attendere et observare promiserunt in fauorem dictorum communitatis et hominum omniaque in presenti publico instrumento contenta et descripta dicte partes suis et dictis nominibus sibi ad invicem et vicissim videlicet una pars alteri et altera alteri solempnitatibus hinc inde intervenientibus attendere et observare ac effectualiter adimplere promisserunt et nullo tempore contrafacere vel venire aliqua ratione modo vel causa de iure vel de facto colore vel ingenio sub reffectione et restitutione omnium et singulorum dampnorum et expensarum et interesse litis et extra que et quas una pars alteri occaxione siue culpa alterius faceret incurreret vel substineret in iudicio siue extra que et quas una pars alteri et altera alteri dare soluere et restituere promisserunt et de ipsis credere verbo simplici repetentis siue testibus et sacramento iudicis taxatione et qualibet alia probatione. Ceterum pro premissis omnibus et singullis firmiter attendendis et observandis dicte partes sibi ad in vicem et vicissim omnia eorum et cuiuslibet ipsorum suis et dictis nominibus bona mobilia et immobilia presentia et futura pignori et hyppotecae obligauerunt et hyppotecauerunt renuntiantes dicte partes et qualibet ipsarum in predictis omnibus et singullis exceptioni doli mali metus et in factum actioni condictioni siue causa vel ex iniusta causa et omni alie exceptioni doli mali metus et in factum ac iuris et legum auxilio quibus modo aliqua contra promissa facere vel venire possent.

De quibus omnibus et singulis predicti domini Bartholomeus et Bernardinus vel quilibet ipsorum nec non omnes et singulli homines eiusdem loci Cisterne inferius descripti suis et nominibus quibus et quilibet ipsorum preceperunt et rogauerunt per me nottarium infrascriptum fieri et confici dno publica instrumenta eiusdem tenoris videlicet cuilibet parti unum et plura sapientis dictamine si fuerit opportunum.

Nomina autem dictorum hominum seu singullarium personarum eiusdem loci Cisterne qui et que ipsam fidelitatem fecerunt sunt hec et primo Xrispoforus Peliciarius pater Franciscus et Anthonius et Bernardinus et Joannes filii Antonius Novas Obertus Borra Constantius Malotius Dominicus de Molino pater Jacobus de Melino eius filius Henrietus Girardus Odinus de Manfredo pater Antonius et Guillelmus de Manfredo filii Philippus pauper Georgius Porrius Michael Valericus Antonius de Mathioda filii Guillelmus de Mathioda pater Johannes et Melanus de Mathioda filii Guillelmus de Mathioda Obertonus de Mathioda Johannes Scalia Geruasius Scalia Albertus de Furno Rodulphus de Furno Leo et Petrinus eius filii Georgius Barberius Albertus Balberius Thadeus de S. Pelegrino Georgius de Sancto Pelegrino Matheus de Sancto Pelegrino Antonius de Sancto Pelegrino magister Laurentius faber Petrus de Ardizono Jacobus de Ardizono Paulus de Mapello Anthonius de Via noua Petrus Obertus de Vianoua pater Miala et Petrus filii Blaxius de Roletto pater Franchinus et Anthonius filii Petrus de Toris pater Angelus Antonius et Romeus de Tuoris eius filii Henricus de Zello filii Jacobus de Moris Johannes et Geruasius de Moris Thomas Asmus Antonius Asmus Jacobus Asmus Guillelmus de Zello Antonius de Zello Johannes de Zello quondam Jacobi Jacobus de Zello Bartholomeus de Malelaris Franciscus Malelaris Gernaxius de Modia Rodulphus de Modia Simon de Modia Matheus de Modia Laurentius Pellatius Jacobus Pellatius Antonius Pellatius

Jacobus Scapinus Jacobus Scalia Martinus Vialardus Obertus Scalia Rodulphus Scalia Petrus Scalia Johannes Paulus Scalia Johannes Benedictus Scalia Donatus de Moya Petrinus Vallonus Milanus de Galino Gaspardus de Carbonis Anthonius Carbonus Johannes Cauda Matheus Cauda Henricus Scapinus Guillermus Scapinus Georgius Scapinus Johannes de Via noua magister Ritui Bernardus Giraudus Gabrieli Zinzanus Petrinus Coromes Georgius Sironus Petrus de Furno Johannes de Furno Dominicus de Salamone Petrus de Salamone Blasius de Salamone Jacobus Scarti Odinus de Salamone Marchus de Salamone Thomas de Salamone Antonius Scapinus Johannes Scapinus Matheus Scapinus Odinus Pelatii Bartholomaeus Pelatii Johannes Cellius Marchus Luorus Johannes Morus Antonius Peruinus Petrinus Peruinus Johannetus Porruis Bartholomeus Morus Antonius Morus Johannes Calminus dictus Berra Laurentius Calvinus eius filius Geronius Mena Jacobus Mena Antonius Mena Bartholomeus Mena Johannes de Cananis Petrus de Cananis Anthonius de Canauis Philippus Galetus Bartholomeus Bonardus Henricus Bonardus Petrus de Sachis Guillelmus de Sachis Guillelmus Circulus Matheus de Sachis Millanus de Sachis Petrus de Contis Antonius de Contis Jacobus de Gostrino Johannes de Gostrino Gostinus de Gostino Dominicus de Ricardono Thibaldus pauper Geruasius de Ferrariis Bernardinus de Ferrariis Milanus de Ferrariis Prothasius de Ferrariis Thibaldus de Ferrariis Guillelmus de Moris Henricus de Moris Mateus de Moris Thomas de Moris Philippus de Moris Marchus de Furno Thibaldus de Ruata Nicola Porrinus Ludouicus Porrinus quondam Johannis Antonius Porrinus Johannes Gramizia Nicolinus Gramizia Johannes de Galla Victorius de Galla Bernardus de Galla Xripo Furus Murator Nicolaus Murator Ostacius Murator Petrus Murator Antonius Girardus Jacobus de Mathioda Anthonius de Fragiis Philippus de Fragiis Guillelmus de Sathis Guilleminus pauper Petrus pauper Johannes de Guiddo Matheus della Conta Guliermus della Conta Henricus della Conta Geruaxus della Conta Simon de Prato Guillelmus de Prato Thibaldus de Prato Matheus de Prato Antonius de Prato Dominicus de Prato Dominicus della Conta Josephus Royda Georgius Pellatius Bernardus Pellatius Johannes de Boda Jacobus de Boda Anthonius de Boda Johanninus de Sala Jacobus Daucherius Antonius Murator Franciscus Girardus Geruaxius de Galletis Guillelmus de Galletis Franciscus de Galetis Odinus de Galetis Jacobus de Galetis sine Cauanis Bartholomaeus de Cauanis Petrus de Cauanis Johannes de Xandrio Rolandus de Xandrio Geruaxius de Xandrio Philippus de Xandrio Odinus Borsetus Johannes Borsetus Xandrinus de Xandrio Antonius de Faciis Britius Boga Obertus Nonus Johannes Nonsis Dominicus Nonus de quibus omnibus et singulis pariter prenominate singule persone suis et dictis nominibus et quilibet ipsorum preceperunt per me notarium infra scriptum fieri duo publica instrumenta eiusdem tenoris ut supra dictamine sapientis si fuerit opportunum. Et ego Goslinus de Vianoua dictus de Goslinis de eodem loco Cisterne publicus imperiali auctoritate notarius predictis omnibus et singullis una cum prenominatis testibus presens vocatus interfui et instrumentum rogatus sumpsi in hanc publicam formam manu mea redegi, scripsi et leuaui, meque ideo hic subscripsi et signum meum tabellionaliter apposui consuetum in fidem robur et testimonium premissorum omnium et singulorum. Et ego Secondinus de Via noua dictus de Goslinis filius quondam Goslini de Cisterna Astensis diocesis publicus imperiali auctoritate notarius suprascriptum instrumentum de verbo ad verbum de nota seu protocolis dicti quondam Goslini olim patris mei notarii mortui sua manu propria quam bene noui scripserat nullo addito nec detracto vel transportato quod substantiam mutet, et hoc de mandato nobilis Nicolai de Basis ciuis Sauone castellani a iurisdictione dicti loci Cisterne quod instrumentum sumpsi et leuaui et in hanc publicam formam redegi.

V.

Supplica ad Emanuele Filiberto, a nome del vescovo d'Asti, per indurlo a non pregiudicare col mezzo di concessioni al nuovo feudatario della Cisterna Torquato Torto, le ragioni della mensa vescovile.

1559. — *Archivio di Stato di Torino, provincia d'Asti.*

Serenissimo duca.

Quantunque il luogo e feudo de la Cisterna per donatione da imperatori fatte già per antiquissimo tempo si muova dalla mensa episcopale d'Asti e gli altri signori immediati d'esso

luogo sempre abbino riconosciuto li vescovi d'Asti per superiori e da loro come vassalli tolte le investiture, nondimeno sotto pretesto di una compra fatta di tal feudo senza licenza del reverendissimo moderno vescovo o di altro superiore il signor Torquato Torto fece contrasto prima di non rendere la fortezza e luogo predetto, allegando non essere del stato di V. A. nè compreso nei capitoli di pace e poi si è sforzato di privare esso reverendissimo vescovo di ogni sua ragione, persuadendosi non dover riconoscere tal feudo salvo dal papa dal quale passò, non ha licenza nè investitura, e così di fatto prevalendosi dell'autorità di V. A. e dei suoi ministri ha discacciato il iusdicente ivi deputato da esso signor reverendissimo, et cerca di usurpargli il possesso et giurisdizione nelli uomini contro ogni ragione, non constando che il venditore avesse legittimamente da esso reverendissimo il dominio et possesso di tal feudo. Li feudi di chiesa non si possono vendere senza licenza del signor superiore, et le vendite fatte con qualunque reservatione non debbono avere effetto innanzi investiture, et per le cose machinate in pregiudicio del rev^mo^ vescovo et perchè esso accompratore ha denegato sua superiorità *ipso iure* il feudo è devoluto e applicato alla mensa, et esso rev^mo^ vescovo usando di sue ragioni era in possesso et aveva già deputato un giusdicente, et non debbe essere privato di fatto, et li uomini di detto luogo hanno fatto oppositione e dicono che non possono essere alienati in esso Torquato, qual si è sempre dimostrato loro nemico capitale; e stando ivi capitano per il Re Cristianissimo di Francia, gli ha fatto infiniti grandissimi oltraggi come appare dalla lite vertente con detti uomini, in la quale hanno in comune detto et protestato che riconoscevano il rev^mo^ vescovo d'Asti per patrono et non potriano partirsi di soa ubbidienza, et hanno dichiarato conoscere detto signor Torquato tanto esso nemico e mal conditionato che vogliono abbandonare il luoco tutti prima che di averlo per signore; et è buon officio di V. A. di aver in protettione le ragioni e beni del vescovado d'Asti, e non permettere che i suoi feudi gli siano tolti e redutti alla Sede apostolica, et massime conoscendo la fedeltà et affettione del moderno rev^mo^ vescovo qual ricerca di stare al possesso di suo dominio e giurisdizione, e non si cura della fortezza, lasciandola al servitio di V. A. per quanto li piacerà, et se a costui è tolerato di usurpare il possesso, più facilmente ottenerà l'investitura dal papa e soppianterà le chiarissime ragioni del rev^mo^ vescovo, e se non è in possesso il papa non potrà investirlo, che esso signor reverendissimo non sia admesso in sue ragioni, e perchè esso signor reverendissimo privato del possesso non potrà poi contrastare con la Sede apostolica e con detto Torquato avendo colocato ogni adiuto delle sue bonissime ragioni in V. A. sperando che ella non comportaria alcun danno suo, umilmente supplica la si degni dichiarare che non intende per qualunque concessione sua e de' suoi ministri fatte al detto Torquato, haver derogato alle ragioni et possesso del reverendissimo supplicante nel luogo e giurisdizione sopradetti nè degli uomini de la Cisterna, annullando e revocando chiunque lettera fosse in contrario fatta, comandando a tutti suoi ministri e sudditi non abbino ad impedirsi (impacciarsi) d'esso feudo e giurisdizione, nè molestare il reverendissimo supplicante e uomini in conto alcuno, e meglio provedere come parerà a S. A. quale Iddio prosperi e feliciti.

VI.

Parere autografo dell'illustre Pierino Belli d'Alba sulle ragioni spettanti ai Peletta sul feudo della Cisterna.

1560. — *Ib. luogo citato.*

Breviter et conclusiue agendo videtur mihi discutiendum de iure primi aquirentis castrum de quo agitur, loquor de istis de Ruere, et subsequenter de iure eius heredis intelligendo tum et restringendo semper quo ad dimidiam castri obventam a predecessoribus magnifici domini Hieronimi (1) cum de alia dimidia nulla iura fuerint mihi onerosa item et quo remedio possit consuli domino Hieronimo in consequenda eius dimidia antedicta posito quod ad eum pertineat.

(1) Geronimo Peletta, che nel 1568 fu poi vicario di Chieri. È vero che altro Geronimo Pelletta consignor della Torre di Valgorrera fioriva nel 1545.

Et deveniendo ad primum ego premitto pro fundamento omnium juridicendorum quod ille primus emptor de Ruere nullo iure videtur posse se tueri quum sit dicendus male fidei possessor aut enim volet allegare titulum, et cum processerit a pretensa tutrice opportebit quod edoceat de tutella et quod intervenerint solemnia requisita in alienatione rerum pupillarium immobilium, alias est in mala fide per textum in lege quemadmodum ad agri et censi LIXI in reg quod contra iura d reg in in vi et per Bar in L 53 etsi lege §§ scire ff peti here neque hoc casu prodest error iuris licet alibi prosit ut habetur in dicto §§ scire Ita abbi in cap si diligenti col 5 vcm. Item scias, de prescriptione hic dixit gl in L 1 in vera mala fide Etsi iusti et in ha fis li x quam ibi no Bar quod mala fide presumitur intervenisse quando solemnitas fuit omissa et debitus ordo non fuit servatus, et ista est praesumptio iuris et de iure, vt dicit gl fi in d l quemadmodum et ab ista mala fide non excusat iuris ignorantia in prescriptione longissimi temporis Ita concludunt docti, maxime pau ff ea lulius Celsus ff de vsvca. qui concludit quod ignorantia iuris causat bonam fidem q l non prosit in prescriptione longi temporis prodest tum in prescriptione longissimi temporis que limit: non procederet quando lex resistit et ponit exemplum in emente rem minoris uel ecclesie et dicit quod non praescribit eam etiam in quadraginta annis propter malam fidem et ita tamen si lex cons 4. h casu presenti col 3 vers et non quia etiam dato vol 3 et cons 73 viso themate col 2 vers ex praedictis vel 11 quod est repetitum in 7 vol cons 121 et sequenti fol: vbi late examinat in casu de quarta col 11 vers contrarium tamen quod prescriptio facit pro hoc ratio quia quando in prescriptione longi temporis non prosit bona fides causata ex iuris errore est quia in ea requiritur titulus cum bona fide scilicet in prescriptione longissimi temporis titulus non est necessarius, nimirum si titulus nullus et per errorem iuris obventus non obest sed ego habeo quod in prescriptione longissimi temporis si ius commune resistat requiritur titulus vt per abb T C si diligenti col pe ad fi de prescript: nimirum si error iuris non magis excusat quam in prescriptione longi temporis. Et si remanet firma conclusio quod iste emptor sit in mala fide, et nullo cursu temporis etiam longissimi neque vllo iuris errore iuuetur maxime secundum canones quibus cum tractetur de materia pecati stari debet etiam in foro Cesaris vt habetur et non per eam in C. si de prescript: Si vero vellet allegare titulum adhuc esset in mala fide saltim constit: de anteriori possessione istius domini Hieronimi seu eius predecessoris quia quod tuum non est, debes scire ad alium pertineri iuxta l. f. c vnico vi ita Bart: l n d. L Celsus col per vers Dico etiam quod bona fides Et nichilominus postquam instrumentum tituli reperitur penes ipsum dominum Hieronimum puto quod in tuto posset per eum produci animo illud impugnandi et ad oñendum de mala fide istorum de Ruere.

Quantum vero ad heredem dicti primi emptoris res videtur habere maius dubium licet enim emptor propter iuris errorem non excusetur a mala fide vt est superius onerosum, tum illa est mala fides picta seu presumpta quando non nocet heredi per gl in l tutor rerum ff d admi tum quando ad hoc non etiam dici sing pan. d ca. in l nunquam ff de vsvca: et Alex. in L paps §§ cum quis numero 22 ff de aq pos tunc potest defendi altero de duobus modis primo ubi tempora legitima non sint decursa etiam ex propria persona heredis neque enim potest iuuari accessione ipsius autoris sui propter eius malam fidem sed requiritur quod ipse longissimo tempore possederit habetur et non in l Pomponius §§ cum quatenus per gl et dec ff de acq pos et tunc res et sine scrupulo nisi enim legitima tempora sint decursa absque vitio possessoris vel rei frustra obiicita, de prescriptione quin imo etiam vbi tempora ex persona heredis essent decursa ad hoc obstaret ei mala fides defuncti cui in vniversum successit tenendo opi gl in dl prop. ss cum quis in fi gl in ver cum qs et gl in L 11 c pro habere quantum tamen Aut de dub in dc. si diligenti motus per rationem quia heres tenetur exonerare conscienciam defuncti et ibi sequitur Abb in 7 col vers: ego vero simpliciter Alex. in d §§ cum quis col 2 et sibi etiam. Ius quando attestatur istam esse communem opi ff dii in c possessor de reg in in vi et Bart in L cum heres ff de perp:i et tempore prescriptionis contrarium teneant Ita etiam Alex in cons 99 videtur prima facie Lib. 4 cons si videretur pro decisione col 3 L 5 cons 77 viso processu col 5 et cons 172 in causa et lite cel. pe. vel 6 ubi etiam attestatur communem et posset etiam dici quod ipse defunctus fuerit in mala fide vera emendo rem a iure alienari prohibitam neque potest dici errasse in iure cum nemo in re tam clara tam supine

erret neque vt puto, in facto defuncti staretur eius dicto etiam cum iuramento videlicet alias de his que in animo consistunt credatur iuramento partis vt per gl in c significasti cl j de Rom: in vers si est ita et gl instr: de ac § 53 Iste est per Bart. in d C. Celsus col 2 v consului vt allegaret non enim video quod heres possit iuvare super his que dependent ab animo defuncti et quando verisimiliter ignorat vt per Bat. si de invest: inter de et vas lis oria c j causa pinc: in ver: successoribus et tunc non sufficit allegare errorem nisi probetur vt per Bar ff de pet: her. L sed et si lege §§ scire neque presumitur ut dixi in re tam clara nemo est enim qui nesciat bona pupillaria tum etiam feudalia non posse alienari, maxime absque causa et solemnitate. jta firmat abb in d c s diligenti col s vers i ss scias ubi distinguit post Bart inter eum qui contrahit iure resistente, et eum qui iure non assistente, clarum est autem quod hic est contractum. iuri resistentis et sic non ob quod dictum est supra de mala fide ficta resultante ex errore iuris in quo defunctus versabatur, et in casu nostro premissa fortius procedunt utente qualitate istorum de Ruere qui sunt valde sagaces et prudentes. Et hoc posset ex abundanti articulari, vt per abb ibi posset etiam dici et . . . . . constito quod iste heres habuerit notitiam de mala fide defuncti et quod res ad eum obuenerat cum vitio antedicto. eque erit ipse in mala fide ficta enim mala fides defuncti non nocetur heredi si est in bona fide secus autem si sit in mala neque potest dici in bona fide qui scit nullitatem contractus et vitium rei vnquam neque ex propria persona peribetur per textum in d. C. cum heres cum glosella in verb poterist ff de perpetuitate et tempore prescriptionis de Bart in L. furtum 57 fundi ff de vsuc. in 2 illud ff de peti here et posset probari scientiam heredis ex aliquo eius dicto seu facto maxime rimand: eius libros et scripturas si habetur copia et facultas inspitiendi sed ubi tempora non essent decursa ex persona heredis res esset in tuto.

His sic premissis si queratur quo remedio posset succurri antiquo domino dico, quod si invenit possessionem rei de qua agitur vacantem, potest eam aprendere et retinere impune iuxta textum vbi scribitur non in L fic un vi et ibi Bar ponit questionem quando res est tua propria sed vacans ab alio, forte quia alius possidebat qui fuit deiectus et deiciens postea exivit quum esset in terris.

Casus noster et dicit quando licet ibi ingredi et retinere si obiicis exequcionem dominii quam es paratus incontinenti probare vbi autem non inveniat vacantem puto eum agere posse contra istum modernum detentorem, et rem ab eo vendicare per ea que habentur et non in L. si quis emptionis § 1 c de prescriptione trigesimo anno vbi dicitur quod possessor malefidei cadenti a possessione nulla competit actio contra detinentem, sed ab eo rem vendicat prior dominus, et ibi dixit ne Bal q. caveant ii qui longissimo tempore possederunt neque possunt docere de legitimo titulo ne cadant a possessione quia dificile eam recuperabunt, si contra aliene eos articulentur que mala fide possidebant, quando probatur constito quod habuit notitiam rei seu alterius ut ibi per eum immo etiam ubi concurrerent contra istum tertium detentorem agendo antiquus dominus et iste qui vltimo cecidit a possessione prefertur dominus Ita Bart in d C fol: vers queritur gl quid si actor post gl ibi et in d C si quis emptionis § 1 vbi etiam Bal et Sal: et ne die prefertur si talis possidens qui cecidit a possessione agat rei vendicatione vel publiciana sed etiam si agat condictione ex d l fi c vnum vi quia licet remedinm illius l sit recuperandae et licet regulariter agenti interdicto recuperando non obiiciatur exceptio dominii attamen eo casu dominus de eo obicietur si tunc offerat probationes in promptum vt per Bart in d L fi de qua etiam aliquid subiungam.

Et in tantum puto licere huic domino recuperare istud castrum vel eius possessionem et vbi vacantem inveniat apprendere quin etiam totum retinere poterit citra metum pene de qua in l fi c vnvm vi cum proponatur ipsum castrum ab initio comuniter et pro indiuiso emptum et nunquam fuisse divisum ratione enim communionis maxime in his qui non habent partes discretas habenti partem licet possidere totum iuxta textum in L merito ff 1 50 in l duo fratres ff de aq be et prop terce dicit Bal in tit d phi seu alto per fed in c. imperiale § praeterea ducatus col pen quod qui habet in feudum domum communem potest absente socio totam inhabitare neque tenetur ad pensionem: caveat tum ne isto casu dominium alterius partis repellat a sua parte, tunc enim teueretur de vi ita dicit Alb: in d l duo fratres forte tum non esset irrationabile si unquam eum admitteret exigeret ab eo cautionem de eum non inquietando in parte sua cum agatur de re que esset dificilis recuperationis.

Quid autem si possessor medii temporis qui cecidit a possessione intentaret remedium capituli redintegrandi § q si quod primum magis communem operi doc etiam laicis et pro rebus mere profanis competit vt per Bar in l si coloni c de agri et censi l xi pre Abb et alios in c cum ad sedem d resti: spe an possit repelli per istum antiquiorem possessorem et dominum et videtur dicendum quod exceptio dominii contra enm non possit opponi per reg l si quis a se fundum c unum vi vbi dec non et per Ba in c sepe col fi d resti, ope vbi etiam abb et idem abb in d C. si diligenti de prescript Bar in d C si coloni pro quo possent allegari quasi infinite concordie tum ego puto quod contra eum posset opponi exceptio dominii quum ut dixi dominus inveniret possessionem rei vacantem per casum quem supra allegavi in d C f c unum vi vbi Glo et Bar ita tenent quos ref et sequitur Alex in C nat § nihil commune col 7 vers quomodo autem et col 11 vers 16 fallit ff de aq poss: Et idem puto si alias licite possessionem seu rem vendicaret a tertio possessore modo quo supra . . . . . hoc fieri posse secundo posset obiici de mala fide et iniusto titulo quo casu non competit remedium de causa redintegranda vt sub dubio forte firmat imo in dicto capite sepe quem ad hoc allegat Alex cons v circa processum col 3 versus non ob predictis licet postea solvat lib 3 vel 2 posset se tueri antiquus dominus per execucionem dominii quam offerat se statim probatur attento quod agitur de fortilitio quod est difficillime recuperationis et quasi impossibilis cum neque exercitus Caesareus illud potuerit obtinere, quo casu non fit restitutio deiecto contra dominum vt p paul d ca in L 11 c dedic di ad tal: quem ad hoc ref et sequitur Alexandrus in d § nihil commune col 10 5 fallit. Posset etiam deficientibus omnibus supra dictis remediis etiam in casu quo iste iunior et diutinus possessor ageret ad recuperationem castri contra istum modernum occupatorem se opponere antiquor possessor et dominus tamquam tertius et impediret restitutionem obtineret quando se audiri in causa proprietatis vt per Alexandrum ibi col 10 in ib fol vbi allegationem concernit.

Verum quia in casu istarum similium quando colliguntur quando d l si quis a se fundum opp: excipientem docere de dominio videndum erit quomodo probabitur et quamvis iste qui cecidit habuerit causam ab alio asserente se dominium non tum poterit dominus ex hoc se iuuare contra eum dicendo tum non potes negare me dominium cum habueris causam a me etiam si de hoc ..... instrumenta, talem practicam improbant doc in l si alienat ff sol vbi Alex et per spem quem spem allegat in tit de loca: § nunc aliqua vers L ii facit quia est quando emat a te non videor fateri te dominium Ista est gl in L i in ver a nostro domino ff q publici quam ad hoc ibi non Aug et sequenti Alex cons 43 visis et ponderatis col 3 versus preterea ad probandas l 4 tunc puto posse iuuari istum dominium ex pratica quam tradit Bart in d C si alienatio versus et per hoc dicebatur et ibi sequitur Paul de ca. quod si ecclesia vel minor vendit sine solemnitate legali potest condicere possessionem condictioni triticaria, si igitur competit ei actio seu condictio fortius dabitur retentio per vulg: reg l iniusti § cui damus ff de reg 14 Et ex premissis potest concludi, non obstante domino Hieronimo presumptum titulum babitum per partem adversam ab illa domina Violante (1) cum probetur nullus propter solemnitates omissas minusque quam obstare prescriptionem etiam longissimi temporis propter malam fidem quo ne dum nocet defuncti si etiam heredi maxime si ex propria persona non compleuerit longissima tempora prescriptionis imo etiam forte si compleuisset, cum teneatur conscientiam defuncti cuius mala fides convincitur exonerare vt dixi supra allegando non in c fi de sepul et in c si diligenti id prescripti et per Alex cons contra v, prima facie vol 4 si videretur pro decisione col 3 v 5 cons 77 viso processu col 1 et cons 172 in causa et lite col pe vol 6 vbi firmat quod neque ex propria persona potest heres possessoris male fidei se iuuare remedio prescriptionis triginta annorum. Et in dicto cons: 77 dicit competere restitutionem in integrum adversus legitimos prescriptores propter instrumentum de nouo repertum et cuius heres contra quem est prescriptum habuit iustam ignorantiam propter regulam L que in alterius ff de reg in iuxta supra allegata quando conscientia non exoneratur nisi per restitutionem rei male quesite. Neque obstabit si quis dixerit quod spectabilis dominus Hieronimus est heres dicte domine

(1) Forse alludeva a quella Violante d'Arazzo, consorte di Giacomo Peletta vivente nel 1362.

Violantis saltem mediatus vnus ob reg: quem de evictione videlicet acta quia opportebit adversarium hoc probari quando erit ei difficillimum, et dominus Hieronimus potest hoc tute negare cum agatur de facto tertii. Et quidem quod in animo consistit et licet premissa potuissent latius comprobari tum propter temporis angustiam.

Et quia veritas non consistit in multo loquendo. his ero contentus que puto iuris esse, salvo etc.

Petrinus Bellus, Cesarei exercitus auditor.

VII.

Lettera in cifra di monsignor Vincenzo Lauro (1), *vescovo di Mondovì e nunzio a Torino, al cardinal di Como (Tolomeo Galli), segretario di stato di Gregorio XIII, sui negoziati col duca Carlo Emanuele I sull'opportunità di occupare la Cisterna.*

Torino, 24 febbraio 1581.

Roma — Archivio del Vaticano — Corrispondenza della Nunziatura di Savoia.

Il signor tesoriere mi ha ultimamente scritto che la Cisterna castello di sito forte nei confini del Piemonte è già decaduto a la Camera apostolica, et perciò si desiderava da N. S. che si tentasse l'animo del duca se si poteva aveva il braccio forte per prendere il possesso in nome de la Camera non si è mancato in buon proposito di far l'ufficio col duca, mettendoli in consideratione l'importanza del luogo quando si fortificasse come di già ci era avviso che si facevano con diligenza le provvisioni di vitto per ridurlo in fortezza, a qual cosa apportaria non poca gelosia a li suoi stati et all'incontro riducendosi il castello in potere della sede apostolica varria a liberare d'ogni sorta di sospetto il duca, il quale poterà assicurarsi de la vera affetione di N S verso la persona sua come faceva di suo proprio padre, così in questa come in altra occasione.

Il duca s'intenerì assai et non solo si mostrò desideroso di dar il braccio forte come richiedeva il caso, ma me ne sollecitò. Non si è mancato dal canto mio avvertirlo et renderlo capace che il caso richiedeva secretezza grande, altrimenti si verria ad impedire. Ora faria di mestiere che la speditione si facesse secretamente, et quando così piaccia a Nostro Signore si mandasse quanto più presto affinchè si prenda il possesso avanti che fosse incaminata la fortificazione. Ne la risposta che fo al signor tesoriere mi rimetto a quanto ne scrivo a V. S. Ill^{a}.

VIII.

Altra cifra dello stesso al cardinal di Como, al quale dà ragione della risoluzione presa dal duca di fare la spedizione della Cisterna.

Torino, 14 luglio 1581.

Archivio Vaticano — Corrispondenza della Nunziatura di Savoia.

Con la occasione del Breve non si è mancato di nuovo di ricordare al duca quanto importava a la sicurezza de' suoi stati che il castello de la Cisterna fosse in potere de la sede apostolica avanti che fosse sorpreso et fortificato da qualche principe vicino, di che si correva pericolo ne la tardanza, perchè di già si sapeva che il governatore di Carmagnola, fa quindici giorni, era ito in persona con nove a cavallo et un ingegnere et avvicinatosi a la muraglia l'aveva girato tre volte; et in tale proposito non si è lasciato di mettere in consideratione al duca che il detto governatore essendo poco amico del maresciallo di Retz portava forse poca affetione al duca et a li suoi ministri principali. Il duca dopo avere confermato il tutto si offerse con molta prontezza far tutto quello che potria avendo prima voluto che si riconoscesse il luogo come già si è fatto dal governatore di Villanova; dopo il quale avviso piacque al duca dirmi avanti ieri sera di voler dar ordine che il conte di Masino governatore di Asti il quale si trova qui anderia

(1) Nato ad Amantea od a Tropea nelle Calabrie, fu nunzio a Torino, dal 1569 al 1573, poi, dopo la nunziatura in Francia, di nuovo a Torino, dal 1580 al 1585. Nel 1582 fu eletto cardinale di S. Maria *in via lata*.

domattina con cinquanta cavalli e dugento archibugieri in compagnia del cavalier Bucio (1) a cui si è data la commissione in nome della Camera apostolica, affinchè se ne vadino a Villanova, et poi marciando di notte si trovino la mattina e l'alba sopra il suddetto castello: et se quelli di dentro non vorranno obbedire pacificamente, si procederà con la forza a batterlo: et a questo effetto si condurranno di qua due mezzi cannoni. Si è ancora presa risolutione che si metta dentro un buon capitano con venti soldati fino a tanto che si vegga quello che vorrà fare il signore del luogo, et il duca si è offerto se fia di bisogno, non isparagnare in qualunque spesa per servizio di Nostro Signore, per lo che piaccia a V. S. ill.ª scrivermene un articolo che si possa comunicare, col mostrare quanto Nostro Signore si aggradisca questa pia et pronta volontà del duca et il tutto si tratta con la secretezza che fia possibile.

Riducendosi il castello come si spera sotto la Camera apostolica si considererà la spesa che vi andaria per metterlo in sicuro, et in caso che fosse poca, non saria forse male per maggior autorità di Nostro Signore in queste bande ridurre quanto prima il forte a compimento, ma in evento che passasse li mille scudi, V S. ill^ma^ si degni ordinarmi quello che si averà a fare, perciò che non volendosi entrare in spesa, saria per avventura spediente di ruinar il castello affinchè non ci fosse ruhato.

IX.

Atto della dedizione della Cisterna fatta dal capitano Antonio Acerbi al conte di Masino.
21 luglio 1581.
Archivio Vaticano l. c.
Domande et capitoli del signor capitano Antonio che sono seguiti fra esso et monsignor di Masino nel rimettere il castello della Cisterna.

Et primo disse il capitano Antonio che rimetteva il castello all' ill^mo^ signor di Masino a nome di S. A. desiderando che lui con li suoi homini e robe restino salve accompagnate dove diranno supplicando S. A. a voler avere raccomandate le ragioni et pretensioni di suo fratello et cognata, non intendendo che questo pregiudichi a sue ragioni, et constandoli del Breve o comandamento di Sua Santità, che sarà pronto obbedirli et cioè tutti suoi homini siano salvi.

Risponde l' ill^mo^ sig di Masino a nome del serenissimo signor duca di Savoia, ancora che il suddetto capitano abbia ecceduto nel voler fare la restituzione del castello et che per vigore de la militia non dovesse riceverlo se non a discretione, nondimeno avuto consideratione a la mente di S S. et di monsignor nuntio a la istanza de li quali S. A. si è movuta et conformandosi anco a la clementissima natura dell' A. S. per amore che parimente le porta detto monsignor di Masino et intercessione del signor mastro di campo et monsignor di Neviglie mediatori, si è contentato riceverlo sotto queste conditioni:

che il castello con sue monitioni militari sia rimesso subito al detto signor conte, riservando però le persone loro et robe che sono in suo uso tanto d' huomini che di donne et robe et delli suoi esistenti in detto castello. Et si conteuta il commissario apostolico farli vedere il Breve per cortesia et non per obbligo, avanti che il signor conte rimetta il castello a detto commissario: et pregherà detto signor conte S. A. a prendere la protettione di detto capitano Antonio et del signor Borso et di sua cognata, usandoli tutte quelle cortesie et mezzi per aiutarli stando la parentela che si trova fra detto sig conte e loro, con farli assicurare et accompagnare le sue robe sicuramente sin dove sarà concertato per suo servizio.

Il signor conte si contenta parimente lasciare li moschetti con sue monitioni che legittimamente sono del signor Borso, et per osservazione delle suddette cose si sono sottoscritti mannalmente ne la Cisterna 21 luglio 1581.

Io Antonio Acerbo affermo quanto di sopra si conviene et prometto di cosi eseguire.

Io gio Tommaso Valperga affermo quanto sopra.

---

(1) Il cavalier Filippo Bucci, di cui nel testo.

X.

Il nunzio partecipa al cardinal di Como la presa della Cisterna, e ne gli trasmette i particolari.
Torino, 24 luglio.
Archivio Vaticano l. c.

Si manda il presente corriere espresso per dar avviso alla S V. ill^a^ de la presa del possesso de la Cisterna col mezzo del braccio forte di S. A. la quale si come si era offerta, ha con ogni zelo et divotione verso la santità di Nostro Signore somministrate tutte le forze necessarie a tale esecutione la quale con la gratia di Dio è riuscita prosperamente nel modo che V S ill^a^ vedra distintamente nell' inclusa relatione datami dal signor colonnello Guido Piovene mastro di campo de la militia di S. A., a la quale relatione rimettendomi aggiungerò solamente che in nome della santa Sede si è provvisto il castello di un capitano pratico et valente con buon numero de' soldati et con le munitioni necessarie affinchè non si dia occasione a la parte di avere a pensare di riaverlo con forze e con qualche stratagemma, et massime in questi principii. Et intanto si aspetterà l'ordine di N. S sopra di quello che si ha a farvi et il commissario per parte de la reverenda Camera ha già preso il giuramento del suddetto capitano e fatto far la fedeltà a li sudditi, li quali hanno mostrato grande allegrezza di vedersi riposti sotto il giusto e benigno trattamento de la santa Sede, e del tutto se ne manderà minuta informazione con l'ordinario.

Il giobbia a li diciannove in tempo che fu assediato il castello si mandò un corriero espresso a Milano con una mia lettera al signor castellano per renderli conto de la suddetta esecutione, et insieme pregarlo che non si permetta qualche disturbo da la banda di quello stato contro il servizio di N S. si come V. S ill^a^ vedrà nell'acclusa copia: e lo stesso giorno per istaffetta ne mandai un'altra quasi del medesimo tenore a monsignor della Valletta governatore di Saluzzo da cui n'ho oggi avuta risposta, e con questa saranno le copie di l'una e dell'altra. Non si è ancora havuta alcuna risposta del castellano di Milano.

XI.

Lo stesso informa il cardinale segretario di stato dei maneggi delle potenze in riguardo del possesso della Cisterna e delle mire di molti, e della condotta opportuna a tenersi nell'interesse di Roma.

Cifra del 24 luglio 1581.
Archivio Vaticano l. c.

Circa il negotio della Cisterna, il sito di quel luogo secondo che si è accennato con le ultime mie è di tale importanza che ne li passati disturbi del Piemonte trovandosi in potere de' francesi si come fu loro di grandissima comodità in continuare la guerra, così apportò non poco danno a le cose di Milano, et ultimamente i ministri del Re Cattolico se ne servirono in somministrare danari et aiuti ad Ansehno per le cose di Centalo, laonde questi ministri del Re C^mo^ avevano adocchiato quel castello, et di già il governatore di Carmagnola come si scrisse a tal effetto, e con nove a cavallo et con un ingegnere l'aveva girato tre volte de fori per riconoscerlo bene talche, avendosi da essi la mira di occuparlo, se riusciva loro il disegno non è dubbio che non si corresse pronto e manifesto pericolo di dettare fra li due re con grave danno di questo paese, e conseguentemente del rimanente d' Italia, oltre che il luogo per essere nei confini de li stati di Milano, di Piemonte, del marchese di Saluzzo et del Monferato era come un asilo di forusciti et assassini, nè era molto difficile a francesi di guadagnare il signor del detto luogo, il quale non ostante che servisse Spagna si era nondimeno per una lettera di suo pugno comunicatami dal duca obbligato al duca morto di tenere quel luogo a suo comando, purche non fosse il disservigio de la Sede apostolica, per lo che veramente importava a la conservatione de la religione cattolica, a la quiete d'Italia et conseguentemente et in particolare a quello del Re Cattolico ch' il forte prefato venisse in potere di Nostro Signore: et io per lo detto rispetto mi sono sforzato iuteressare il duca et con ogni diligenza procurarne la executione.

Non giudicai a proposito che il negotio si comunicasse al ministro del Re Cattolico, qui, temendo ch'egli ne averia subito avvertito il castellano di Milano e fatto ingrossare il presidio con gelosia dei francesi, et con danno de la Sede apostolica, et forse con disservizio del Re Cattolico, per lo cui servigio importarà molto più che quel castello sia sotto di Nostro Signore senza apportar sospetto veruno ad alcuno dei vicini che divenisse in potere de' ministri di Spagna con gelosia de li sudditi vicini.

Ho fatto questo poco discorso a V. S. ill^ma^ solamente per discarigo de la persona mia, avendo inteso dal duca che il barone Sfondrati ha per tal rispetto fatte grandi doglienze del duca medesimo et di me, nè mostrò aquetarsi delle sopradette ragioni addottele prudentemente dal duca, et la mala scontentezza sua si accresce in gran parte che il medesimo giorno che si pose l'assedio intorno al castello fu per corriere espresso (come era il dovere) mandata la mia lettera al castellano di Milano et il barone non potè spedire il suo se non il dì seguente; et questo avvenne overo che egli non fosse stato prima avvertito del fatto, ovvero perchè il duca aveva già dato ordine che non si lasciasse spedire d'altri corriere alcuno fino al secondo giorno dell'assedio. Checchè sia, a me conviene per servizio di N. S. valermi qui secondo l'occasione ora dei ministri del duca confidenti a Spagna et ora di quelli che sono divoti a Francia come mi è occorso al presente che mi sono valuto dell'opera di monsignor di Cahors, il quale si è portato sì diligentemente che merita di esserne grandemente commendato da Nostro Signore con un articolo separato. Con tutto ciò m' ingegno con la gratia di Dio procedere in modo che i ministri de li due re non abbino lecita cagione di dolersi del nunzio apostolico, il quale confida intieramente che V. S. ill^ma^ come prudentissima et zelantissima del servigio di Nostro Signore, si degnerà tuttavia continuarli la sua benignissima protetione, et finchè per via di calunnia o di qualche sinistro officio non si venghi ad impedire il medesimo servizio di Nostro Signore con disturbo de la santa religione et de la quiete pubblica et accioche in questa occasione si conosca meglio lo zelo et la divotione del duca verso di Nostro Signore, non voglio di lasciar di aggiungere quello che occorse il sabato dopo la nuova de la presa del castello, portataci la mattina dal colonnello Piovene.

Venne verso il tardi un capitano il quale da certi che avevano veduto ritornare li nostri et credevano che fossero soldati forastieri essendo stato avvertito per la strada che a la Cisterna erano gionte per soccorso sette compagnie de' spagnuoli, lo credette et ne portò l'avviso al duca a cui piacque di chiamarmi et comunicarmi la falsa alarma: io se bene mi pareva poco verosimile che li ministri del Re Cattolico lo prendessero contro la Sede apostolica et che quelle genti fossero arrivate nel luogo quasi a volo, pure dubitai ancor io, et il duca non mancò sabato di rimandare in diligenza il detto colonnello per intenderne il vero et provedere al bisogno: et in tale sospetto il duca dopo alcuni ragionamenti mi disse con molta prontezza ch'esso avendo fatto questo ad istanza di Nostro Signore voleva difenderlo, et si offerse di andare in persona et impiegare tutte le sue forze con lo stato et con la vita propria per servizio di Nostro Signore, pure la sera medesima essendosi diligentemente domandato il capitano, et trovato vario, mancò il sospetto et hieri mattina ce ne assicurammo con lettere del cavaliere Butio (Bucci) scritte al duca et a me. Il duca ha in tale occasione mostrata sì gran prontezza et affetto che non solamente ha voluto far tutta la spesa, ma si è offerto, se così richiede il servizio di Nostro Signore et de la Santa Sede, provvedere il forte di genti, di polveri, di munizioni, di artiglieria et di ogni altra cosa necessaria a sue spese, come ancora ha voluto che il presente corriere venghi vicino a Roma a spese sue, sì per dar nuova del fatto, et sì perchè Nostro Signore resti servito di comandare quello che si averà da fare, cioè o smantellare il castello ovvero conservarlo, la qual cosa saria maggiore riputazione di Nostro Signore, et massime con la vicinanza di Tigliole et Montafia; et in evento che si abbia a conservare, mi ha riferto il colonnello predetto che per rifarlo et assicurarlo non passerà la spesa di 500 in 1000 scudi, perchè di già la calce et la sabbia con buon numero de' mattoni è in essere, et l'apparecchio era fatto dal signor del luogo, et per la conservazione del forte basterà un castellano con dieci o quindeci soldati in tempo di pace, et massime che non si averia a temere se non di essere sorpreso, perchè a la scoperta saremo sempre a tempo di soccorrerlo col mezzo del duca per la vicinanza, et al ritorno del commissario a cui già detti ordine che mi porti minuta informatione

di ogni cosa, si saprà il tutto più particolarmente, oltre che si faria opera che il duca ci mandi qualcuno dei suoi ingegneri per averne più certa relatione, sì come saria di bisogno tenervi la provisione necessaria con tre o quattro pezzetti di artiglieria, et nel luogo per quanto intendo ci sono alcuni moschetti: et in tal caso faria di mestieri che dal canto de li ministri del Re Cattolico non si facesse qualche impedimento. Il duca mi ha detto d'avere avviso dal suo ambasciatore in Milano che il castellano faceva fortificare Novara forse per lo sospetto della cittadella di Vercelli: et s'intende in S. Damiano, il quale è vicino due miglia a la Cisterna dopo la presa del castello si attende con maggior diligenza a la fortificatione di quel luogo.

In questa presa de la Cisterna, dai nostri fu ammazzato un solo guastatore, et di quelli di dentro vi morirono due homini. Et perciocchè in simili casi si può incorrere in qualche irregolarità degnisi V. S. ill^a^ impetrarmi da Nostro Signore l'assolutione con licenza all'avvenire, et così ancora circa il dar conseglio quando è occorso, et forse occorreria ne le cose de la medicina sopra le quali a le volte non si può far di manco per cortesia et carità cristiana. Di che mi ricordo di averne supplicata la S. V. ill^a^ quando ne la villa presi licenza da lei per lo viaggio di Piemonte.

XII.

Lo stesso accompagna l'invio al cardinal di Como di una pianta topografica della Cisterna, descrivendone particolareggiatamente le qualità e le spese per la sua fortificazione.

Torino, 25 agosto 1581.

Archivio Vaticano l. c.

Mando con questa a V S ill^a^ l'inclusa pianta del castello de la Cisterna con le misure, et insieme tutto quello che ho potuto cavare dal ragionamento avuto con il capitano Boniforte Asinario governatore del luogo et ingegniero, et insomma è che il sito di tutta la terra è sottoposto ad alcune colline vicine et più alte, et con tutto ciò è tenuto molto forte, si perchè non si potria condurre l'artiglieria eccetto con gran difficoltà et pericolo per la strettezza dei passi et per la grassezza del terreno, et si perchè si può malagevolmente venire all'assalto, laonde in tempo de' francesi il capitano Alessandro Torto con dodeci pezzi d'artiglieria grossa e venti pezzi piccoli e trecento paghe tenne di continuo la terra con gran disturbo de' imperiali, et il marchese del Vasto allora, ancorchè vi passasse vicino, non volse mai arrischiarsi di assediarla, temendo di ricevere qualche affronto, et la Cisterna aveva solamente li fianchi et le trincee di terra li quali oggidì sono tutti ruinati, ma si potrebbono rifare con non molta spesa.

Il castello poi il quale è attaccato alla terra è posto sopra un tufo alto: ha le muraglie antiche, et sopra tutti li colli vicini d'uno in fuori il quale sta quasi al pari et non batte per cortina, ma solo di rimpetto, per lo che dicono che non faria molto male: il luogo è fertile et di bonissima aria, produce ottimi frutti, buoni fromenti et vini generosi, et massime moscatelli et malvasie. È tenuto d'importanza per essere in mezzo tra l'Astigiana, Saluzzo, lo stato di Milano et il Monferrato, esseudo lontano d'Asti sette miglia, da Carmagnola altrettante, da Non quasi parimente et da S. Damiano tre miglia sole; et così viene a rendersi sospetto da tutte le bande. L'entrata può arrivare a 500 scudi incirca per quanto riferiscono gli uomini del luogo, come che non si possa sapere appunto perchè li beni del luogo non si fittavano.

Circa la riparatione, se ella si facesse secondo la forma antica, saria senza fianco verso la porta, et la porta resteria scoperta; et in questo basteria solamente rifar la ruina vicina a la porta suddetta, et l'altra ruina del piano verso ponente; et credesi che per la comodità della calce e delli mattoni che sono già in essere, la spesa ascenderia a mille scudi incirca, ma se si mettesse in fortezza ne la maniera che si conviene al sito et a l'importanza del luogo, v'anderia grossa spesa.

Per la guardia non bisogna manco di tre sentinelle et due ronde, le quali con gli ufficiali fariano quasi il numero di 40 persone. Vero è che se il castello fosse fortificato, sariano abbastanza in tempo che non fosse sospetto venticinque homini. Ora le dette ruine si sono riparate con gabbioni et per lo sospetto che si ha del signor Borso d'Acerbi già padrone del luogo, il quale è persona di conto et ha parenti et amici assai, il governatore che ora vi è dentro in

nome de la Camera, chiamato fra Luigi Vivaldo del Mondovi cavaliere di Malta et comm^re di Alessandria, persona pratica et accorta et già da molti anni trattenuta con provvisione ordinaria de S. A. ha sempre avuti 50 soldati, et ultimamente li ha ridotti al numero di 40, nè può far di meno per quanto afferma senza mettersi in pericolo che il castello sia sorpreso.

Li soldati sogliono qui pagarsi a tre scudi d'oro il mese: c'è la provvisione del governatore, il quale dovendo essere persona di portata, non averia manco di 12 in 15 scudi il mese. C'è poi il sergente, il tamburo et bombardiere, che al tutto ascenderia circa 150 scudi il mese. Ruinandosi il forte, oltre la spesa resterà il tasso sì alto che chi vorria farvi disegno potrebbe in poco tempo et all'improvviso rimetterlo in difesa, la qual cosa non saria malagevole ad eseguirsi o dal suddetto sig Borso per la dipendenza ch'egli ha, o d'alcuno de li principi vicini. Ma di tuto ciò se ne avrà più certo ragguaglio dal signor Ferrante che è più pratico et più intendente che non sono li predetti capitano, commendatore et ingegnere. E con questo bacio le mani a V. S. ill^ma.

XIII.

Il nunzio suddetto manifesta allo stesso segretario di stato un suo particolare disegno d'infeudare la Cisterna al duca di Sora, cioè al principe Giacomo Boncompagni

il 5 ottobre 1581

Archivio Vaticano l. c.

In risposta di quello che piacque alla S. V. ill^ma scrivermi de la difficoltà che si ha di trovare la persona tale quale fu circonscritta ne la mia cifra mi occurse dirle che non essendo servizio de la S. S. che si trattenghi il castello de la Cisterna con una grossa spesa la quale per lo sospetto de' principi vicini non potria diminuirsi senza pericolo manifesto di essere sorpresa con poca riputatione di Nostro Signore forse non si dovria posporre a niun altro il signor duca di Sora, a cui oltre la dipendenza ch'egli ha con la Sede apostolica avendo il Re Cattolico data la cariga di capitano generale de la cavalleria di Milano può intieramente confidare, et in tale occasione al servizio dello stesso Re Cattolico d'impiegare il denaro per comprare in persona del suddetto signore li beni de le dame francesi in Piemonte, perchè con le dette castella, et massime con quello de la Cisterna si poneria un gran freno alli vicini che hanno voglia di turbar la quiete d'Italia, con gran danno de la religione cattolica.

A le suddette castella confina il contado di Cocconà dipendente immediatamente dall'Imperio et la terra principale chiamata Cocconà per lo numero et per la povertà dei signori del logo, è oggi il ricatto de' ladri et de' cingari, li quali fanno gran male et danneggiano li luoghi circonvicini, nè si può rimediare senza disturbo, perchè la massa de li predetti cingari con li quali si accompagnano molti ladroni è numerosa; et quando si fa loro male alcuno, essi si vendicano con brugiare le cassine. Il suddetto contado potendosi per quanto s'intende avere con poca somma di danaro si averia da aggiungere a le medesime castella per ismorbarlo de li detti ladroni con profitto et tranquillità di tutto il paese circonvicino.

Restaria solamente da soddisfare all'interesse che del duca di Savoia potria avere ne le dete castella per virtù del Breve di Pio IV, et massime che la Cisterna dopo la pace per consentimento di Torquato Torto allora signore del luogo ha sempre pagato il tasso del sale al duca morto (cioè Emanuele Filiberto) come fa ora al duca presente, ma a questo non saria cosa malagevole di rimediare perchè il vescovato d'Asti ha sotto la sua giurisdizione temporale molte terre li cui signori per la maggior parte non tenendo il conto che conviene del loro vescovo vivono con tanta licenza che alcuni di loro nelle sue terre hanno fatto l'asilo de' banditi, et se non fosse il rispetto del duca, il vescovo appena potria esercitare alcun atto di giurisditione sopra di loro. Per questo il vescovo il quale tra l'ordinario e lo straordinario a pena cava mille scudi l'anno dal vescovato, volontieri permuteria la detta giurisditione con una entrata di mille scudi di più, la quale veramente saria decente a l'ampiezza et nobiltà di quella città, comeche il duca incitato da suoi ministri vadi pian piano ad imitatione del padre usurpando la detta giurisdicione la quale col tempo il vescovo perderia al tutto senza alcuna ricompensa, et massime che le castella da molti anni in qua sono già sottoposte al tasso del sale, con tut-

tociò il duca per iscarigo de la sua coscienza et per sua riputatione, forse volontieri si renderia vassallo della Sede apostolica con pigliare le dette castella in feudo con nome di vicario pontificio; et dare la ricompensa al vescovato conforme al desiderio del vescovo, per la quale gratia, oltreche il duca verria ad obbligarsi in perpetuo a la Sede apostolica, dovrà ragionevolmente spogliarsi di ogni interesse de la Cisterna, di Montafia et Tegliole, per cioche quanto a le due castella, cioè Roate Marè le quali sono de la contessa di Montafia et insieme si fittano mille scudi elle sono riputate no dipendere da alcun principe sovrano, se bene il conte vecchio di Montafia (1) come servitore de la corona di Francia, per tema di perderle le abbia raccomandate a la detta corona, per lo che il duca non mostra averne pretensione alcuna per vigore del suddetto Breve come che in esso si faccia mentione de le sue castella; ma in caso che tal partito appaia al proposito, non mancheranno altri mezzi onesti di dar satisfatione al duca. Ora in caso che Nostro Signore non piaccia quello che si è proposto, degnisi la S. V. ill^a^ ordinarmi il modo che s'ha a tenere per conservare il castello de la Cisterna, perchè io non veggo come possiamo assicurarci senza farci molta spesa, et se non si fa eletione della persona del signor duca di Sora non pare che si possa senza disgusto e mala contentezza del duca di Savoia per cagione del già detto Breve, dare la investitura ad altri che a lui.

XIV.

Lo stesso in quest'altra lettera al cardinal di Como commenda la deliberazione presa dal papa in riguardo della Cisterna.

Torino, 4 novembre 1581
Archivio Vaticano l. c.

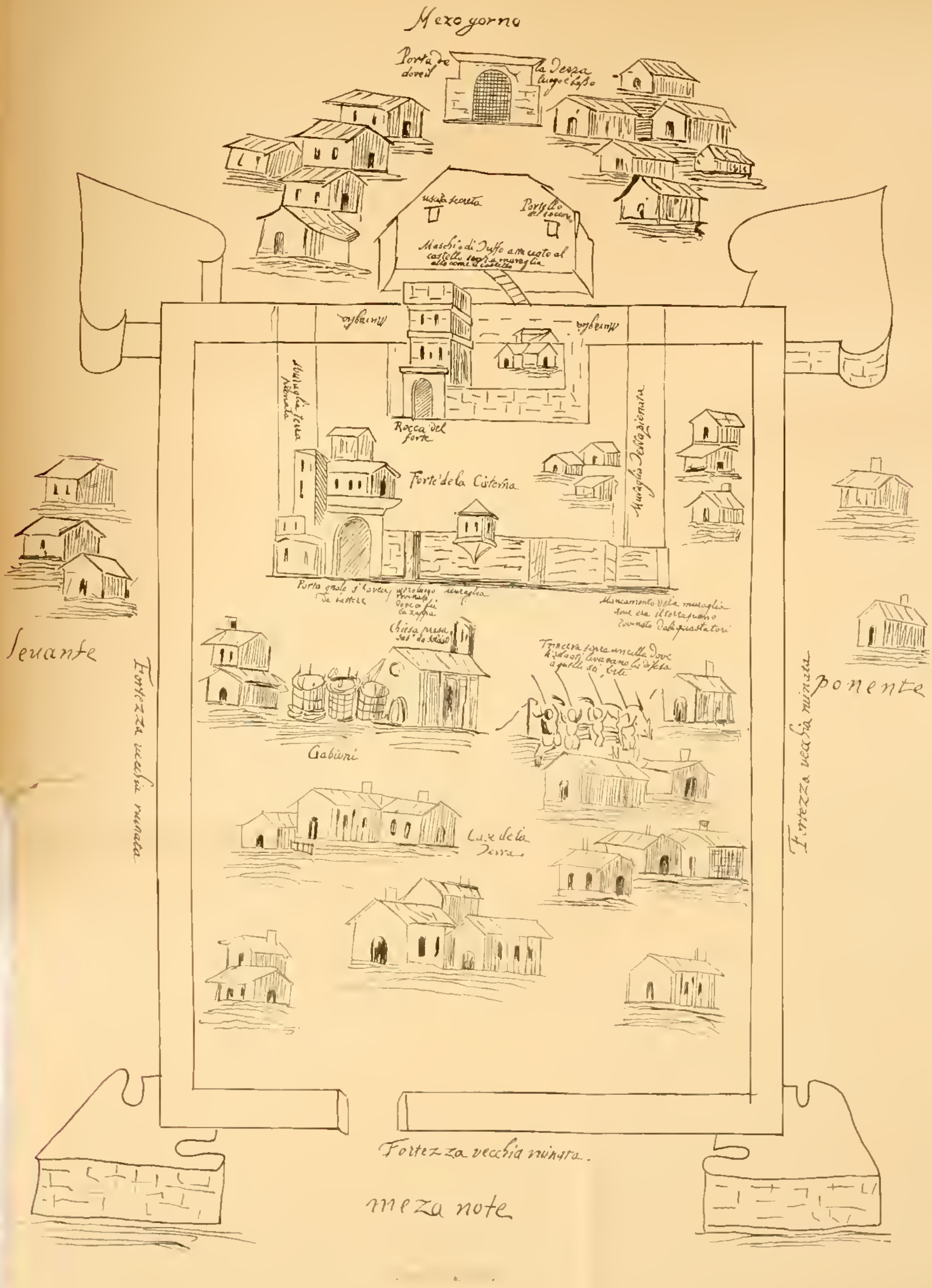
La risolutione che Nostro Signore ha preso circa il fatto de la Cisterna, oltreche è cagione di obbligare eternamente il duca con tutta la seremissima sua casa a la divotione di N. S. et de la Sede apostolica, viene in buona parte ad obviare a quelli pericoli li quali potevano nascere dal canto di Francia in danno de la Religione Cattolica et de la quiete in queste bande. Sopra di che si ha sommamente a lodare la pietà, la prudenza, et la grandezza dell'animo di N. S. in cui ha posposto il rispetto non pure di Spagna ma del proprio sangue a l'interesse de la santa religione et del ben pubblico, le quali cose insieme essendo state al vivo rappresentate al duca, si come confermano et accrescono infinitamente la divotione et obbedienza del duca verso di N. S. et de la Santa Sede, cosi rendono il dono grato et accetto oltre misura, laonde il duca ha voluto con una lettera di suo pugno a V. S. ill^a^ rapresentare a N. S. tutta la gratitudine dell'animo, che ora si può esprimere con parole, riserbandosi in tutte le occasioni di mostrar con effetto la prontezza et la costanza dell'animo suo in impiegar la persona con tutti li suoi stati in servizio di N S et de la S. Sede.

Ora per ciò che importa a la sicurezza de la santa religione et di questi stati che la Cisterna si metta in sicuro senza però far troppa mostra, per non apportar gelosia a li vicini, saria forse spediente che il duca il quale non vuole in modo alcuno comportare che per conto di quel luogo si sia fino ad ora fatta spesa alcuna da la Camera apostolica potesse come desidera grandemente continuare la spesa in fortificarla nel modo già detto, senza far molta apparenza, deguisi pertanto V S ill^a^ mandare la voluntà et l'ordine di N. S. il quale restarà servito a la pia et prudente risolutione.

(1) Il colonnello Giorgio di cui a carte 45.

Accad. R.le delle Sc. di Torino, Classe di Sc. Mor. Stor. e Filol. Serie 2a Tomo XLVIII

G CLARETTA - Sulle principali vicende della Cisterna d'Asti dal Secolo XV al XVIII.



II.

PARTICIPIO ATTIVO DEL PERFETTO

NELLE

LINGUE ARIANE (*)

MEMORIA

DI

FAUSTO GHERARDO FUMI

Approvata nell'adunanza del 18 Dicembre 1898.

" Tutto quello che è verisimile non è già certo; ...ma ...non si può dire falso sol perchè non è certo „.

Bonghi, *Storia di Roma*, III, p. 54.

SOMMARIO

Esordio. — Capo I. Rassegna critica delle figure suffissali di prc. att. Prf. (§ 1. Esempj e paradigma. § 2. Figure storiche del suff. e critica delle spiegazioni più accettate. § 3. Reliquie reali e supposte.) — C. II. Parallelismo originario di temi nominali coll'esito *-n* e *-s*. (§ 4. Nomi d'agente coll'esito ^{x}*-e/on*, ^{x}*-e/os*. § 5. Figure *-vas*, *-mas* di temi in *-vant*, *-mant* in arico, e riflessi greci. § 6. Figure suffissali del Comparativo primario nelle lingue ariane.) — C. III. Formazione epigenetica del prc. att. Prf. (§ 7. Epigenesi suffissale: ess. in base al sanscrito di temi nominali in *-u*, *-va*, *-van*, *-vant*, *-vas*. § 8. Temi participiati in arico e in greco. § 9. Il scr. *mahánt-*. § 10. Temi reduplicati o irreduplicati in *-u*, epigenetici in *-u̯e/o*, *-u̯e/os*, *-u̯e/on* e questo participiato in *-u̯e/ont* per l'attivo del Prf.: paradigma misto proto-ariano del prc. att. Prf. § 11. Chiarimenti alle forme storiche del prc. att. Prf. in relazione al predetto paradigma.)

La formazione proto-ariana del prc. att. Prf. è abbastanza chiarita quanto al complesso tematico, ma non pienamente quanto all'origine e quanto al suffisso. In-

(*) Questo saggio glottistorico aveva la data " Palermo, gennaio 1896 „ e doveva uscire nei *Supplementi* dell'*Archivio glottologico italiano* (v. copertina del vol. XIV 1), ma non v'è più comparso per motivi (scrive l'Ascoli), " che punto non implicano alcuna divergenza di principj o alcuna alterazione di personali e antichi sentimenti „. Sebbene esso veda la luce tanto più tardi, rimane sostanzialmente immutato.

Parte del fondo dottrinale e le trascrizioni, riservati i principj e i presupposti, sono del noto *Grundriss* (cito *Grd.*) di Carlo Brugmann, tranne quella del sanscrito, che è del mio *Limen Indicum*, di *ḱ ǵ* per le palatali, *q g* per le velari primitive e di qualche altro segno mancante in tipografia. — Per chiarezza spiego alcune abbreviature: m. maschile, f. feminile, n. neutro, s. singolare, p. plurale, N. nominativo, V. vocativo, A. accusativo, S. strumentale, D. dativo, Ab. ablativo, G. genitivo, L. locativo (indi, p. e., Nmfs. = Nominativo maschile e feminile singolare, NVAnp. = Nominativo, Vocativo e

fatti le lingue, in cui tal formazione si continuò o lasciò avanzi, mostrano le figure del suffisso così mutate e mutabili di fronte alla presunta originaria, che a ricondurvele, bisognà ò imimaginare una legge fonetica non punto salda, o rassegnarsi a sfaldare l'archetipo almeno in due tipi, e usare ed abusare in ambo i casi di tutte le risorse dell'analogia. — Esponendo con metodo storico-critico la quistione nei miei corsi di *Tematologia nominale classica* ho avuto periodiche occasioni di ritornare sopra un tentativo di chiarimento, non tanto del suffisso, quanto della formazione stessa del tema participiale. Sottopongo ora il tentativo ai compagni di studj.

I.

§ 1. Il prc. att. Prf. originario è rimasto vivo nella famiglia arica (sanscrito ed iranico, in ispecie avestico) e nel greco; ha lasciato reliquie vitali nella famiglia balto-slava (lituano, lettico, prussico, paleo-bulgaro ecc.) e reliquie fossili nelle famiglie italica e germanica. Non sarà inutile riunire alcune equazioni di forme vive o vitali, senza rilevare le divergenze del tema perfettale e del significato nelle singole lingue:

Da radice *ed* 'mangiare' prc. Prf. in scr. *ādivás-* tema forte (*ādiváṅs-* delle grammatiche e dei lessici, e così per gli altri), *ādúṣ-* t. debole, in greco (ἐδ-)ηδός-, (ἐδ-)ηδότ-, in lituano *ėdęs* Nms. e parimenti nel paleo-bulgaro (*ědŭ*) *jadŭ*;

r. *bhcu̯* 'divenire' scr. *babhūvúṣ-*, gr. πεφυός/τ-, lit. *bùvęs*, pb. *byvŭ*;

r. *derḱ* 'guardare' scr. *dadṛçvás-*, gr. δεδορκός/τ-;

r. *dō* 'dare' scr. *dadā/ivás-*, *dadvás-* e *dadúṣ-*, lit. *dāvęs*, pb. *davŭ*;

r. *gem* 'andare, venire' scr. *jaganvás-* e *jagmúṣ-*, avestico *jaghmuš-*, lit. *gimęs*;

r. *ghen* 'colpire, ferire' scr. *jaghanvás-* e *jaghnúṣ-*, lit. *ginęs*, pb. *žęnŭ*;

r. *leiq* 'lasciare' scr. *ririkvás-*, gr. λελοιπός/τ-, lit. *likęs*;

r. *mer* 'morire' scr. *mamṛvás-*, lit. *miręs*, pb. *mrŭtvŭ*;

r. *peq* 'cuocere' scr. *pecivás-* e *pecúṣ-*, pb. *pekŭ*;

r. *qert* 'tagliare' scr. *cakṛtvás-*, lit. *kirtęs*, pb. *črŭtŭ*;

r. *sau̯s* 'seccare' scr. *çuçuṣvás-*, lit. *saũsęs*, pb. *sŭchŭ*;

r. *stā* 'esser ritto, stare' scr. *tasthivás-* e *tasthúṣ-*, gr. ἑσταός/τ- (ἑστώς/τ-), pb. *starŭ*;

r. *u̯erǵ* 'operare' av. *vāvarʿzuš-*, gr. ἐοργός/τ-;

r. *u̯ert* 'volgersi' scr. *vavrtvás-*, lit. *virtęs*;

r. *u̯eid* 'vedere' scr. *vidvás-* e *vidúṣ-*, av. *vīdvā̃s-* e *vīduš-*, gr. εἰδός τ-. Ecc. ecc.

Accusativo neutro plurale e così via), r. o rr. = radice o radici, t. o tt. = tema o temi, prc. o prcj. = participio o participj ecc.; un piccolo *x* in alto indica un elemento qualsiasi anteposto, un piccolo graffio sotto vocale indica che essa è o fu nasaleggiata, e una lineetta inclinata, che separa due elementi fonetici, indica la loro alternanza storica o supposta (*-e/o*, p. e. nel t. lat. *equo-*. Vs. *egue, -ios/r* suff. lat. del Comparativo, come in *maio/us maior*, scr. *dadā/ivás-*; esistendo tanto *dadāvás-*, quanto *dadivás-* allato a *dadvás-* ecc.); il resto è ovvio pei lettori intelligenti.

Dalla prima data del mio scritto a questa che pongo qui sotto, non tutta la letteratura recentissima, nè tutte le nuove edizioni ho potuto vedere o tenere in conto; m'auguro ciò non ostante che la mia tesi non abbia troppo scapitato nè per tale limitazione, nè pel ritardo, entrambi involontarj.

Genova, gennajo 1899.

Fausto Gherardo Fumi.

Gioverà altresì raccogliere, come in un quadro, le figure casuali più caratteristiche delle forme vive o vitali anzidette:

Nms. scr. *vidvā́ṣ*, *-ā́n*, av. *vīδvå̊*, gr. εἰδώς; dalle citate rr. *dō* e *mer* lit. *dāvęs*, *mìręs*, pb. *davŭ*, *mĭrŭ*, egualmente succitati;

Ams. scr. *vidvā́ṣam*, av. *vīδvå̊ṅhem*, gr. εἰδότα;

Vms. scr. vedico *vídvas*, posved. *vídvan*;

neutro s. scr. *vidvát*, p. *vidvā́si*, gr. εἰδός, εἰδότα; lit. s. *dāvę*, pb. N. *mĭrŭ*, A. *mĭrŭše*;

Gmns. scr. *vidúṣas*, av. *vīδušō*, gr. εἰδότος;

Lmns. scr. *vidúṣi*, p. *vidvátsu*, gr. εἰδότι, εἰδόσι;

Smns. scr. *vidúṣā*, p. *vidvádbhiṣ*, av. *vīδūžbīš*;

feminile scr. *vidúṣī*, G. *vidúṣyās* ecc., av. *vīδušī*, gr. εἰδυῖα, ἰδυῖα; lit. *dāvusi*, G. *dāvusios*, pb. *davŭši*, G. *davŭšę*.

§ 2. Le figure suffissali che appariscono nel quadro suesposto sono: *a*) nell'arico: *-vā́s* scr. ai Casi forti, *-van* scr. classico pel solo Vms., *-vas* av. nei Casi forti (*-as* in *-å̊*, *-as-* in *-å̊ṅh-*), *-vas* scr. vedico pel solo Vms., *-uṣ* arico nei Casi deboli e al feminile, nell'av. anche nei Casi medj, giudicando dallo Smnp. (per estensione in altri Casi, Nms. scr. *vidúṣ*, av. *vīδuš*, Ams. ved. *cakrúṣam* 'πεποιηκότα' ecc.), e come uscita tematica in gradi di comparazione, ved. *vidúṣ-tara-*, av. *jaghmuš-tema-* ecc.; finalmente *-vat* scr. ai Casi medj e al neutro s. e come uscita tematica in gradi di comparazione e in derivati, scr. *vidvát-tara-*, nomi *vidvat-tā-* f., *vidvat-tva-* n. 'dottrina' ecc.; *b*) nel greco: -ώς al NVms., -ός al NVAns., -ότ in tutti gli altri Casi del mn. (fuori delle contrazioni, delle metatesi quantitative e dell'estensione di ω nominativo in forme omeriche), -υ$^{\sigma}$ al feminile colla mozione -ιᾰ, salve alcune divergenze che saranno ricordate più sotto; *c*) nel balto-slavo: *-vęs* od *-ęs* lit. col nasaleggiamento ormai smarrito, *-is* lettico, *-vu/ons* od *-u/ons* (*-ans*) prussico, *-vŭ* od *-ŭ* pb., al Nms. e nel pb. anche al Ns. neutro, che nel lit. esce in *-vę* od *-ę*, e finalmente *-us* ampliato col suff. *-i̯e/o* agli altri Casi e al feminile (Gfs. *dāvus-ios*, *mìrus-ios* lit., *davŭsę*, *mĭrŭšę* pb., Gms. *dāvus-io*, *mìrus-io* e *davŭša*, *mĭrŭša*).

Fatta la rassegna delle figure storiche del suffisso, ne riassumerò le spiegazioni più accettate e le difficoltà che vi trovo, seguendo le 3 rubriche sopra notate e aggiungendone una 4^{a}, *d*), per le figure fossili o supposte.

a) Le figure nasaleggiate del suff. nel scr. (*-vā́s* e *-van*) e nel baltico (*-vęs*, *-ęs* ecc.) indussero più glottologi da Fr. Bopp ed A. Schleicher a Giov. Schmidt ad ammettere appunto come proto-ariano un suffisso *-vant*, *-vans* (Schleicher, *Comp.*^{s}, § 218) o *-vons* (Schmidt nella Kuhn's *Zeitschrift*, XXVI, 329/377). I trapassi fonetici ammessi dallo Schleicher in questo suff. e nel parallelo di Comparativo primario (§ 232) non possono più difendersi oggigiorno in nessuna delle fonologie speciali (proto-ar. e scr. *-vant* in *-vans*, questo in *-vas* e *-us*, gr. -Fως = -Fοτς, -Fος n. = -Fοτ, γεγαώτ- con ω forse a compenso della nasale perduta, ecc.). Lo Schmidt alla sua volta vuol dimostrare con alcune categorie di esempj essere stata legge proto-ariana, che vocale lunga + *ns* in esito desse vocale lunga + *s*. La lunga del suff. di prc. Prf. e del parallelo di Comparativo primario (*-vons* in *-vō(n)s*, come *-ions* in *-iō(n)s*, l. c.,

377/409) sarebbe stata del Nms., indi estesa ai Casi forti, proto-ar. Nms. *vidvṓs*, A. *vidvóns-em*; il resto si dovrebbe a svariati intrecci analogici nelle singole lingue. Le difficoltà, che rilevò già il Brugmann nella *Griech. Gramm.* in Iw. von Müller's *Handbuch*, II, § 73 e nel *Grd.*, II, § 135, sono: 1) che quella supposta legge non ha base sicura; 2) che *-vons* dovrebbe ridursi *-vn̥s* cioè *-vas*, come *-vont* si riduce *-vn̥t* cioè *-vat*, non essendo ammissibile una riduzione di riduzione, *-ras* in *-us*, come di regola non si ammette il ridotto *-rat* in *-ut* (1). Mi pare poi da aggiungere: 3) che un prc. in *-e/ons* difficilmente si sarebbe sottratto all'analogia dei numerosi prcj. in *-e/ont*; 4) che l'allungamento nominativo, a giudicare almeno dai detti tt., non sarebbe stato legittimo nei supposti tt. in *-e/ons*; e 5) che in greco, p. e. dal Ns. sarebbe sorta negli altri Casi la figura -ωσ, o dall'A., rispettivamente dal t., la figura -ουσ. Senza venire quindi ad altri particolari estranei al mio assunto, mi permetto di dubitare che la storia del nostro suffisso abbia avuto dallo Schmidt 'ihre wohl abschliessende Festsetzung' (W. Schulze in K.'s *Z.*, XXVII, 547).

Il Brugmann espose dapprima le sue vedute sull'argomento in una ricca memoria '*Zur geschichte der nominal-suffixe -as, -yas, -ras*' edita nella K.'s *Z.*, XXIV, 1/95; ma quelle definitivamente adottate condensò nel § 136 del *Grd.*, II. Il suff. originario sarebbe *-u̯e/os*, cioè veramente *-u̯e/o+s* (nel greco anche *-u̯e/o+t*) con *e* tonico, con *o* atono nel proto-ariano, scambiati poscia o confusi nelle lingue derivate. L'antico Nms. arico dovette essere **vidvās*, serbato nell'av. *vīδ̊vā*, il Vms. *vídvas* (vedico), l'Ams. **vidvă̄́sam*, av. *vīδ̊vāṅhem*, con *ā* dal N., ovvero equivalente ad *o* proto-ar. in sillaba aperta (cfr. scr. *uṣă̄́sam*, av. *ušā̊ṅhem*, gr. ἠῶ = ἠόσα). Qui sarebbe intervenuta l'analogia dei possessivi in *-vant*; i quali avendo ab antico un t. parallelo in *-vas* col Nms. *-vās*, Vms. *-vas* (av. *-vā̊*, *-vō*, Vs. ved. *-vas*), riuscivano in scr. ad un nuovo N. contaminato, p. e. *padvā́s padvā́n*, e A. *padvántam*, n. *padvát*: questo *n* dei Casi forti avrebbe nasaleggiato il suff. del prc. Prf., o forse **vidvā́sam* passò direttamente su *padvántam* in *vidvā̯́sam* (K.'s *Z.*, l. c., p. 69). Il np. *vidvā̯́si* aveva inoltre il sostegno del nasaleggiamento, divenuto generale a partir dai tt. nasali, nei tre casi NVAp. di tutti i neutri. Quanto alla figura *-vat* il Brugmann, staccandola dalla greca -οτ, propende a farla nascere fonicamente nei Casi con affissi in *bh*....., dove *-vas* in luogo di *-us* sarebbe propagazione specifica, per modo che uno Smnp. **vidváz-bhiṣ* passato in *vidvád-bhiṣ* fosse venuto ad eguagliarsi a *padvád-bhiṣ*, e da doppia spinta avesse avuto origine la nuova figura, raffermata nel Lmnp. *vidvát-su* = *padvát-su* e nel ns. *vidvát* = *padvát*, e usata anche come tema al pari della figura ridotta *vidúṣ-*.

Queste spiegazioni son di certo ingegnose e possibili; ma in glottologia, come in ogni altra disciplina storica, le condizioni propizie all'acume degl'ingegni e le possibilità non sogliono scarseggiare. La pietra di paragone per le une e per le altre sarà sempre la verifica dei fatti. Ora, se non m'appongo, alcuni fra questi contrariano quelle spiegazioni. 1. Il prc. Prf. risulta dai confronti e dal suo stesso orga-

(1) L'avverbiale scr. *parút* 'πέρυτ/σι' mal si può scompagnare da *saṁvát* 'quest'anno', che contiene il *vat-* 'Fέτ-ος' di *-vat-s-á-*, *vatsa-rá-* m. 'anno'; tuttavia l'apocope del primo componente pare avvenuta per un popolare avvicinamento a **parv-ant-*, *párvata-* ecc. dalla base *páru-*, r. *pṝ*, *par* 'oltrepassare', onde appunto anche *para-* (v. più avanti a III 7).

nismo come una delle più anziane e tenaci, specie nell'arico e nel greco, tra le forme nominali del verbo. Tra le più giovani è la formazione dei possessivi-qualificativi in *-u̯e/ont* generalmente secondarj, e specifica in scr. nel nuovo prc. att. di Preterito, *kṛtá-vant-* 'qui fecit', non ancor participiale nel Ṛgveda, usato poi predicativamente con o senza copula come un Preterito di verbo finito. Non si capisce perchè le forme così antiche e caratteristiche del prc. Prf., massime le ariche in *-vŏ̄s* ed *-us* sì ben mantenute nell'avestico, ignaro della nasale nel prc. e che pure ha *thvāvą̄s* = scr. *tvā́vą̄s* 'un come te', abbian subíto l'azione di quei tt. secondarj senza lasciar traccia di un invertimento di parti. 2. Tanto più diretta poteva esser un'azione del prc. Prf. sui possessivi in *-vant* (*-mant*) e non viceversa, se questi facevano alcuni Casi da un t. parallelo in *-vas* (*-mas*). Anzi lo Schmidt (l. c., 391 e 393) vuole appunto così e ripete dal Nms. *vīd̊vā̊* e simili l'uscita avestica in *-ā̊* di quei possessivi. Del resto i N.^{vi} avestici non son troppo probanti, e poco più lo sono i V.^{vi} sanscritici in *-as* e *-an*, apparendo in genere quelli e questi nella vita delle due lingue come risultati finali di scambj analogici. L'appiglio di connessione fra i tt. in *-vant* e il t. di prc. Prf. è quindi, anche pel solo scr., assai mal fido e conduce tosto ad un Nms. analogico sopra un altro Nms., analogico anch'esso alla sua volta sopra una coppia non più sanscritica, ma presunta arica o proto-ariana addirittura. 3. Questa referenza ai tt. in *-vant* è quasi sussidiaria al Brugmann per tutti gli altri Casi fuori del Nms. Qui bisognava dar ragione dell'elemento nasale del prc. Prf. nel scr. e nel baltico; trovatala come analogica nell'un campo, ne veniva la necessità di trovarla eguale nell'altro. 4. Parimenti la referenza ai tt. in *-vant* è sussidiaria nella spiegazione dei Casi medj, più diretta pel t. neutrale, in scr., ma sempre conduce ad una separazione forzata della figura scr. *-vat* dall' -οτ gr. (*-ōth* gotico?) e ad una seconda necessità, di porre, cioè, come originario e parallelo di *-u̯e/os* un suff. *-u̯e/ot*. 5. Nessun glottologo si adombra oggi innanzi ai doppj suffissi originarj e alla miscela di più tt. in un paradigma; ma parecchi possono domandare come mai un t. proto-ar. *u̯idu̯e/os* (sia *u̯éi̯d-u̯os-*, *u̯id-u̯és-*, *u̯id-us-*) siasi ben fermato sano o ridotto in tanti Casi e derivazioni di più lingue e non abbia lasciato nessun avanzo vedico di Casi forti, fuori del Vms., mentre i tt. in sibilante *actionis* et *actoris* erano antichi e compiutamente inflessi. Perchè scomparvero in scr. **vidvā́s* Nms. (εἰδώς), **vidvă̄'sam* A. (av. *vīd̊vā̊ṅhem*), **vidvás* neutro (εἰδός) ecc., di fronte ai Casi rispettivi dei tt. in *-as*, come *apā́s* 'attivo', *vedhā́s* 'pio' ecc., *apásam vedhā́sam*, *apás vedhás*, per dare il passo ad una analogia che è estranea o non eguale in altre lingue? Che questo t. sibilante s'asconda in parte negli antichi Casi *pada* può darsi, ma non è punto provato. Certamente la dentale sarebbe nata per *saṁdhi* avanti *bh* e indi propagata avanti *s*, potendosi spiegare con tal processo ess. consimili (*-dhvátsu* in Ṛv. di *-dhvás* 'cadente', come *dvítsu* di *dviṣ-* 'odiante' ecc. da *-dhvádbh...* e *dviḍbh...* ecc.) ed essendo poco fondato il supposto dello Schmidt (l. c., 348), che *vidvát-su* rappresenti una legge fonetica proto-ariana e *máhas-su máhaḥ-su* una specifica del scr. Tuttavia fa meraviglia che non resti nessuna reliquia vedica di t. in *-vas*, o in *-uṣ* così invadente nell'avestico, appunto in quei Casi, che, cioè, non apparisca nessun *-o-bh...*, nè *-ur-(d̨)-bh...* (cfr. *uṣóbhiṣ* accanto a *uṣádbhiṣ*, *cákṣurbh...* ecc.; nè è credibile che un scr. **vidúz-*, **vidú-d̨-bh...* potesse cedere all'analogia dei tt. in *-vant*) e nemmeno

-as-u od *-as|ḥ-su* (cfr. *mánas-u* e *mánas|ḥ-su*). Bastano, all'opposto, i tre ess. vedici di Casi con *-vat* (Whitney, *Ind. Gram.*, § 462 *b*) per autorizzarci a pensare, che nella lotta per l'esistenza fra due tt. concorrenti ha dovuto soccombere a pro' di quello uscente in *s* uno coll'esito *t*, di cui solo gli avanzi sopravvissero nel paradigma indiano.

b) Ammesso pel greco il suff. -οτ non v'è nel resto della flessione alcuna difficoltà. Da un lato l'uscita nominativa -ώς m., -ός n., risponde alla teorica proto-ariana *-u̯ōs*, *-u̯os;* dall'altro tutto il paradigma è dal t. parallelo in *-u̯ot*, e il feminile continua quasi regolarmente un originario *-us-ī́*, G. *-us-i̯ḗs* ecc. Il Brugmann, *Grd.*, II, p. 318, suppone anche un più antico *-u̯és-ī* Ns. e crede che certi feminili dialettali, come γεγονεῖα ἐρρηγεῖα ecc., col G. γεγονυίᾱς ecc. (indi lo scambio), risalgano appunto, salva l'intrusione dall'A. al N. di -ιᾰ per -ī, a quella forma più sana (Giles-Hertel, *Vergl. Gram. d. klass. Sprachen,* Leipzig, 1896, § 353 n. e § 534, ripete, come quasi sempre, il *Grd.*). Quanto ai feminili omerici, attici ecc. del tipo ἑστῶσα, erodoteo ἑστεῶσα, son dati per materiali aggiustamenti, o analogie parziali, del t. perfettale e dell'uscita, ad es., di τῑμῶσα; e come analogie totali, sul tipo dei prcj. att. di Presente, Aoristo forte e Futuro, si spiegano l'om. κεκλήγοντες, l'esiodeo ἐρρῑ́γοντι e simili.

A rigore le uscite nominative -ώς m., -ός n., possono dichiararsi, da chi pone pel greco un suff. parallelo -οτ, come prodotti specificamente ellenici, colla lunga al m. non compensativa, ma organica o di grado forte (-ωτς), e con vocal breve, e ς al n., non da τ, ma analogico sul m., pel sostegno delle coppie similari λείπων, λῖπών, λείψων, σώφρων, ψευδής m., λεῖπον, λῖπόν, λεῖψον, σῶφρον, ψευδές n. Così sarebbe levato di mezzo il t. sibilante, contenendolo il feminile -υ$^{\sigma}$-ια come cimelio fossile; e invero anche nell'arico appar sempre la figura ridotta *-uṣ-ī-*, non mai la normale **-vas-ī-*. Che questa siasi mantenuta sporadicamente nel terreno greco non è probabile. I dorici e attici γεγονεῖα ἐρρηγεῖα, allato a γεγονυῖα ecc., arieggian piuttosto un'innovazione sopra un apparente tema in -υ, col f. -εια, per modo che da (ἐ)ιδυ-ῖα qualche volgo creasse **(ἐ)ἰδε-ῖα* quasi sopra un t. **(ἐ)ιδύ-*, come ἡδεῖα sopra ἡδύ- (v. anche Curtius, *Griech. Verbum,* II, 177, che di ἐρρηγεῖα dice ' muss eine speciell griechische Umformung sein ', e cfr. gli attici ἰδυῖοι ἰδῦοι e i laconici βίδυοι βίδεοι ' ispettori ' appunto sul tipo feminile). La figura ridotta -υ$^{\sigma}$- è quindi solitaria (un **ἐστ-υF-ώς* = scr. *tasth-iv-ā́n* per **tasth-uv-ā́n* è mera ricostruzione dell'Osthoff, *Geschichte des Perfects,* Strassburg, 1884, p. 471, 401 ss.) e certamente anche pei più antichi Elleni affatto estranea al t. originatore in *-u̯os*. Quest'ultimo t. non deve tuttavia essere eliminato per ragioni glottistoriche dal terreno greco; dove invece l'analogia del Comparativo primario chiamerebbe collaterale un t. in *-u̯on*, che però si esclude per principio e perchè in greco non v'è traccia di forme nasali pel prc. Prf. Al posto delle forme nasali appariscono quelle in -τ, che son sempre la pietra dello scandalo (v. Pezzi, *Lingua Greca antica*, p. 158).

c) L'antica figura nasaleggiata, che esisteva e in parte sopravvive nel baltico al Nmns., è spiegata dal Brugmann come innovazione analogica sul modello del prc. Pres. Caduto il raddoppiamento, il prc. Prf. divenne per funzione e spesso per forma presuffissale un prc. di Preterito. Il Ns. proto-baltico doveva uscire in *-u̯ēs* m., *-u̯es* n. (apofonia chiara di fronte alla cupa del gr. -ως, -ος): *-u̯ēs* per influsso dei prcj. Pres., come *režą̄s* ' vehens ', dialettalmente anche *režans* e *režus* (lettico?), si mutò dapprima in *-u̯ą̄s*, poi, sul tipo, p. e., di *válgęs* ' edens ', Inf. *válgyti*, in *-u̯ę̄s*, e naturalmente

sul n. *vežą̄*, rispettivamente *válgę*, il nuovo n. -*u̯ą̄* da -*u̯ą̄* (*dāvę̄s* 'qui dedit', *vēžę̄s* 'qui vexit', n. *dāvę̄ vēžę̄*, comunemente *dāvęs dāvę* in lit., *klantī(w)u̯ons* 'qui damnavit', *laipinno,ans* 'qui jussit' sopra *sīdons sīdans* 'sedens' in prussico). Il *u̯* o *v* iniziale del suff. sarebbe caduto regolarmente dopo certe consonanti, poi grado a grado dopo tutte, restando solo dopo vocali; e qui pure può supporsi raffermato o ricondotto, tanto nel baltico, quanto nel paleo-bulgaro, dall'analogia, p. e., di *bùv-ęs* lit., *byr-ŭ* pb. = *ba-bhūvás-* scr., πε-φυϝός/τ- gr. ecc. Quanto all'uscita nominativa -*vŭ* e -*ŭ* mn. del pb., il Brugmann poneva dapprima (K.'s *Z.*, l. c., 83) nello slavo originario il Nms. in -*va* = -*vās*, mutato in -*vŭ* a cagione dell'omofonia coi feminili in -*ā* proto-ar. e sul modello dei maschili in -*e/o* proto-ar., e il Nns. in -*vo* = -*vas* eguagliato al maschile per cosifatta eguaglianza nel prc. Pres.; poi (*Grd.*, II, § 136), sempre riconosciuta la fusione del n. e del m., ammise una doppia spiegazione: o i proto-slavi **davus *mĭrus* m. continuano un proto-ar. e arico *vidús* Nms. ridotto, o le primitive uscite furono -*va* = -*u̯ōs* m., -*vo* = -*u̯os* n., e quest'ultima (-*vŭ*, -*ŭ*) prevalse pei due generi. Il feminile e il resto della flessione pei tre generi nel balto-slavo risulta dalla nota ampliazione coi suff. -*i̯ē*, -*i̯e/o*.

Ammessa l'analogia dei prcj. Pres. sul prc. Prf. nel baltico, meraviglia un poco il distacco fra lituano e prussico nel colorito vocalico del suff., in questo perfettamente eguale al prc. Pres., in quello diseguale per nuovo accomodamento ad una data classe di verbi, ovvero, secondo il *Grd.*, II, p. 413, per l'apofonia chiara del suff. perfettale (-*u̯es*). Nel pb. poi si finisce per volere l'apofonia cupa (-*u̯os*) e una continuazione più o men diretta del prc. Prf. proto-ariano, non intervenendo l'analogia del prc. Pres. se non a rassodare l'eguaglianza del Ns. al m. e al n. E perchè il n. **davo* (*davŭ*) doveva prevalere sul maschile **dava* (sia pur **davō; Grd.*, § 193), e non viceversa, come avvenne appunto nel prc. Pres. (pb. *vezy* mn. = **vezū*, **vezus* m. 'vehens', ma *vezŭ* mn. 'qui vexit')? Non contati altri dubbj minori, uno si presenta quasi pregiudiziale ed è, se il balto-slavo offra davvero tante divergenze di continuazione e di analogia in una formazione così antica e caratteristica e se non sia quivi un indizio d'una duplicità tematica proto-ariana.

§ 3. Aggiungo, come dissi, pochi cenni sulle reliquie fossili o supposte del prc. att. Prf.

d) Italico. — È antica congettura di G. Curtius, che avanzi irrigiditi colla figura suffissale -*u̯es* sieno i sostantivi latini *cadā-ver* 'ciò che è caduto, πτῶμα' e *papā-ver* 'ciò che è gonfiato, cfr. *papilla*', con *r* per *s* dai Casi obliqui. La difficoltà, oltre che nell'isolamento dei due nomi e nel contrasto fra l'apofonia chiara di quel supposto suff. e la cupa del suff. -*ios/r* di Comparativo, risiede nell'*ā* presuffissale; poichè *cadābundus* pare proprio imitazione di *cassābundus* (Nevio) da *cassāre* (Plauto). Più ardita ancora e inverisimile è l'ipotesi del Curtius e ad un tempo dello Schulze, che ricondurrebbero ad un'antica perifrasi di prc. Prf. fossile con forme del verbo *esse* i Perfetti in-*vi* (-*ui*); onde, p. e., *sēvimus sēvistis, sēveram, sēvero, sēvissem* ecc., verrebbero da **sēves^smos *-^stis, *sēves^esām* ecc., e così dai prcj. **amāres-*, **delēres-*, **audīres-* sarebbero nate, con particolari alterazioni di suoni, di accento e di quantità, le figure perfettali *amāvi* e *domui, delēvi* e *habui* ecc. Come per tali ipotesi si volle ritrovare in latino il prc. Prf. col suff. -*u̯es*, così qualcuno (Johansson) credette

scoprirlo col suff. -u̯et in *caput* per **qap-u̯et-* dalla r. che è in *capio*. Finalmente si rintracciò anche il suff. ridotto *-us* nel prisco lat. *persibus* di Varrone e Festo (nel ms. *persicus*), di Nevio e Plauto, col significato, che Paullo epitomatore non dà per certo scrivendo '*peracutum significare videtur*' (Festo, ed. Müller, 217). Questo vecchio vocabolo è riconnesso all'osco *sipus* della Tavola Bantina (*sepu* dell'epigrafe di Velletri?), tutt'uno con *sibus* citato egualmente da Festo, che spiega '*callidus sive acutus*' (Müller, 336). L'osco *sipus* 'sciens' od è analogo a *facus praefacus* da t. **facu̯o-* e risale a **se/ipu̯o-* (Sophus Bugge), o secondo i più (Schmidt, Osthoff, Brugmann ecc.) è **sē/īp-us* prc. Prf. in figura ridotta, simile all'arico *vidúṣ*, ma col t. perfettale **sēp-* (it. seppi: **sēpi* per *sapui* :: ebbi: **hēbi* per *habui*, e cfr. di *facio jacio ago* i Prfi. *fēci jēci ēgi* ecc.). Dato dunque l'osco *sipus sibus* con ī, si è voluto leggere *per-sībus* in lat., benchè la quantità dell'*i* sia dubbia nei poeti citati, e si vuol quel vocabolo un mero *oschismo* (Stolz, *Histor. Gramm. d. lat. Spr.*, Leipzig, 1894-95, §§ 134 e 270). Sia pure l'osco un prc. Prf. o un t. in *-u̯o* (non in *-o*, come voleva il Corssen, perchè al Nms. avrebbe dato **sip/bs* o **sep/bs*), il lat. *per-sibus*, tanto a cagione del *per* aumentativo, quanto per la foggia del composto, può ben essere indigeno, **per-săbo-* in *per-sĭbo-*: **per-făco-* in *per-fĭco-* (*perfĭca natura* in Lucrezio, e **sab-io* in it. *saggio* di fronte a *sapiente-* in it. *saccente*, colla nota vece già proto-ariana di sorda e sonora, specie in fin di radice; cfr. anche *nesapus* in Ter. Scauro e *nesapius* in Petronio). Ciò riguarda la lezione *persibus* e la connessione alla r. osco-lat. *sap/b* (ant. alto-ted. *int-seffen* 'merken', Prf. *int-suab*); pur merita riguardo anche la lezione *persicus*, per la quale saremmo ricondotti ad una r. *seq* (scr. *sácate* ἕπεται, got. *saíhvan* 'sehen'), onde giustamente **sequo-*, **se/ico-*; sicchè il prisco latino *per-sicus* sarebbe stato '*per-spiciens, per-spicuus*'. Apparisce senza contestazione il nostro prc. Prf. irrigidito nelle forme osco-umbre del Futuro Esatto. E invero l'uscita *-us* di 2ª s., *-ust* di 3ª rivela un'antica perifrasi, col Nms. allo stato fossile, del prc. Prf. e di forme congiuntivo-futuro del verbo *esse:* umbro kuvurtus 'converteris' = *kuvurtus^s^es, amprefuus 'circumieris', *dersicust* 'dixerit', osco *fefacust* 'fecerit' = **fefacus^s't, fust* 'fuerit' ed 'erit'. Il dubbio è soltanto se si debba leggere *-ūs* e risalire quindi alla figura proto-ar. *-u̯ōs*, ovvero *-ŭs* ed eguagliarlo alla figura ridotta dell'arico *vidúṣ* e dell'osco *sipus;* ma tutto concorre a favore di quest'ultimo concetto, tanto più che l'umbro -fuus è isolato e può essere un **fūvus* rispondente al Prf. lat. *fūvi* e al prc. scr. *babhūvás-*.

Germanico. — S'adducono come reliquie di prc. Prf. i gotici *veitvōth-* m. 'testimone' e *bērusiōs* Nmp. 'progenitori', che pare *maschileggiato* da un feminile originario coll'ampliazione *-i̯ē* (*-i̯e/o*) di un **bēr-us-* 'che portò, partorì'. Analoga origine ed ampliazione richiamerebbe, fra altri, l'anglo-sassone *ēgsa*, antico sassone *ēcso* 'possessor', riportato ad un supposto got. **áig-us-ja-* dal verbo *áig-an* 'possidere, habere'. Lasciando queste reliquie ampliate, riconosco anch'io che *veitvōth-* s'appaia a *mēnōth-* 'Monat' e che ambedue hanno l'impronta di prodotti specifici. Tuttavia noterò, sebbene la flessione nasale siasi estesa analogicamente nel germanico, che nel caso del gotico *mēna*, antico alto-tedesco *māno*, inflessi sul tipo, ad es., di *guma, gomo* 'homo', il confronto col lit. *mẽnů*, simile ad *akmů̃* 'ἄκμων', *szů̃* 'κύων' ecc., può condurci ad un antico t. *mēne/on-* equivalente a un t. *mēne/os-* (gr.-lat. *mēns-*), qual'è nel lit. *mẽnes-io* Gs. Sarebbe così sbocciato nel proto-germanico col suff. *-t-* (*-th-*),

aggiunto alla figura nominativa *mēnō(n)*, il nuovo *mēnōth-*, e dato che vi sia stato anche il t. *u̯eidu̯e/on-* (accanto a *u̯eidu̯e/os-*), esso di per sè o su *mēnōth-* avrebbe in egual modo dato origine al nuovo t. *veitvōth-*.

II.

§ 4. Appunto la coesistenza e la mutua azione di due tt. cardini, uno in *-e/on*, l'altro in *-e/os*, intravedo come primo fondo della formazione di prc. att. Prf. nelle lingue ariane.

È noto quanto abbondino in esse i tt. nominali coll'esito *ˣ-e/on*, tali sin da principio in rr. bisillabe, o da tt. in *-e/o* (*-u̯e/o*, *-me/o* ecc.), coll'aggiunta *-n*. Restringendomi ora e poi di proposito all'arico e al greco, e in ispecie al scr., riporto alcuni di questi tt. fatti dalle nude rr., i quali hanno il valore storico di aggettivi o agg. sostantivati maschili (senza pregiudicar la quistione di priorità fra *nomen actionis* e *nomen actoris*), ma che fan travedere il senso primitivo d'agente. Abbiamo dunque:

**arṣ-an-* in scr. *ṛṣa-bhá-* 'toro, maschio', av. *arsan-*, ἄρσην ἄρρην, jonico ἔρσην, da r. *arṣ* 'gocciare, scolare', indi in origine 'gocciante, scolante, fecondatore', e cfr. *vṛṣ-an-* 'toro' da r. *vṛṣ*, *varṣ* 'piovere'; *áç-an-* scr., *asan-* av. 'pietra, vôlta celeste', e cfr. *áç-man-* 'ἄκμων', da una r. che disse forse 'acuire' (*açú-* 'ὠκύς'); *ukṣ-án-* 'toro', r. *ukṣ* 'stillare'; *tákṣ-an-*, av. *tasan-* τέκτων, r. *takṣ* 'tagliare, formare'; *pūṣ-án-* 'sole', r. *puṣ* 'nutrire, prosperare'; *rā̆j-an-* 're, signore', r. *rāj* 'dominare'; *ságh-an-* 'avvoltojo', r. *sah* 'superare'; *sneh-an-* (?) 'amico', r. *snih* 'esser grasso, aderire'; *spas-an-* av. 'guardiano' r. *(s)paš* 'osservare' ed altri (*Grd.*, II, § 114).

Meno copiosi sono i tt. colla uscita *ˣ-e/os*. Anzitutto bisogna confessare che nelle lingue ariane, come noi le conosciamo, questi tt. appariscono con valore di sostantivi astratti, specialmente neutrali, sol qualcuno come concreto (maschili, uno feminile) o predicativamente come aggettivo in origine ossitono: neutri in scr. *cákṣ-as-* 'occhio', *tár-as-* 'forza', *máh-as-* 'grandezza', *yáç-as-* 'autorevolezza' ecc., maschili *jár-as-* 'decrepitezza', *bhiy-as-* 'timore' ecc., feminile *uṣ-ás-* 'aurora', agg.[vi] *tav-ás-* 'forte', *mah-ás-* 'grande', *yaç-ás-* 'autorevole' ecc. Tuttavia è ammissibile per le origini l'opinione del Bopp, che anche quel suff. abbia fatto dapprima dei nomi d'agente, poi variamente aggettivati o sostantivati: scr. *uṣ-ás-* 'splendens', poi sostantivato come f. 'aurora', *cákṣ-as-* 'videns' in *nṝ-cákṣas-* 'homines-videns' (Atharvav. *cákṣ-an-* o su *ákṣan-*, o pari a *cákṣ-as-*), poi 'oculus', *tar-ás-* 'festinans', poi 'velox', *téj-as-* 'fulgens', poi 'fulgor' ecc. (*Grd.*, II, § 132). In ogni modo è contradittorio il negare una funzione predicativa ai tt. in *-e/os* e ammetterla nei tt. di prc. Prf. in *-u̯e/os* e di Comparativo in *-i̯e/os*. Certo non si può far conto di composti, come *an-āgás-* 'ἀν-αγές-', *dur-* e *su-mánas-* 'δυσ- ed εὐ-μενές-', av. *dcuš-sravah-* 'δυσ-κλεές-' e simili, originarj appositivi (*karmadhāraya*) passati a senso attributivo (*bahuvrīhi*); pure è notevole l'adattamento analogico, p. e., di *sú-vidvas-* a *su-pīvás-* (n. *pī́vas-* 'πῖος'), facilitato dall'eguaglianza degli agg. *vidván-* 'scaltro' in Atharvav. (in Rgv. *vidmán-*, ma *vidvánas* e av. Inf. *vīdvanōi* 'εἰδέναι') e *pī́van-* 'πῖον-', onde tornava quasi l'antica equivalenza di tt., quali i citati *cákṣas-* e *cákṣan-*, che dal concetto 'che vede' si sostantivarono nei due neutri della lingua.

Omettendo altri indizj di tale equivalenza che si ricavano dagli aggregati derivativi, non nego la possibile composizione con un Dfs. **-dh(i̯)ai̯* ' azione ' degli Inf.[vi] mediali *bhúradhyai* scr. e φέρεσ-θαι, da tt. sostantivi o sostantivati **bháran-* (*-n̥-*) e *φέρες-, **bháras-* (cfr. εἴδεσ-θαι ed εἰδέν-αι e Ds. *jīvás-e* scr., Ls. *viver-ĕ* lat. come Inf.[vi] attivi; e v. il mio studio *Sulla formazione latina del Preterito e Futuro Imperfetti,* Milano, 1876, e Ceci, *Di un nuovo Inf. latino*, Roma, 1894, che sulle orme del Fay vede un'egual forma d'Inf. nel Gerundio *feren-dī*).

Il primitivo parallelismo di tt. in **-e/on, *-e/os* pare inoltre abbastanza trasparente in certe forme nominali che il linguaggio vedico assicura antiche, benchè nessuno neghi che alcune varianti abbiano potuto esser frutto di analogia o di metaplasmo (*Grd.*, II, § 391). Citerò qualche esempio sempre in base al scr.

a) L'estensione dell'uscita nasale, massime nei nomi denotanti parti del corpo e pochi altri, di preferenza neutrali, è attestata dai noti metaplasmi: scr. *ās-* e *ās(á)n-* ' bocca ', *ásthi-* e *asthán-* ' osso ' ecc., ai quali potè corrispondere, senza bisogno d'analogia, un m. *pát-i-* 'πόσις' e **pat(a)n-* in *patnī́* f. 'πότνια'. Qui vanno ricordati i proteiformi e antichissimi tt., anch'essi neutrali, del tipo scr. *áhan-*, *áhar-* (*áhas-*) ' giorno ', *ū́dhan-*, *ū́dhar-* (*ū́dhas-*) ecc., ove *n* e *r* saranno uscite originarie, derivative più che locative, a cagione del gr. οὖθαρ col G. οὔθατος per *οὐθn̥-τός. Cfr. anche lat. *ūber,* e *jecu/or jecus-culum,* ma coll'*u* nominativo il Festiano *jecun-arius* ' victimarius ', *jecin-or-is* G. misto di **jecin-is* (come *femin-is femor-is* di *femen femor*) con *jecor-is*, scr. *yákr̥-t* N., *yakn-ás* G., ἧπαρ ἥπατος ecc.

b) *pánthan-* m. ' via ' scr., oltre i tt. in apparenza suppletivi *páth-* e *pathí-*, ebbe parallelo un t. *pánthas-* a giudicare dai vedici *pánthās* Ns., *pánthām* As., *pánthās* Np. Supporre che la deviazione abbia preso le mosse dall'As. vedico *pánthām* = av. *pañtãm,* e questo sia restringimento di *pánthānam* Atharvav. = av. *pañtānem,* non è in armonia col fatto più ovvio dell'influenza del N. sull'A.; onde, come l'A. *uṣā́m,* meglio che da *uṣā́sᵃm,* sarà sorto sul N. *uṣā́s* 'ἠώς', così *pánthām* ecc. sarà venuto dal N. *pánthās.* L'opinione dello Schmidt (K.'s *Z.*, XXVII, 370 ss. e cfr. XXVI, 401 ss.), che il t. sia **pánthai-*, come *sákhai-,* e il Ns. originario **pánthā* = *sákhā* siasi *sigmatizzato,* benchè bisillabo, sull'analogia dei monosillabi, come *rā́s* di t. *rái-* (A. *rā́m*), onde *pánthās* (A. *pánthām*), non è abbastanza suffragata dai riscontri eteroglossi, gr. πόντος e πάτος, lat. *pont(i)-*, pruss. *pintis,* slavo *pątĭ,* got. *fanth-*, nè dal resto della flessione. Invero il t. *pathí-*, probabile movente di essa opinione per l'eguaglianza *pathí-bhiṣ* = *sákhi-bhiṣ*, se non è analogico, rappresenterà un **pn̥thí-*. il quale, salvo il genere e l'accento, starebbe a *pánthan-*, come *ásthi-* ad *asthán-* ecc. (cfr. le analoghe fasi in *mánthan-* m. ' zangola '). Si aggiunga che col t. **pánthai-* non si spiegano, se non con nuove e remote analogie, le forme nasali, come l'A. vedico e avestico succitati. Per me dunque la base *pánth-* (*pn̥th-*) può aver prodotti, fra altri, due tt. paralleli *pánth-as-* e *pánth-an-* e il paradigma esser riuscito, come spesso, un mosaico di più temi.

c) *púṁs-* m. ' uomo ' ha il Vs. *púmas* ved., *púman* class., il Ns. *púmān*, As. *púmāsam,* Sp. *pumbhíṣ* da **puṁs-bhíṣ* (cfr. Gs. *puṁsás*). Pare che la coppia tematica sia stata *púm-as-* (De Saussure, *Système* ecc., Leipsick, 1879, p. 219, *pum-ós*) *púm-an-*, e N. *púmānˢ*, A. *púmā̆s-am* ecc, sieno effetto di contaminazione o di miscela paradigma-

tica. Il Brugmann (K.'s *Z.*, l. c., 96) vuol *pámn̥sam* ecc. analogico, come *vidv̥́sam* ecc.; ma v. quanto dico più sotto sui doppj suff. *-mas* e *-mant*, *-vas* e *-vant* (1).

§ 5. Ho già accennato (I 2, *a*) alla doppia figura suffissale che mostrano nell'arico gli aggettivi possessivi e qualificativi, per solito denominali, uscenti in *-vant*, *-mant*, ad es. in scr. *agni-vánt-*, *agni-mánt-* 'igne praeditus'. Il Vms., che ripete, quanto consente la special norma fonetica degli esiti, il nudo tema, è vedicamente in *-vas*, *-mas*, av. *-vō*, *-mō*, scr. class. *-van-*, *man: víṣavas*, av. *vīšavō* 'o velenoso!', *mádhumas* 'o mellifluo!', av. *bānumō* 'o raggiante!', scr. class. *viṣavan*, *madhuman*. L'av. ha *-vå*, *-må* al Nms., *vīšavå*, *bānumå*, e accennerebbe, col sussidio dei citati V.^{vi} aricî, del neutro vedico *gnā́vas* 'ricco di donne' e d'altri riscontri, ad un reale Nms. in *-vās*, *-mās;* ma, come dissi, i N.^{vi}s. avestici son pruove malfide (cfr. *parᵉna-vō* 'alato' snl tipo dei tt. in *-a*, i prcj. Pres. *drvå* 'corrente', *ayå* 'andante' ecc., che pajono, più che imitazioni di N.^{vi} degli agg. possessivi, innovazioni analogiche sul prc. Prf., *vīdvå* ed altri). I citati *tvā́v̥ās tvāvān* scr. e *thwāv̥ās* av. mostrano però un antico compromesso arico fra le originarie uscito nominative **-van(s)* di t. in *-vant* e *-vās* di t. in *-vas* o fors'anco *-vā(n)* di primitivo t. in *-van* (cfr. scr. *maghávan-*, *maghávant-* 'generoso', av. *amavan-*, *amavant-* 'forte' ecc. e più oltre a III 8).

Con questo suff. *-vant* son pur fatti gli agg. pronominali scr.^{ci} *ta-vant-* 'tanto', *yā-vant-* 'quanto' ecc.; ma le forme corrispondenti in Omero τῆος, ἧος, e le omeriche, joniche e attiche τέως, ἕως per metatesi quantitativa, presuppongono (qual si sia la natura di *a* scr. e di ᾱ/η gr., forse di affisso strumentale) nel proto-ellenico un neutrale *τᾱ-Fος, *jᾱ-Fος contratto nel dorico ἆς, che sarebbe aricamente **tā-vas*, **yā-vas*, come il citato n. vedico *gnā́-vas*. E si torna all'altra coppia sinonima *-mant*, *-mas*, se gli omerici τῆμος, ἧμος, dor. τᾶμος, ἆμος, autorizzano a ricostrurre sempre aricamente **tā-mas*, **yā-mas*, e se il tessalico τᾶμον riflette nn **tā-mant-* (cfr. pb. *tamo* 'là', *yamo* 'dove'); non essendo verisimile (Brugmann, K.'s *Z.*, l. c., 76 e n.), che -μος sia l'equivalente greco del scr. *sma* col suff. genitivo. Lungi da me il pensare che tali variazioni sieno state piene ed uniformi nel proto-ariano o in singole lingue; penso soltanto che quelle coppie suffissali e altre simili dessero ai complessi tematici

(1) Esempj di scambi analogici sono, fra altri, i segg.:

Nms. ved. *anaḍvā́n* 'toro, bove', da r. *vah* 'vehere' (meglio forse che da r. *vḷbadh* 'abbattere ecc.'), Vs. *ánaḍvan*, As. *anaḍvā́ham*. I grammatici indiani dicono del composto analogo *çveta-váh-* 'albis [equis]- vectus' o 'albos [equos]- vehens?', epiteto di dei ed eroi, che faccia al Ns. *çveta-vā́s*, al Vs. *çvéta-vā̆s*. Ora il Ns. del t. radicale *vah-* è nel vedico *havya-vā́ṭ* 'hostias-vehens', soprannome di Agní (Np. *havya-váh-as* con *ā* del Ns. propagato ai Casi forti, t. ridotto all'Ap. *havya-úh-as*); un secondo esito *-vāh-s* in *-vās* (Schmidt, l. c., 357) non è consentito dalla fonetica indiana, e però il NV. in *-ā̆n* e in *-ā̆s* è certamente analogico;

ṛbhu-kṣán- m. 'il primo dei *Ṛbhú*', anche epiteto d'Indra ecc., da r. *kṣan* 'colpire, ferire', ha il Ns. (e Vp.) *ṛbhu-kṣā́s* (cfr. *divá-kṣās*: de Saussure, l. c., p. 204, vuol **ṛbhu-kṣai-*), che pare imitazione dei composti, p. e., in *-sthā́s*, come *ratheṣṭhā́s* 'curru-stans, pugnans', o si ragguaglia a *go-ṣā́s* 'boves-acquirens' pel trattamento di *-n̄s* (ma v. Schmidt, l. c., 393).

sv-ávas- 'che ha buon ajuto', *svá-tavas-* 'forte di per sè', col Ns. nel Ṛv. *sv-ávān*, *svá-tavān*, poterono per l'omofonia della sillaba finale adattarsi all'uscita solita dei tt. in *-vant* e *-vas*. Consimili adattamenti sono di più tt. in scr. e nelle altre lingue ariane: cfr. ἄρσην e laconico ἄρσης, δελφίν è δελφίς, lat. *pecten*, ma (π)κτείς, *anguen sanguen* neutrali fatti *anguis sanguis* maschili ecc.

un valore quasi sinonimo, e questi però convivessero sino alla prevalenza di uno, pur restando, come suole, qualche reliquia dell'altro nell'uso e nel paradigma. Così *ī́vant-* e *ī́yant-* 'tanto', *kī́vant-* e *kī́yant-* 'quanto' s'equivalgono, ma i N.^{vi} uscenti in *-ā̱s*, *-ān* difficilmente si spiegano sopra analogie che han bisogno alla lor volta d'essere spiegate; piuttosto ci ricondurranno per la via sopra esposta ad antichi tt. in *-an* coesistenti, se non con tt. in *-as*, con tt. in *-ant*, onde la contaminazione *-ā̱s* da *-ā(n)* od *-as* con *-an(s)*.

§ 6. Se può ammettersi un suff. *-î̯e/ont* analogo a *-û̯e/ont*, ad esso son da riportarsi con Pott e Thurneysen le uscite forse neutrali *-iēns*, *-iēs* degli avverbj moltiplicativi latini, *noviēs*, umbro n u v i s (?), *quotiē(n)s* ecc., scr. *kíyat* = **ki-yn̥t* ecc. Questo suff. *-î̯e/ont* starebbe alla coppia *-î̯e/os*, *-î̯e/on*, come *-û̯e/ont* alla coppia *-û̯e/os*, *-û̯e/on*. La figura Schmidtiana pel Comparativo primario *-ions* non ha maggior consistenza di quella analoga ricostrutta pel prc. Prf. (v. sopra I 2, *a*). L'analogia però delle due famiglie di suffissi è così manifesta, che discorrendo dell'una tutti sono indotti a trattare anche dell'altra; per me, che vado appunto postulando coppie parallele in *-^{x}e/on*, *-^{x}e/os*, l'averle belle e pronte, coll'assenso di tutti i glottologi, nella formazione primaria del Comparativo m'induce ad esaminarla, quasi a commento delle divergenze colla formazione di prc. Prf., con maggior larghezza di quanto richiederebbe forse il mio tema.

Raccolgo anzitutto, come pel prc. Prf. (v. sopra I 1), in un quadro le figure casuali più caratteristiche della formazione in discorso nell'arico, nel greco e nel balto-slavo:

Nms. scr. *ā́çīyā̱s*, *-ān* 'più rapido', av. *āsyā̊*, gr. ὠκίων; con innovazioni speciali in b.-sl., *sald-ēs-nis* lit., *slaždějь* pb. 'suavior';

Ams. scr. *ā́çīyā̱sam*, av. *āsyā̊ńhem*, gr. ὠκίονα ὠκίω;

Vms. scr. vedico *ā́çīyas*, posved. *ā́çīyan*, gr. ὦκιον;

neutro s. scr. *ā́çīyas*, p. *ā́çīyā̱si*, av. s. *āsyō*, gr. s. ὦκιον, p. ὠκίονα ὠκίω; pb. s. *slažde*, p. *slaždьša*;

Gmns. scr. *ā́çīyasas*, av. *āsyaṅhō*, gr. ὠκίονος;

Lmns. scr. *ā́çīyasi*, p. *āçīaḫsu* (*-assu*), gr. s. ὠκίονι, p. ὠκίοσι;

Smns. scr. *ā́çīyasā*, p. *ā́çīyobhiṣ*, pb. s. *slaždьšemь*, p. *slaždьši*;

feminile scr. *ā́çīyasī*, G. *-yasyās* ecc.; gr. come il m.; lit. *saldēsnė*, pb. *slaždějьši*.

Nel pb. l'elemento *-(j)ьš...* par nato da *-(i)î̯es* ed *-is* con *-î̯e/o*, f. *-î̯ē*, ma il n., come *bolje* 'maius' = scr. *bál-īyas*, avrebbe *-(i)î̯os*, indi il Nms. in *-(j)ějь*. Del latino, come delle innovazioni lituane e germaniche, toccherò poi. Ora mi basta rilevare sommariamente che il Vms. vedico, il neutro s., i Casi deboli e il t. feminile tornano nell'arico alla figura suffissale sibilante, i Casi forti in scr. alla nasale-sibilante, il Vms. posvedico alla nasale, e che a questa risalgono nell'uso più largo i Casi greci e pochi alla sibilante, la sola superstite nelle altre lingue. L'uscita indiana *-ā̱s*, *-ān* non ha bisogno di spiegazione analogica, parendo chiara, dati i due temi, la contaminazione delle uscite nominative *-ā(n)* ed *-ās* in *-ā̱s;* e tal figura sarebbe passata, al solito, nell'Ams. (originario o fatto sui Casi deboli il scr. *kánīyasam* 'ju-

niorem' e l'av. *vahyaŋhem?* 'meliorem') e poi negli altri Casi forti. Tuttavia giova por mente alla differenza che il t. di Comparativo e il t. di prc. Prf. mostrano, sia nella flessione, sia nella derivazione, essendo quello rizotonico e biforme, questo ossitono e triforme, e contrapponendosi al f. *vidúṣī* di grado ridotto il f. *āçīyasī* di grado sano. La figura ridotta *-is* si continua variamente nelle lingue ariane ed entra in ispecie nel complesso suffissale di Superlativo primario, *-is-te/o*, scr. *āç-iṣ-ṭha-*, av. *āsišta-*, gr. ὤκιστο- ecc., ma non appare in arico nè ai Casi deboli, nè al neutro, nè al feminile. Si pensò (Schmidt) che tale sia stato *máhiṣī* di fronte a *máhīyasī* 'la più grande'; tuttavia *máhiṣī* 'bufala, moglie di re' pare piuttosto il f. dell'agg. *mahiṣá-* 'forte, potente', come sost. 'bufalo', tanto più che è anche accentato *mahiṣī́*; e *mahiṣá-* sarà derivato da *máhas-* n. 'grandezza, potenza', come *táviṣa-*, f. *táviṣī* 'forte' da *távas-* n. 'forza', o dagli agg.^{vi} rispettivi *mahás-*, *tavás-*.

Del resto il suffisso arico *-yas-* (*-īyas-* scr.) e il nasale dominante in greco richiamano due temi paralleli in *-i(i̯)e/on* e *-i(i̯)e/os*. Il greco alterna fra -ιjον/ς e -jον/ς colle note mutazioni fonetiche di consonante+j (cfr. Ascoli, *Studj critici*, II, 410/72); onde ὤκιον/ς-, πάχιον/ς- da ὠκύς, παχύς tornano ad ὤκ-ιjον/ς-, πάχ-ιjον/ς-, come ἅγιος ad ἁγ-ιjο-, mentre πάσσον/ς-, μέζον/ς- jonico (attico μείζων su μείων κρείων?) vengono da πάχ-jον/ς-, μέγ-jον/ς-, come ἅζομαι da ἁγ-jο-μαι: anche la figura indiana *-īyas* è rappresentata dall'attico ἡδίων, As. ἡδῑ́ω = *ἡδῑ́ο$^{\sigma}$α ecc. (1). Il paradigma ha tutti i casi del t. nasale (ridotto nel neutro attico πλεῖν di fronte a πλεῖον πλέον), ma ad alcuni d'essi s'appaja parallelo e più o men vivo il Caso dal t. sibilante colle normali alterazioni, come quest'A. ora citato ἡδίω e il Nmfp. ἡδίους ecc.; dei quali non si dirà più che sien di tt. in ν che si elida. Ora il t. sibilante, a tacere della sua riduzione nel Superlativo (ὤκ-ισ-τος μέγιστος ἥδιστος ecc.) e in certi Comparativi dialettali (Om. e attico πλέες πλέας da πλή/έ-ις-, come πλε-ῖσ-τος, e cfr. il citato πλεῖν e il cretese πρείν, omer. πρίν, allato a *πρεις in πρεῖσγυς cretese, πρεῖσβυς tessalico), fu probabilmente più usato che non si creda anche nei Casi deboli. Io penso infatti che certe locuzioni d'epigrafi attiche, quali ἀπὸ τοῦ μείου, ἐκ θάττου, anzichè reliquie della formazione madre in *-i̯e/o* (*Grd.*, II, § 135 nota 2, p. 403), non rimasta funzionalmente comparativa (tal non sentendosi in tipi, quali i lat. *medius alius tertius*) in nessuna delle lingue ariane, sien popolari adattamenti al tipo dei tt. in -o di antichi G.^{vi}s. *μείους, *θᾶσσους, schivati per l'equivoco dei N.^{vi}p. μείους, θᾶσσους ed anche per certa oscurità formale (2).

---

(1) La figura indiana *-īya-* (Comp.^{vo} *ā́ç-īyas-* e cfr. *tṛ́t-īya-*, *mad-īya-* ecc.), rispondente ad -ῑε/ο- gr. (ἡδίος/ν-, προθυμίη ecc.), è forse un'originaria geminazione del suff. *-i̯e/o*, onde, p. e., *neu̯-i̯e/o-*, *ter-t-i̯e/o-* ridotti *neu̯-i̯ə-*, *ter-t-i̯ə-*, poi *neu̯-i̯i-*, *ter-t-i̯i* (cfr. i lat. *alis*, *Cornelis*, V. *fīlī*, il lit. *mẽdis* ecc.), s'accrebbero del suff. integro riuscendo *neu̯-ī-i̯e/o-*, *ter-t-ī-i̯e/o-* (in scr. con riduzione radicale *tṛt-ī́-ya-*; ma cfr. i più originarj τέρτος *tert-iu-s*) e così vennero in scr. il Nms. *navī́yān* 'novior' e gli analoghi e la propagazione del nuovo suff. *-īya-*, -ῑε/ο-.

(2) L'oscurità formale non si dovrà mettere fra le cause efficienti della perdita di tante voci e flessioni, sì come coefficiente, quando in ispecie c'era concorrenza o superfluità: tale era il caso, p. e., d'un D. (L.) s. *ἡδιό$^{\sigma}$ι, d'un Gp. *ἡδιό$^{\sigma}$ων ecc., i quali, riuscendo per leggi fonetiche oscuri ed equivoci, lasciarono il campo ai Casi concorrenti ἡδίοιν ἡδιόνων ecc. Tuttavia il D. (L.) p. uscente in -οσι, ἡδίοσι, può essere, malgrado il *Grd.*, II, § 364 n., una reliquia arcaica del t. sibilante (cfr. scr. *ā́çīyas-su* od *-aḥ-su*), con che si spiegherebbe lo scempiamento delle due sibilanti (-οσ-σι) e la persistenza d'una (-ονσι lasciato a sè avrebbe dato -ουσι): credo anzi probabile che gli antichi Loca-

Nelle altre lingue ariane è il solo t, sibilante che sopravvisse, almen come base della categoria. Non è mio assunto andare a fondo della quistione; pur credo opportuno accennare qualche particolarità collegata alla mia tesi. L'uscita lat. *-iŏs/r*, con *ō* dal Ns. e *r* dagli obliqui, dapprima onnigenere, poi mf. (*-io/us* neutro e avverbiale), non mostra più l'apofonia chiara (*Maies-ta* e *maies-tas* forse analogici su *Vesta*, *Segesta*, *tempestas* ecc.), sì la figura ridotta nei neutri avverbiali del tipo *magis* (*magis-ter*, *minis-ter* e così *sinis-ter*, malgrado Ceci, *Etymologica*, Roma, 1895, p. 8, e *satis*, *nimis*, **prīs* = gr. *πρεις- in *pris-cus*, *pris-tinus*, **pris-mo-* ecc.) e nei complessi superlativi del tipo arcaico *plīs-ima* = **pleis-ima* 'plurima' e dell'osco *maimas* Gfs. 'maximae' (1). — Quanto al baltico la figura integra *-i̯es* appare nel prussico *muisies-on* 'maiorum', e s'ampliò col doppio suff. *-n-i̯e/o* mn., *-n-i̯ē* f. nel lit. *-ēs-nis*, *-ēs-nė* (*saldùs* 'dolce', Comp.vo *saldēsnis*, *saldēsnė*; l'avv. in *-iaũs*, come *saldžiaũs* 'più dolcemente', s'accosta allo slavo in *-uchŭ* ed *-i̯uchŭ* ed ha altra origine). Nel germanico si ha ai Casi obliqui l'aggiunzione d'una forma *-iz*, *-iz-en-* al t. o *-z*, *-z-en* ad originarj strum.li in *-ō* od *-ē*, onde got. *sut-iz-u sut-iz-ins*, ant.-alto-tedesco *suoz-ir-o* 'süsser', e got. *frōdō-z-a* 'più savio', a. a-t. *liobō-r-o* 'lieber' ecc. Quest'ampliazione nasale nei due terreni baltico e germanico, benchè propagata in tanta parte di flessione, non contradice almeno il mio supposto sull'antica coesistenza dei tt. in *-s* e in *-n*.

---

tivi di tt. sibilanti e dentali abbiano tratto alla loro analogia i L.vi dei tt. nasali e non viceversa. Pur non intendo escludere che *-n̥-σί* cioè -ασι, p. e. in πλίασι cretese, colorito poi sulla vocale dominante del suff. abbia dato -οσι del greco comune, att. πλέοσι. Il dubbio verte sopra la legittimità, non tanto del porre la riduzione, inesistente ai Casi rispettivi nell'arico, del t. nasale ormai specifico del greco, quanto in generale del dare come definitiva la coloritura greca del vocalismo ridotto.

(1) L'arcaico lat. *plīs-* da **pleis-* torna a **plĕ̆-ios-* (*pleores* 'plures' Carme Arv. e cfr. *plē-ro-* πλῆρες), apofonico **plŏ̆-ios-*, **plois-* in *plous*, *plūs*, *plūres*, *ploere*, *ploirume* (cfr. per l'apofonia nella r. *plē/plō*, scr. *prā*, le variazioni ἵημι ed ἀφ-έωκα, τίθημι e θωμός, νήθω e *nōdus* ecc.). L'osco e l'umbro hanno **mais-* (umbro mestru 'maior'), o eguale a *magis* lat., o rispondente al celtico *mār* 'grande', *maō* 'più grande'. Il contrasto di trattamento del nesso *-sm-* fra il bantino *mai-mo-* e il peligno *pris-mo-* può venire dalla diversa sede dell'accento, **máhizᵊmo-* e **prīzmo-* (v. von Planta, *Gramm. d. osk.-umbr. Dialekte*, Strassburg, 1893-97, I, 481, 487). E il lat. *maxu/imo-* sarà **mág(i)s-ᵊmo-(-m̥mo-)*, più che **mahit-timo-* = scr. *mahát-tama-* (Ascoli, *Supplementi* all'*Arch. glot.*, I, 57 n.): così dai Comp.vi ridotti **ōcis-*, **proqis*, **ācris*, **faclis-*, paion venuti i superlativi *oximo-*, *proximo-*, **ācersimo-*, **facu/ilsimo-* e la propagazione d'un nuovo suff. *-s-imo-*, che supplantò *-timo-* di *op(i)-tu/imo-*, *sollis-timo-* e *sinis-timo-*. Non è provato che *-ss-* lat. torni al scr. *-sth-* (Zubatý), opponendovisi anche il gr. col suo -στ-, onde *ā́çiṣṭha-* = ὤκιστο-: maggior peso ha *ornus* da **osⁱnus*, che vorrebbe **magi/erⁱmo-* o **magre/imo-*. Senza negare in massima che in lat. il rotacismo sia anteriore alla sincope (Stolz, *Hist. Gramm.* citata, 98, 204; *Indog. Forsch.*, IV, 233 ss.), osservo: 1° che *ornus* è da appajare soltanto a **magi/erⁱmo-*, cioè con sincope susseguente *s/r* (cui darebbe sostegno l'arcaico *minerʳimus*, se questa non paresse un'analogia volgare sopra *miserrimus* e simili), mentre in **mágᵉs-u/imo-*, oltre l'accento in quart'ultima, la sincope antecederebbe *s/r*; 2° che ogni fenomeno fonetico traversa un periodo di preparazione e però poterono coesistere, per un dato tempo, **ozinus* e **orinus* (cfr. *plīsima* e *ploirume*, inoltre *rōsidus* in Catone e *rōridus* in Properzio), sincopandosi l'ultimo anche per l'attrazione dei nomi-agg.vi riferentisi a piante, *alburnum*, *laburnum*, *viburnum*, *acernus*, *quernus* ecc.

III.

§ 7. A giustificare il mio concetto ardirò spingermi alle origini e ad un principio generale di derivazione. Si diffida, e con qualche ragione, delle ricostruzioni glottogoniche; pur non è dato farne a meno quando si è alle prese con quesiti di formazioni originarie, qual è appunto il mio, e nei fatti mal riescono a schivarle molti che le bandiscono a parole. I grammatici e i glottologi riconoscono intanto che numerosi temi nominali nascono per epigenesi o concrescenza di suffissi, rappresentata spesso di aggiunta in aggiunta da temi storicamente esemplati. Qualsiasi lingua si presta a siffatta constatazione e nel caso nostro qualsiasi delle ariane antiche. Nelle lingue moderne quella propaginazione suffissale è spesso ricchissima, e basta, p. e., seguire dalle rispettive lingue madri un nome-aggettivo italiano o tedesco nelle sue ricche e varie derivazioni per esserne convinti. Così pel proto-ariano, quale lo ricostruiva sugli idiomi derivati, lo Schleicher moveva dai suffissi *-a*, *-ya*, *-va* ecc. per le concrescenze *-as*, *-yas*, *-vas*, ovvero *-an*, *-yan*, *-van* e per le ulteriori *-ant*, *-yant*, *-vant* e così via: il Brugmann alla sua volta partendo dai suff. *-e/o*, *-i̯e/o*, *-u̯e/o* ecc. pone le unioni *-e/os*, *-i̯e/os*, *-u̯e/os*, *-u̯e/ot*, del pari *-e/on*, *-i̯e/on*, *-u̯e/on*, e ancora *-e/ont*, *-u̯e/ont* e simili. Mutata la grafia e in parte il processo, talora troppo atomistico, della nuova glottologia, la cosa è rimasta. Nè poteva essere altrimenti, se la derivazione (e flessione) nelle nostre lingue è in genere un variato accrescimento di un nucleo radicale con elementi mobili fissati dai parlanti in date funzioni. La concrescenza suffissale, adunque, nelle lingue ariane morte e vive su su fino alla supposta lingua madre, è innegabile, benchè talvolta larvata od erosa del tutto; per questa e per altre ragioni non sempre può essa venir risolta in parti con tagli recisi e precisi e meno ancora si lascia risospingere esattamente al punto di partenza.

Stando ai soli suffissi che c'interessano *-u̯e/os*, *-u̯e/on*, *-u̯e/ont*, *-i̯e/os*, *-i̯e/on*, si chiede se muovano dai suff. basilari *-u̯e/o*, *-i̯e/o*, o se questi alla lor volta non rimontino ai suff. *-eu̯*, *-ei̯* determinati col suff. generico *-e/o* e ridotti di regola nel primo elemento, *-əu̯+e/o* in *-(u)u̯e/o*, *-əi̯+e/o* in *-(i)i̯e/o*. E pigliando pure *-u̯e/o*, *-i̯e/o* come suff. indipendenti, gli altri concresciuti constano di questi in grado ridotto e dei suffissi integri *-e/os*, *-e/on* ecc., o viceversa, cioè *-u̯'+e/os* o *-u̯e/o+'s* ecc.? Qualche volta si crede di *sentire* il processo originario delle fusioni, ma in generale la percezione non si sbroglia dai dubbj projettati in ogni verso dalle reali continuazioni delle lingue, dalle analogie possibili, dai significati vaghi, dal concetto di radice bisillaba o monosillaba e da altro ancora. In sostanza il problema importa poco a chi si contenta di constatare; il che però non impedirà di pensare pel caso nostro, che le figure suffissali, in cui si presentano talora sdoppiati gli elementi *u* ed *i*, p. es. *-u̯e/o...* ed *-uu̯e/o...*, *-i̯e/o...* ed *-ii̯e/o...*, accennino a due stati riduttivi variamente continuati nelle singole lingue, il debole con *ə* rivocaleggiato sul timbro di *u̯ i̯*, il debolissimo colla perdita della vocale irrazionale, in base della primitiva paratonia od atonia (v. la mia nota *Per la fonistoria protaria*, Roma, 1888).

Nei limiti prescelti del scr. trovo, p. e., i due tt. *ṛbhú-* 'abile, artista' e *ṛbhvá-* 'artificioso'. Può credersi che quest'ultimo sia l'originario e l'altro sia nato nel paradigma, poniamo al Nms. *é/órbhu-°s*, poi *°rbh-ú-s:* è il pensiero dello Streitberg (*Indog. Forschungen,* III, sul grado protratto, *Dehnstufe,* 309/406), il quale vanta la morte del suff. determinante *-e/o*, insieme a quella del *guṇa* e in genere del processo ascensivo, e la vittoria dei costituti bisillabi e del compenso morario per sincopi finali associate a variazioni d'accento, insieme a quella dell'apofonia e del processo discensivo. Tuttavia nessuno potrà mai dimostrare che una r. o figura bisillaba sia esplosa così bell'e fatta dalla bocca dei Proto-arj, ed è in fin dei conti anche questo un problema da lasciare in pace, equivalendo il dire che *e/o*, p. e., di *bhere/o-* (φέρε-τρον, φέρε-τε φέρο-μεν ecc.) fa parte della r., o chiamarlo un suff. tematico, non sempre adoperato o talvolta scomparso (v. Schmidt, *Kritik der Sonantentheorie,* Weimar, 1895, pp. 72/74). E così potrà aver ragione chi supponga fondamentale un *nomen agentis* del tipo *°rbh-éu-* 'Ὀρφεύς', onde il scr. *ṛbhú-* tonico sul Np. *ṛbh-áv-as* 'i 3 Ribhú', e che da quello col suff. generico od altrimenti, se piace meglio, sull'analogia degl'innumeri tt. in *-e/o*, arico *-a*, sia nato *ṛbhvá* = *°rbh-'u̯-é/ó-* con significazione qualificante o aggettivale. E il t. scr. *vidháva-* 'vuoto, libero' può concepirsi come *u̯idhé-u̯e/o-* da r. bisillaba o dalla base aoristo-presenziale, ma, di fronte al t. *vidhú-* 'manchevole' (scr. *vindháte* 'manca', umbro vetu 'di-*vidito*') col Np. *vidhávas,* può ben ammettersi come *u̯idh-éu̯-e/o-* (ἠ-ῑθεϝ-ο-, lat. *vidu-o/ā-* da **vide/or-o/ā-*) non ridotto forse appunto per l'azione del t. verbale. Anche *vi-bhū-* 'che è a parte, distinto' par concresciuto proprio nel terreno indiano in *ví-bhv-a-* 'id.', f. *vi-bhvī́,* e altresì in *ví-, vi-bhv-án-* 'id.'. Suppongo quindi con vario trattamento di *-e/ou̯* le concrescenze *vidhú- vidháva-, ṛbhú- ṛbhvá-* e su questo le altre *ṛ́bhvan-* (Ns. *ṛ́bhvā,* Rv.), *ṛ́bhvant-* (Ns. *ṛ́bhvān,* ibidem) e *ṛ́bhvas-* (As. *ṛ́bhvasam,* ib.).

Simili più o meno a quest'ultimo sarebbero: *a*) *urú-, ūrvá-* 'coprente' (da r. *vṛ, var:* la versione in questo e negli altri ess. è la teorica o la comune): *ṛṣú-, ṛṣvá-* 'spingente'; *ghṛ́ṣu-, ghṛ́ṣva-* 'fregante'; *táku-, takvá-, tákvan-* 'sollecito'; *druhú-, drúhvan-* 'dannoso'; vedico *yahú-* 'giovane' e *yahvá-, yahvánt-* 'giovanissimo'; *réku-, ríkvan-* 'lasciante'; *çaru, çarvá-* 'spezzante; *sūnú-, sunvá-* 'producente' ecc. — *b*) Temi in *-va* con o senza ampliazioni, che non mostrano in scr. i corrispondenti in *-u*, sono: *árva-, árvan-, árvant-* 'corsiero', Ns. *árvā* e *árvan,* A. *árvānam* e *árvantam,* GAb. *árvatas* ecc., Ṛv., e cfr. antico sassone *aru* 'pronto' e av. *aurva-* 'rapido'; *an-arvá* e *an-arván-* 'intentato'; *ūrdvá-* 'ὀρθός, *arduus*', av. *er°ðwa-, er°ðwan-* 'sollevatore'; *ṛkvá-, ṛ́kvan-* 'lodante'; *váh/kva-, váh/kvan-* 'avvolgentesi'; *çikvá-, çíkvan-* 'eccellente', anche *çíkvas-* 'esperto', Np. *çíkvasas,* Ṛv. ecc. — *c*) Si aggiungano della 1ª e 2ª specie, talora con *-s* neutrale al t. in *-u*, alcune doppie e triple derivazioni in tt. sostantivati e aggettivati, come *dhánu-* m., *dhánus-* n. e *dhánva-, dhanvan-* n. 'arco'; *dhánu-* f., *dhanvan-* mn. 'sabbione'; *pakvá-* 'maturo', gr. πέπον-; *-paru-* m. 'giuntura', *párus-* n. 'tallone', *-parva-* agg., *párvan* n. 'membro, fase lunare ecc.', e **párvant-* in *párvat-a-* m. 'nodo, punta, monte', gr. ἄ-πειρον-, πείρατα πέρρατα; *padvá-* e *padván-* 'via'; il citato *pī́va-* e *pī́van-* anche *pī́vā̆s-* nel MBh., gr. πῑ́-της e πῖον-, πιαίνω (πῖος = *pī́vas* n., *pīvas-á-,* πῖαρ, πῖε/αρό- = *pīvará-* 'grasso'); *yájus-* n. 'venerazione' di fronte a *yajván-* 'sacrificante, pio', anche *yajvā̆s-*; *yúvan-,* n. *yúvat-* 'giovane' da un t. **yúvant-*; *ranvá-*

e *ránvan-* ‘piacente’; (*çáru-*) *sáru-* e *sarva-* n. ‘arma’, av. *haurva-* ‘custodiens, servus?’; *srkvá-* n., *sŕkvan-* mn. ‘angolo della bocca’ ecc.

Ricorderò da ultimo che certi Infinitivi, Gerundj e Gerundivi muovono da basi tematiche in *-tu* (*-t-eu̯*), ad es. in scr. As. *dā́tum*, D. *dā́tav-e*, GAb. *dā́tos* ved. ‘dare’ come Infinitivi e cfr. i supini lat. *datum datu;* Ss. *datvā́* come Gerundio; *-távya-* e *-tavyà-* suff. di Gerundivi; e con questo *-tu* si hanno o son presupposti dalle derivazioni parecchi temi, a cui stanno spesso di fronte le formazioni in *-va* e *-van/s*, ad es. **kŕtu-*, *kŕtvan-*, av. *kerᵉthwan-* ‘fattore’, e *kŕtvas-*, *-étu* ed *-ítvan* (cfr. *itvará-*), *hetú-* ed *hétva-* ‘spingente’ ed altri.

È quindi lecito supporre che in certi temi, quasi participiali, uscenti in *-e/ou̯* sia la base di ulteriori determinazioni o concrescenze, di funzioni affini, coi suff. *-e/o* (i più dei tt. con dittonghi lunghi *-ē/ōu̯* ed *-ē/ōi̯* torneranno forse ad apocopati *-e/ou̯°*, *-e/oi̯°*), *-e/on*, *-e/ont*, *-e/os*, e di qui sia nata la parvenza di suffissi nuovi *-u̯e/o*, *-u̯e/on*, *-u̯e/ont*, *-u̯e/os* divenuti, come suol avvenire, indipendenti parte nel proto-ariano, parte nelle singole lingue derivate. Dato pure che suffisso cardine sia stato *-u̯e/o*, ridotto *-u*, la ulteriore concrescenza avrebbe sempre avuto luogo sulla doppia figura.

Così vediamo i suffissi *-u̯e/o*, *-u̯e/on*, fatti indipendenti, assumere funzioni specifiche e applicarsi per estensione a figure tematiche, che non ebbero forse mai le parallele fondamentali in *-e/ou̯*. Traspare l'originaria funzione del suff. *-u̯e/o* in molti dei tt. citati e inoltre, p. e., nel scr. *jī-vá-*, lat. *veivo-*, *vīvo-*, osco *bīvo-*, r. *gei̯* ‘esser agile, vivace’, in *víç-va-*, av. *vīspa-* ‘invadente, tutto’, r. *u̯eiḱ* ‘penetrare, invadere’, in *sar-va-*, οὖλο-, ὅλο-, lat. *sollus, sōlus*, forse, meglio che da r. pronominale *se/o* unita al suffisso *-r/le/o*, da r. *ser* ‘scorrere, estendersi (scr. *saṁ-sṛ*, *-sar*) ecc.’ (*tutto* è sempre astrazione; cfr. πάντ- e scr. *çá-çvant-* ‘gonfio?, continuo, pieno ecc.’). — La funzione d'agente talora sostantivato si conservò più a lungo nel suff. *-u̯e/on*, massime aggiunto a basi verbali: ess. scr. *ad-van-* ‘edens’, omerico εἶδατ-, forse ἔδδατ- ‘cibo’; *ádh-van-* m., av. *ad̄van-* ‘via’; *-jā-van-* ‘generante’; *túg-van-* n. ‘rapidità di fiume’; av. *derᵉz-van-* m. ‘pastoja, catena’; *-dī́-van-* ‘giocante’; *dhī́-van-* ‘pensante’; *pát-van-* ‘volante’; *yā́-van-* ‘andante’, av. *yaona-* m. ‘via’; *rā́-van-* ‘dispensante’; *çák-van-* ‘potente’ ecc. Da basi nominali: *áthar-van-* ‘igni deditus, sacerdos ignis’, av. *athravan-* e *athaurun-;* *ṛtā́-van-*, anche *ṛtā́-vas-*, Rv. ‘puro, pio’, f. *ṛtā́-varī*, av. *ašavan-* col f. *ašaoni ašavairi;* *dhitā́-van-* ‘ricco di doni’, *maghá-van-* ecc. Quest'ultimo e altri pochi alternano col tema concresciuto, *maghá-vant-* ‘ope praeditus, dives’, av. *ašavant-* ecc.; più notevole poi è l'alternanza di *rā́van-* surriferito col reduplicato *rarā́vant-*, di *virásvan-* con *virásvant-* ‘illuminante’, dove *vi-* può essere prefisso, e di pochi altri (1).

Il suff. *-u̯e/ont* (*u̯e/os*) assunse, come s'è visto (I 2, *a* e II 3), un ufficio anche più specifico, nemmen continuato in tutte le lingue ariane, col formare tt. secondarj

---

(1) Il scr. *ā́yun-*, cfr. *ā́yu-*, *ā́yus-* n. ‘vita’, è ridotto da **aivan-* (**aiva-*, lat. *aevo-* n., got. *aiva-* n.), αἰϝόν- (-ών-), αἰϝέν di contro ad αἰϝές, onde pare ricavarsi una r. *āi̯* allato ad *ei̯* ‘andare’ di scr. *é-va-* m. ‘corso’, *é-ma-* ed *é-man-* ‘οἶμος ed οἶμα’. Citerò anche *mithu-*, *mithun-á-* ‘accoppiato’ allato all'av. *mithwan-* n., NAs. *mithwarᵉ* ‘pajo, coppia’, av. *urvan-* m. e *urun-* ‘anima’ e forse ταχύνω, ὀροθύνω di fronte a *takū́n-* scr., *erᵉd̄ūn-* av., forme deboli dei citati *tákvan-*, *erᵉd̄wan-* ed altrettali.

possessivi e qualificativi e in scr. anche un nuovo prc. att. di Preterito. Nel primo ufficio più comune fu pur detto aver avuto quasi fratello il suff. *-me/ont* (*-me/os*), così poco vitale fuori dell'arico, che in altre lingue sopravisse quasi solo nell'ampliazione *-me/ont-e/o* o *-mn̥t-e/o* (1). Ma *-u̯e/ont* con *-u̯e/os*, all'opposto, ha una storia a sè, in ispecie nei denominali: scr. *ápa-vant-* col n. *ápa-vat-* e il f. *ápa-vat-ī*, gr. ὀπό-Fεντ- col f. ὀπό-Fεσσα- (corcirese epigr. στονόFεσαν = om. στονόεσσαν), av. *aša-vant-* e ampliato *aša-vasta-* per *-vat^s-ta-*, come il lat. *formōnsus* da *-o-vont^s-to-* (o da *-o-vent^s-to-*, come *cōntio* da *coventio;* qui pure il suff. *-ēnsi-* ?), f. ant. persiano *Harauvatī* = scr. *saras-vatī* 'ricca d'acque' ecc. Non devo però fermarmi su questo suff.; noto soltanto che il vocalismo chiaro -Fεντ- (Nms. οἰνόεις, n. οἰνόεν, e sopra entrambi il f. in -Fετjα, non in -Fατjα da -Fn̥τ-, οἰνόεσσα), mentre il suff. cardine è il cupo -Fον (οἰνεών οἰνῶν, ma -Fεν probabilmente nell'uscita infinitiva -Fεν e -Fέν-αι), ha qualche attinenza col divario del N. sigmatico ed asigmatico dei participj attivi.

Interessante invece è per me il prc. att. di Preterito in scr., come *kr̥tá-vant-*, che tutti dicono una formazione speciale indiana, calcata quasi meccanicamente sui denominali ora detti. Osserverò tuttavia che, se *kŕ̥tvan-* 'faciente', *jítvan-* 'vincente' ecc. possono derivarsi da prcj. pass. Prf. *kr̥tá-, jitá-* ecc. apocopati (rifatti anche nomi *kŕ̥t-, jít-*, e persino *gát-, hát-* di fronte a *gatá-* 'andato', *hatá-* 'colpito, ucciso'), egualmente verrebbero da *nomina actionis*, come **kartu-* in Inf. *kártum* 'fare' e nei tt. di Gerundivo *kartáv-ya-* (*-yà-*), ved. *kártuv-a-* e *kártv|u-a-*, ma **kr̥tu-* nel Gerundio *kr̥tv-ā́*. Indi potè nascere da un lato *kŕ̥tv-an-* rimasto nominale, dall'altro **kr̥táv-an-* participiato in *kr̥táv-an-t-*, che avrebbe preso per l'illusione di *kr̥tá-* 'factus' il senso di prc. preteritale, appunto 'factum-habens'. Inoltre da *r̥tú-* m. 'andamento, regola ecc.' potè venire **r̥táv-an-* (il scr. *r̥tā́-van-* sopra citato ha forse un *ā* analogo alle lunghe dei primi componenti) e **r̥táv-an-t-* (av. *ašavant-*) 'che ben procedette, giusto, pio' e via dicendo. Così il Nms. in *-vān* rappresenterebbe l'antico t. non ancora connesso al verbo, come φέρων rispetto a φέροντ-. Questo *-vant*, quali si sieno le sue relazioni originarie col *-vant* dei possessivi-qualificativi, come aggiunta che mutava il prc. passivo in prc. attivo di Preterito, è innovazione specifica indiana. Del resto *-u̯e/ont*, al pari di *-u̯e/o*, servì come formale a molte derivazioni ariane esprimenti qualità o somiglianza (2).

---

(1) Si notino questi esempj: scr. *çrómata-* n. = ant. alto-ted. *hliumunt*, ma av. *sraoman-* = got. *hliuma*, scr. *héman* come Ls. e *hemantá-* = χειμόν- ed ἀ-χείμαντο-, scr. *sīmán-* e *sīmánta-* 'limite' = ἴμαντ-, ὀνόματα di fronte ad ὀνομαίνω, *cog-nōmen* e *cog-nōmentum* con *g* = *n* gutturale (agma) o per avvicinamento popolare a *gnōsco gnōtus* ecc.

(2) Il passaggio all'ufficio puramente formale del suff. *-u̯e/o* risalta, ad es., in formazioni pronominali, come in scr. *e-vá-* 'così' di r. *e/oi̯* 'questo', ant. persiano *ai-va-*, av. *aę-va-*, οἷος 'uno, solo'; in scr. *pū́r-va-* 'anteriore', ant. pers. *par(ā)va-*, av. *pourva-*; nel gr. dor. πρᾶν = *πρω-Fᾶν (πρᾶτος, πρῶτος = *πρω-Fατος); e in derivazioni secondarie, come scr. *pítr-v-ya-*, πάτρως, *patruo|us* e simili. Dalla funzione determinativa, p. e., negli agg. denotanti colore, lat. *helvo|us* = *ǵhel-u̯o-*, ant. alto-ted. *gelo* 'gelb' ecc., si venne svolgendo la possessiva, particolarmente nei temi secondarj, cioè denominali: ess. in scr. *aṅji-vá-* 'unguentum-habens, lubrico', *keça-vá-* (anche *keça-vánt-*) 'capelluto', *rāsnā-vá-* 'cinctutus', *rāji-vá-* 'striato', *çraddhi-vá-* 'fededegno' ecc. — L'uso formale del suff. *-u̯e/ont* appare, p. e., nei citati *tvā́-vant-*, *tá-vant-*, in *-vát* avverbiale e in derivati preposizionali, come *púrva-vat, pra-vát, Manuṣ-vát* di fronte ad *Índras-vant-* ecc., av. *thrisath-vant-* 'di 30 specie', *thrīž-vath* 'ter' ecc., τετρᾶς, *quadrāns*? ecc.

§ 8. Gli originarj nomi d'agente in *-e/on* si sarebbero dunque participiati concrescendo col suff. *-te/o*, onde per apocope già proto-ariana la figura *-e/on-t-* (1). Il Nms., il vero esponente del soggetto, che ebbe tanta influenza sull'originario paradigma, rivela appunto due temi ed esce il nominale in *-ē/ōn* (λείπων λῖπών λείψων, γέρων, jon. ὀδών, prc. ἔδων), il participiale in *-e/onts* (scr. *bhárạs bháran*^{n}, *járạs járan*^{n}, av. *ber'zạs* = scr. *bṛhạ́s* 'elevantesi', *dán* = attico ὀδούς, lat. *dens*); le figure ridotte sono da quest'ultimo tema, scr. n. *bhárat*, *járat*, e Nms. *dádat* = **dádats*, *dáksat* aoristico, *stávat* = av. *stavas* 'lodante' da **stavats* ecc. Il Nms. avestico ha subíto, come dissi (I 2, *a*), delle livellazioni o permute con tt. in *-a;* p. e., oltre *par'navō* ecc. (v. II 5) e il Vs. *ber'za* di fronte al scr. *bṛ́han* 'o sublime!', anche *per'sō* = scr. *pṛ́chan* 'chiedente' e *histō* = scr. *tiṣṭhan* 'stante'. La spinta potè venire dal ricorrere sin nell'unità arica N.^{vi} di tt. in *-a* quasi sinonimi di tt. participiali, come i vedici *pra-mṛṇás* e *-mṛṇán* 'guastante' e *viçvam-invás* e *-inván* 'penetrante' (v. Bartholomae, K.^{s} *Z.*, XXIX, 557 ss.). Che l'uscita greca -ων non possa venire da *-onts* è dimostrato dai fatti analoghi della lingua e dalle leggi fonetiche, quali si ammettono in essa: τόνς cretese diviene, omettendo altri dialetti, τούς attico, δώ/όντ-, διδώ/όντ- dànno Nms. δούς, διδούς e così ὀ-δόντ- dà ὀ-δούς, con ὀ-δών jonico d'antico t. in -ον od analogico sui prcj. Prs., e via dicendo (2). Perciò il Brugmann ricorse all'analogia del Nms. di tt. nasali, come δαίμων ἡγεμών ecc.; io invece suppongo coesistenti, come i tt. in *-u̯e/on* e *-u̯e/ont*, i tt. *bhere/on-* e *bhere/ont-*, p. e. nella flessione φέρων, n. φέρον, φέροντες, φέροντα, f. φέρουσα = **φέροντ-ja-*, **φέρονσα-*, cret. ἠβίονσα- (3). Come mai questa duplicità tematica, remota cagione della divergenza fra Ns. e gli altri Casi del paradigma greco, non si constata nei prcj. della così detta flessione atematica? Perchè abbiamo θείς, dor. θής = **θέ-ντ-ς*, δούς, dor. δώς = **δό-ντ-ς*, στᾶς = **στά-ντ-ς*, e così λυθείς, φανείς, λῦσᾱς ecc. e nessuna traccia

(1) Il suff. *-te/o* e il parallelo *-ne/o* non son medio-passivi dalle origini, anzi son talora attivi anche nelle lingue storiche e s'aggiungono o alle rr. nude, o a tt. verbali, rispettivamente rr. bisillabe in *-e/o*, ridotto *-ə*, in scr. *-a*, *-i*, specie per le forme col suff. *-te/o*. Dalle basi verbali *dō*, reduplicata *de/idō*, *e̯e-/o*, *bher-e/o*, suppongo nati i nomi d'agente col suff. *-ne/o* apocopato, *dōn-'*, *de/idōn-'*, *e̯e/on-'*, *bhere/on-'*, Ns. *dō*^{n}, *de/idō*^{n}, *e̯ō*^{n}, *bherō*^{n}, forse determinato con *a* in funzione passiva nei prcj. scr. *dádān-a-* 'datus', *iyān-á-* 'itus', **bharān-a-* (cfr. ved. *yátāna-* di *yátate* 'unirsi, sforzarsi'), e quest'ultimo rimpiazzato, sul tipo analogo dei tt. in *-man* (onde anche l'ariano *-me/on-e/o-*, *-mne/o-*) per tutte le basi in *-a*, da *bháramān-a-* 'latus'; *-ān-a-* negli altri prcj. e nel prc. Prf. al medio-passivo, *dadāná-*, *bubudhāná-* ecc. I detti tt. sarebbero poi concresciuti come prcj. del verbo attivo in *dōn't-'*, *de/idōn't-'*, *e̯e/on't-'*, *bhere/on't-'* (in scr. *dádat-* = ridotto ** dadṇt-*, *yánt-* rid. *yát-*. *bhárant-* rid. *bhárat-*, ma f. *bhárant-ī* di fronte a *tudat-ī* di *tudánt-* 'tundens' e così via).

(2) Taccio, perchè ancora in prova, delle nuove teorie accentuali (Hanssen, Michels, Hirt ecc.), secondo cui da *-onts* doveva venire, a prescindere dal vario colore vocalico, con accento protratto come nel lit. *-ās*, *-ēs*, anche un gr. -οῦς (cfr. Streitberg, l. c., 350 ss., che movendo anch'egli da *-e/on-t*^{o} vuole il Nms. od *-ē/ōnts*, o *-ṇtós*).

(3) Un doppio tema, più che scambio analogico, potrebbe riconoscersi in ἄκων G. ἄκοντος 'dardo', cfr. ἀκαινα 'stimolo' e ἀκόνη 'cote', di fronte al scr. *áçan-* 'pietra'; in λέων λέοντος di fronte al f. λέαινα = **λεϝṇ-ja* (*lewin-* f. ant. alto-ted.; ma lat. *leo*, *-ōnis*, al pari di *draco*, *-ōnis*, di fronte a δράκων, -οντος, son prestiti greci inflessi alla latina, come *Antipho*, *-ōnis* in Cicerone); e così in θεράπων θεράποντος di fronte ai ff. θεράπαινα e θεράπνη, forse in κρείων, κρέων κρέοντος, se è dalla base del Compar. scr. *çréyān* e in altri ancora (cfr. Schmidt, *Pluralbildungen d. indog. Neutra*, Weimar, 1889, p. 185).

di *θήν, *δών, *λυθήν ecc.? Una risposta sodisfacente non è stata ancor data. Forse nel proto-ellenico i tt. nominali in -ον e i participiali in -οντ convissero più a lungo nelle basi verbali, rispettivamente rr. bisillabe, uscenti appunto in -ϵ/o; indi il residuo del Nms. allungato e asigmatico di fronte a quello in *s* della flessione atematica, che ebbe soltanto la figura participiale in -ντ (cfr. coi tt. verbali rispettivi i nomi d'agente o sostantivati, colla lunga del Nms. spesso propagata: ἀγών αἴθων ἀρηγών τρῡγών φαγών ψυθών, πευθῆν come ἄρσην ecc.).

§ 9. Una sintesi dei pensieri esposti sull'originaria coesistenza di tt. quasi sinonimi in sibilante e in nasale, sulla derivazione epigenetica, e sul processo participiante, io vedo nella storia del scr. *mahā́nt-* 'grande'. Si comincia dalla nuda r. come t. nominale, *máh-* 'grande' (r. *meǵ(h)*), via via specificata con elementi morfici, *mah-á-* id., f. *mah-ī́* 'la grande, la terra', *mah-ás-* agg., *máh-as-* sost. n. (cfr. *máhas-vant* 'potente' e forse per *saṁdhi* anche *mahar-* m., *mahar-loka-* 'un dato mondo', *mahar-tvij-* 'ἀρχιερεύς' ecc.), *mah-án-* (Sns. *mahn-ā́* 'potentemente') e da questo un participiato **mah-án-t-* 'grandeggiante'. Questo è presupposto dal t. debole *mahát-*, dall'av. *mazat-* n. sostantivato 'grandezza', dal f. *mahát-ī* e dai derivati, *mahat-ā-*, *mahat-tā-* f., *mahat-tva-* n., *mahát-tara-* Comparativo ecc. Alla sua volta il t. cardine *mah-án-* come agg. risulta, a tacere di μέγα- gr., *magno-* lat., forse da *μέγη̯-, *məgn-ó-*, dall'Ams. vedico *mahā́m*, non da **mahā́n*ᵃ*m*, ma da un Nms. **mahā(n)* (irrigidito come primo membro di composti, *mahā́-kūla-* n. 'nobile stirpe', *mahā-kūlá-* agg. 'di nob. st.' ecc.). Le due flessioni, nominale Nms. **mahā́(n)*, A. **mahā́nam* e *mahā́m*, e participiale Nms. **mahā̆s* **mahán*ⁿ, A. **mahántam*, subirono forse una contaminazione reciproca e originarono la nuova, Nms. *mahā́n*, A. *mahā́ntam* ecc. (in *Grd.*, II, p. 374 anche si allude a contaminazione fra *mahan-* e *mahat-*). Pel suo isolamento il Nms. *mahā́n* non mi pare da eguagliarsi ai N.ᵛⁱ participiali greci, avanzi di tt. nominali in *-e/on*, di cui ho parlato di sopra. Quanto al Ns. *bharān* 'signore, signoria' di un t. *bhav-ant-*, è manifesta l'analogia dei tt. in *-vant* ed anche concessa la restrizione di *bho(s)* 'o signore, o Lei, ehi!' da un **bhav-*ᵃ*s-* non mi saprei concedere un t. parallelo **bhar-an-*.

§ 10. Qui mi giova riferire quanto il Brugmann, *Grd.*, II, § 144, riassume circa la natura dell'aggettivo rispetto al participio: " Poichè l'aggettivo può essere usato a designare una proprietà, non solo spettante alla natura d'un oggetto, ma anche pensata da chi parla, così esso partecipa del carattere verbale e divien participio (μετοχή) ecc.„ Cfr. § 140 sui tt. in *-nt*, *-u̯e/os*, *-te/o*, *-ne/o* ecc. E seguita: " La categoria aggettivale deve in genere essersi sviluppata prima che potesse nascere la participiale ecc. „. " L'adattamento al sistema verbale avvenne per questo, che le forme del verbo ebbero influsso sulle forme del nome fatto dalla stessa radice e affine a quello per significato e per uso. Sorti così alcuni nomi participiati, furon dessi tipo ed esempio di tanti altri pullulati per analogia „. — Ho sempre pensato anch'io precisamente così; e però mi pare che, supposta l'equivalenza e l'alternanza originarie di tt. in nasale e in sibilante, come il t. nominale in *-e/on* potè fissarsi nel Nms. dei tt. participiali greci in *-e/ont*, così il t. nominale in *-u̯e/os* rispetto al t. participiale in *-u̯e/ont*.

È noto poi che la reduplicazione non era esclusiva del Perfetto, sì anche nominale e di funzione intensiva o iterativa; il che spiega perchè appunto fosse preferita nel Tempo dell'azione compiuta; ma è anche noto che quivi, o fu sostituita da una doppia mora, sia pur contrazione di anteriore aumento, nelle radici iniziate da *a e o,* o mancò in alcune o venne a mancare sin dalle origini e più nelle singole lingue. Così in scr. dalla r. *-u̯ei̯d* (rr. *vid* e *vind* identiche in fondo) si ha Prf. *vi-veda* 'ho trovato' e *véda* 'so, οἶδα'; e irreduplicate furono di preferenza le forme irreali di Prf., i prcj., il Congiuntivo ecc. (εἰδός/-τ-, εἶδ-ο-μεν, e così allato ad οἶκα, rifatto ἐοῖκα, il prc. εἰκώς, ἄγυια per *ἀγυῖα [ὁδός], αἴθυια per *αἰθυῖα [ἡ ὄρνις] ecc., in scr. *sā́hvās-* 'che ha domato', *vi-jānúṣas* 'ἐγνωκότες', *dācivās-* e *dāçvās-* 'che ha onorato', *viçivās-* 'che è entrato' ecc., allato ai Presenti *jā́nati*, *dā́ṣṭi*, *víçati* ecc.). Il t. nominale reduplicato scr. *cakrú-* (e *cakrí-*) 'qui vere facit, actor' risale a un proto-ar. *ke-k̑r-ú-* dalla r. *ker* 'fare'; indi le concrescenze più definite nei nomi d'agente *cakṛvás-*, *cakṛván-*, e quest'ultimo tema, riconnesso al Prf., concresciuto in **cakṛvánt-*. rid. *cakṛvát-*. Altro es. reduplicato in scr. è il t. nominale *ci-kit-ú-* di r. *cit* 'osservare, conoscere', svoltosi in *cikitvás-* (av. Nms. *cikithwā̊*), *cikitván-*, come prc. **cikitvánt-*, rid. *cikitvát-* (esistendo anche il t. reduplicato *cikít-* 'savio', pare che *cikitvít-* sia accomodamento di *cikitú-* e *cikít-*). Tema irreduplicato invece è *vidú-* 'sciens' (Nms. arico *vidúṣ*, *vīdúš:* cfr. *vidu-ra-* 'furbo, intelligente' e, data l'identità di *véda* e *viveda*, il t. *vedu-* in *vedu-ka-* 'obtinens'), che si svolse in *vidvás-*, *vidván-*, e questo participiato in **vidvánt-*, rid. *vidvát-* (1).

Spero quindi legittimo questo riassunto finale: La formazione proto-ariana del prc. att. Prf., facendo capo nella più remota origine a temi nominali generici in *-e/o u̯*, determinati in *-'u̯e/o*, mosse probabilmente da una coppia quasi sinonima di pochi tt. reduplicati o no coll'esito *-u̯e/os*, *-u̯e/on;* e questo ultimo tema fu ben presto, come μετοχή del verbo, sostituito da un t. in *-u̯e/ont* sul tipo dei prcj. att. di Pres., Aor. e Fut. (come già presentirono lo Schleicher e l'Ebel), sopravvivendo del t. sibilante notevoli reliquie, in certi dialetti ariani anche dominanti, e la generale riduzione in *-us*. Dei due tt., che, trascurando le variazioni accentuali e vocaliche del nucleo radicale, esemplerò *u̯id-u̯é/ós-* e *u̯id-u̯é/ónt-*, si costituì un paradigma misto o frammentario, come tanti altri, press'a poco così:

---

(1) Chi badi che dai tt. *cakṛvás-*, *cikitvás-*, *vidvás-* veniva la riduzione *cakrúṣ-*, *cikitúṣ-*, *vidúṣ-* e che tale è la forma della 3ª p. Ind. att. di Prf. *cakā́ra cakrúṣ* (*r*), *cikéta cikitúṣ* (*r*), *véda vidúṣ* (*r*), può sospettare, o che queste 3ª pl. sien quei nudi temi, analoghi ai nudi tt. con o senza *i* finale, che si vollero in 3ª p., quali *bhárant-i* sopra *bhárati*, *á-bharan(t)* ecc., gr. dor. φέροντι, ἔ-φερον(τ) ecc., o che siano i tt. in *-u*, con *r* affisso commutabile in *s* nel *samdhi* indiano (v. Ascoli, *Memorie dell'Istituto Lombardo*, 1865, pp. 33 ss. che vedeva un nudo tema di nome d'agente anche nella 3ª s. di Prf. att., p. e. nel scr. *tatā́na* ecc.). Tuttavia non può negarsi, che tutta l'uscita *-úr* equivalente all'av. *-arə* ecc., sia un originario *-ər* (*-ṛ*, *-ṛr*), il quale nel medio-passivo si presenta *-ir-é*, *-r-é* scr., e che si riconnette all'elemento *r* d'altre uscite verbali nell'arico e nel medio-passivo italo-celtico.

	dal t. *u̯idu̯é/ós-*	dal t. *u̯idu̯é/ónt-*
Nms.	*u̯idu̯ṓs* (av. *vīδvå*, εἰδώς)	|| *u̯idu̯ónt(t)s* (scr. *vidvā́ṣ*, *-ā́n* contaminazione di **vidvā́s* e **vidvā́ṣ*, *-*án*^{n}, *-*án*).
Ams.	*u̯idu̯ŏ'sm̥* (av. *vīδvå̄ñhem* e *-å̄ñh-* ai Casi forti)	|| *u̯idu̯óntm̥* (scr. *vidvā́ṣam* per **vidvántam* dalla figura nominativa estesa ai Casi forti, o per compromesso con **vidvă'sam*)
Vms.	*u̯ídu̯os* (ved. *vídvas*)	|| *u̯ídu̯on(t)* (posv. *vídvan*).
neutro s.	*u̯idu̯ós* (εἰδός)	|| *u̯idu̯n̥t* (scr. *vidvát*).
Gmns.	*u̯idusós* (scr. *vidúṣas*, av. *vīδušō*)	|| *u̯idu̯n̥tós* (caduto in arico e altrove; in gr. **-ατός* in *-ότος* sul vocalismo nominativo e *-ότ* esteso a tutti i Casi; *-us̥* arico ai Casi deboli).
Lmnp.	*u̯idus(s)t/ú* (εἰδόσι da *-υ$^{\sigma}$σί*?)	|| *u̯idu̯n̥tsú* (scr. *vidvátsu*, εἰδόσι?).
Smnp.	*u̯iduz̥bhís* (av. *vīδūžbīš*)	|| *u̯idu̯n̥dbhís* (scr. *vidvádbhiṣ*).
feminile	*u̯idus-i̯ḗ* (scr. *vidúṣī*, av. *vīδúšī*, εἰ-, ἴδυῖα)	|| *u̯idu̯n̥t-i̯ḗ* (non continuato).

§ 11. Pare che questo paradigma misto sia da tutti i lati plausibile, senza offesa di leggi fonetiche e senza il soccorso di troppi intrecci analogici. Il t. nasale participiato in *-t* alternò col sibilante, mentre pel Comparativo primario, estraneo al verbo, alternarono il nudo t. nasale e il sibilante. Soggiungo alle osservazioni riassunte a I 2 alcuni chiarimenti sulle figure storiche delle singole lingue.

Il t. greco sibilante ha il colore vocalico *o*, non proprio dei tt. in *-ες*, eccetto pochi tt. isolati (ἠός- f., αἰδός- f., ma αἰδεσ-τός) e il NVAs. dei sostantivi neutri, per influsso dell'altro t. veramente participiale in *-ϝοντ*. Questo colore può addebitarsi nel caso specifico all'analogia degli altri prcj. attivi (aoristico ϝῐδ-όντ-, Pres. λείποντ-, Fut. λείψοντ-), di fronte al colore *e* rimasto nel suff. *-ϝεντ* dei tt. aggettivali (v. § 7). L'antichissimo adattamento ai prcj. att. vien confermato altresì dal dileguo del ϝ suffissale, non esemplato mai e appena sospettabile negli incontri vocalici, quali ἑσταώς, πεφυώς ecc. E infatti il ϝ anche in parte superstite avrebbe dovuto più o meno tradirsi in qualche alterazione coi suoni precedenti; mentre l'elico ϝειζώς è ϝεἰδώς con ζ = δ come altrove, ed εἰκώς è ϝεικ-ώς, non ϝεικ-ϝώς, che avrebbe dato **εἰπ(π)ώς* (cfr. Henry, *Compendio di gramm. comp. gr.-lat.*, trad. da A. Arrò, Torino, 1896, § 437). Il tema in *-u̯e/os*, che colla riduzione ereditaria si continuò nel feminile (ϝεἰδ-υ$^{\sigma}$-ῖα col t. perfettale forte, quasi generale in greco, accanto al pur conservato ϝῐδ-υ$^{\sigma}$-ῖα), fu probabilmente schivato nel paradigma, fuori del Nms. ϝεἰδϝώς e del neutro s. ϝεἰδϝός, e tanto più nella riduzione *-υ$^{\sigma}$*, a cagione delle gravi perturbazioni formali prodotte dal fenomeno tutto greco dell'aspirarsi prima e poi dileguarsi fra vocali il *s*, tenace in arico e però salvaguardia di *-vas-* ed *-us-*, e dalle fusioni vocali che ne conseguivano. Dato che una prima flessione siasi mai tentata dal t. in *-ϝος* od *-υς*, si può capire che, p. e., fra un Gmns. proto-ellenico **ϝειδόϝος* sull'A. **ϝειδόϝα*, o **ϝειδύϝος*, rispettivamente **ϝειδόος *ϝειδοῦς*, o **ϝειδύος*, e un G. dell'altro t. **ϝειδῆτός *ϝειδατός* e sul vocalismo tonico del t. sibilante e dei Casi forti ϝεἰδότος, la scelta e la vittoria sia stata per quest'ultimo. Ma perchè, si chiede, questa fase *-οτ* da *-ητ-*, *-ατ* (dor. ἔ-ασσα, cretese ϝι-άττᾳ Dfs., scr. *satī́* di fronte all'attico οὖσα = **(ἐ)$^{\sigma}$όντ-ϳα* ecc.) non si riscontra

nei prcj. att. in -οντ? Perchè, probabilmente, questi non ebbero nel terreno greco altri tt. concorrenti: i N.^{vi} in -ων di fronte ai tt. in -οντ erano reliquie fossili, mentre *Fειδόντ- conviveva con Fειδός-; onde Fειδότ-, quasi modellato su questo, venne a paro coi tt. alternanti in -τ e in -ς, κρέατ- e κρέας-, τέρατ- e τέρας-, γέλωτ- e γέλας- (ἐγέλασσα) e t. analogico γέλο-, ἔρωτ- ed ἔρας- (ἐράσσατο) e t. anal. ἔρο-, χρώτ- o As. om. χρόα, ἰδρώτ- e As. om. ἰδρῶ ecc. Così il vinto supplantò il vincitore nella coscienza dei parlanti, se, come accennai, anche il Nms., il neutro s. e il (L) Dp. furono pei Proto-elleni quasi *Fειδώτ-ς, *Fειδότ(ς), *Fειδότ-σι (cfr. per la caratteristica neutrale l'attico ἑστός = ἑσταός, non ἑστώς serbato pel Nms.). Per tali avvicinamenti la figura -οντ dei Casi forti, divenuta specifica negli altri prcj. att., scomparve nel prc. Prf., fuori delle formazioni presunte analogiche, ricordate a I 2, *b*. Ma chi potrebbe affermare che qualche arcaismo d'antico ἀοιδός non siasi ripercosso nei canti omerici e che, ad es., un proto-ellenico *κεκλᾱ/ηγόντες, più originario di κεκλᾱ/ηγό-, -ῶτες, non sia stato corretto poi sull'accentuazione presenziale nel consacrato κεκλήγοντες d'Omero? Anche i feminili omerici ed attici βεβῶσα ἑστῶσα (erodoteo ἑστεῶσα), anzichè frutto di analogia fra il t. perfettale, ad es. ἑ-στᾰ̆-, e l'uscita di un prc. Pres., ad es. τῑμῶσα, potrebbero rappresentare un tentativo per ottenere un feminile, più familiare del nobile ed avito ἑσταυῖα, dal tema perfettale agonizzante *σε-στᾱ/ᾰ-όντ- (σεστᾱ/η: σεστᾰ̆(ə) :: Fε/οιδ: Fῖδ, e σε-στə: scr. *ta-sthi-*, oppure modellato su ἔστᾰμεν ecc.). Così venivano da un lato ἑστεῶσα=*hεστεώντ-jα per metatesi prosodiaca da *σε-στᾱ/η-όντ-jα, dall'altro ἑστῶσα = *hεστᾰ̆-όντ-jα da *σε-στᾰ̆-όντ-jα e gli analoghi.

Quanto all'arico non merita menzione altro fatto che l'esclusione assoluta nel paradigma di forme forti in *-vant*. Anzitutto si badi all'invasione delle forme parallele in *-vas* colla riduzione *-uṣ* propagata, specie nell'avestico; in secondo luogo intervenne l'estensione di *-vant* in formazioni non verbali, nei possessivi, in pronomi ecc.; da ultimo l'innovazione più propriamente indiana del prc. att. di Pret., come *kṛtá-vant*. Nella gara coll'altro t. adunque il t. di prc. Prf. in *-vant* non poteva non perdere e fu somma grazia se lasciò qualche avanzo. Il predominio del t. in *-u̯e/os*, *-us*, si constata anche nel gruppo italico, ma allo stato fossile: il vero prc. att. Prf. era morto, e quando uno solo sia rimasto o siasi rifatto, desso — cosa notevole! — ha lo stampo presenziale ed è *meminens* (mal reggendosi per *-m-* lat. da *-mn-* l'equazione del Bréal *memor* = sc. *mamnúṣ-*). Più esteso, da ultimo, è quel predominio nel gruppo balto-slavo (e nel germanico), dove già vedemmo, fuori dei N.^{vi}s., il paradigma invaso da un t. *-u̯s-i̯e/o* formatosi forse dapprima sopra Casi del f. in *-us-i̯ē;* ma nulla vieta che si riconoscano come resti del t. parallelo in *-u̯e/ont* i N.^{vi}s. lituprussici, originariamente in ^{v}*-ens* lituano, ^{v}*-ons* prussico, *-is* = *ęs* lettico, e del pari come residui fossili del t. in *-u̯e/os*, ridotto *-us*, i N.^{vi}s. paleo-bulgari in *-ŭ*, collo scambio e fusione del maschile e del neutro nei due terreni.

Correzioni. — Pag. 11 nota, linea 11, leggasi: in-*sthā́-*; p. 13, l. 18, *ἄγ-jo-μαι; p. 13, n. 1, l. 6, *nárīyān*; p. 18, n. 2, l. 10, in *Manuṣ-rát*; p. 19. l. 8, *dákṣat*, l. 11, *pṛchán*, *tíṣṭhan*; p. 21, l. 9, ἔοικα.

V° Si stampi:

GIUSEPPE CARLE, *Presidente.*

ANDREA NACCARI

Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

CESARE NANI

Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

HISTORIA

3 2044 093 290 682